ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Razão e proporção

Nesse momento são retomados os conceitos de razão e proporção para que, na sequência, sejam explorados, com mais profundidade, o reconhecimento de relações proporcionais e não proporcionais entre grandezas.

Para complementar o exemplo envolvendo esporte, propor a seguinte situação: no Campeonato Anual de Futebol de uma escola, a equipe do 8º ano A acumulou 36 pontos dos 57 disputados. Qual foi o aproveitamento dessa equipe?

Pedir aos alunos que escrevam a razão correspondente à essa situação, ou seja, a razão que relaciona o total de pontos acumulados pelo total de pontos disputados:

$$\frac{\text{total de pontos acumulados}}{\text{total de pontos disputados}}$$

Conversar com a turma a respeito das maneiras de representar esta razão na forma percentual. Neste caso, a maneira mais interessante é pelo quociente entre 36 e 57 que resulta em, aproximadamente, 0,63 ou 63%. Portanto, o aproveitamento dessa equipe foi de, aproximadamente, 63%.

CAPÍTULO 1

GRANDEZAS

Razão e proporção

Vimos que, sendo *a* e *b* dois números racionais, com b ≠ 0, denomina-se **razão entre *a* e *b*** ou **razão de *a* para *b*** o quociente $\frac{a}{b}$ ou a : b.

A razão $\frac{a}{b}$ ou a : b pode ser lida de uma das seguintes maneiras:

razão de *a* para *b* ou ***a* está para *b*** ou **a para *b***.

Considere a situação a seguir.

Em um jogo de basquete, determinado jogador fez 23 dos 92 pontos marcados pela sua equipe em certa partida. A razão entre o número de pontos feitos por esse jogador e o total de pontos da partida é dada por: $\frac{23}{92}$.

LEONARD ZHUKOVSKY/SHUTTERSTOCK.COM

Kevin Durant, jogador da seleção norte-americana de basquete, nos Jogos Olímpicos do Rio de Janeiro. 2016.

No exemplo dado, podemos afirmar que a cada 4 pontos feitos, 1 foi desse jogador. Assim, temos a razão $\frac{1}{4}$.

As razões são equivalentes; portanto, podemos escrever a seguinte igualdade:

$$\boxed{\frac{23}{92} = \frac{1}{4}}$$

A essa igualdade, damos o nome de **proporção**.

A **proporção** é uma igualdade entre duas razões.
Segundo a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

Verificando a propriedade fundamental das proporções no exemplo anterior, temos: $\frac{23}{92} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 23 \times 4 = 92 \times 1$.

Grandezas proporcionais

Vamos analisar algumas situações que relacionam grandezas proporcionais.

1 No quadro a seguir, relacionamos a medida do lado de um quadrado e o respectivo perímetro.

Medida do lado do quadrado (em metros)	Perímetro do quadrado (em m)
1	4
2	8
3	12

Observe que, quanto maior a medida do lado do quadrado, maior o seu perímetro. E esse aumento é proporcional, pois, ao dobrarmos a medida do lado do quadrado, seu perímetro também dobrará. Ao triplicarmos a medida do lado, o perímetro também triplicará.

2 Um automóvel e um ônibus farão uma viagem entre São Paulo (SP) e Valparaíso (SP), distantes 560 km. A velocidade média permitida para o automóvel é de 100 km/h. Já o ônibus precisa transitar desenvolvendo uma velocidade média de 80 km/h. Sabendo que o automóvel leva 5,6 h para percorrer essa distância, considerando sua velocidade constante, calcule quanto tempo a mesma distância será percorrida pelo ônibus (também com velocidade constante).
Construindo um quadro que relaciona as duas informações, temos:

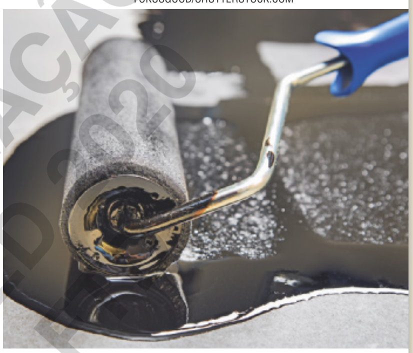
	Velocidade média (em km/h)	Tempo gasto no percurso (em h)
Automóvel	100	5,6
Ônibus	80	7

Observe que o produto entre a velocidade e o tempo gasto, em ambos os casos, é igual a 560. Conforme a velocidade média aumenta, o tempo gasto no percurso se reduz, proporcionalmente.

3 Para asfaltar certa região retangular, de 25 m por 60 m, usamos 2 340 L de betume. Qual volume de betume é necessário para asfaltarmos outra região retangular, de 80 m por 60 m?
Para resolver essa situação, vamos construir um quadro, relacionando a área a ser asfaltada e a quantidade de betume necessário.

Área retangular a ser asfaltada (em m²)	Volume de betume (em L)
$25 \times 60 = 1\,500$ m²	2 340
$80 \times 60 = 4\,800$ m²	x

FOKUSGOOD/SHUTTERSTOCK.COM



Observe que uma das dimensões do terreno se manteve.
A outra dimensão aumentou 3,2 vezes ($80 : 25 = 3{,}2$).
Assim, o volume de betume necessário também deverá aumentar em 3,2 vezes.
Dessa maneira, $2\,340 \times 3{,}2 = 7\,488$.
O volume necessário de betume será de 7 488 L.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Grandezas proporcionais

Explorar as situações apresentadas para que os alunos identifiquem a presença da proporcionalidade e da não proporcionalidade. A situação 1 relaciona a medida do lado de um quadrado com o seu perímetro. A situação 2 apresenta a relação entre a velocidade e o tempo de deslocamento de veículos. A situação 3 envolve área e volume. Se julgar oportuno, pedir aos alunos que se reúnam em grupos e analisem cada uma dessas situações antes de fazer a leitura do livro do aluno.

Solicitar que os alunos, em grupo, pensem e anotem em seus cadernos, duas situações proporcionais e duas situações não proporcionais. Depois, propor que socializem com a turma, para que possam apresentar suas ideias. Criar um mural de exemplos de situações de proporcionalidade e de situações nas quais as grandezas envolvidas não são proporcionais pode colaborar com o aprendizado da turma.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Grandezas não proporcionais

O trabalho com grandezas não proporcionais é bastante importante para que os alunos percebam a não linearidade destes casos. A situação 1 relaciona a medida do lado de um quadrado com a área dele. A situação 2 relaciona a medida de temperatura em graus Celsius com graus Fahrenheit. Nos dois casos não há proporcionalidade entre as grandezas comparadas.

Para ampliar a ideia de não proporcionalidade, propor aos alunos que tragam panfletos promocionais que apresentem informações do tipo "Leve 3 e pague 2". Analisar com a turma a relação entre os preços e a quantidade de itens oferecidos.

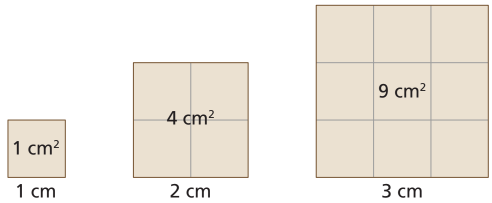
Pense e responda

A comparação da altura de uma pessoa relacionada à idade dela é um exemplo explícito de que as duas grandezas não possuem relação de proporcionalidade. Após responder à questão, fazer um levantamento de outras situações em que é explícito a não proporcionalidade. Por exemplo, em uma partida de futebol, o tempo de jogo e a quantidade de gols marcados.

Grandezas não proporcionais

Vamos analisar algumas situações que relacionam grandezas, mas não de forma proporcional.

1 Considere o lado de um quadrado, medido em centímetros (cm), e sua área, medida em centímetros quadrados (cm^2).



Vamos organizar esses dados em um quadro.

Medida do lado do quadrado (em cm)	Área do quadrado (em cm^2)
1	1
2	4
3	9

Percebemos que, ao dobrarmos a medida do lado do quadrado, sua área quadruplicará. Da mesma maneira, triplicando a medida do lado, a área ficará multiplicada por 9.

Assim, podemos concluir que a medida do lado de um quadrado e de sua área não são grandezas proporcionais. Observe: $\frac{1}{1} \neq \frac{4}{2} \neq \frac{9}{3}$.

2 A escala de temperatura Fahrenheit é muito utilizada nos países de língua inglesa. Para converter uma temperatura, medida em graus Celsius (°C) para graus Fahrenheit (°F) é preciso multiplicar a temperatura em °C por 1,8 e somar 32. Observe o quadro a seguir.

Medida em grau Celsius (°C)	Medida em grau Fahrenheit (°F)
10	50
20	68

Assim, 10 °C correspondem a 50 °F e 20 °C, a 68 °F.

As duas escalas termométricas não são proporcionais, pois, ao dobrarmos a temperatura em graus Celsius, isso não se repetirá na escala Fahrenheit.

PENSE E RESPONDA

Resoluções a partir da p. 289

Um bebê nasceu com 3,5 kg e 50 cm; ao final do primeiro ano, ele está com 75 cm.

Podemos afirmar que, aos 20 anos, esse bebê terá 1 500 cm, ou seja, 15 m? Explique seu raciocínio.

Não, pois a idade de uma pessoa e sua altura não são grandezas proporcionais.

SYDA PRODUCTIONS/SHUTTERSTOCK.COM

252

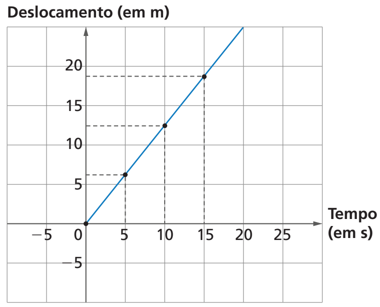
Representação gráfica

As situações que apresentam grandezas proporcionais podem ser representadas por meio de gráficos.

Acompanhe as situações a seguir.

1 Considere um automóvel que, partindo de uma situação de repouso, começa a se deslocar 6 metros a cada 5 segundos. Observe no quadro a seguir os dados desse deslocamento.

Tempo (em s)	Deslocamento (em m)
0	0
5	6
10	12
15	18



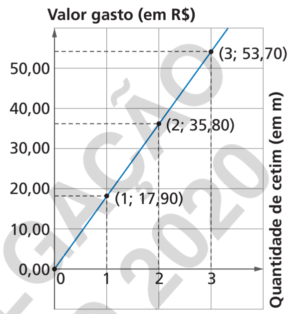
Observe que, em todos os pontos, o deslocamento é igual a 1,2 vezes o tempo, pois $\frac{6}{5} = \frac{12}{10} = \frac{18}{15} = 1{,}2$.

Considerando o deslocamento como *y* e o tempo, como *x*, matematicamente, temos: $y = 1{,}2 \cdot x$.

Observe que os pontos estão alinhados, o que nos permite traçar uma semirreta, começando pela origem do sistema cartesiano.

2 Uma costureira está fazendo a tabela de preço dos vestidos que vai produzir. Ela sabe que o preço de 1 metro de cetim custa R$ 17,90. Decidiu fazer um quadro com valores para saber o quanto vai gastar, dependendo da quantidade de cetim que precisará comprar, depois representou em um gráfico. Observe.

Quantidade de cetim (em m)	Valor gasto (em R$)
1	17,90
2	35,80
3	53,70



Com a representação gráfica, ela consegue perceber que, se precisar de 2,5 m de tecido, por exemplo, vai gastar por volta de R$ 45,00.

Podemos dizer que o valor gasto depende da quantidade de metros. Assim, se chamarmos o valor gasto em reais de *y* e a quantidade de cetim em metros, de *x*, temos: $y = 17{,}9 \cdot x$.

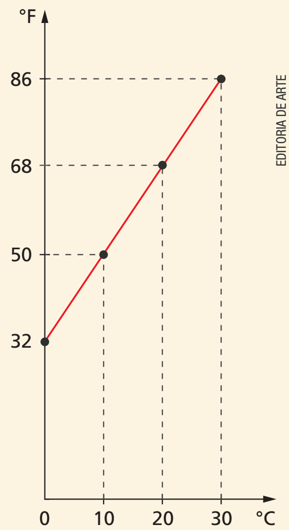
Com essa expressão, podemos calcular que para 2,5 metros de cetim essa costureira pagará R$ 44,75.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Representação gráfica

A representação gráfica de situações de proporcionalidade direta é uma reta, conforme os exemplos mostrados, mas nem toda reta representa uma relação de proporcionalidade; a representação gráfica de situações envolvendo duas grandezas inversamente proporcionais é uma hipérbole, assunto que será abordado no Ensino Médio. Da mesma maneira, gráficos de funções quadráticas, que representam grandezas não proporcionais (como a relação entre o lado de um quadrado e sua área) também serão revistos mais adiante.

Se julgar oportuno, construir com os alunos o gráfico que relaciona a temperatura em graus Celsius e a temperatura em graus Fahrenheit a partir da relação: $F = 32 + 1{,}8 \cdot C$, em que *F* representa a temperatura em graus Fahrenheit e *C* representa a temperatura em graus Celsius.



EDITORIA DE ARTE

Destacar aos alunos que esse gráfico é uma reta que, diferente dos outros casos, não passa pela origem do plano cartesiano.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

As atividades propostas levam os alunos a identificarem grandezas proporcionais e grandezas não proporcionais e explora a representação gráfica de grandezas diretamente proporcionais.

A atividade 3 apresenta uma situação comum de encontrar no dia a dia: promoção de um produto em quantidades maiores. Espera-se que os alunos identifiquem que, nesse caso, não se trata de uma situação envolvendo grandezas proporcionais.

Na atividade 4, observar as estratégias desenvolvidas pelos alunos para encontrar o valor pago pelas 8 alcachofras. Um modo de resolver o problema é descobrir o valor unitário da alcachofra (R$ 3,90) e, a partir disso, calcular o valor total (R$ 31,20)

Na atividade 7, verificar se os alunos concluem que o preço a ser pago pela corrida de táxi e o número de quilômetros percorridos não são grandezas proporcionais. Se julgar conveniente, solicitar aos alunos que escrevam a relação matemática entre essas grandezas: $y = 5{,}12 + 2{,}49x$, em que y indica o valor pago e x, a quantidade de quilômetros percorridos.

ATIVIDADES

Resoluções a partir da **p. 289**

Responda às questões no caderno.

1. Retome a relação entre as escalas termométricas estudadas na Unidade. Vimos que as escalas Celsius e Fahrenheit não são proporcionais. A relação matemática entre elas é dada pela expressão: $°F = 1{,}8 \times °C + 32$.

Assim, determine:

a) 68 °F em °C. 20 °C

b) 25 °C em °F. 77 °F

2. Classifique as grandezas apresentadas nas situações a seguir em Proporcionais (P) ou em Não Proporcionais (NP).

A medida do lado de um hexágono regular e seu perímetro. P

A quantidade de cestas convertidas em uma partida de basquetebol e o tempo de jogo. NP

A temperatura e a hora em que foi medida ao longo de um dia. NP

A distância percorrida por um automóvel, a uma velocidade constante, e o tempo do percurso. P

A medida da aresta de um cubo e seu volume, em litros. NP

3. Uma livraria decidiu fazer uma liquidação com alguns livros.

Ao chegar lá, é possível ler o anúncio: "2 livros por R$ 19,00"; "5 livros por R$ 38,00".

Os preços são proporcionais ao número de livros comprados? Justifique sua resposta.
Não, pois R$ 38,00 seriam o preço correspondente a 4 livros.

4. Maurício foi a uma quitanda e viu que três alcachofras custavam R$ 11,70. Decidiu comprar 8. Quanto ele pagou no total? R$ 31,20

5. Um prêmio de loteria, no valor de R$ 1 530 000,00, será dividido igualmente pelo total de acertadores.

Quantidade de acertadores	Valor do prêmio (em R$)
1	1 530 000,00
2	765 000,00
5	306 000,00
6	255 000,00

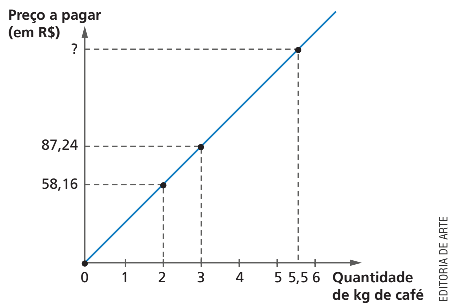
a) Quanto cada acertador receberá, se o prêmio for dividido entre 5 ganhadores? R$ 306 000,00.

b) E se fossem 6 ganhadores? R$ 255 000,00

c) Faça um quadro relacionando as quantidades 1, 2, 5 e 6 de acertadores e o valor do prêmio correspondente.

d) Conforme o número de acertadores aumenta, o que acontece com o valor do prêmio? Diminui proporcionalmente.

6. Observe o gráfico a seguir.



Analisando as informações presentes no gráfico, responda:

a) Qual o preço de 2 kg de café? R$ 58,16

b) Qual o valor pago por 5,5 kg de café? R$ 159,94

7. A tarifa de táxi é composta de um valor fixo, chamado de bandeirada, adicionado ao valor pago por quilômetro rodado.

Sabendo que o valor da bandeirada é de R$ 5,12 e o valor por quilômetro rodado é de R$ 2,49, responda às perguntas:

a) O valor a ser pago em um táxi e a quantidade de quilômetros rodados são duas grandezas proporcionais? Explique.
Não, pois o valor é sempre acrescido da bandeirada.

b) Paola pegou um táxi em Recife às 10 h da manhã. Fez um percurso de 12 quilômetros. Qual o valor pago por ela? R$ 35,00