Árvore binária de busca

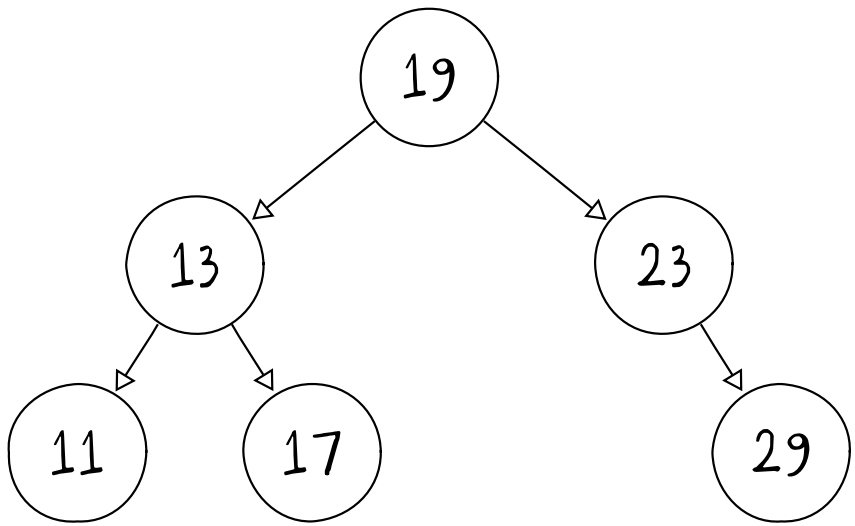
Estruturas de Dados

Bruno Prado

Departamento de Computação / UFS

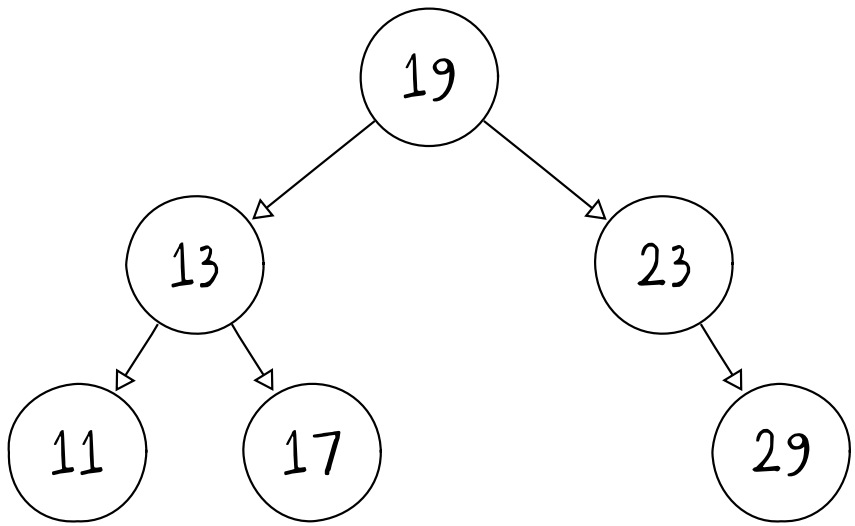
Introdução

- O que é uma árvore binária de busca?
  - É uma árvore enraizada onde cada nó possui uma chave associada para realização da busca
    - Esquerda: menores ou iguais
    - Direita: maiores ou iguais



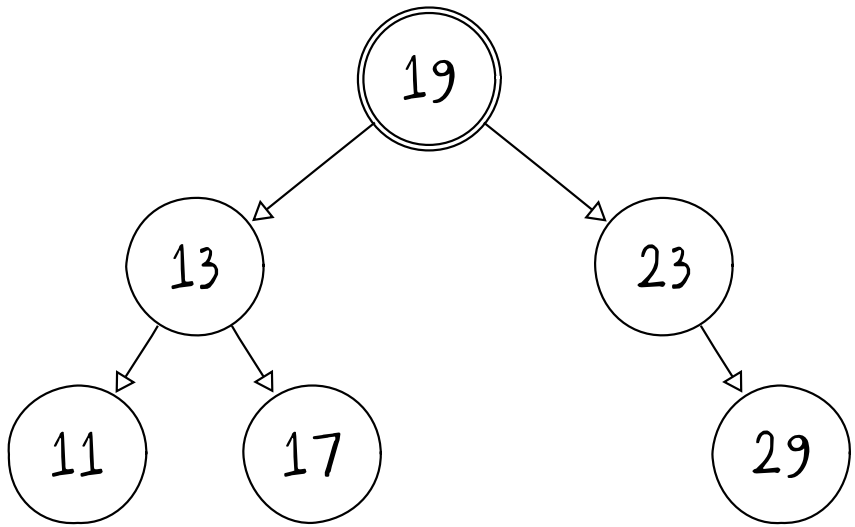
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



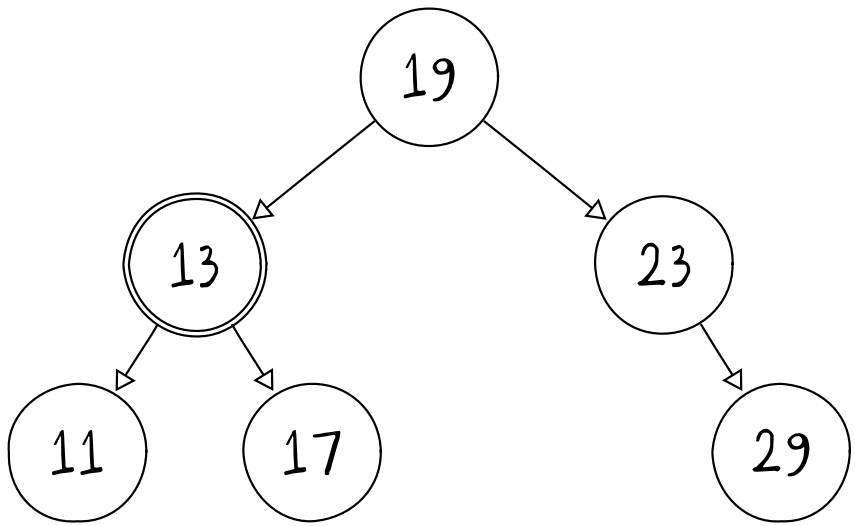
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



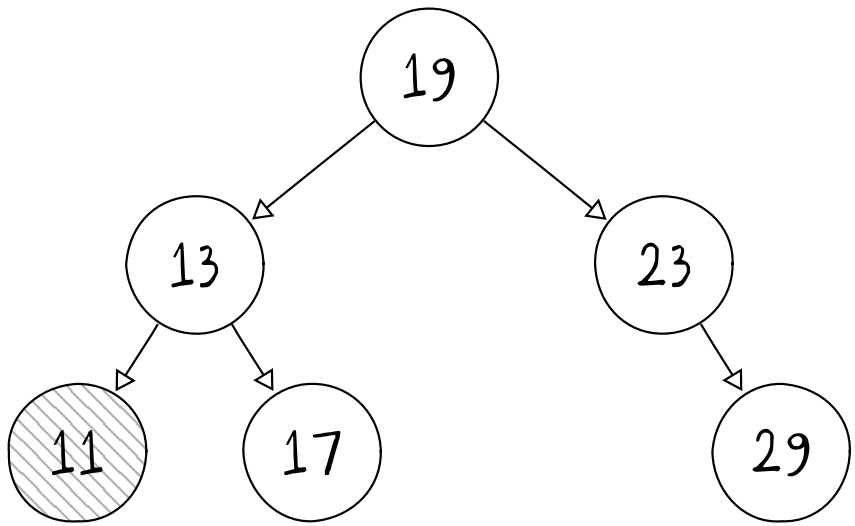
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



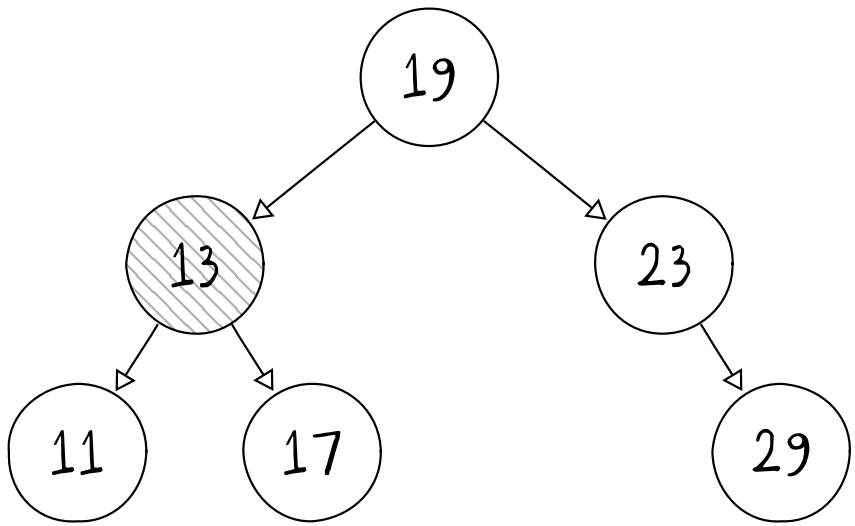
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



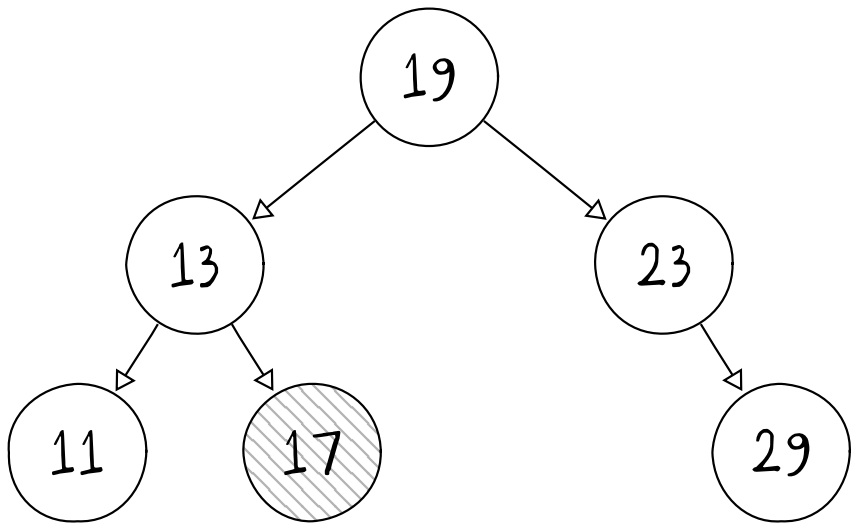
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



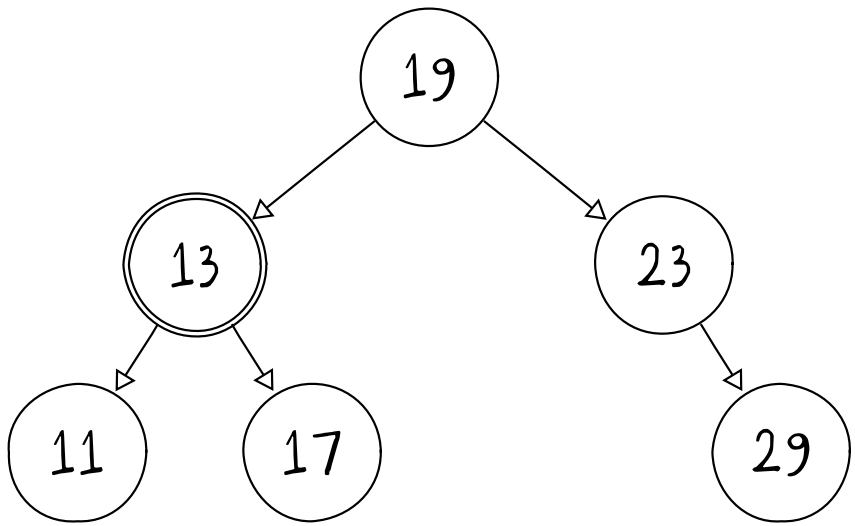
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



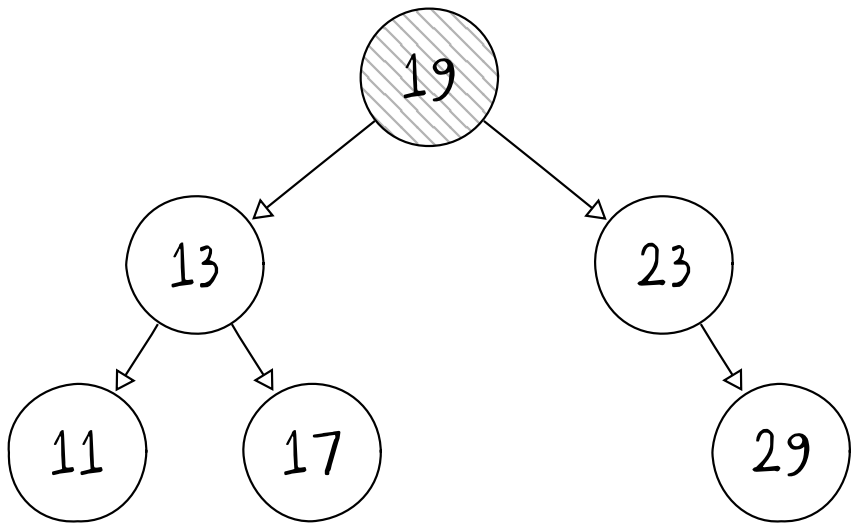
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



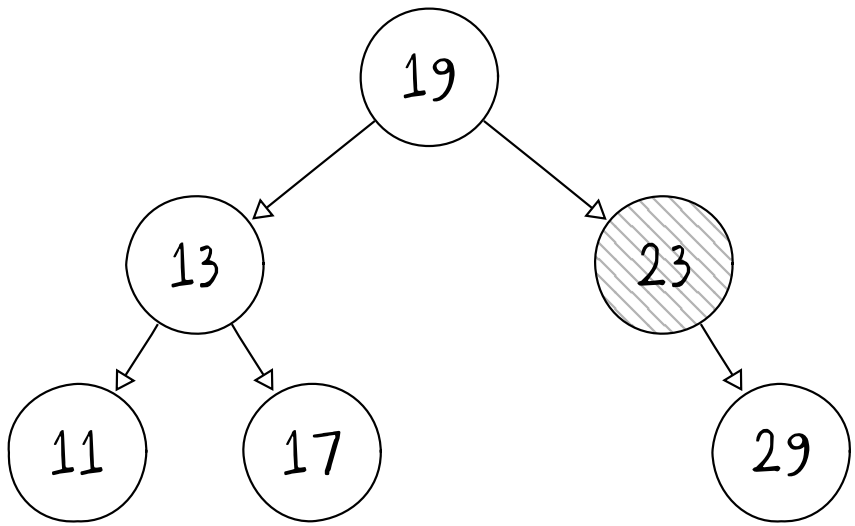
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



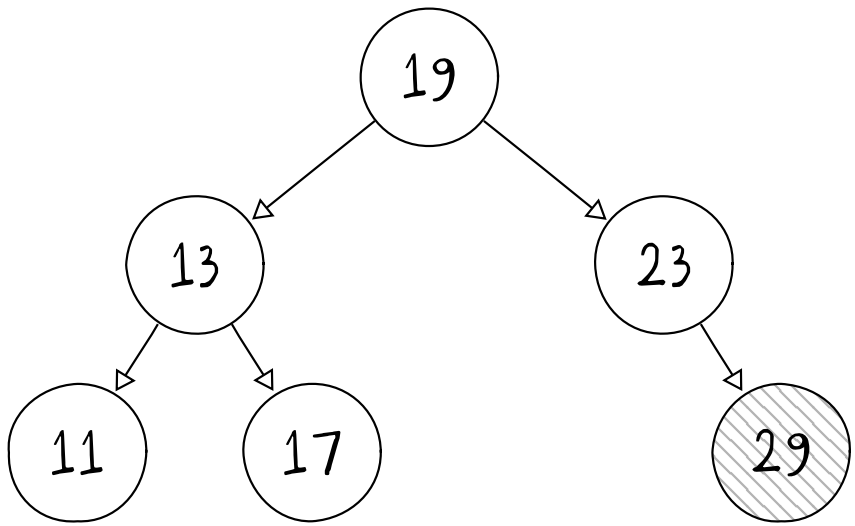
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



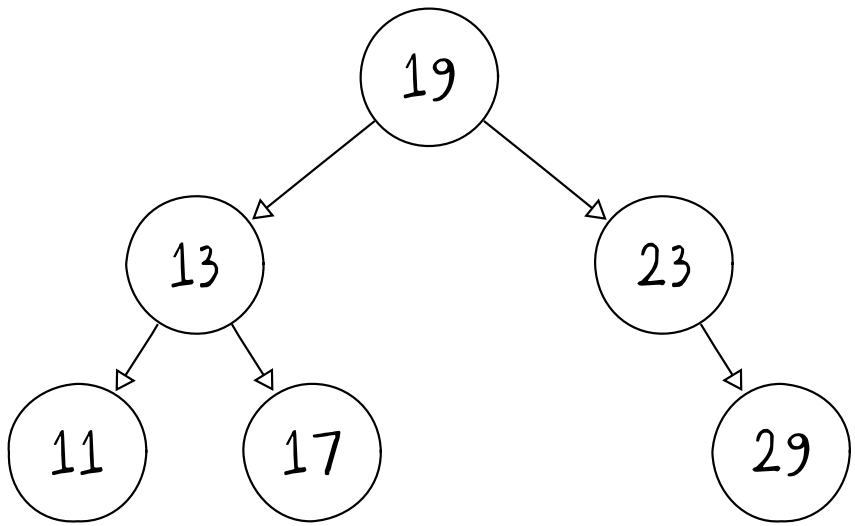
Introdução

- Propriedades
  - A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



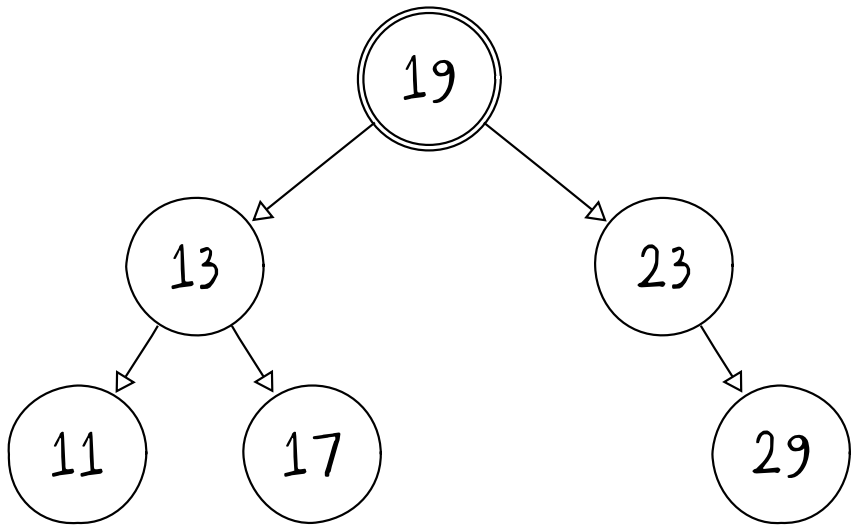
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



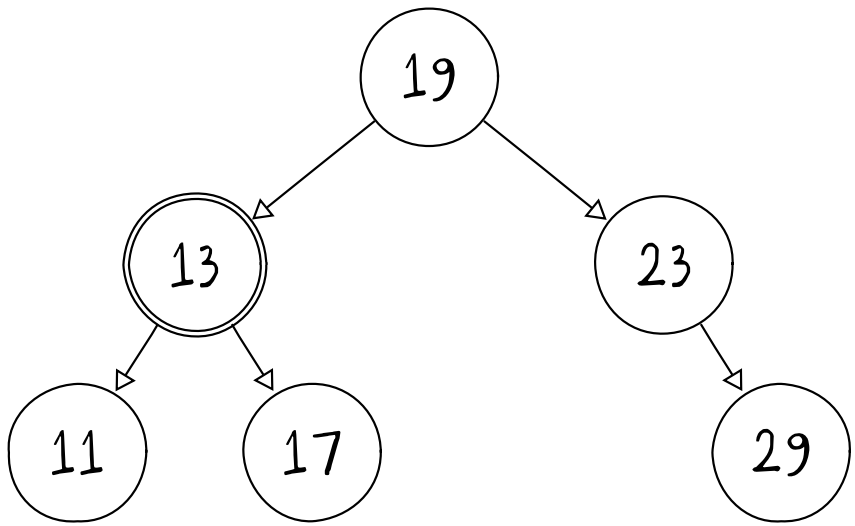
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



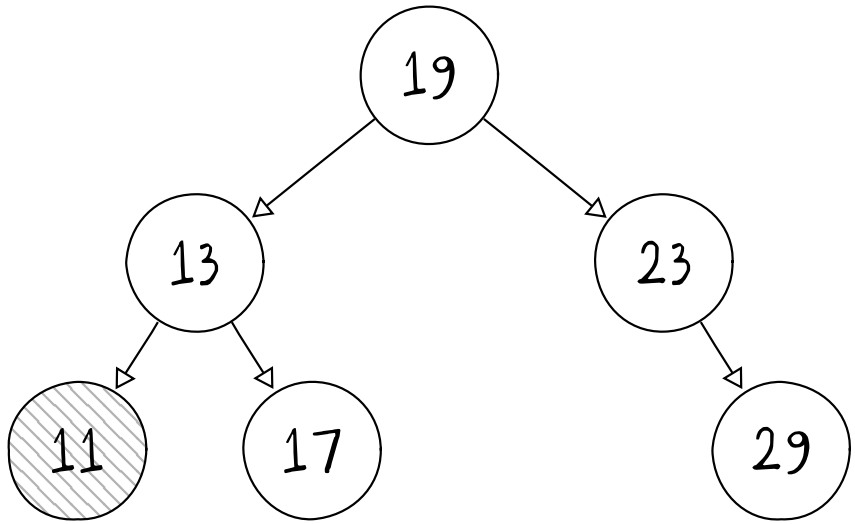
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



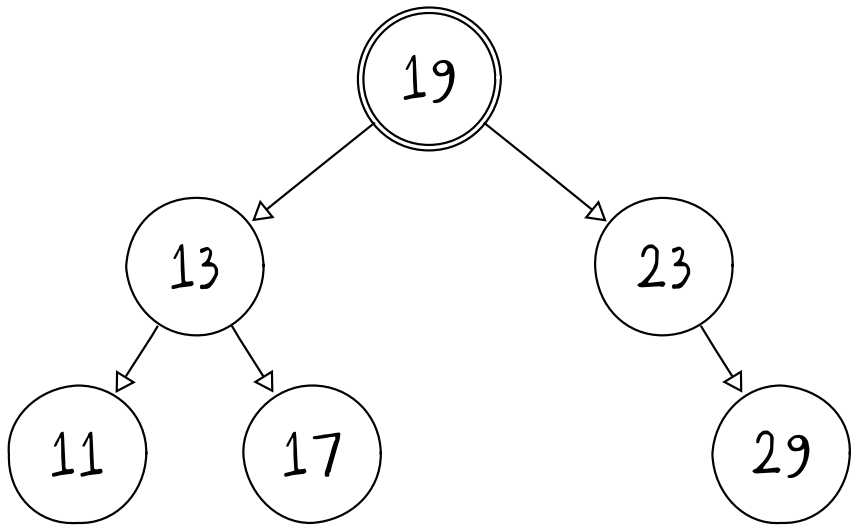
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



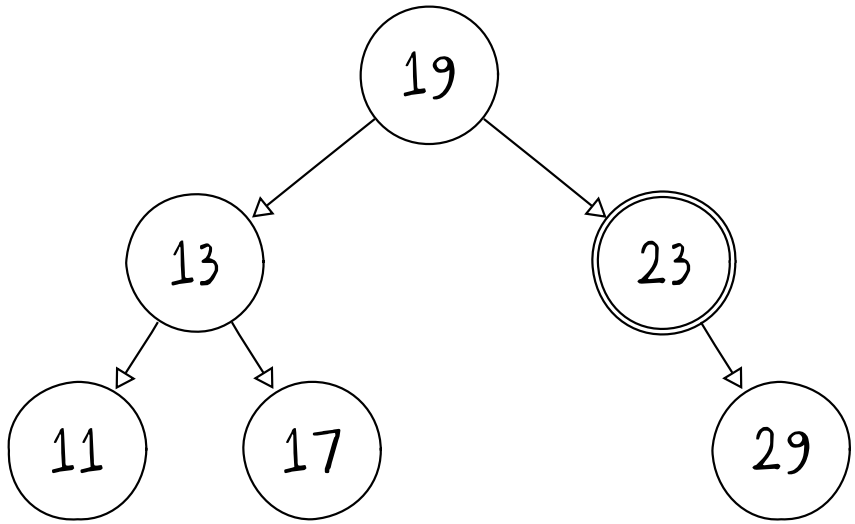
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



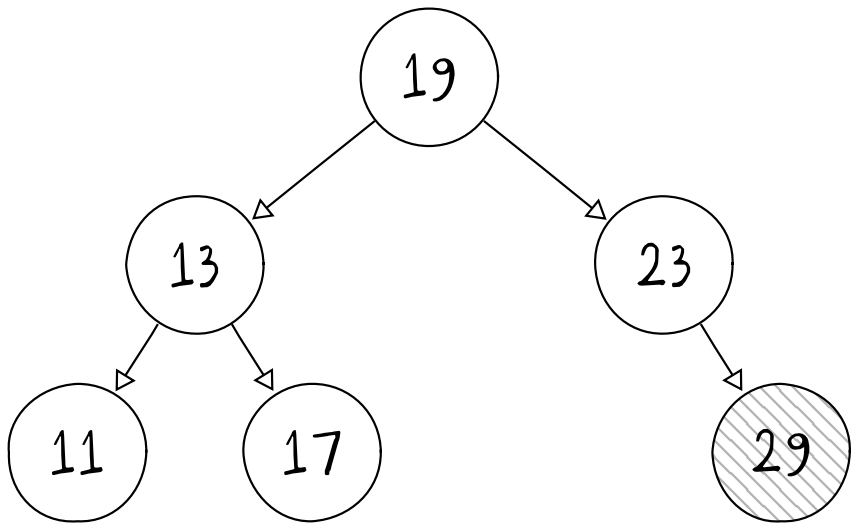
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



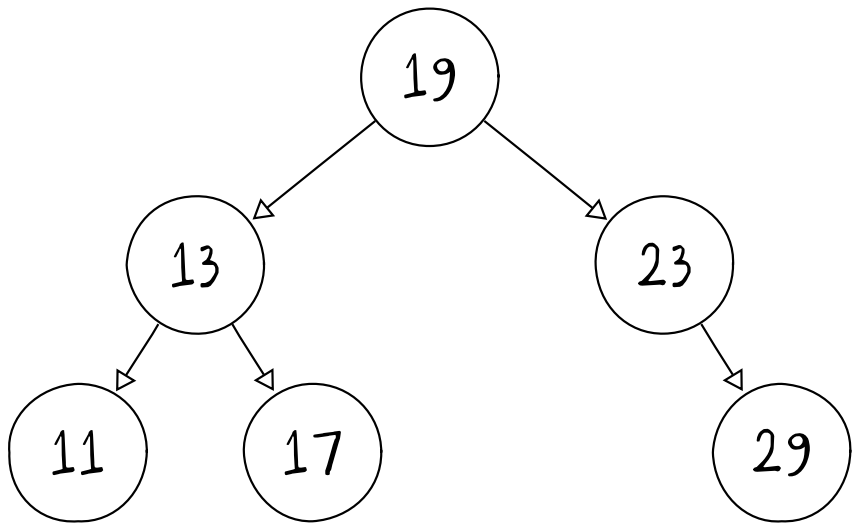
Introdução

- Propriedades
  - Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



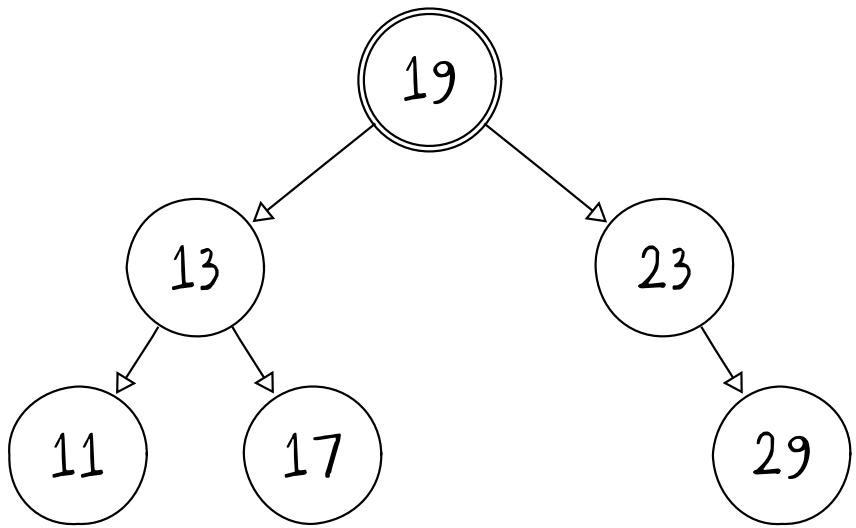
Introdução

- Propriedades
  - Particionamento por chave *k* da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que 17



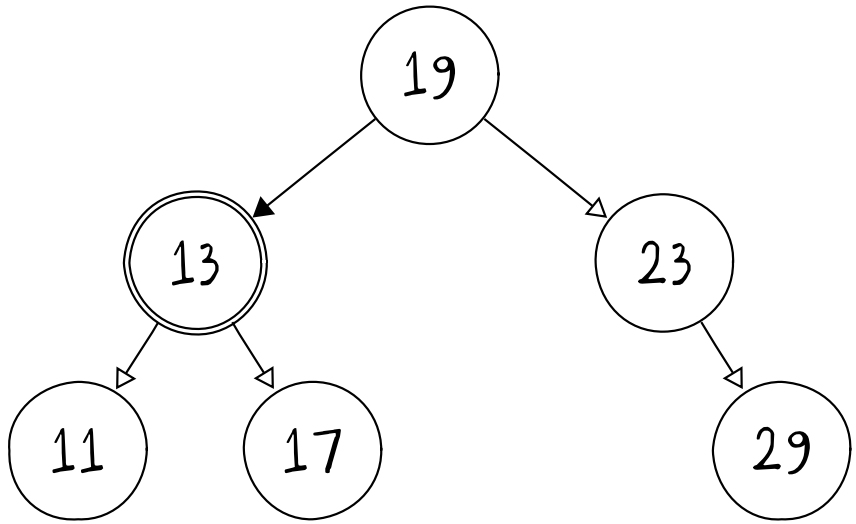
Introdução

- Propriedades
  - Particionamento por chave *k* da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que 17



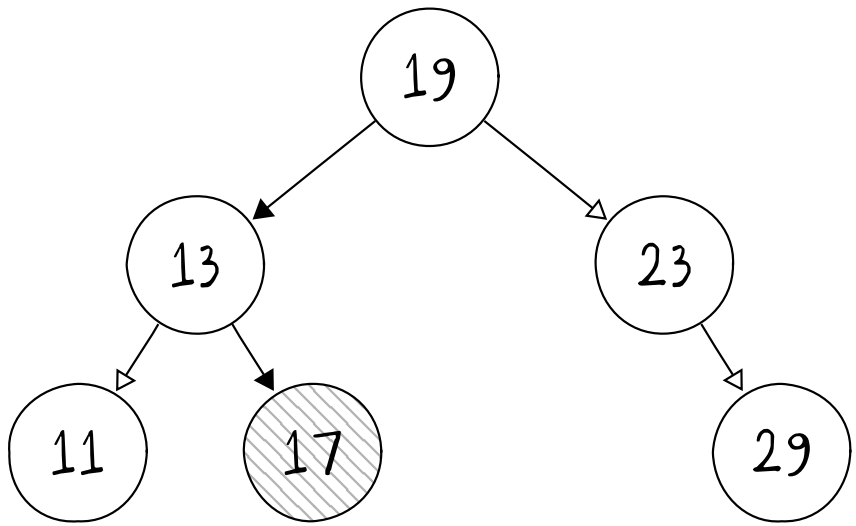
Introdução

- Propriedades
  - Particionamento por chave *k* da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que 17



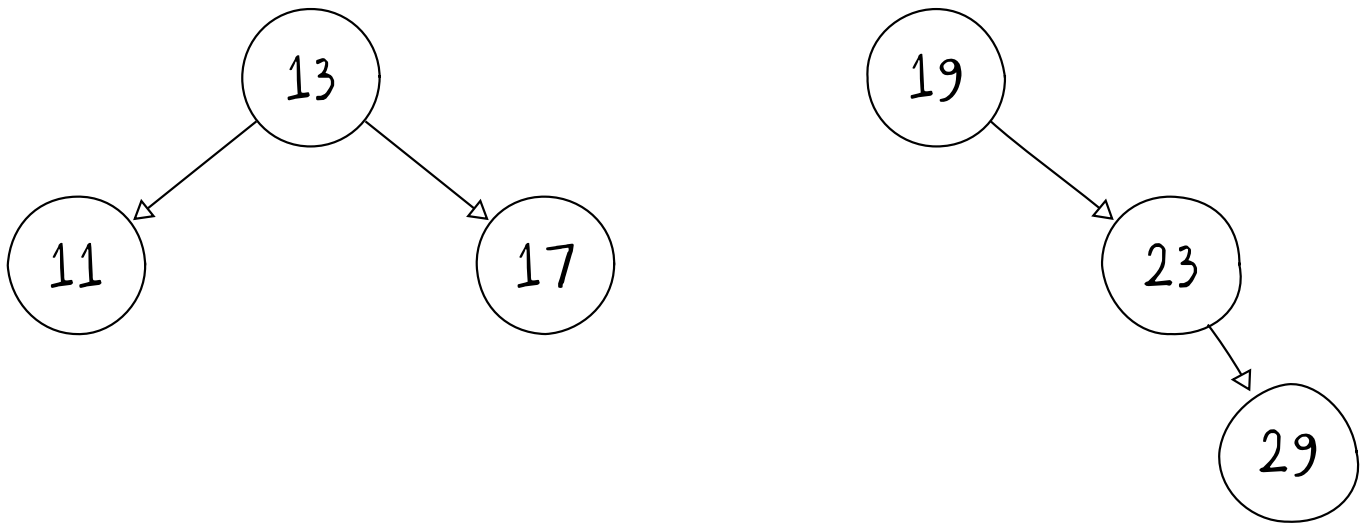
Introdução

- Propriedades
  - Particionamento por chave *k* da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que 17



Introdução

- Propriedades
  - Particionamento por chave *k* da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que 17

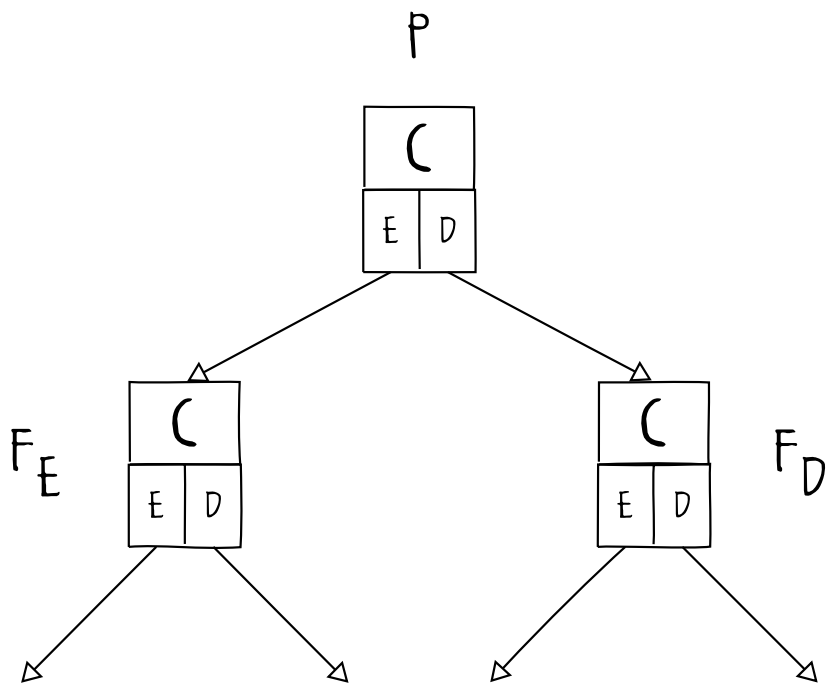


Árvore binária de busca

- Operações básicas
  - Busca
  - Inserção
  - Remoção

Árvore binária de busca

- Definição da estrutura



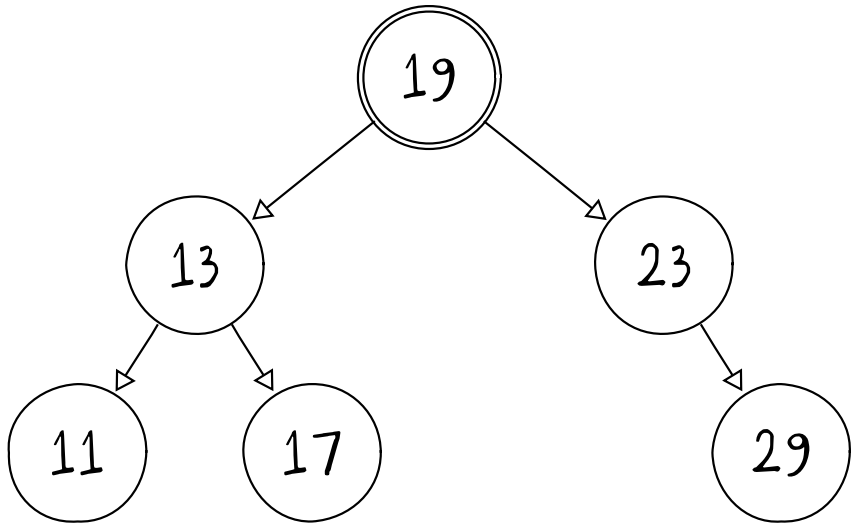
Árvore binária de busca

- Implementação em C
  - Estrutura e ponteiros

```c
// Padrão de tipos por tamanho
#include <stdint.h>
// Estrutura de nó
typedef struct no {
    // Chave do nó
    uint32_t C;
    // Filho da direita
    struct no* D;
    // Filho da esquerda
    struct no* E;
} no;
```

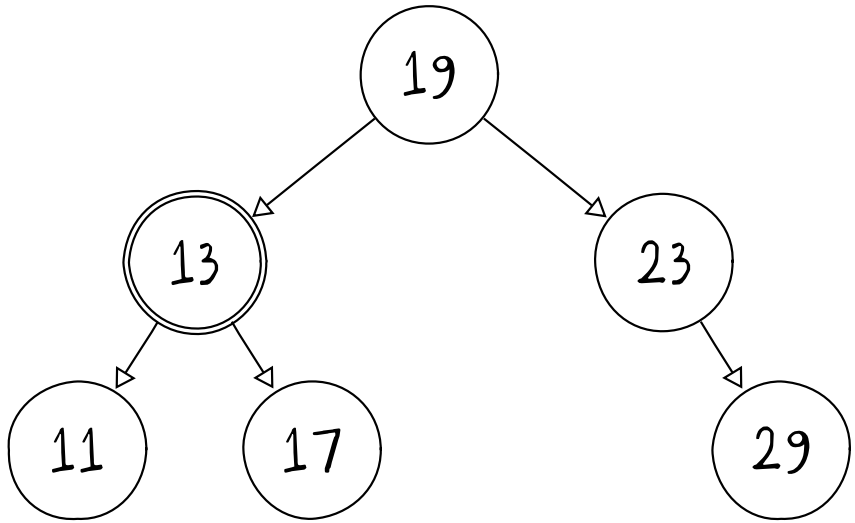
Árvore binária de busca

- Operação de busca
  - Parâmetro de chave: 17
  - A busca tem início pelo elemento raiz da árvore, comparando o valor do nó com o parâmetro de chave



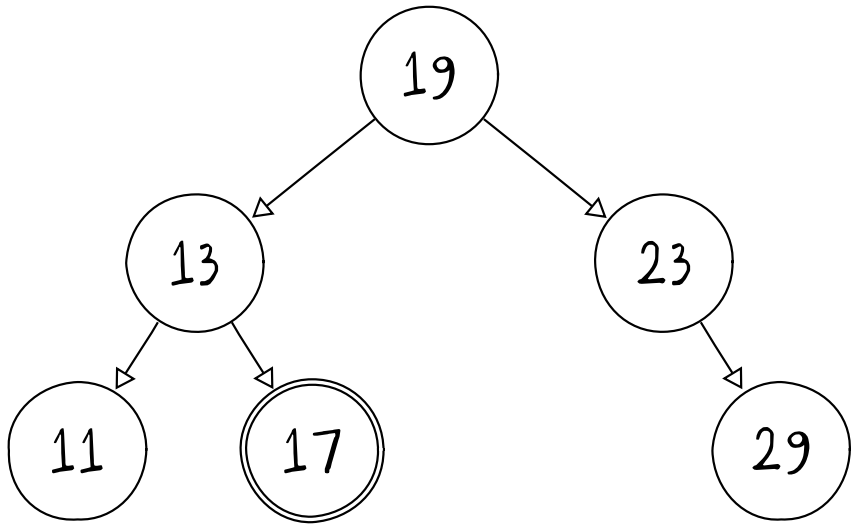
Árvore binária de busca

- Operação de busca
  - Parâmetro de chave: 17
  - Como o resultado da comparação indica que o valor do nó é maior, a busca é aplicada na subárvore esquerda



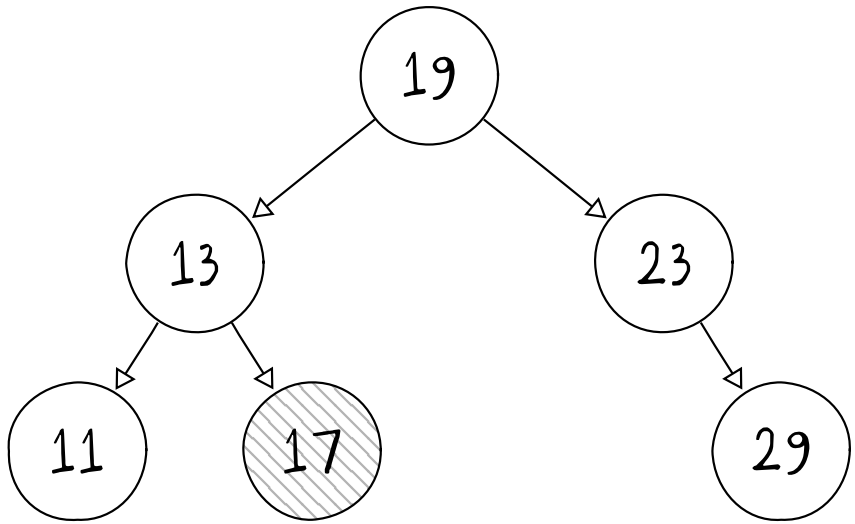
Árvore binária de busca

- Operação de busca
  - Parâmetro de chave: 17
  - Como a comparação da chave do nó da subárvore é maior do que a chave, a busca é aplicada na subárvore direita



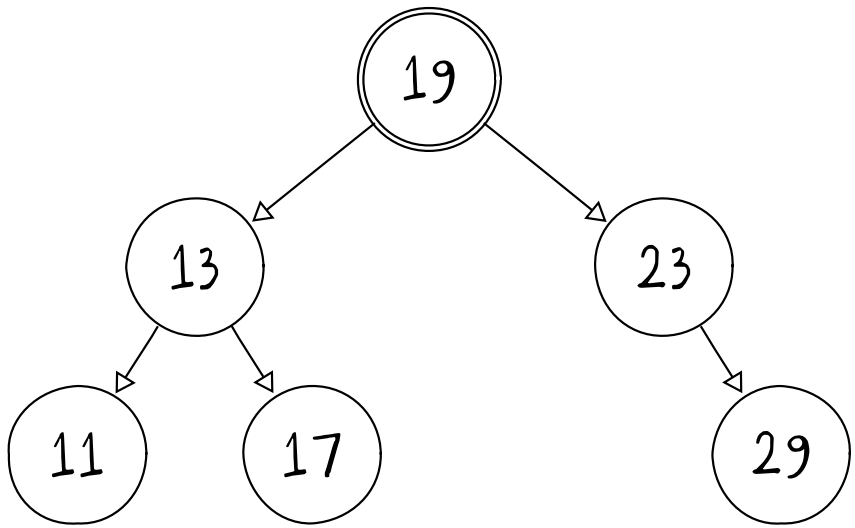
Árvore binária de busca

- Operação de busca
  - Parâmetro de chave: 17
  - A chave do nó é igual ao parâmetro de busca e sua referência é retornada



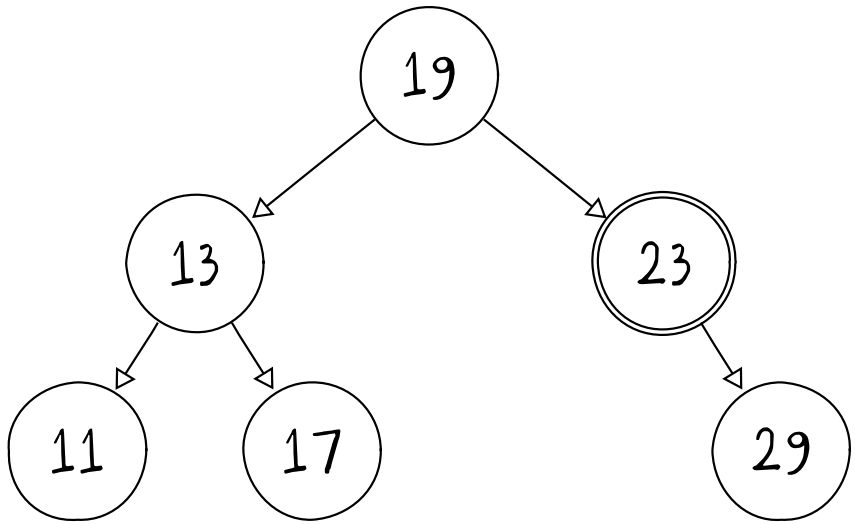
Árvore binária de busca

- Operação de inserção
  - Parâmetro de chave: 21
  - É realizada uma busca utilizando a chave do elemento que será inserido até encontrar uma referência nula



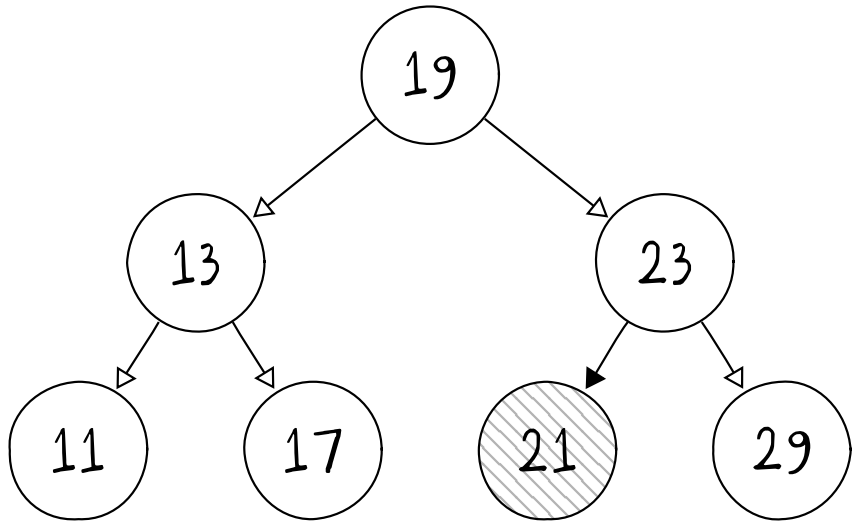
Árvore binária de busca

- Operação de inserção
  - Parâmetro de chave: 21
  - É realizada uma busca utilizando a chave do elemento que será inserido até encontrar uma referência nula



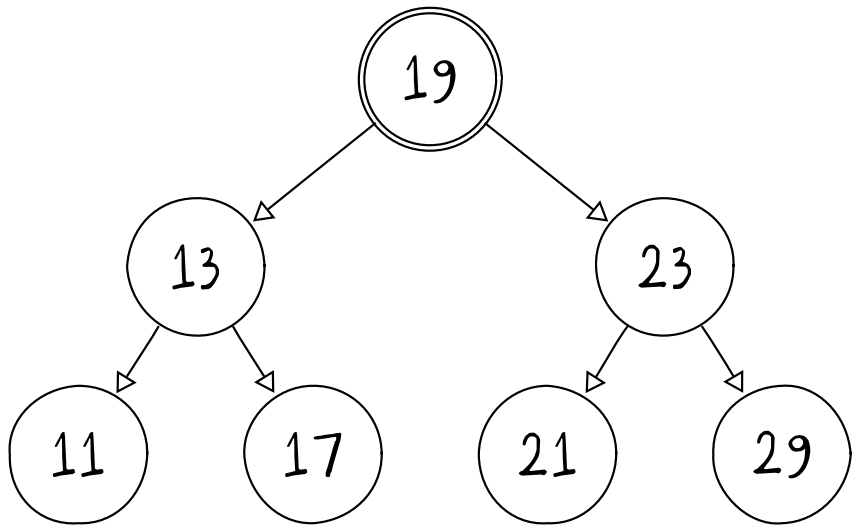
Árvore binária de busca

- Operação de inserção
  - Parâmetro de chave: 21
  - A subárvore esquerda do nó 23 é nula, é feita a alocação do nó para inserção na árvore



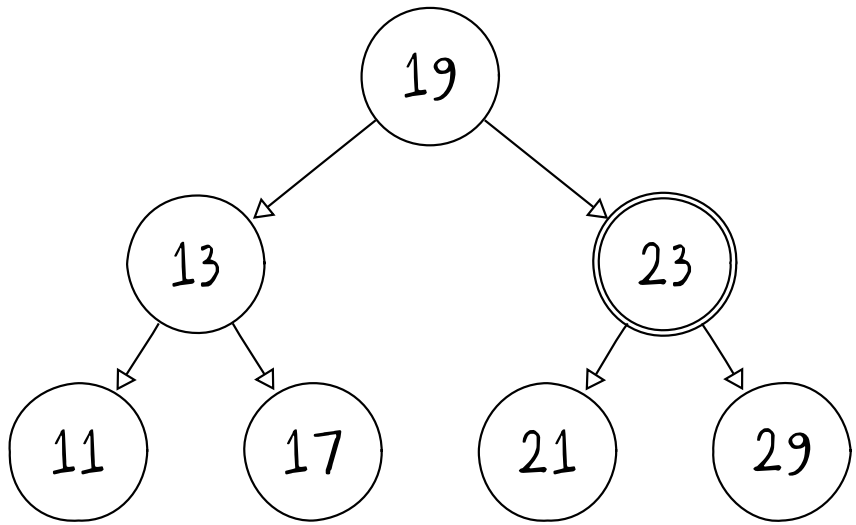
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 1: o nó removido é uma folha
    - Parâmetro de chave: 29
    - É feita a busca pela chave do elemento



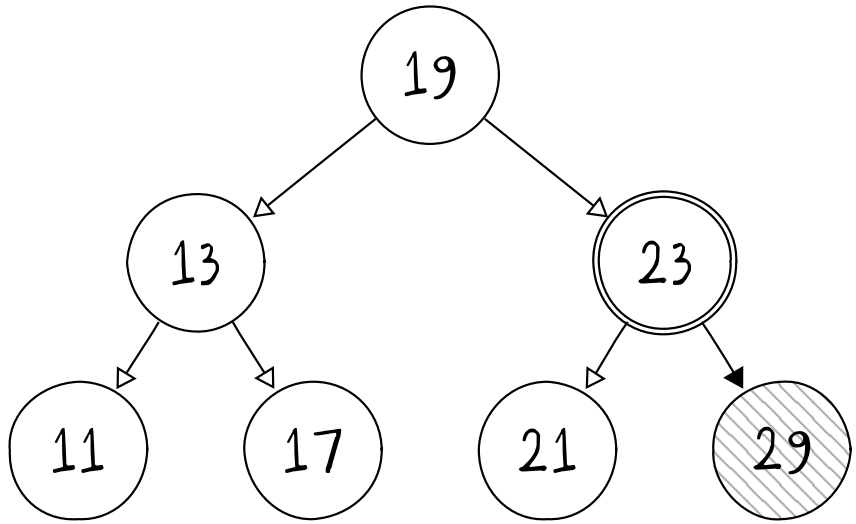
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 1: o nó removido é uma folha
    - Parâmetro de chave: 29
    - É feita a busca pela chave do elemento



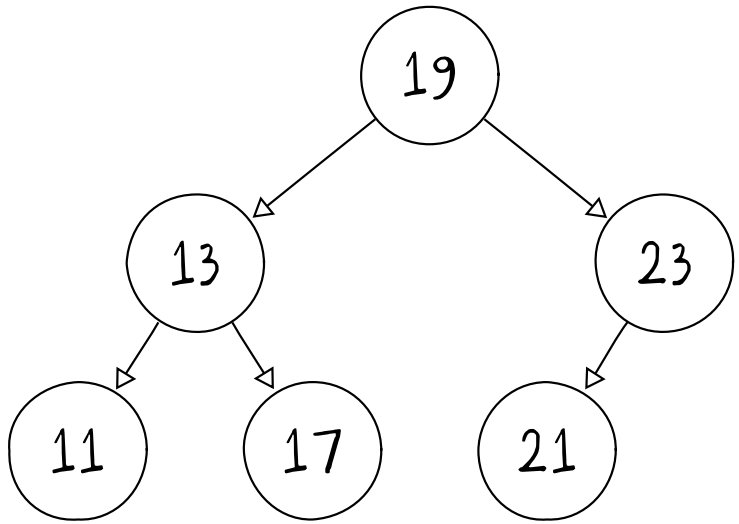
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 1: o nó removido é uma folha
    - Parâmetro de chave: 29
    - É feita a desalocação do elemento e sua referência é anulada



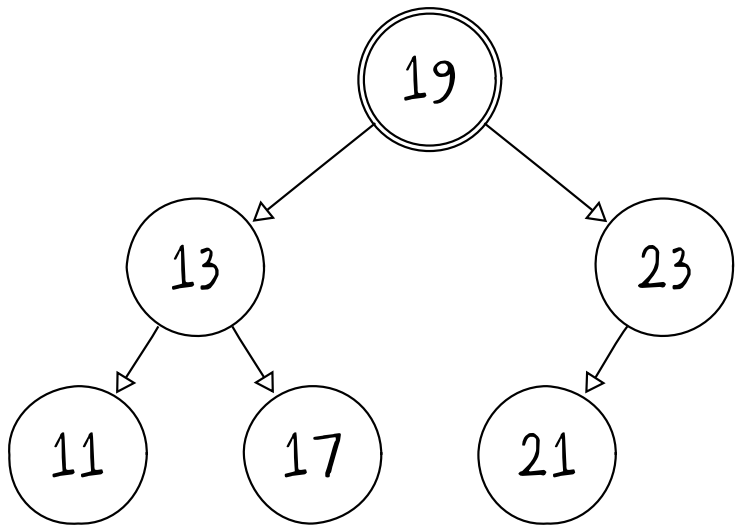
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 1: o nó removido é uma folha
    - Parâmetro de chave: 29
    - É feita a desalocação do elemento e sua referência é anulada



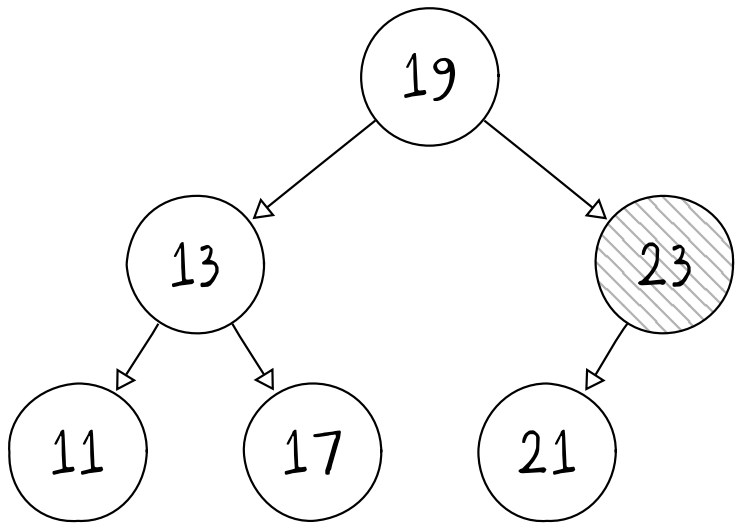
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - Parâmetro de chave: 23
    - É feita a busca pela chave do elemento



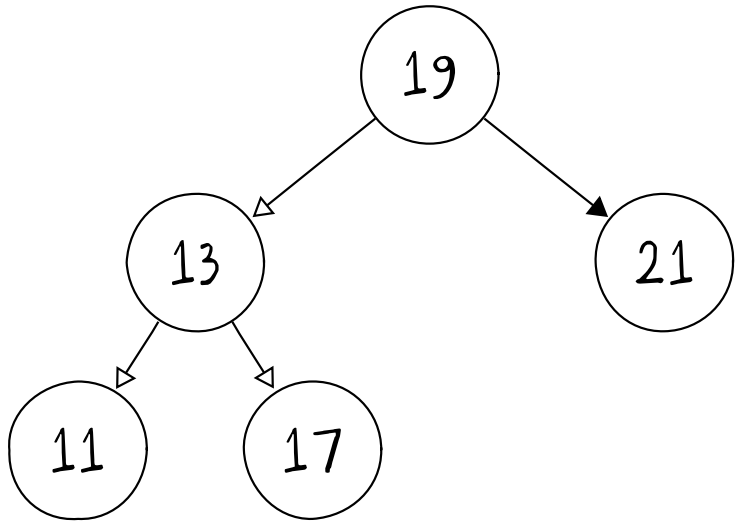
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - Parâmetro de chave: 23
    - O elemento é removido e a referência do nó pai é atualizada



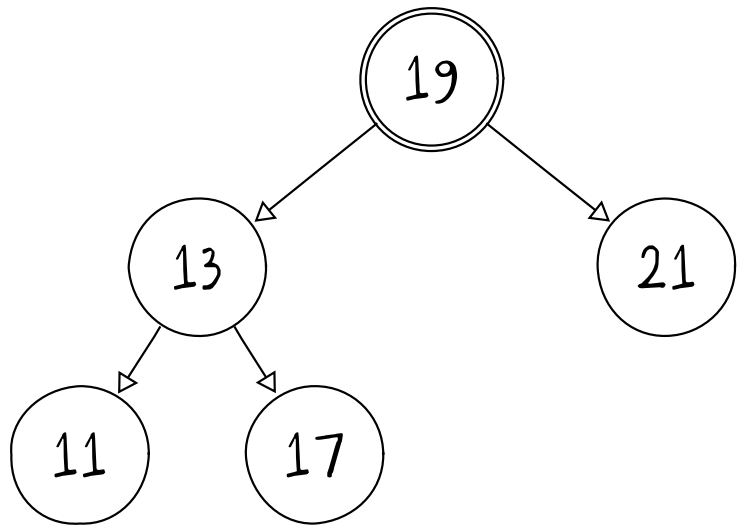
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - Parâmetro de chave: 23
    - O elemento é removido e a referência do nó pai é atualizada



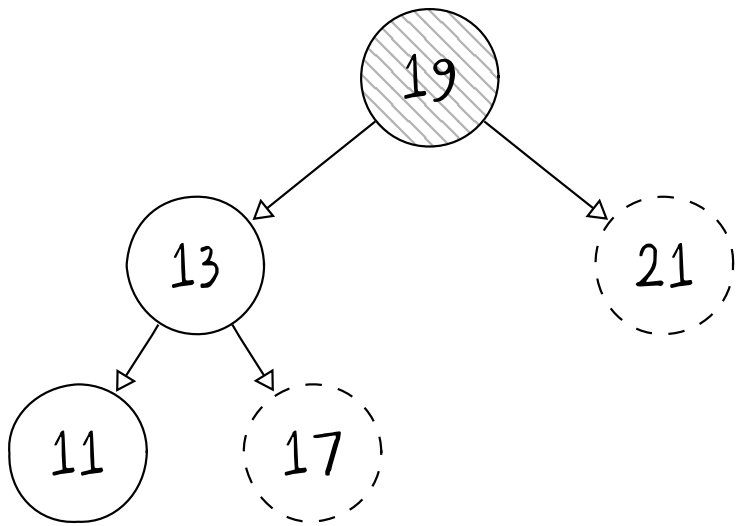
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - Parâmetro de chave: 19
    - É feita a busca pela chave do elemento



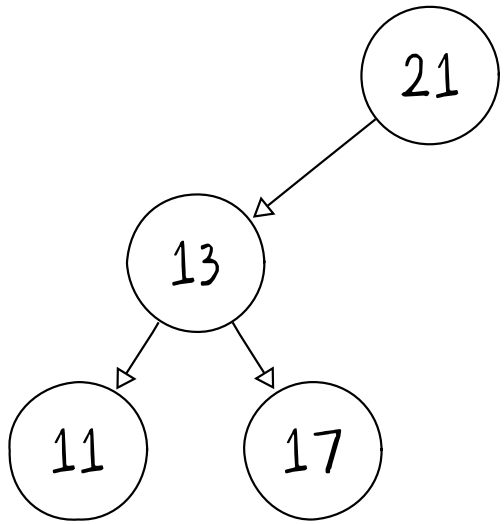
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - Parâmetro de chave: 19
    - O elemento raiz é substituído pelo seu predecessor (17) ou sucessor (21) que será removido após a substituição



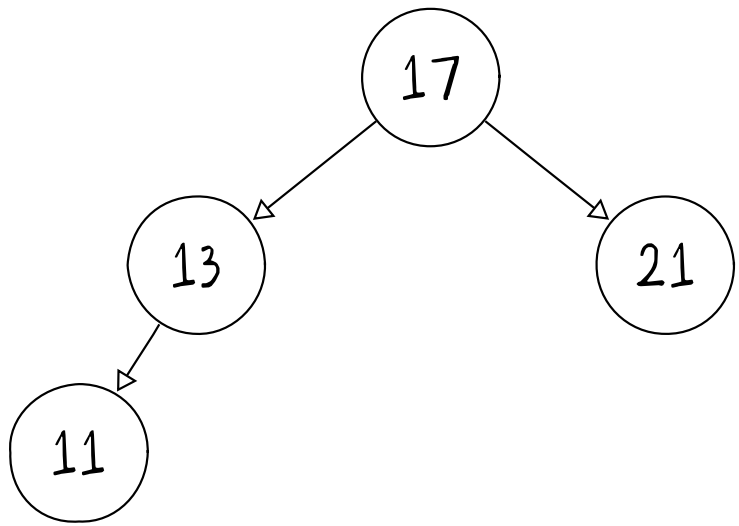
Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - Parâmetro de chave: 19
    - É feita a remoção do elemento de chave 21



Árvore binária de busca

- Operação de remoção
  - Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - Parâmetro de chave: 19
    - É feita a remoção do elemento de chave 17



Árvore binária de busca

- Análise de complexidade
  - Espaço: $\Theta(n)$
  - Tempo: $\Omega(1)$ e $O(n)$

Árvore binária de busca

- Análise de complexidade
  - Espaço: $\Theta(n)$
  - Tempo: $\Omega(1)$ e $O(n)$

Árvore binária de altura h

$$\updownarrow$$

$$\log_2 n \leq h \leq n$$

Exemplo

- Construa uma árvore binária de busca
  - Insira os elementos com chaves 13, 2, 34, 11, 7, 43 e 9
  - Realize a remoção dos elementos de chave 11 e 9
  - Explique as situações de melhor e de pior caso para as operações realizadas neste tipo de árvore

Exercício

- A empresa de tecnologia Poxim Tech está desenvolvendo um sistema de armazenamento de arquivos baseado em árvore binária de busca
  - O formato de nome dos arquivos é definido por uma cadeia com 1 até 50 caracteres, composta somente por letras, números e os símbolos '_' e '.'
  - Cada arquivo possui também informações de permissão de acesso para somente leitura (ro) e escrita e leitura (rw), além do tamanho em bytes
  - Caso um nome de arquivo repetido seja inserido, é feita a substituição das informações desde que o arquivo permita a escrita (rw)

Exercício

- Formato de arquivo de entrada
  - [#*Número de arquivos*]
  - [$Nome_1$] [$Tipo_1$] [$Tamanho_1$]
  - $\vdots$
  - [$Nome_n$] [$Tipo_n$] [$Tamanho_n$]

```
1 5
2 lista_ed.c␣rw␣1123
3 senhas.txt␣ro␣144
4 foto.jpg␣rw␣8374719
5 documento.doc␣rw␣64732
6 lista_ed.c␣ro␣1
```

Exercício

- Formato de arquivo de saída
  - Em ordem (*EPD*), pré-ordem (*PED*) e pós-ordem (*EDP*)

```
1  [EPD]
2  3:documento.doc|rw|64732_bytes
3  2:foto.jpg|rw|8374719_bytes
4  4:lista_ed.c|ro|1_byte
5  1:senhas.txt|ro|144_bytes
6  [PED]
7  4:lista_ed.c|ro|1_byte
8  2:foto.jpg|rw|8374719_bytes
9  3:documento.doc|rw|64732_bytes
10 1:senhas.txt|ro|144_bytes
11 [EDP]
12 3:documento.doc|rw|64732_bytes
13 2:foto.jpg|rw|8374719_bytes
14 1:senhas.txt|ro|144_bytes
15 4:lista_ed.c|ro|1_byte
```