

Parte I - Atividades teóricas

Exercício 1

- a) $P(A^C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- b) $P(A^C \cup B) = P(A^C) + P(B) - P(A^C B) = P(A^C) + P(B) - (P(B) - P(AB)) = P(A^C) + P(AB) = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
- c) $P(A \cup B^C) = P(A) + P(B^C) - P(AB^C) = P(B^C) + P(AB) = (1 - P(B)) + P(AB) = (1 - \frac{1}{4}) + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$
- d) $P(AB^C) = P(A) + P(B^C) - P(A \cup B^C) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$
- e) $P(A^C \cup B^C) = P(A^C) + P(B^C) - P(A^C B^C) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{7}{12}$

Exercício 2

a)

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^x \frac{1}{2} d\xi = \left[\frac{1}{2} \xi \right]_0^x = \frac{1}{2} x, \forall X \in [0, 2]$$

b) $E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{2} x dx = \left[\frac{x^2}{4} \right]_0^2 = 1$

$$E\{X^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{2} x^2 dx = \left[\frac{x^3}{6} \right]_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$E\{X^3\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^3 f_X(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{2} x^3 dx = \left[\frac{x^4}{8} \right]_0^2 = 2$$

Exercício 3

- a) X_2 , pois quanto mais próximo da distribuição uniforme, mais difícil é acertar o resultado de um evento aleatório "chutando um valor", ou seja, a variável aleatória X_2 carrega mais informação que a variável aleatória X_1 , pois neste último eu poderia supor que o resultado será sempre 3 com uma taxa de acertos de 40% contra uma taxa de acertos de 25% para qualquer valor estimado para X_2 se não tivermos nenhuma informação *a priori*.

$$\text{b) } H(X_1) = - \sum_x p(X_1) \log_2[p(X_1)] = -[0,1(-3,32) + 0,2(-2,32) + 0,3(-1,74) + 0,4(-1,32)] = 1,85$$

$$H(X_2) = - \sum_x p(X_2) \log_2[p(X_2)] = -[0,25(-2) + 0,25(-2) + 0,25(-2) + 0,25(-2)] = 2$$

$$\text{c) } D(P_1||P_2) = \sum_x p(X_1) \log_2 \left[\frac{p(X_1)}{p(X_2)} \right] = 0,1(-1,32) + 0,2(-0,32) + 0,3(-0,26) + 0,4(-0,68) = -0,54$$

$$D(P_2||P_1) = \sum_x p(X_2) \log_2 \left[\frac{p(X_2)}{p(X_1)} \right] = 0,25(1,32 + 0,32 - 0,26 - 0,68) = 0,18$$

Exercício 4

$$\text{a) } \mu_{ML} = \operatorname{argmax}_{\theta} p(x|\mu) = \operatorname{argmax}_{\theta} \log[p(x|\mu)] = \operatorname{argmax}_{\theta} \frac{p(x\mu)}{p(\mu)} = x$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \mu_{ML} &= \operatorname{argmax}_{\theta} p(\mathbf{x}|\mu) = \operatorname{argmax}_{\theta} \log[p(\mathbf{x}|\mu)] = \operatorname{argmax}_{\theta} \sum_{k=1}^N \log[p(x_K|\mu)] = \\ &\operatorname{argmax}_{\theta} \sum_{k=1}^N \log \left[\frac{p(x_K\mu)}{p(\mu)} \right] \end{aligned}$$

c)

Parte II - Atividade computacional

Solução fechada com MMQ

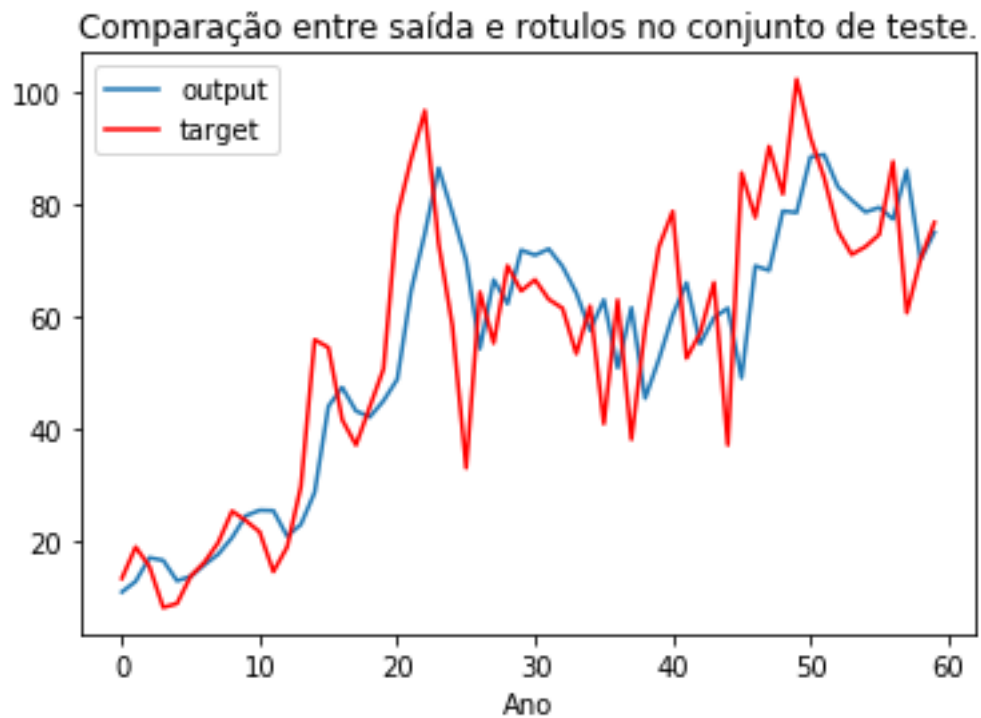


Figura 1: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).

Solução fechada com MMQ

Solução fechada com MMQ

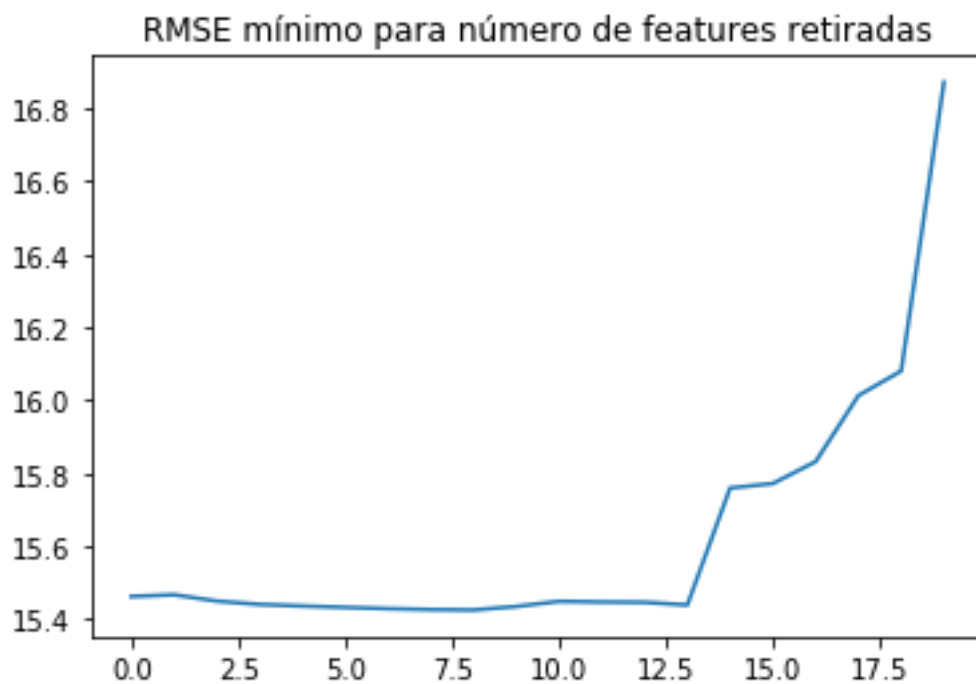


Figura 2: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).

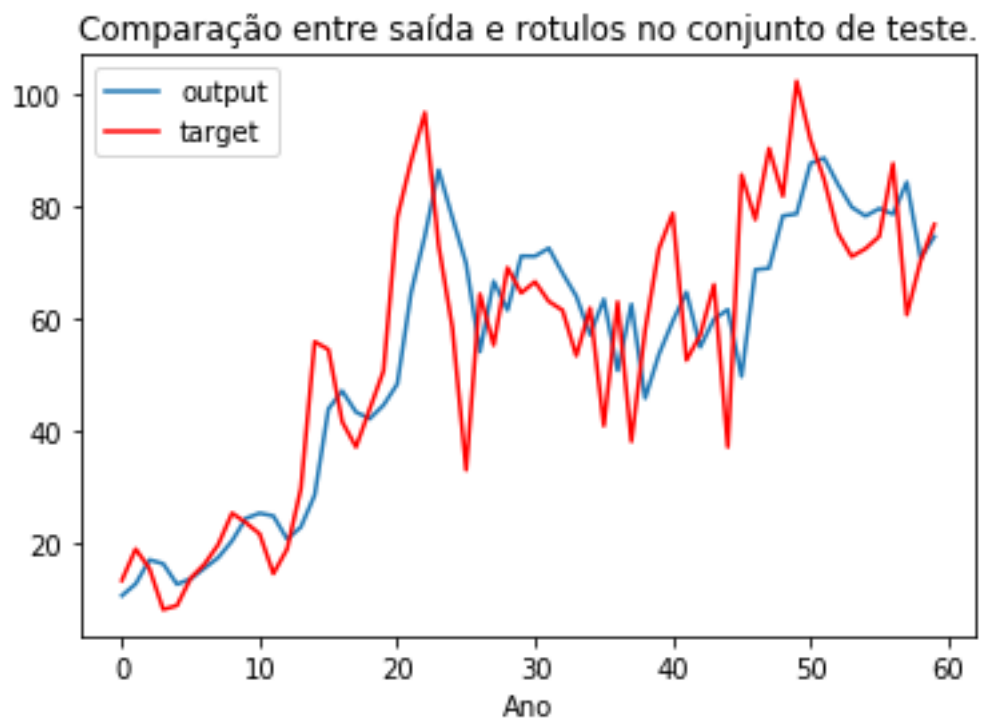


Figura 3: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).

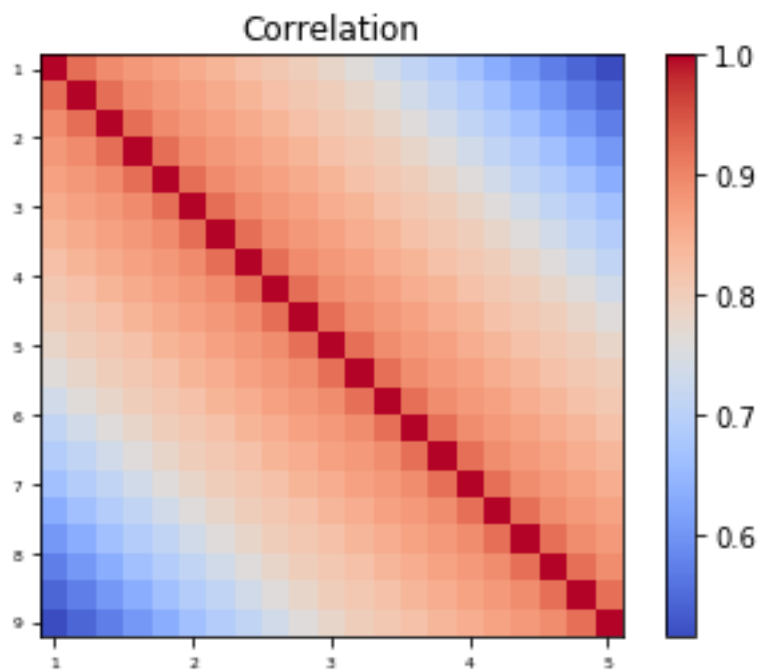


Figura 4: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).

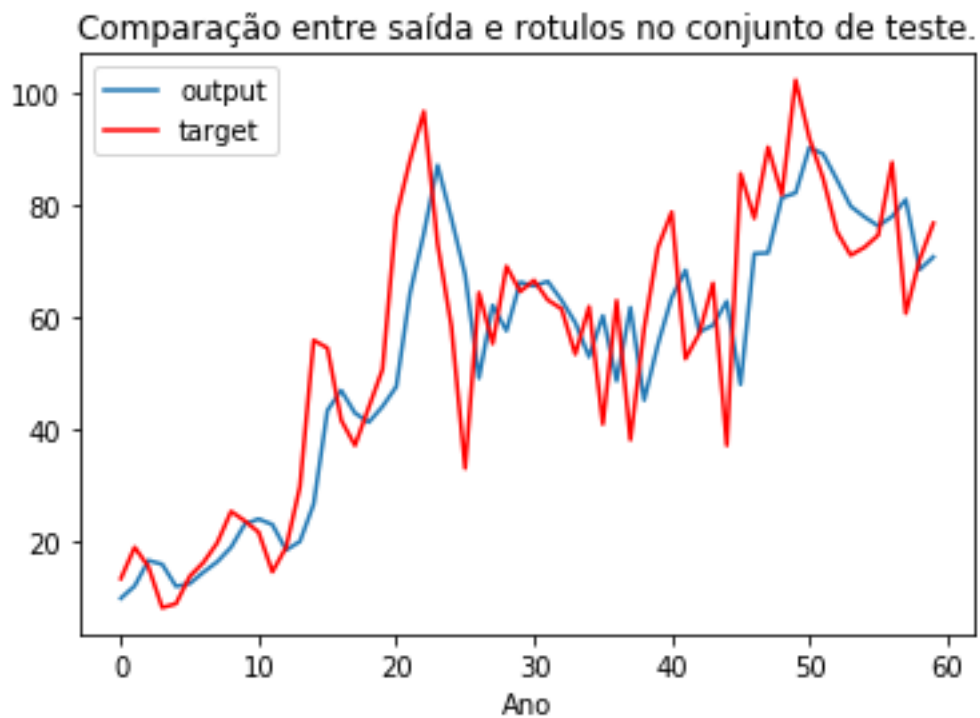


Figura 5: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).

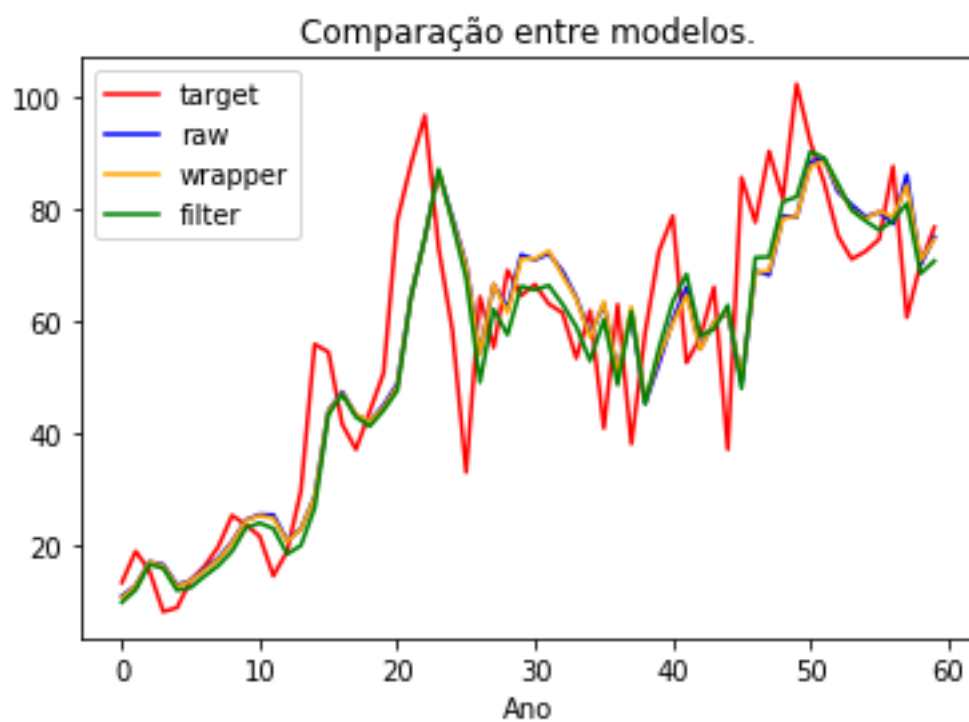


Figura 6: Saída prevista pelo modelo (azul) em comparação com valores reais dos últimos 5 anos (60 meses).