

Problema da Mochila (Knapsack Problem)

Rafael Luiz Cuypers

¹Universidade Tuiuti do Paraná
Curitiba – PR

{rafael.cuypers@utp.edu.br}

Resumo. *Este trabalho apresenta a implementação de um Algoritmo Genético (AG) voltado para a resolução do Problema da Mochila 0-1, um clássico desafio de otimização pertencente à classe dos problemas NP-difíceis. O principal objetivo consiste em realizar uma análise quantitativa acerca da influência de diferentes operadores e parâmetros no desempenho do algoritmo.*

Foram investigadas variações nos métodos de crossover (um ponto, dois pontos e uniforme), nas taxas de mutação (1, 5 e 10 por cento), nas estratégias de inicialização da população (aleatória e heurística) e nos critérios de parada (número fixo de gerações e convergência). Os experimentos foram conduzidos sobre um conjunto de 10 instâncias com diferentes níveis de complexidade.

Os resultados, obtidos de forma sistemática e reprodutível, evidenciam que a utilização de uma estratégia heurística na inicialização da população, aliada a uma taxa de mutação reduzida, proporcionou melhorias significativas na qualidade das soluções encontradas. Por outro lado, o critério de parada baseado em convergência resultou em uma redução expressiva no tempo de execução, embora tenha implicado perdas de otimalidade em instâncias de maior porte.

1. Introdução

O Problema da Mochila 0-1 (Knapsack Problem) constitui um dos temas centrais em otimização combinatória e ciência da computação. Trata-se do desafio de selecionar um subconjunto de itens, cada um caracterizado por um peso e um valor específicos, de modo a maximizar o valor total acumulado sem ultrapassar a capacidade de carga estabelecida para uma mochila [Martello e Toth, 1990]. Devido à sua natureza NP-difícil, a obtenção de soluções ótimas por meio de métodos exatos torna-se computacionalmente inviável para instâncias de grande escala.

Nesse cenário, meta-heurísticas, como os Algoritmos Genéticos (AGs), apresentam-se como alternativas promissoras, oferecendo soluções de boa qualidade em tempos computacionalmente aceitáveis. Inspirados nos princípios da seleção natural, os AGs operam sobre uma população de soluções candidatas, utilizando operadores evolutivos como seleção, recombinação (crossover) e mutação, com o objetivo de guiar a busca em direção a regiões promissoras do espaço de soluções. A eficácia desses algoritmos, contudo, depende fortemente da configuração dos parâmetros e da escolha dos operadores evolutivos adotados.

Este trabalho propõe a implementação de um Algoritmo Genético para a resolução do Problema da Mochila 0-1, acompanhado de uma análise experimental destinada a quantificar o impacto de diferentes configurações operacionais sobre o desempenho do

algoritmo. O estudo realiza uma comparação sistemática entre três métodos distintos de crossover, três taxas de mutação, duas estratégias de inicialização populacional e dois critérios de parada. O objetivo é identificar as combinações mais eficientes, bem como discutir os compromissos envolvidos entre a qualidade das soluções obtidas e o tempo de execução necessário para alcançá-las.

2. Metodologia

Para a realização da análise comparativa, foi desenvolvido em Python um Algoritmo Genético (AG) com arquitetura modular, possibilitando a substituição e modificação facilitada de seus operadores, com o objetivo de viabilizar experimentações diversas.

Os principais componentes do AG implementado são descritos a seguir:

Representação do Cromossomo: Cada solução é codificada por meio de um vetor binário de comprimento n , onde n corresponde ao número total de itens disponíveis. Um gene com valor 1 na posição i indica que o item i foi incluído na mochila.

Função de Aptidão (Fitness): A aptidão de um indivíduo é calculada pela soma dos valores dos itens selecionados. No entanto, se a soma dos pesos ultrapassar a capacidade máxima da mochila, a solução é considerada inválida e recebe aptidão igual a zero.

Seleção de Pais: Adotou-se o método de seleção por torneio com três participantes, o qual escolhe os indivíduos mais aptos dentre um subconjunto aleatório da população.

Elitismo: A fim de preservar as melhores soluções ao longo das gerações, o indivíduo com maior aptidão em cada geração é copiado diretamente para a próxima geração, garantindo a manutenção da melhor solução já encontrada.

Reprodutibilidade: Para assegurar que os resultados obtidos sejam consistentes e passíveis de repetição, a semente do gerador de números aleatórios foi fixada com o valor 42 (`random.seed(42)`).

Foram conduzidos experimentos com 10 instâncias distintas do problema. Em cada conjunto de testes, foi alterado apenas um dos parâmetros do algoritmo, mantendo-se os demais constantes segundo uma configuração base, composta por: cruzamento de ponto único, taxa de mutação de 5 por cento, inicialização aleatória da população e critério de parada baseado em número fixo de gerações.

As variações experimentadas para análise de desempenho foram:

Operador de Cruzamento: Ponto Único, Dois Pontos e Uniforme.

Taxa de Mutação: Baixa (1), Média (5) e Alta (10).

Estratégia de Inicialização da População: Aleatória e Heurística.

Critério de Parada: Número fixo de gerações e convergência da população.

As métricas utilizadas para avaliação dos experimentos incluíram a qualidade da solução (valor da função de aptidão) e o tempo de execução necessário para a obtenção dos resultados.

3. Análise dos Resultados

Os resultados dos experimentos, somando os valores e tempo de todas as 10 mochilas.

Tabela 1. Resultado tipo cruzamento

configuração	soma dos valores	soma dos tempos
Ponto único	19297	0.5784
Dois pontos	19108	0.6306
Uniforme	19203	0.6285

A Tabela mostra que o cruzamento de Ponto único alcançou a maior soma de valores. Já o cruzamento de Dois pontos obteve o menor valor e o maior tempo.

Tabela 2. Resultados da Taxa de mutação

configuração	soma dos valores	soma dos tempos
baixa (1)	19632	0.5645
média (5)	19293	0.5901
alta (10)	19157	0.6089

Tabela 3. Resultados por Método de inicialização

configuração	soma dos valores	soma dos tempos
aleatória	19241	0.5770
heurística	19639	0.5590

De acordo com a Tabela 2, a menor taxa de mutação (1) obteve o melhor desempenho, alcançando a maior soma de valores e o menor tempo de execução. À medida que a taxa de mutação aumentou, observou-se uma queda no desempenho para ambas as métricas.

Já os dados apresentados na Tabela 3 mostram que a inicialização heurística superou a aleatória, tanto em termos de eficiência quanto de qualidade dos resultados, proporcionando uma soma de valores mais elevada e um tempo de execução reduzido.

Tabela 4. Resultados por Critério de parada

configuração	soma dos valores	soma dos tempos
gerações fixas	19141	0.5601
convergência	18731	0.1348

A Tabela 4 evidencia um nítido trade-off entre os critérios de parada adotados. O critério baseado em um número fixo de gerações proporcionou maior soma de valores obtidos, ao passo que a interrupção por convergência apresentou um tempo de execução mais de quatro vezes inferior.

4. Discussão

A análise dos resultados obtidos permite extrair conclusões relevantes sobre o comportamento do Algoritmo Genético (AG) quando aplicado ao Problema da Mochila.

Observou-se que o operador de crossover de Ponto Único apresentou o melhor desempenho, indicando que recombinações menos disruptivas — capazes de preservar blocos consistentes de genes (esquemas) herdados dos pais — são particularmente vantajosas nesse contexto. Em contraste, o operador de crossover Uniforme, ao promover uma maior fragmentação dos genótipos, tende a romper combinações promissoras com maior frequência, o que se refletiu em uma performance inferior.

Quanto à taxa de mutação, os dados apontam de forma clara para a eficácia de valores reduzidos, em especial a taxa de 1. Uma vez que o AG, especialmente quando associado à estratégia de elitismo, consegue identificar regiões promissoras do espaço de busca, pequenas perturbações ocasionais se mostram mais eficazes para o refinamento das soluções. Por outro lado, taxas mais elevadas (como 10) introduzem um nível excessivo de aleatoriedade, o que pode comprometer indivíduos de alta qualidade e dificultar a convergência para soluções ótimas.

Um fator de grande influência na qualidade final das soluções foi o método de inicialização adotado. A utilização de uma população inicial parcialmente orientada por uma heurística de densidade de valor (relação valor/peso) permitiu ao algoritmo iniciar a busca a partir de um ponto de qualidade mais elevada. Esse tipo de abordagem reduz o tempo despendido na exploração de regiões de baixa qualidade, favorecendo um refinamento mais eficiente e contribuindo tanto para a melhoria da solução quanto para uma leve redução no tempo de execução.

Por fim, a avaliação dos critérios de parada revelou o trade-off clássico entre tempo de execução e qualidade da solução. O critério baseado na convergência da população tende a ser mais rápido, encerrando a execução assim que a homogeneidade genética é alcançada. No entanto, essa abordagem pode resultar em estagnação prematura em ótimos locais. Em contrapartida, o critério baseado em um número fixo de gerações, embora mais custoso computacionalmente, força a continuidade da exploração, permitindo a mutação introduzir diversidade suficiente para escapar de ótimos locais e, assim, alcançar soluções de maior valor. A escolha do critério mais adequado deve, portanto, considerar a prioridade da aplicação em questão: maximização da qualidade da solução ou minimização do tempo de processamento.

5. Conclusão

A análise experimental evidenciou que a configuração dos operadores de um Algoritmo Genético exerce influência significativa sobre seu desempenho na resolução do Problema da Mochila 0-1. Os resultados obtidos, de maneira reprodutível, indicam que a utilização de uma estratégia de inicialização heurística aliada a uma baixa taxa de mutação 1 por cento foram os principais fatores responsáveis pela obtenção de soluções de elevada qualidade.

A configuração considerada mais eficaz, no que tange à maximização do valor total da mochila, consiste na combinação entre a inicialização heurística, o operador de crossover de ponto único, uma taxa de mutação de 1 por cento e o critério de parada baseado em um número fixo de gerações. No entanto, em cenários nos quais o tempo de execução representa uma limitação relevante, a adoção de um critério de parada baseado na convergência mostrou-se vantajosa por acelerar significativamente o processo, ainda que com uma leve redução na qualidade das soluções finais.

Como perspectivas para trabalhos futuros, propõe-se a exploração de métodos de seleção mais avançados, como a seleção por roleta ou por ordenação (rank-based selection), além da hibridização do Algoritmo Genético com técnicas de busca local, visando o aprimoramento das soluções obtidas. Adicionalmente, a implementação de mecanismos adaptativos para o ajuste dinâmico da taxa de mutação pode representar uma estratégia promissora para otimizar o equilíbrio entre exploração do espaço de busca e intensificação da qualidade das soluções.