Coeficientes de Fourier

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função 2π-periódica tal que

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \cos(nx) + b_n \operatorname{sen}(nx)\right], \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Se esta série trigonométrica convergir uniformemente, a_n e b_n são completamente determinadas pela função f.

- Determinação de a_0: Mostra-se que

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx = \pi a_0$$

e portanto

$$\boxed{a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx}$$

Coeficientes de Fourier (cont.)

- Determinação de a_m, com $m \geq 1$: Multiplica-se

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \cos(nx) + b_n \operatorname{sen}(nx)\right],$$

por $\cos(mx)$ e integra-se no intervalo $[-\pi, \pi]$, obtendo-se:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx) f(x)\, dx = \pi a_m$$

e portanto

$$\boxed{a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx)\, dx, \ \text{ para } m = 1, 2, \ldots}$$

- Determinação de b_m, com $m \geq 1$: Usando argumentos análogos, obtém-se

$$\boxed{b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(mx)\, dx, \ \text{ para } m = 1, 2, \ldots}$$