23434

TEOREMA 5.1 – Teste da Segunda Derivada

Sejam $f: D \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^2 e $p \in \text{int}(D)$. Se p é um ponto crítico de f, tem-se o seguinte:

i. se todos os menores principais da matriz $H_f(p)$ são positivos,

$$H_1(p) > 0, H_2(p) > 0, H_3(p) > 0, \ldots$$

então p é um ponto mínimo local;

ii. se os menores principais da matriz $H_f(p)$ são alternadamente negativos e positivos, sendo o primeiro negativo,

$$H_1(p) < 0, H_2(p) > 0, H_3(p) < 0, \ldots$$

então p é um ponto máximo local;

iii. se existir um menor de ordem par negativo ou dois menores de ordem ímpar com sinais diferentes, então p é um ponto de sela.

Caso (2x2):

$H1 > 0$, $H2 > 0$ ▷ MIN

$H1 < 0$, $H2 > 0$ ▷ MAX

$H2 < 0$ ▷ SELA

Caso (3x3)

$H1, H2, H3 > 0$ ▷ MIN

$H1 < 0, H2 > 0, H3 < 0$ ▷ MAX

$H2 < 0$ ▷ SELA

$H1 \cdot H3 < 0$ ▷ SELA

Casos inconclusivos: Por exemplo, $|Hf(x_0, y_0)| = 0$

H1