Teste exemplo

31 de janeiro de 2022 19:41

I

$\vec{v}(t) = 2\hat{i} - (5t-2)\hat{j}$ (m/s)

$\vec{r}(0) = \vec{0}$

a) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -5\hat{j}$ (m/s²)

b) $\vec{r}(t) = \int_0^t \vec{v}(t)\, dt = 2t\hat{i} - \left(\frac{5t^2}{2} - 2t\right)\hat{j}$ (m)

c) $v_y(t) = -5t+2$, quando $v_y(t)=0$, $r_y(t)$ é máximo

então $-5t+2=0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$ logo $r_y(t) = -\frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^2 + 2\cdot\frac{2}{5} =$

$= -\frac{20}{50} + \frac{4}{5} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.

II

A) $F_a = \mu N = \mu mg = 0{,}2x \cdot 2 \cdot 9{,}8 = 3{,}92x$

então $\vec{F_a} = -3{,}92x\,\vec{e_x}$ (m)

b) $W_{F_a} = \int_0^1 F_a\, dx = \int_0^1 -3{,}92x\, dx = \left[-1{,}96x^2\right]_0^1 = -1{,}96J$

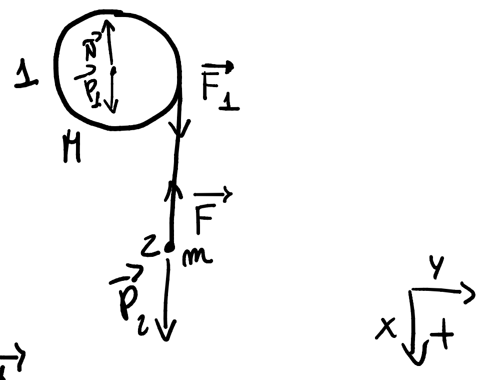
c) $\Delta E_c = -1,96J$ e $\Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1,96 = v_f^2 - 2^2 \Leftrightarrow v_f^2 = 2,04 \Leftrightarrow v_f = 1,43 (m/s) e_x$

B) -> Conservação de $\vec{p}$ $\Rightarrow v_f = 2m/s$

III

a)



$$\begin{cases} \vec{\tau}_{total_1} = I\vec{\alpha} \\ \vec{P_2} + \vec{F} = m\vec{a_2} \end{cases},$$

$$\begin{cases} I\vec{\alpha} = \vec{r} \times \vec{F_1} \\ mg - F = ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I\vec{\alpha} = (R\vec{e_y}) \times (F_1 \vec{e_x}) \\ mg - F = ma \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I\alpha = -RF_1 \\ mg - F = ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F = \frac{I\alpha}{R} \rightarrow \\ mg - \frac{I\alpha}{R} = ma \end{cases} \Leftrightarrow \qquad \frac{M\cancel{R^2}}{2}\frac{a}{\cancel{R^2}} = \frac{M}{2}a$$

$$\Leftrightarrow mg - \frac{Ia}{R^2} = ma \Leftrightarrow mg - \frac{M\cancel{R^2}}{2\cancel{R^2}}a = ma \Leftrightarrow$$

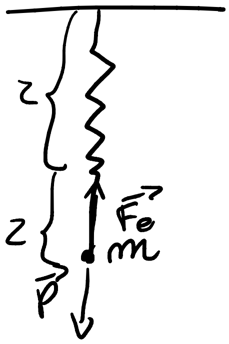
$$\Leftrightarrow mg - \frac{M}{2}a = ma \Leftrightarrow \frac{mg}{m+\frac{M}{2}} = a \Leftrightarrow a = 4,4 \, m/s^2$$

$$F = \frac{M}{2}a = 4,9 \cdot \frac{2}{2} = 4,9 N$$

c) $a = g$ ou seja teria queda livre.

c) $a = g$ ou seja teria queda livre.

IV $\downarrow y+$



$$\vec{F_e} = -Ky\,\vec{e_y}$$

$m = 2kg$ $\quad y(t) = A\,sen(\omega t + \delta)$

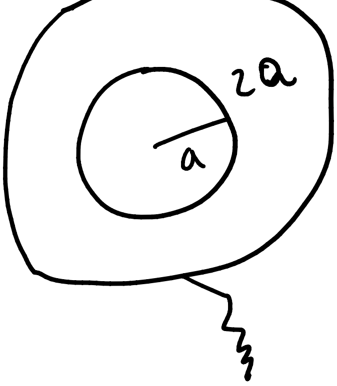
Quando $a = 0m/s$, $F_R = 0 \Leftrightarrow mg - Ky(t) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow K = \frac{mg}{y(t)}$, neste caso $y(t)$ é igual à distância ao ponto de equilíbrio que é de 2cm então $K = \frac{2 \cdot 9{,}8}{0{,}02} = 980N/kg$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{K_{mola}}{M}} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{980}{2}} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{490}} = 0{,}2838s$$

1: $r < a$ $\quad$ 2: $a < r < R$ $\quad$ 3: $r > R$



1: $\Phi = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \Leftrightarrow \dfrac{Q_{interior}}{\varepsilon_0} = E A_S$, $Q_{interior} = 0 \Rightarrow E = 0$

2: $\dfrac{2Q}{\varepsilon_0} = E\, 4\pi (r^2) \Leftrightarrow \quad = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}$

3: $\dfrac{(2Q - 2Q)}{\varepsilon_0} = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \Leftrightarrow E = 0 \quad \Rightarrow E = \begin{cases} 0 \text{ se } r < a \wedge R > r \\ \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r^2} \text{ se} \end{cases}$

1: $V_1 = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\underbrace{\int_\infty^R \vec{E}\cdot d\vec{r}}_{0} - \int_R^a \vec{E}\cdot d\vec{r} - \underbrace{\int_a^r \vec{E}\cdot d\vec{r}}_{0}$

$= -\int_R^a \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r^2} = \left[\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r}\right]_R^a = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 a} - \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R}$

VI

a)

$R_1 = \dfrac{V_2}{I_1} \Leftrightarrow I_1 = \dfrac{10}{20} = 0{,}5\,A$

b) $R_2 = \dfrac{V_1}{I_2} \Leftrightarrow I_2 = \dfrac{5}{10} = 0{,}5\,A$

$$R_2 = \frac{V_1}{I_2} \Leftrightarrow I_2 = \frac{5}{10} = 0{,}5A$$

$$R_1 = \frac{V_2}{I_1} \Leftrightarrow R_1 = 0{,}5A \longrightarrow I_t = 1A$$

V II

b) $I : \oint \vec{B_i}(r_i) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Leftrightarrow B_i(r_i) \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \boxed{B_i(r_i) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_i}}$$

$II : \oint \vec{B_{2i}}(r_{2i}) \cdot d\vec{l} = -2\mu_0 I \Leftrightarrow \boxed{B_{2i}(r_{2i}) = -\frac{\mu_0 I}{\pi r_{2i}}}$

Desloca-se r_i e r_{2i} para a origem de forma a se obter o vetor do campo magnético $\vec{B_i}$ e $\vec{B_{ii}}$ com origem em O.

$$\Rightarrow \vec{B_{i_0}}(r) = \vec{B_i}\left(r + \frac{a}{2}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right)}$$

e $\vec{B_{ii}}(r) = \vec{B_{ii}}\left(r - \frac{a}{2}\right) = -\frac{\mu_0 I}{\pi\left(r - \frac{a}{2}\right)}$

então $\vec{B_t} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right)} - \frac{\mu_0 I}{\pi\left(r - \frac{a}{2}\right)}$

e $\vec{B_t}(P) = \vec{B_t}\left(\frac{a}{2} + b\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)} - \frac{\mu_0 I}{\pi b}$

e $B_t(P) = B_t\left(\frac{a}{2} + b\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)} - \frac{\mu_0 I}{\pi b}$

$$B(P) = \mu_0 I \left(\frac{b - 2(a+b)}{2\pi(a+b)b} \right)$$

a)

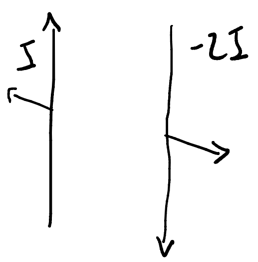
Pela lei de ampere a circulação do campo magnético sobre um caminho fechado é igual a $\mu_0 I_{\text{contenida}}$ neste caso a curva contém ambos os fios logo a circulação será igual a $\mu_0 I + (-2)\mu_0 I = -\mu_0 I$. (T)

c)

$q v = C\, m/s$

$$F_{12} = \frac{\mu_0 l_1 I_1 I_2}{2\pi r}$$

$$F_{21} = \frac{\mu_0 l_2 I_1 I_2}{2\pi r}$$



$$F_{12} = -\frac{\mu_0 l I^2}{2\pi r}$$ é repulsiva.

$$F_{21} = -\frac{\mu_0 l I^2}{2\pi r}$$

IV

c)

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -k\, y_1 - 2k(y_1 - y_2) - mg \\ \end{cases}$$

$$\left\{ m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = -k\, y_2 - 2k(y_2 - y_1) - mg \right.$$

Solução da E.d.O $\rightarrow \begin{cases} y_1 = A\cos \omega t \\ y_2 = B\cos \omega t \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} = -A\omega \sin(\omega t) \\ \dfrac{dy_2}{dt} = -B\omega \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2 y_1}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t) \\ \dfrac{d^2 y_2}{dt^2} = -B\omega^2 \cos(\omega t) \end{cases}$$

Voltando à equação do movimento:

$$\begin{cases} m(-A\omega^2 \cancel{\cos(\omega t)}) = -k(A\cancel{\cos\omega t}) - 2k(A\cancel{\cos(\omega t)} - B\cancel{\cos(\omega t)}) \\ m(-B\omega^2 \cancel{\cos(\omega t)}) = -k(B\cancel{\cos\omega t}) - 2k(B\cancel{\cos(\omega t)} - A\cancel{\cos(\omega t)}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -A\omega^2 m = -kA - 2k(A-B) \\ -B\omega^2 m = -kB - 2k(B-A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -A\omega^2 m + kA + 2k(A-B) = 0 \\ -B\omega^2 m + kB + 2k(B-A) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A(-\omega^2 m + 3k) + B(-2k) = 0 \\ A(-2k) + B(-\omega^2 m + 3k) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} -\omega^2 m + 3k & -2k \\ -2k & -\omega^2 m + 3k \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-\omega^2 m + 3k)(-\omega^2 m + 3k) - (-2k)(-2k) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3k - \omega^2 m)^2 = 4k^2 \Leftrightarrow (3k - \omega^2 m) = \pm 2k \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\omega^2 m = -5k \lor \underbrace{-\omega^2 m = k}_{\text{impossível } -\omega^2 m < 0 \text{ e } k > 0}$$

$$\Leftrightarrow \quad w^2 m = 5K \ \vee \ \underbrace{w^2 m = -K}_{\text{impossível } -w^2 m < 0 \text{ e } K > 0}$$

$$w^2 m = 5K \Leftrightarrow \boxed{w = \sqrt{\frac{5k}{m}}}$$