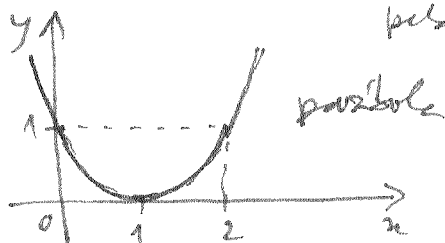


$$f(x) := \begin{cases} \arcsin(x^2 - 2x + 1) & \text{se } x > 0 \\ \pi & \text{se } x = 0 \\ -x + \frac{\pi}{2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- (a)  $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ : cano notável, ou achar os zeros pela fórmula resolvente



- (b) Ramo  $x > 0$ : impor  $x^2 - 2x + 1 \in [-1, 1] = D_{\arcsin}$ .  
 pelo gráfico acima, isto equivale a  $x \in [0, 2]$ . Conjugando com  $x > 0$  ficamos aqui com  $x \in ]0, 2]$ .  
 Nos outros ramos não há restrições a fazer.  
 $\therefore D_f = ]-\infty, 2]$ .

- (c) Ramo  $x > 0$ , que, na verdade, é  $x \in ]0, 2]$ , como se viu:  $x^2 - 2x + 1$  percorre  $[0, 1]$ , logo  $\arcsin(x^2 - 2x + 1)$  percorre  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .  
 Ramo  $x < 0$ :  $-x + \frac{\pi}{2}$  percorre  $] \frac{\pi}{2}, \infty[$  (pelo gráfico de  $y = -x + \frac{\pi}{2}$  ou fazendo  $x < 0 \Leftrightarrow -x > 0 \Leftrightarrow -x + \frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{2}$ )  
 Ramo  $x = 0$ :  $\{\pi\}$ .

$$\therefore CD_f = [0, \infty[.$$

- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \arcsin(x^2 - 2x + 1)$   
 $\xrightarrow{\text{contínua em } \mathbb{R}, \text{ pela algébr. da f. contínua}} \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$   
 $\xrightarrow{\text{contínua em } [0, 2], \text{ pela algébr. das f. contínuas (e continuidade de } \arcsin)}$   
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .

- (e) Em  $]0, 2]$  e em  $]-\infty, 0[$  (vizinhança de  $x$  aquelas f. contínuas, em  $V \cap D_f$ , com  $V$  alguma vizinhança de cada ponto considerado, logo é contínua. Em 0 não é, pois  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\pi}{2} \neq \pi = f(0)$ .  
 $\therefore$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\pi}{2}$  (def.  $\lim_{x \rightarrow 0}$ )  
 $\therefore$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\pi}{2}$  (def.  $\lim_{x \rightarrow 0}$ )