

Teoria da Computação

Forma Normal de Chomsky

José Osvano da Silva, PMP

Sumário

› 5. GRAMÁTICAS

- Normalização de gramáticas;
- Forma Normal de Chomsky;
- Exemplos
- Exercícios

Análise

- › Dada uma cadeia de terminais w , queremos saber se $w \in L(G)$ ou não.
- › Se for o caso, poderemos querer achar uma **derivação** de w .
- › Um algoritmo que pode nos dizer se $w \in L(G)$ é um **algoritmo de pertinência**
- › O termo **análise** descreve o modo de achar uma sequência de produções pela qual é derivada $w \in L(G)$.

Análise

- › Análise óbvia se w está $L(G)$:
 - construir todas as possíveis (e.g. as mais à esquerda) derivações e verificar se alguma coincide com W .
 - › análise de pesquisa exaustiva
 - › Problemas:
 - não é eficiente;
 - é possível que ele nunca termine $w \notin L(G)$.
- Por causa de produções da forma
- $$A \rightarrow B \text{ e } A \rightarrow ?$$

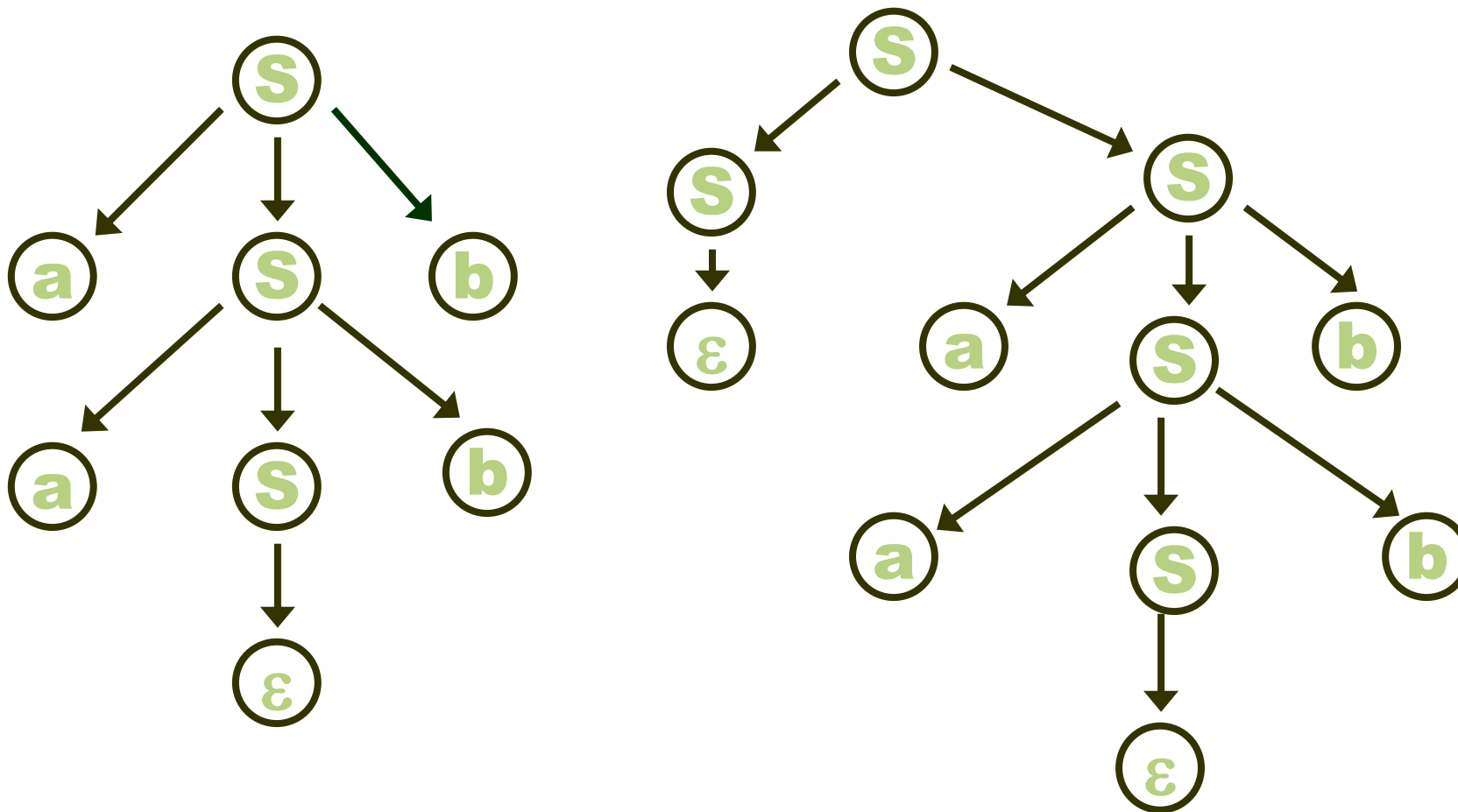
Ambiguidade

- › Uma gramática livre de contexto G é **ambígua** se existe $w \in L(G)$ com no mínimo **duas** árvores de derivação.
- › ambiguidade \Rightarrow a existência de duas ou mais derivações à esquerda e à direita.

Exemplo:

A gramática com produções $S \rightarrow aSb \mid SS \mid ?$ é ambígua.

aabb tem duas árvores de derivação:



Ambiguidade - Solução

- › Re-escrever a gramática tal que exista somente uma análise possível;
- › Associar regras de **precedência**
- › existem exemplos onde é **impossível** remover a ambiguidade da gramática.

Ambiguidade - Solução

não-ambígua:

› existe uma gramática para L que é não-ambígua;

inerentemente ambígua:

› se toda gramática para L é ambígua.

ex.:

$$L = \{a^n b^n c^m \mid n, m > 0\} \cup \{a^n b^m c^m \mid n, m > 0\}$$

Normalização de Gramáticas

- ›A definição de uma CFG não impõe qualquer restrição no lado direito de uma produção.
- ›Em muitas situações (aplicações) é desejável colocar restrições.
- ›Estudaremos métodos de transformar uma CFG arbitrária numa equivalente que satisfaz certas restrições sobre sua forma.

Forma Normal de Chosmky

Uma gramática livre de contexto está na **forma normal de Chomsky** se todas as produções são da forma

$$A \rightarrow BC \text{ ou } A \rightarrow a$$

onde $A, B, C \in V$ e $a \in T$.

Forma Normal de Chosmky

Algoritmo:

Simplificar a Gramática:

- 1º) Eliminar as produções vazias;
- 2º) Eliminar as produções unitárias;
- 3º) Eliminar as variáveis inúteis.

Forma Normal de Chosmky (FNC):

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

Considere a Gramática $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$, onde $P =$

$$S \rightarrow AB \mid SCB$$
$$A \rightarrow aA \mid C$$
$$B \rightarrow bB \mid b$$
$$C \rightarrow cC \mid ?$$

1º) Eliminar produções vazias:

$$V_{\varnothing} = \{C, A\}$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

1º) Eliminar produções vazias: $V_{\gamma} = \{C, A\}$

$S \rightarrow \underline{A}B \mid S\underline{C}B$

$A \rightarrow a\underline{A} \mid \underline{C}$

$B \rightarrow bB \mid b$

$C \rightarrow c\underline{C} \mid ?$

$S \rightarrow AB \mid B \mid SCB \mid SB$

$A \rightarrow aA \mid a \mid C$

$B \rightarrow bB \mid b$

$C \rightarrow cC \mid c$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

2º: Eliminar as produções unitárias: (Criar conjuntos chamados de Fecho)

$$S \rightarrow AB \mid B \mid SCB \mid SB$$
$$A \rightarrow aA \mid a \mid C$$
$$B \rightarrow bB \mid b$$
$$C \rightarrow cC \mid c$$
$$\text{Fecho} \rightarrow S = \{B\}$$
$$\text{Fecho} \rightarrow A = \{C\}$$
$$\text{Fecho} \rightarrow B = \{ \}$$
$$\text{Fecho} \rightarrow C = \{ \}$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

2º: Eliminar as produções unitárias:

$$S \rightarrow AB \mid bB \mid b \mid SCB \mid SB$$
$$A \rightarrow aA \mid a \mid cC \mid c$$
$$B \rightarrow bB \mid b$$
$$C \rightarrow cC \mid c$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

3º: Eliminar as variáveis inúteis:

$$S \rightarrow AB \mid bB \mid b \mid SCB \mid SB$$
$$A \rightarrow aA \mid a \mid cC \mid c$$
$$B \rightarrow bB \mid b$$
$$C \rightarrow cC \mid c$$

Nessa gramática não tem nenhuma variável inútil, um exemplo seria algo como:

$$D \rightarrow aA.$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

FNC:

$$S \rightarrow AB \mid bB \mid b \mid SCB \mid SB$$
$$A \rightarrow aA \mid a \mid cC \mid c$$
$$B \rightarrow bB \mid b$$
$$C \rightarrow cC \mid c$$

Deixar no formato de: $A \rightarrow BC$ ou $A \rightarrow a$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

FNC:

$$S \rightarrow AB$$

$$S \rightarrow bB$$

$$S \rightarrow b$$

$$S \rightarrow SCB$$

$$S \rightarrow SB$$

$$A \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow cC$$

$$A \rightarrow c$$

$$B \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow b$$

$$C \rightarrow cC$$

$$C \rightarrow c$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

FNC:

$$S \rightarrow AB_{\text{OK}}$$

$$S \rightarrow bB_{\text{Não OK}} = DB_{\text{OK}}$$

$$S \rightarrow b_{\text{OK}}$$

$$S \rightarrow SCB_{\text{Não OK}} = EB_{\text{OK}}$$

$$S \rightarrow SB_{\text{OK}}$$

$$A \rightarrow aA_{\text{Não OK}} = FA_{\text{OK}}$$

$$A \rightarrow a_{\text{OK}}$$

$$A \rightarrow cC_{\text{Não OK}} = GC_{\text{OK}}$$

$$A \rightarrow c_{\text{OK}}$$

$$B \rightarrow bB_{\text{Não OK}} = DB_{\text{OK}}$$

$$B \rightarrow b_{\text{OK}}$$

$$C \rightarrow cC_{\text{Não OK}} = GC_{\text{OK}}$$

$$C \rightarrow c_{\text{OK}}$$

$$D \rightarrow b_{\text{OK}}$$

$$E \rightarrow SC_{\text{OK}}$$

$$F \rightarrow a_{\text{OK}}$$

$$G \rightarrow c_{\text{OK}}$$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

FNC:

$S \rightarrow AB \mid DB \mid b \mid EB \mid SB$

$A \rightarrow FA \mid a \mid GC \mid c$

$B \rightarrow DB \mid b$

$C \rightarrow GC \mid c$

$D \rightarrow b$

$E \rightarrow SC$

$F \rightarrow a$

$G \rightarrow c$

Forma Normal de Chosmky - Exemplo

FNC (Algumas regras)

Se $X \rightarrow xY$

$X \rightarrow X_1Y$

$X_1 \rightarrow x$

Se $X \rightarrow XYZ$

$X \rightarrow X_1Z$

$X_1 \rightarrow XY$

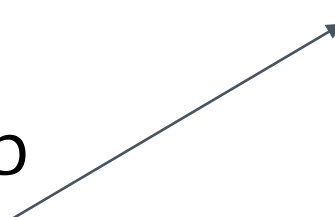
Se $X \rightarrow aYb$

$X \rightarrow X_1YX_2$

$X_1 \rightarrow a$

$X_2 \rightarrow b$

$X_3 \rightarrow X_1Y$
 $X \rightarrow X_3X_2$



FNC – Exercício de Fixação

1) Normalize a gramática a seguir usando a FNC:

$$S \rightarrow ASA \mid aB$$

$$A \rightarrow B \mid S$$

$$B \rightarrow bb \mid ?$$

Dúvidas



José Osvano da Silva
joseosvano@unipac.br