Produto vetorial

Dados os vetores $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ e $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$, tomados nesta ordem, chama-se *produto vetorial* dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, e se representa por $\vec{u} \times \vec{v}$, ao vetor:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} - (x_1z_2 - z_1x_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$$

Cada componente deste vetor pode ainda ser expresso na forma de um determinante de 2ª ordem:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \vec{k}$$

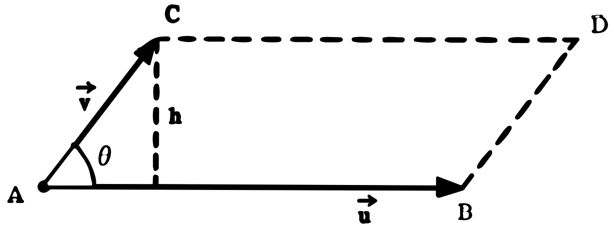
Uma maneira fácil de memorizar esta fórmula é utilizar a notação:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

O produto vetorial do vetor $\vec{u}$ pelo vetor $\vec{v}$ é também indicado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$ e se lê "$\vec{u}$ vetorial $\vec{v}$".

Área interpretação geométrica do módulo do produto vetorial

Geometricamente, o **módulo** do **produto vetorial dos vetores** $\vec{u}$ e $\vec{v}$ **mede a área do paralelogramo** ABCD **determinado pelos vetores** $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ **(Fig. 3.10-a).**



De fato:

Área ABCD = $|\vec{u}|$ h

$$h = |\vec{v}| \operatorname{sen}\theta.$$

Área ABCD = $|\vec{u}||\vec{v}| \operatorname{sen}\theta$

mas:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \operatorname{sen}\theta,$$

logo:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \text{Área ABCD}.$$