

# Centro Universitário Presidente Antônio Carlos Teoria de Grafos

Notações, Matriz / Lista de Adjacência e  
Isomorfismo

Felipe Roncalli de Paula Carneiro

[felipecarneiro@unipac.br](mailto:felipecarneiro@unipac.br)

# O que vamos aprender nessa aula

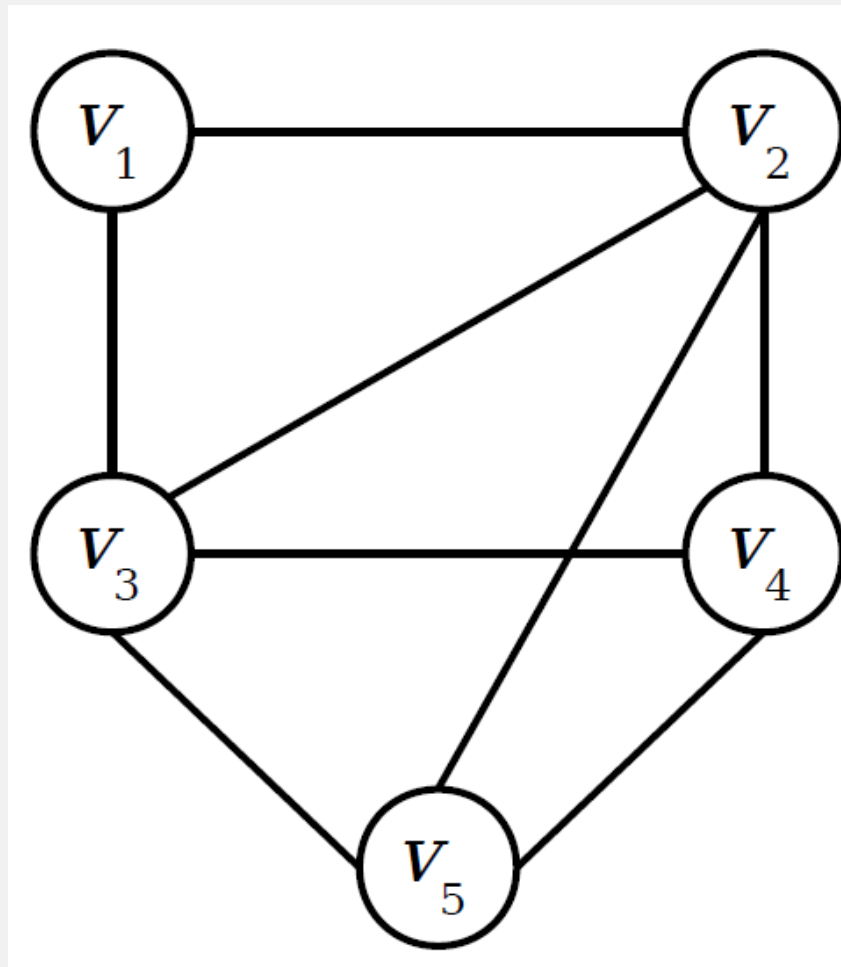
- Notações - como representar;
- Matriz e Lista de Adjacências;
- Isomorfismo

# Definição Formal

Grafo  $G = (V, A)$

- ▶ Conjunto  $V$  com  $n$  **vértices** (também chamados nós)  
 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
  - ▶ Conjunto  $A$  com  $m$  **arestas** ou **arcos**  
 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$
-

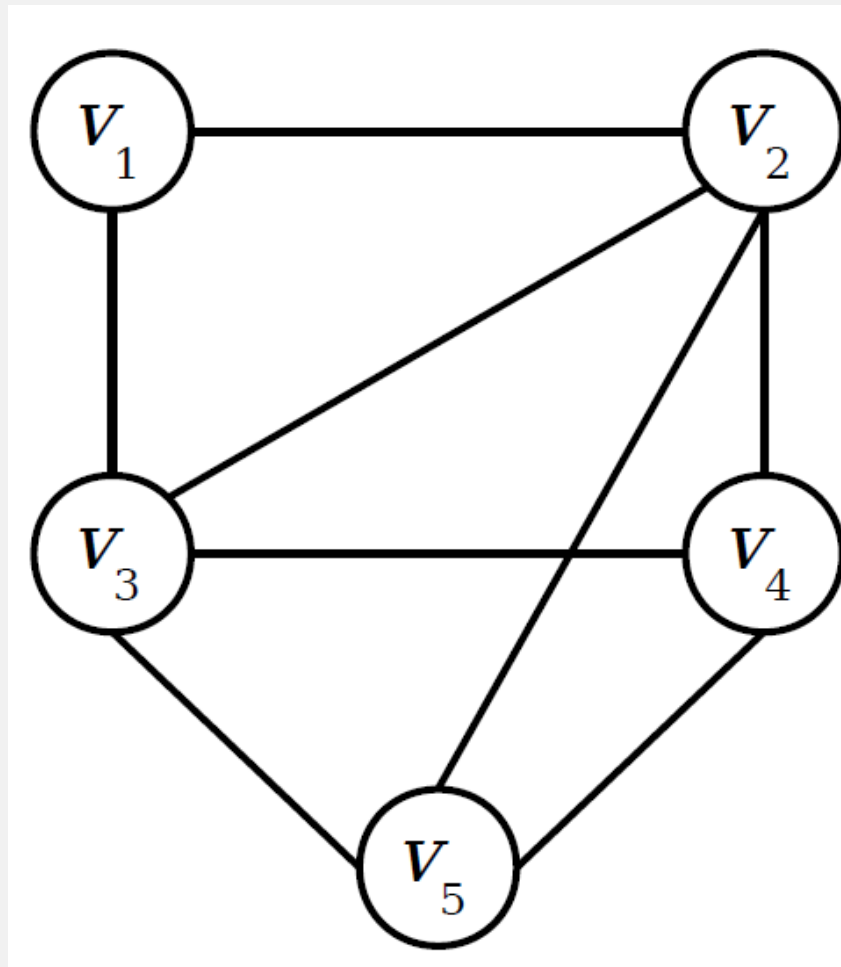
# Grafo não Direcionado



Como representar este Grafo utilizando a Definição Formal?

# Grafo não Direcionado

Como representar este Grafo utilizando a Definição Formal?



$$G = (V, A)$$

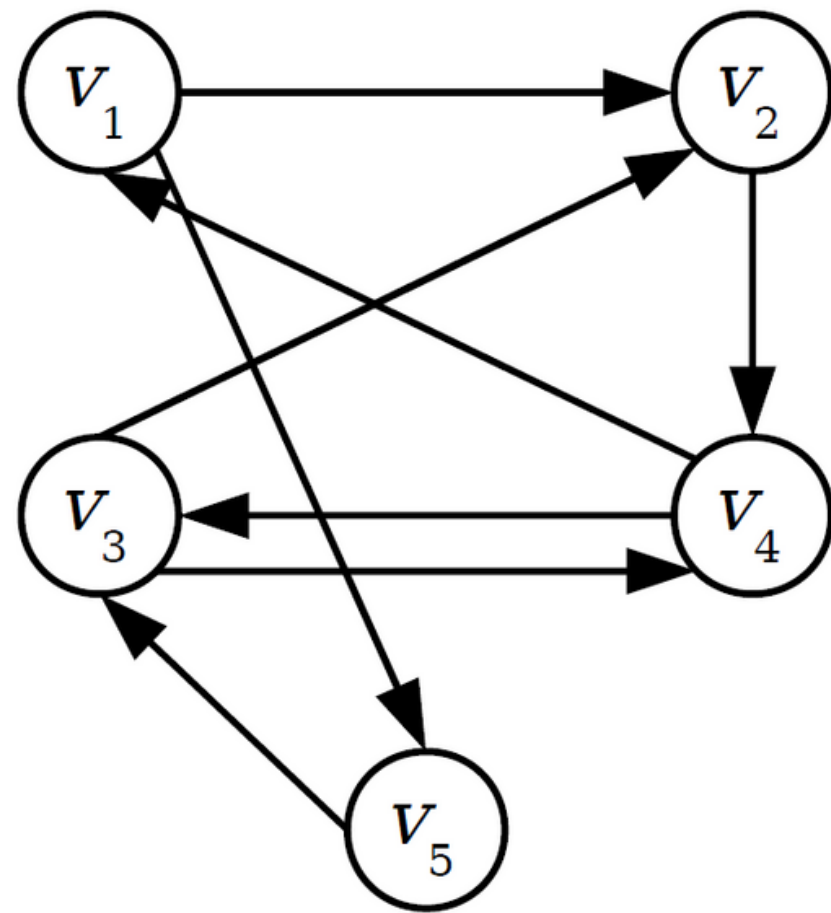
$$V = \{v1, v2, v3, v4, v5\}$$

$$A = \{(v1, v2), (v1, v3), (v2, v4), (v2, v3), (v2, v5), (v3, v4), (v3, v5), (v4, v5)\}$$

Como o Grafo em questão é Não Direcionado o conjunto A é um conjunto de **Arestas**

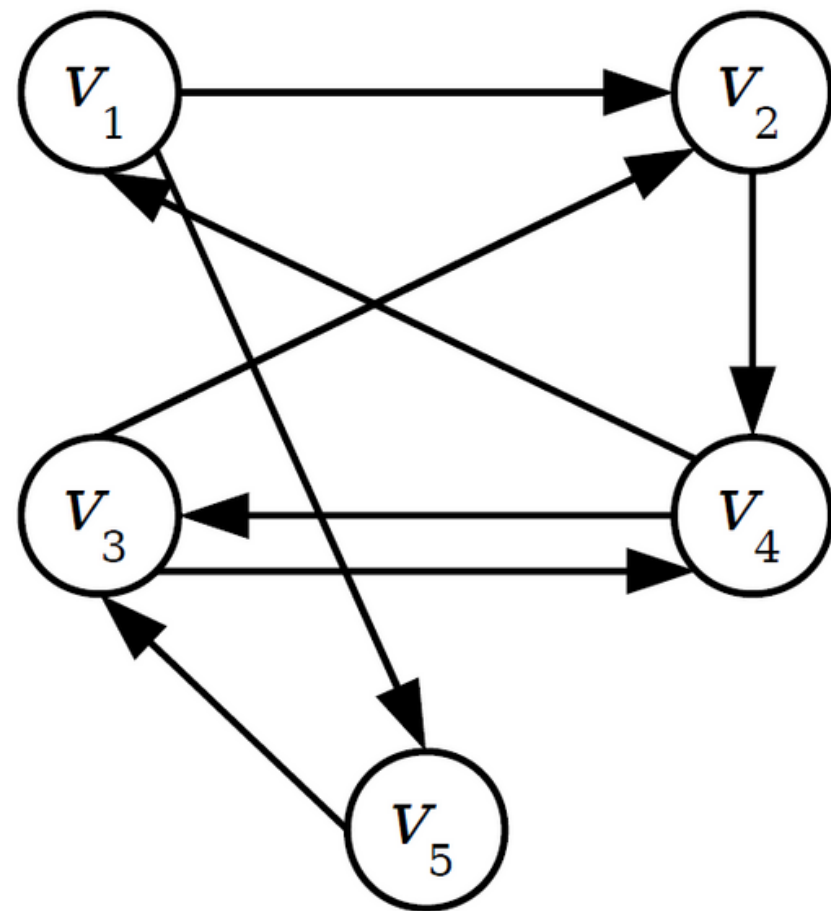
# Grafo Direcionado

Como representar este Grafo utilizando a Definição Formal?



# Grafo Direcionado

Como representar este Grafo utilizando a Definição Formal?



$$G = (V, A)$$

$$V = \{v1, v2, v3, v4, v5\}$$

$$A = \{(v1, v2), (v1, v5), (v2, v4), (v3, v2), (v3, v4), (v4, v1), (v4, v3), (v5, v3)\}$$

Como o Grafo em questão é Direcionado o conjunto  $A$  é um conjunto de **Arcos**

# Matriz de Adjacências

## Matriz de Adjacências

Matriz  $A_{n \times n}$ , sendo que:

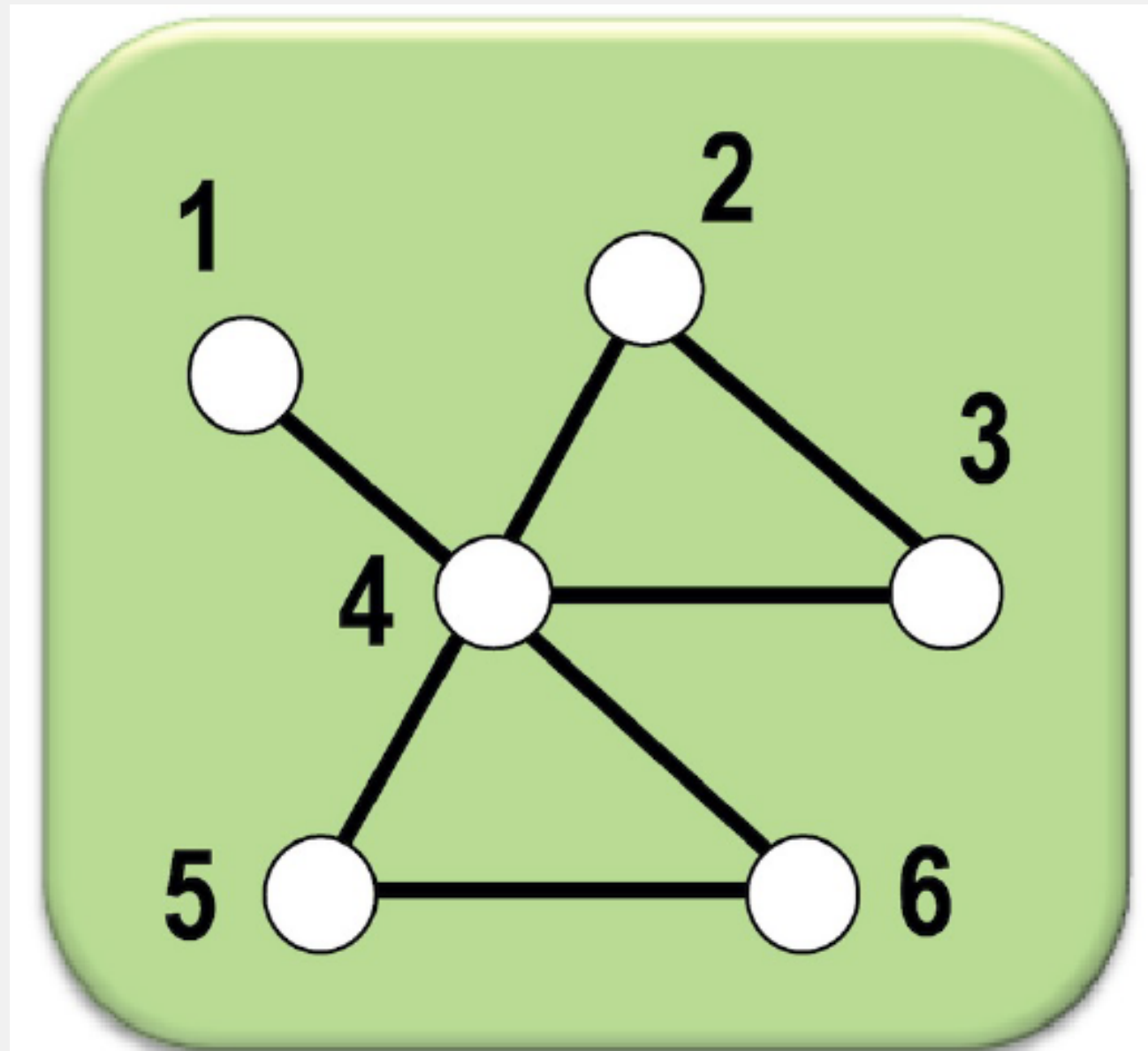
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se existe a aresta/arco } (v_i, v_j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Propriedades:

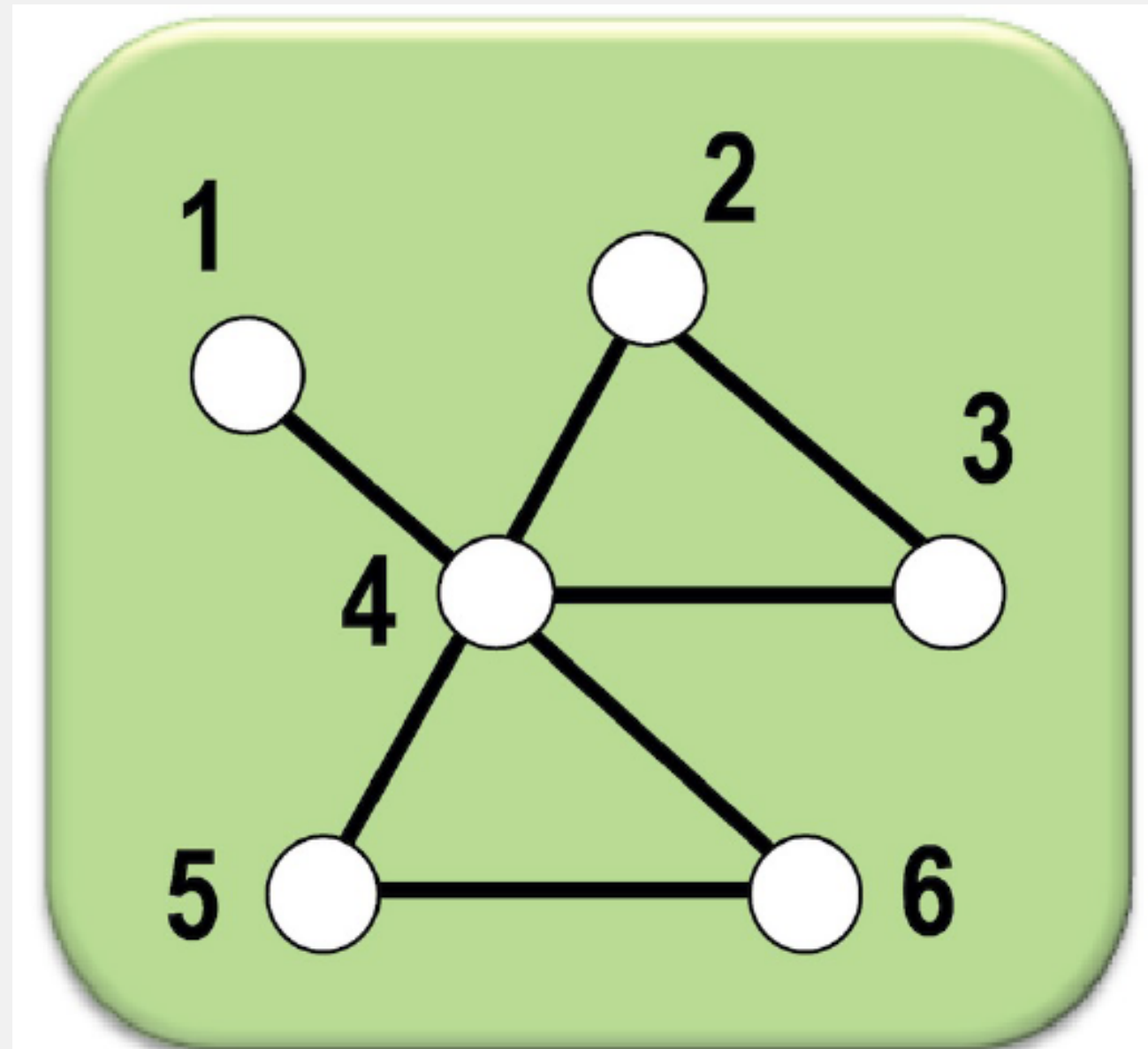
- ▶ Simétrica para grafos não direcionados;
- ▶ Consulta existência de uma aresta/arco com um acesso à memória:  $O(1)$ ;



# Matriz de Adjacências - Grafo Não Direcionado

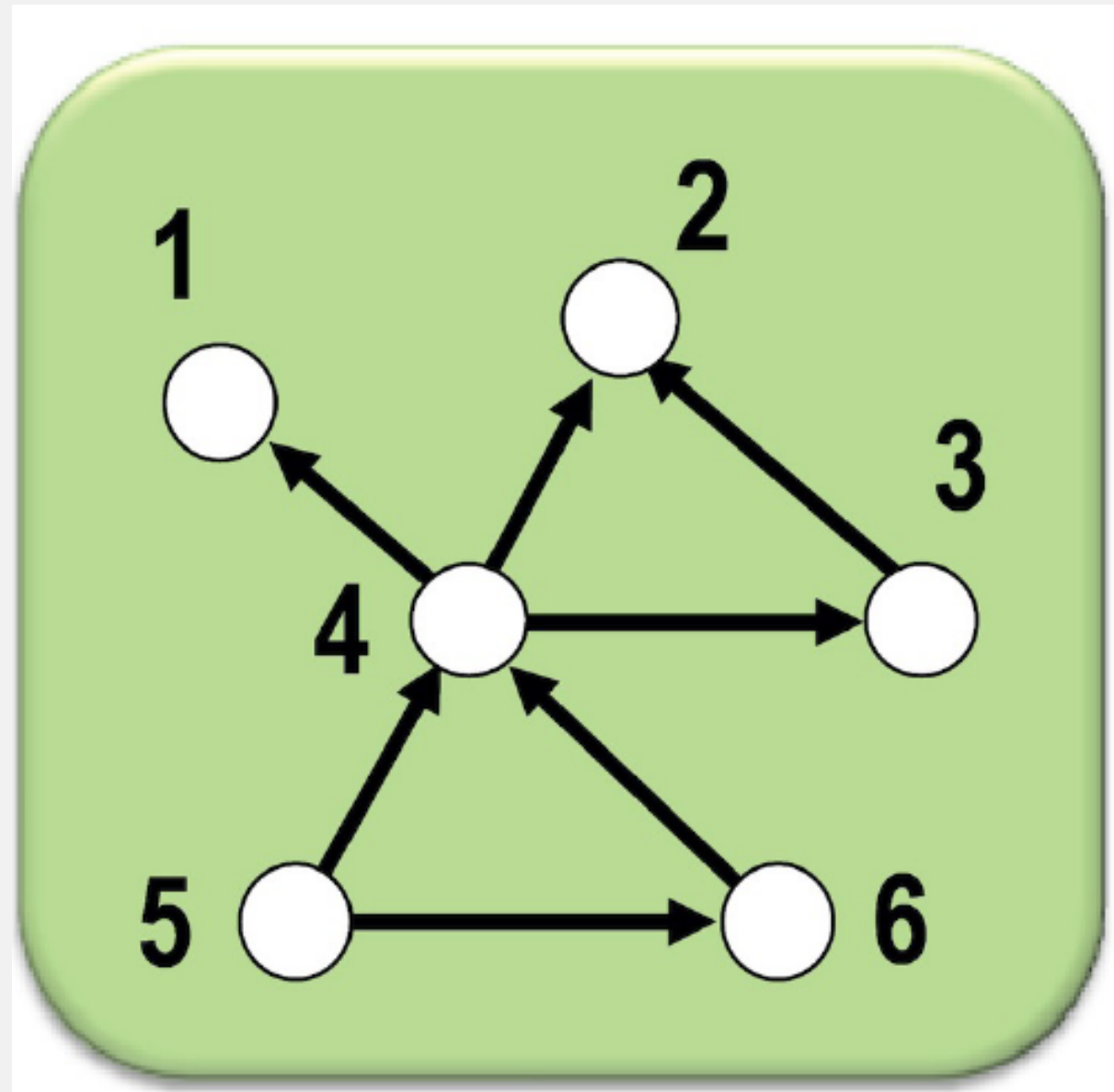


# Matriz de Adjacências - Grafo Não Direcionado

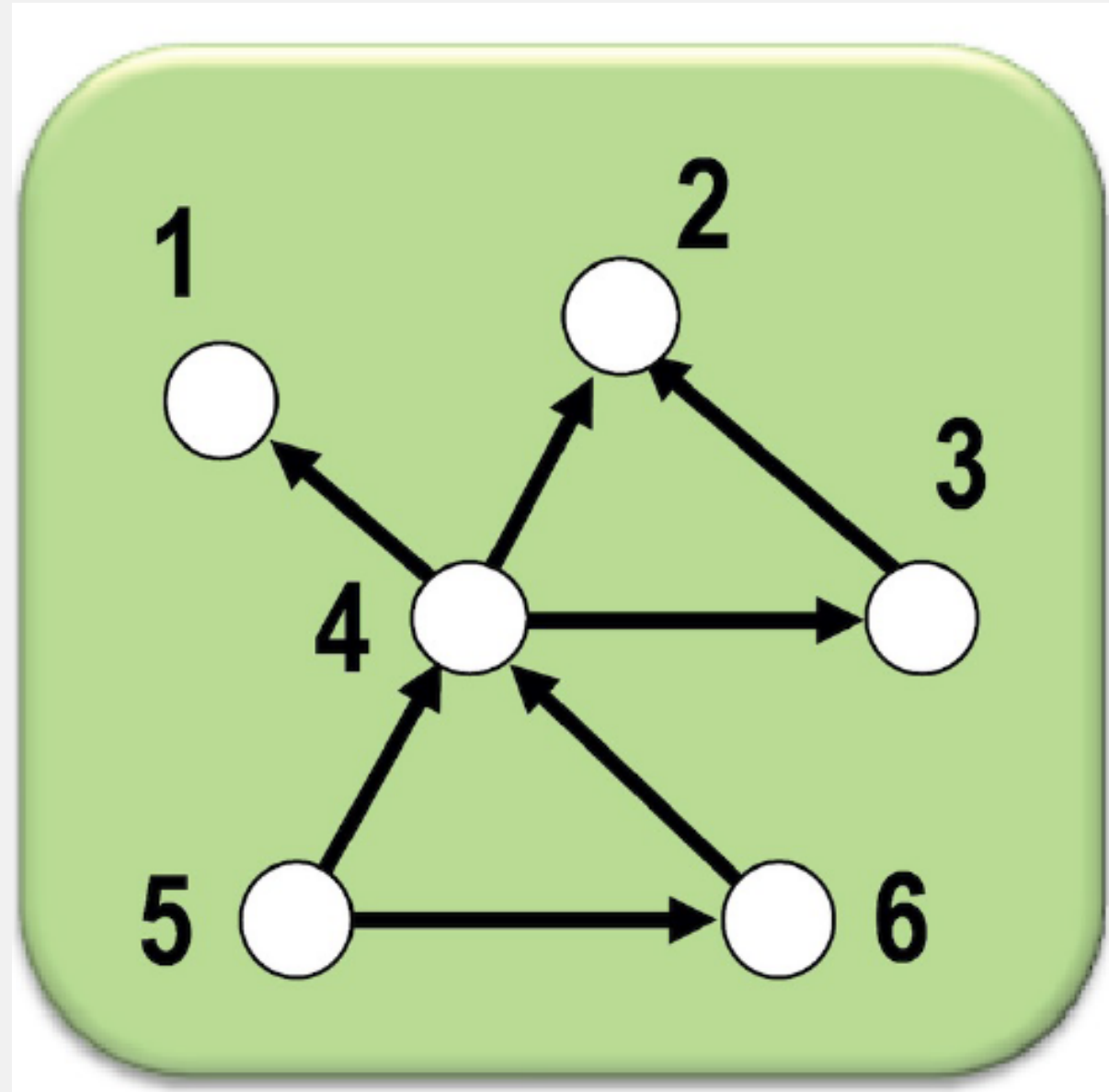


	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	0	0
4	1	1	1	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0

# Matriz de Adjacências - Grafo Direcionado



# Matriz de Adjacências - Grafo Direcionado



	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	0	0

# Lista de Adjacências

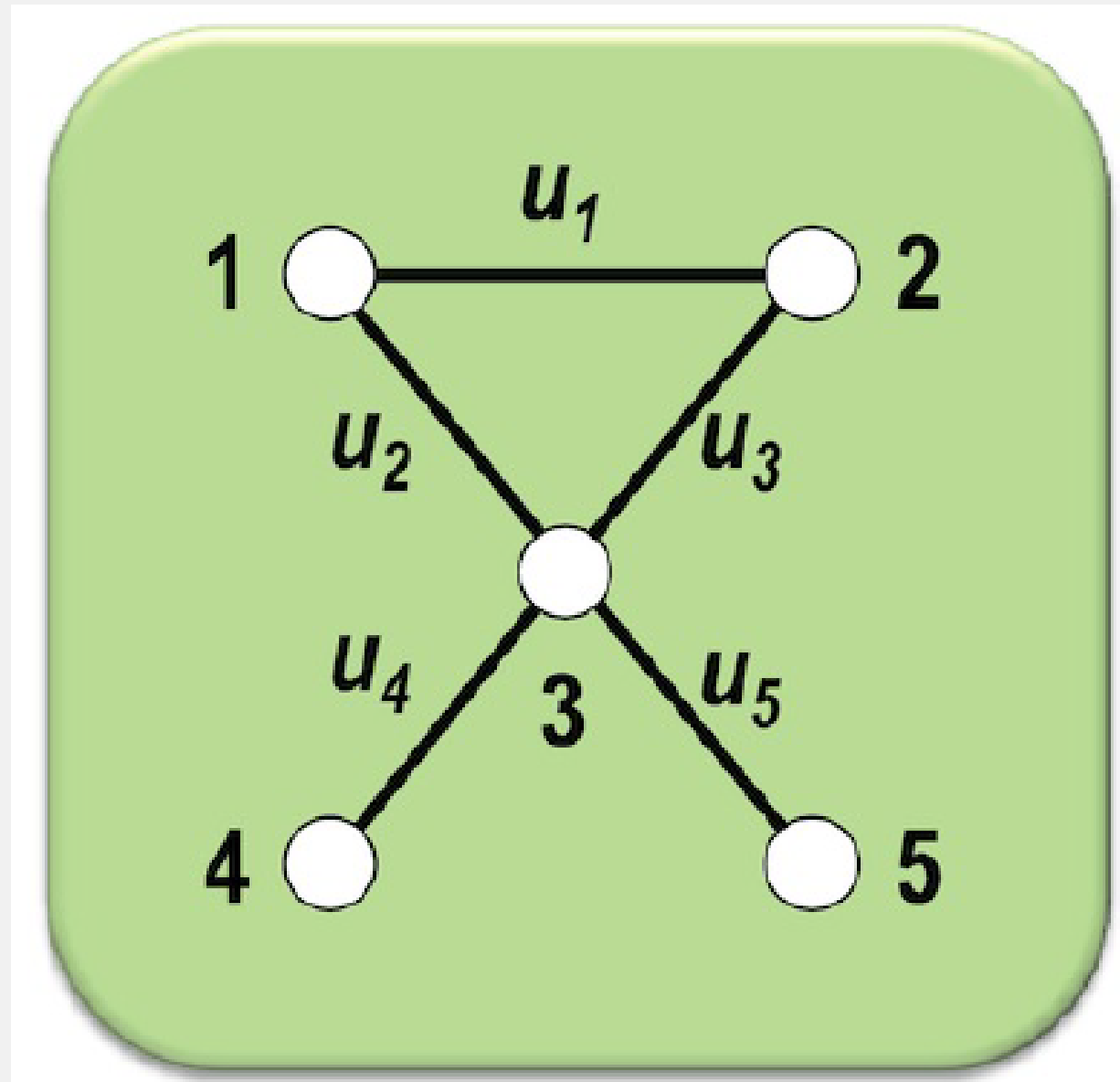
## Lista de Adjacências

- ▶ Usa  $n$  listas, uma para cada vértice;
- ▶ Lista de  $v_i$  (o  $i$ -ésimo vértice) contém todos os vértices adjacentes a ele.

Propriedades:

- ▶ Ocupa menos memória:  $O(m)$ ;
- ▶ No entanto, a complexidade da operação de determinar uma adjacência é limitada por  $O(n)$ .

# Lista de Adjacências - Grafo Não Direcionado



## Lista de Adjacências

**$1 = 2 \rightarrow 3;$**

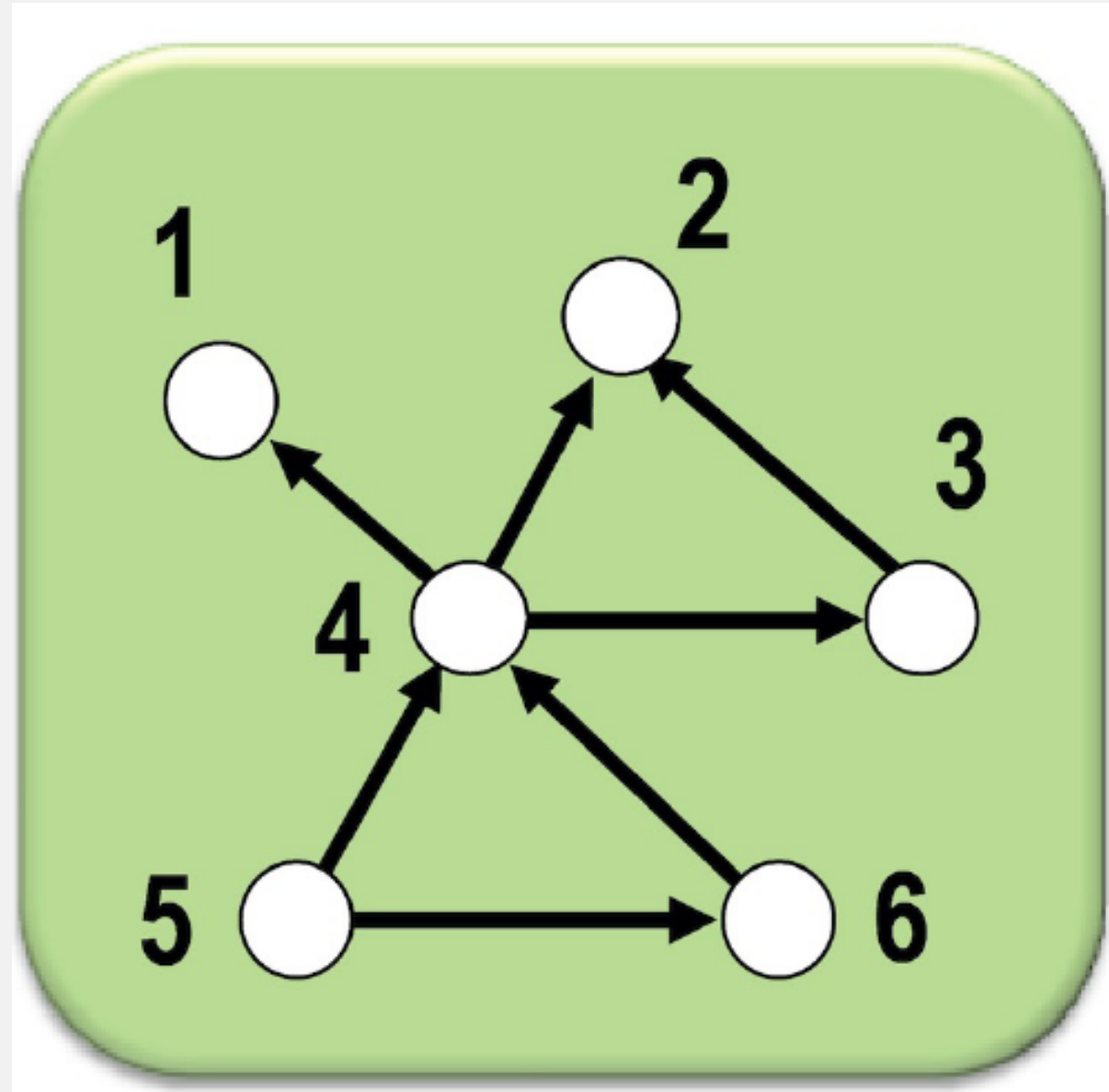
**$2 = 1 \rightarrow 3;$**

**$3 = 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5;$**

**$4 = 3;$**

**$5 = 3;$**

# Lista de Adjacências - Grafo Direcionado



## Lista de Adjacências

**1 = - ;**

**2 = - ;**

**3 = 2;**

**4 = 1 -> 2 -> 3;**

**5 = 4 -> 6;**

**6 = 4;**

# Exercícios - Parte 1

Determine o número de vértices para os seguintes grafos:

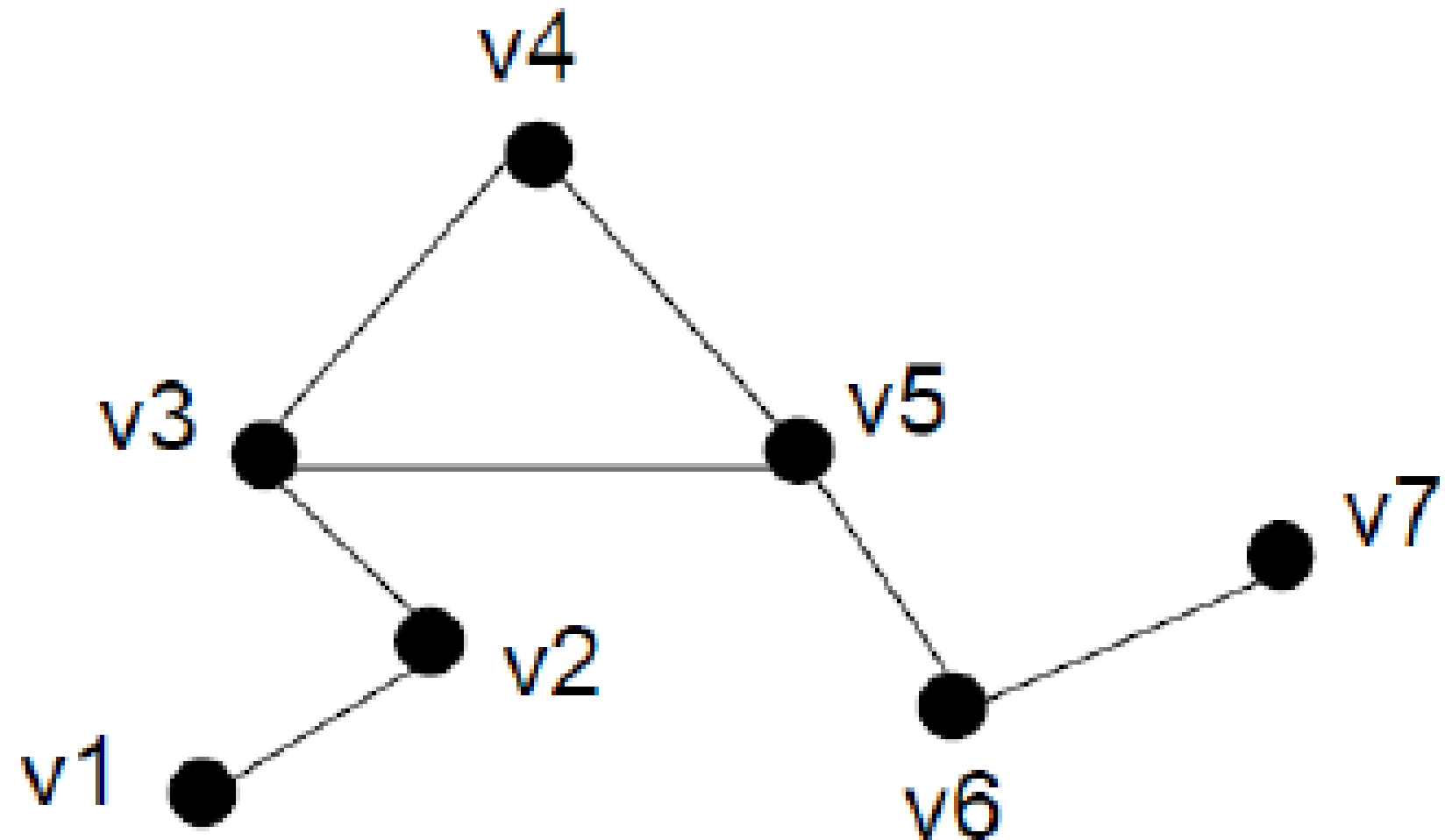
- a)  $G$  tem 9 arestas e todos os vértices têm grau 3;
- b)  $G$  é regular com 15 arestas;
- c)  $G$  tem 10 arestas com 2 vértices de grau 4 e todos os outros de grau 3.

Represente na Forma Padrão e monte a Matriz e Lista de Adjacências para os grafos gerados acima.



# Exercícios - Parte 2

Com relação ao grafo abaixo, responda:



a) O grafo é simples?

b) Completo?

c) Regular?

d) Conexo?

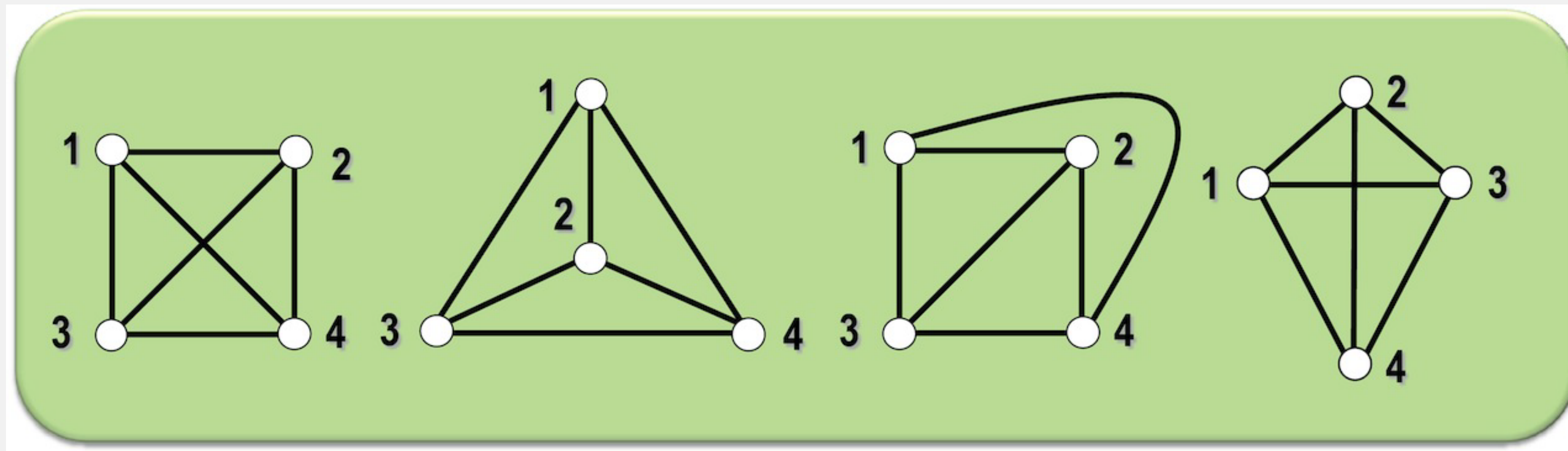
e) Encontre dois caminhos diferentes entre v3 e v6.

f) Indique uma aresta cuja remoção tornará o grafo desconexo.

g) Indique a representação deste grafo por listas de adjacências.

# Isomorfismo

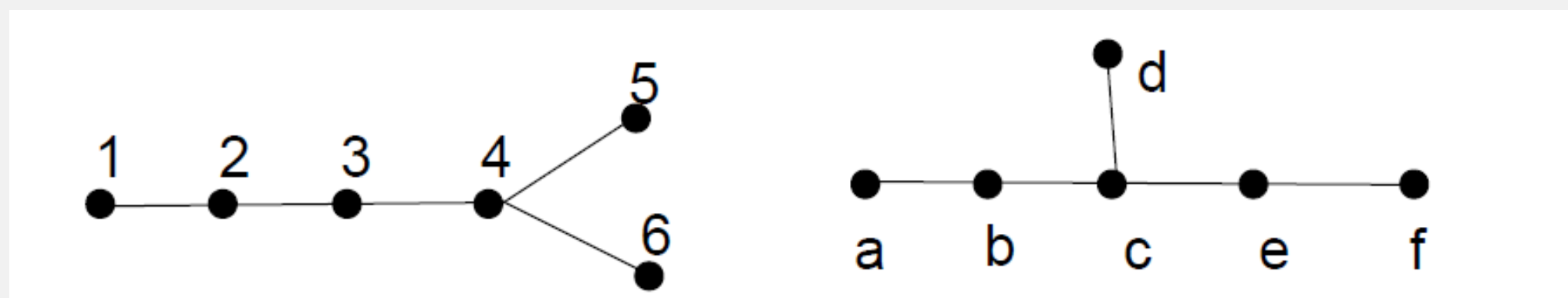
Dois grafos  $G$  e  $H$  são ditos isomorfos se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas.



# Isomorfismo

## Condições necessárias mas não suficientes para isomorfismo

- ▶ Mesmo número de vértices;
- ▶ Mesmo número de arestas;
- ▶ Mesmo número de componentes;
- ▶ Mesmo número de vértices com o mesmo grau.

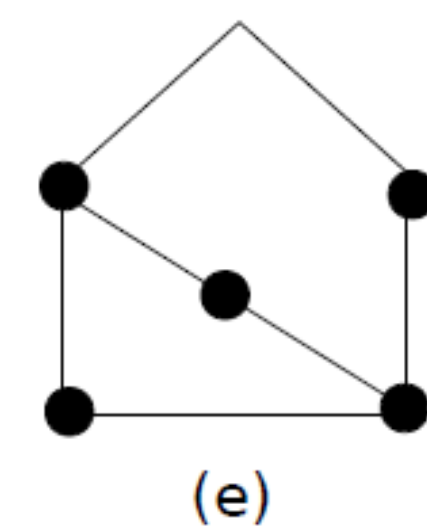
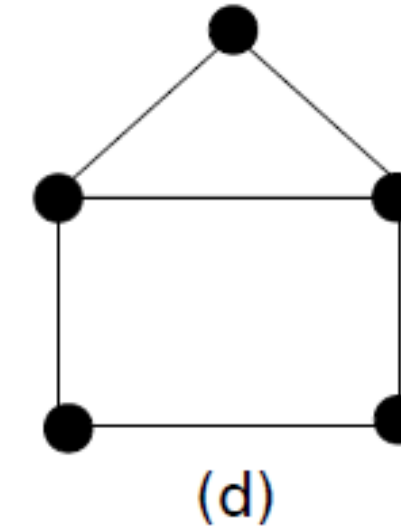
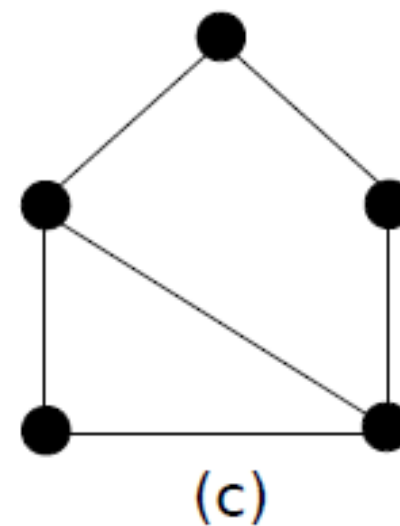
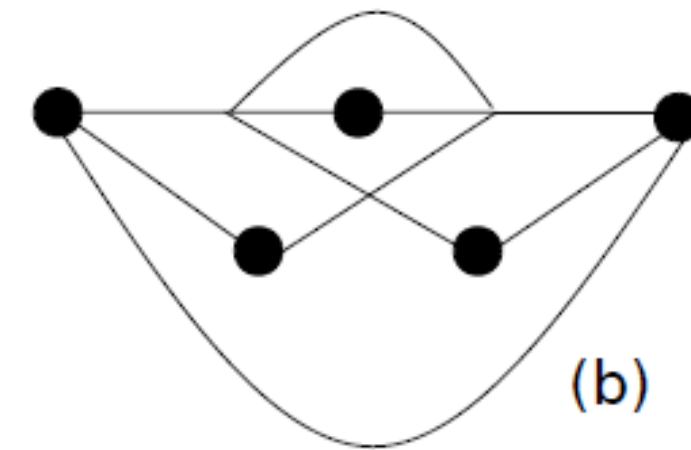
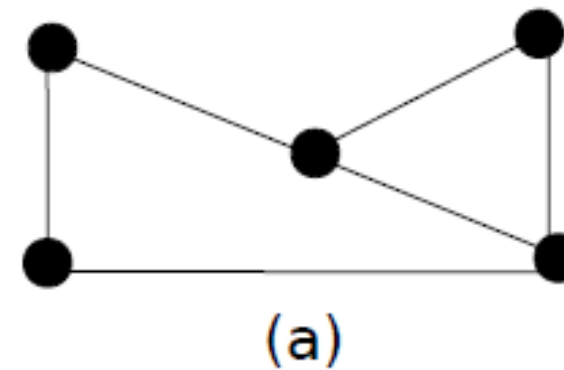


Observação: Não existem algoritmos comprovadamente eficientes para determinar se dois grafos são isomorfos.

# Exercícios - Parte 3

1) Encontre um grafo com 4 vértices que seja isomorfo a seu complemento (ou seja, auto-complementar).

2) Qual grafo é diferente dos demais?



**Dúvidas???**