

Teoria da Computação

Operações sobre linguagens regulares

José Osvano da Silva, PMP

Sumário

- › 2. AUTOMATOS FINITOS
 - 2.3. Máquinas de estado não determinísticas – NFA.
 - › Operações sobre linguagens regulares
 - › Propriedade de fecho
 - Exemplos

Operações sobre linguagens regulares

- › Sejam $L1$ e $L2$ linguagens. Definimos as operações regulares: *união, concatenação, estrela de Kleene, complementação, interseção e diferença* da seguinte forma.
- › União: $L1 \cup L2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L1 \text{ ou } w \in L2\}$.
- › Concatenação: $L1 \circ L2 = \{w . v \in \Sigma^* \mid w \in L1 \text{ e } v \in L2\}$.
- › Estrela de Kleene: $L^* = \{w1.w2.w3...wn \in \Sigma^* \mid n \geq 0, \text{ cada } w_i \in L\}$.
- › Complementation: $L' = \Sigma^* - L$
- › Interseção: $L1 \cap L2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L1 \text{ e } w \in L2\}$.
- › Diferença: $L1 - L2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L1 \text{ e } w \notin L2\}$.

Operações sobre linguagens regulares

Exemplo 1

- › União, Concatenação e Estrela de Kleene:
- › Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{a, b, \dots, z\}$. Se $L1 = \{\text{legal}, \text{feliz}\}$ e $L2 = \{\text{garoto}; \text{garota}\}$, então
- › $L1 \cup L2 = \{\text{legal}, \text{feliz}, \text{garoto}, \text{garota}\}$,
- › $L1 \circ L2 = \{\text{legalgaroto}, \text{legalgarota}, \text{felizgaroto}, \text{felizgarota}\}$,
- › $L1^* = \{\epsilon, \text{legal}, \text{feliz}, \text{legallegal}, \text{legalfeliz}, \text{felizlegal}, \text{felizfeliz}, \text{legallegallegal}; \text{legallegalfeliz}, \text{legalfelizlegal}, \text{legalfelizfeliz}, \dots\}$.

Operações sobre linguagens regulares

Exemplo 2

- › Intersecção e Diferença:
- › Suponha $L1 = \{a, b, aa, ab, abb, aab, aaa\}$ e $L2 = \{a, aa, aaa, aaaa\}$, então
- › $L1 \cap L2 = \{a, aa, aaa\}$,
- › $L1 - L2 = \{b, ab, abb, aab\}$.

Operações sobre linguagens regulares

Exemplo 3

› Complementação:

› Seja $\Sigma = \{a, b\}$

› Seja $L1 = \{a^n : n \geq 0\}$, então $L1 = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

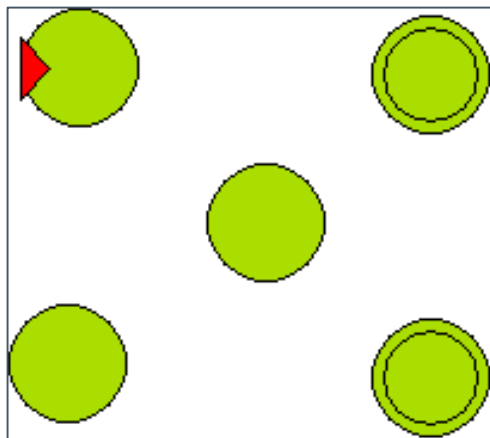
› Como $L1' = \{w : w \in \Sigma^*, w \notin L1\}$, então $L1' = \{b, ab, aab, abb, \dots\}$

Propriedade de fecho

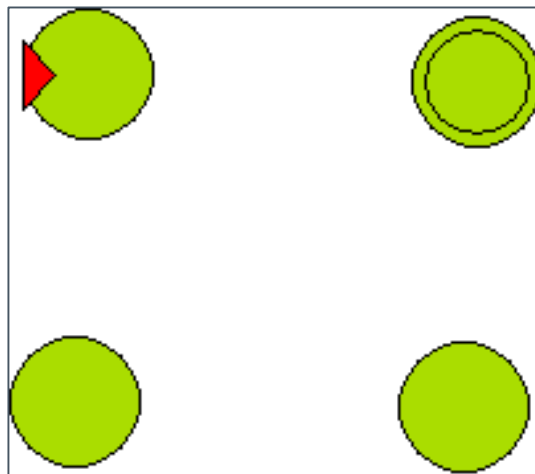
- › O conjunto das linguagens regulares é **fechado** quanto as operações de união, concatenação e estrela de kleene.
- › Considerando a propriedade de fecho, sejam duas linguagens regulares $L1$ e $L2$, e sejam $M1$ e $M2$ autômatos que reconhecem $L1$ e $L2$, respectivamente.

Propriedade de fecho

M1

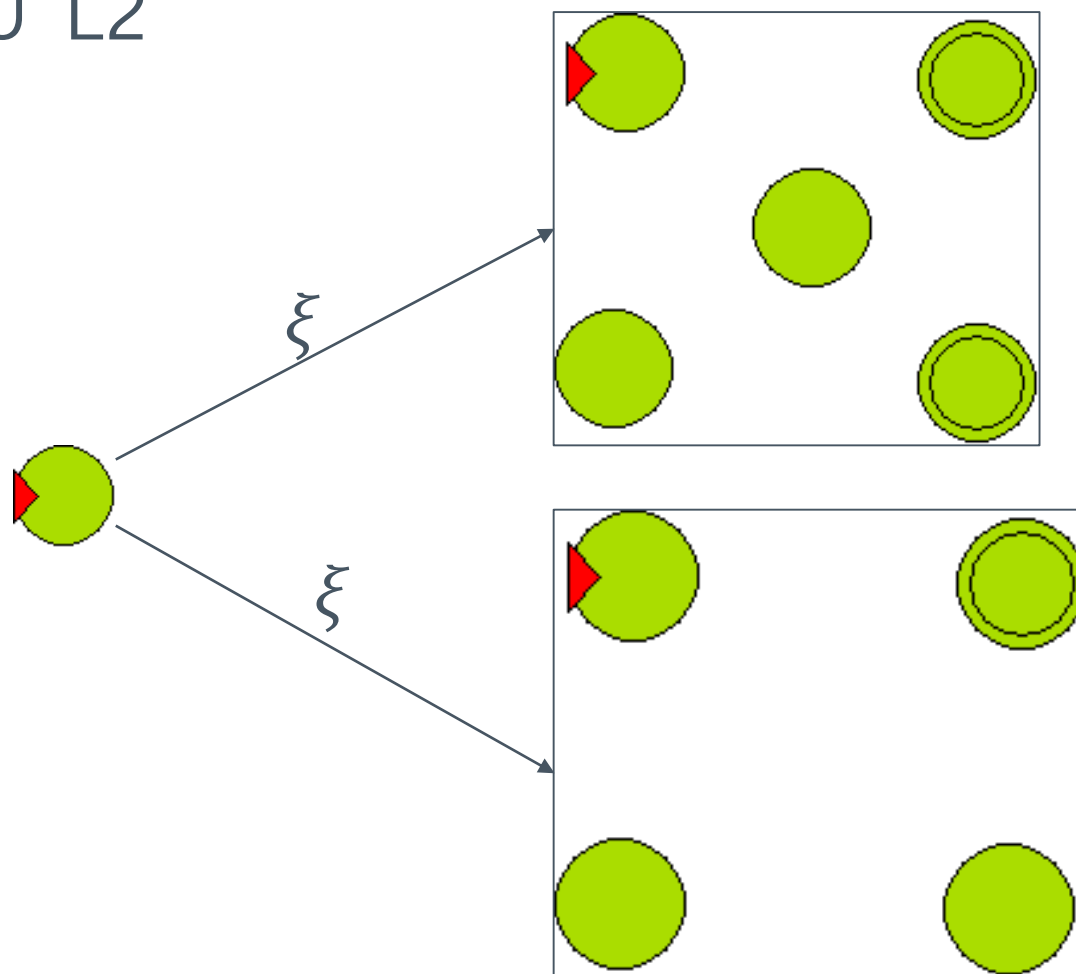


M2



Propriedade de fecho

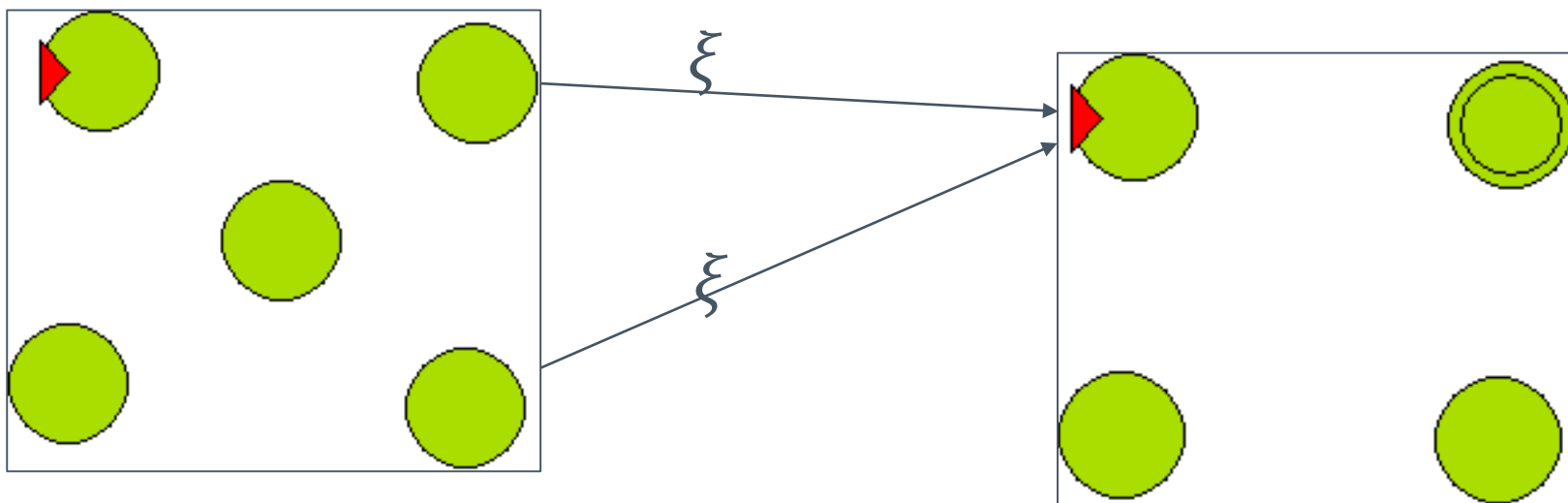
$$L3 = L1 \cup L2$$



Propriedade de fecho

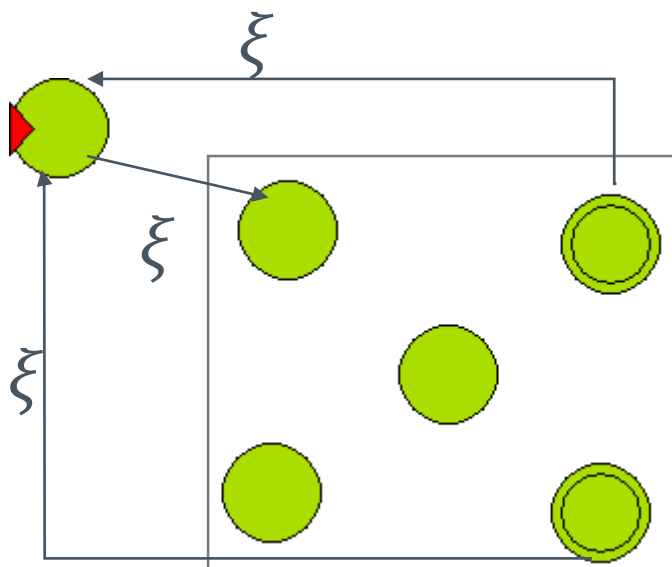
$$L4 = L1 \circ L2$$

Os estados finais da 1ª máquina deixam de ser finais



Propriedade de fecho

$$L5 = L1^*$$



Exemplo 4

- › Considere as seguintes linguagens:
- › $L1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } aa\}$.
- › $L2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3\}$.

Defina:

$L1 \cup L2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } aa \text{ ou } |w| \geq 3\}$.

$L1 \circ L2 = \{w . v \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e } v \text{ termina com } aa\}$.

$L1^* = \{w_1.w_2.w_3...w_n \in \{a, b\}^* \mid \text{cada } w \text{ termina com } aa, n \geq 0\}$.

$L2' = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| < 3\}$.

$L1 \cap L2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e termina com } aa\}$.

$L1 - L2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } aa \text{ e } |w| < 3\}$.

Exercício de Fixação

Desenhe os Autômatos usando a propriedade de fecho para:

$L3 = L1 \cup L2 \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } aa \text{ ou } |w| \geq 3\}$.

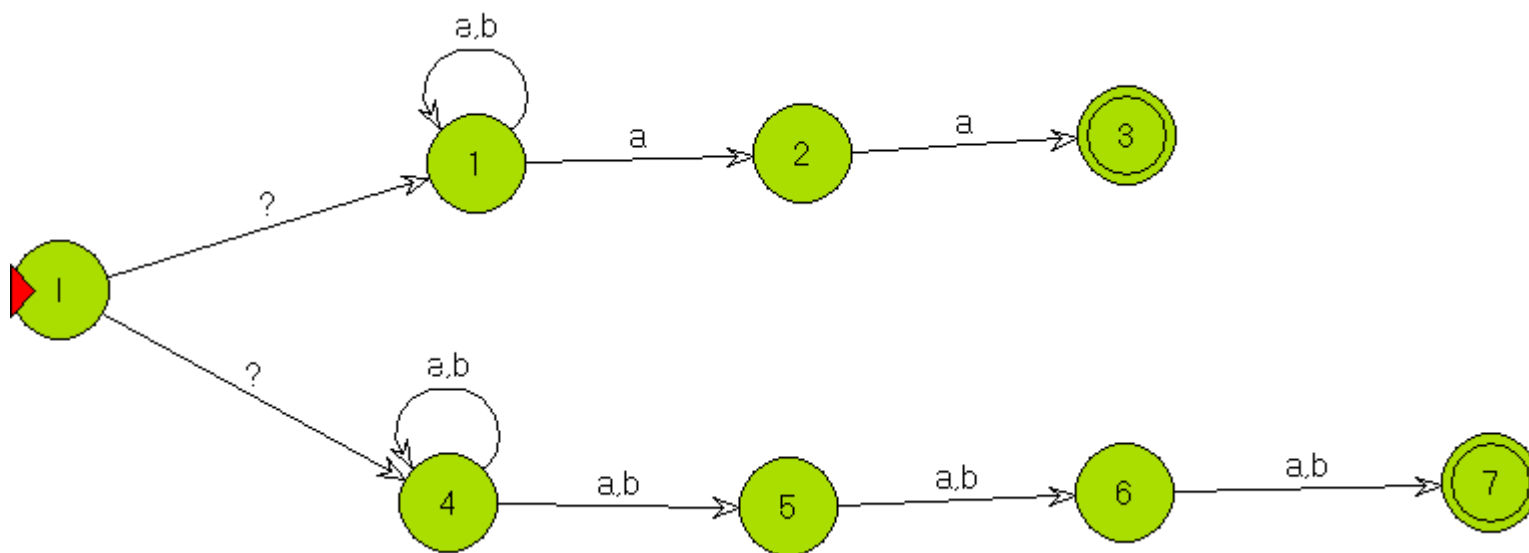
$L4 = L1 \circ L2 \{w . v \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e } v \text{ termina com } aa\}$.

$L5 = L1^* \{w1.w2.w3...wn \in \{a, b\}^* \mid \text{cada } w \text{ termina com } aa, n \geq 0\}$.

Exercício de Fixação

Desenhe os Autômatos usando a propriedade de fecho para:

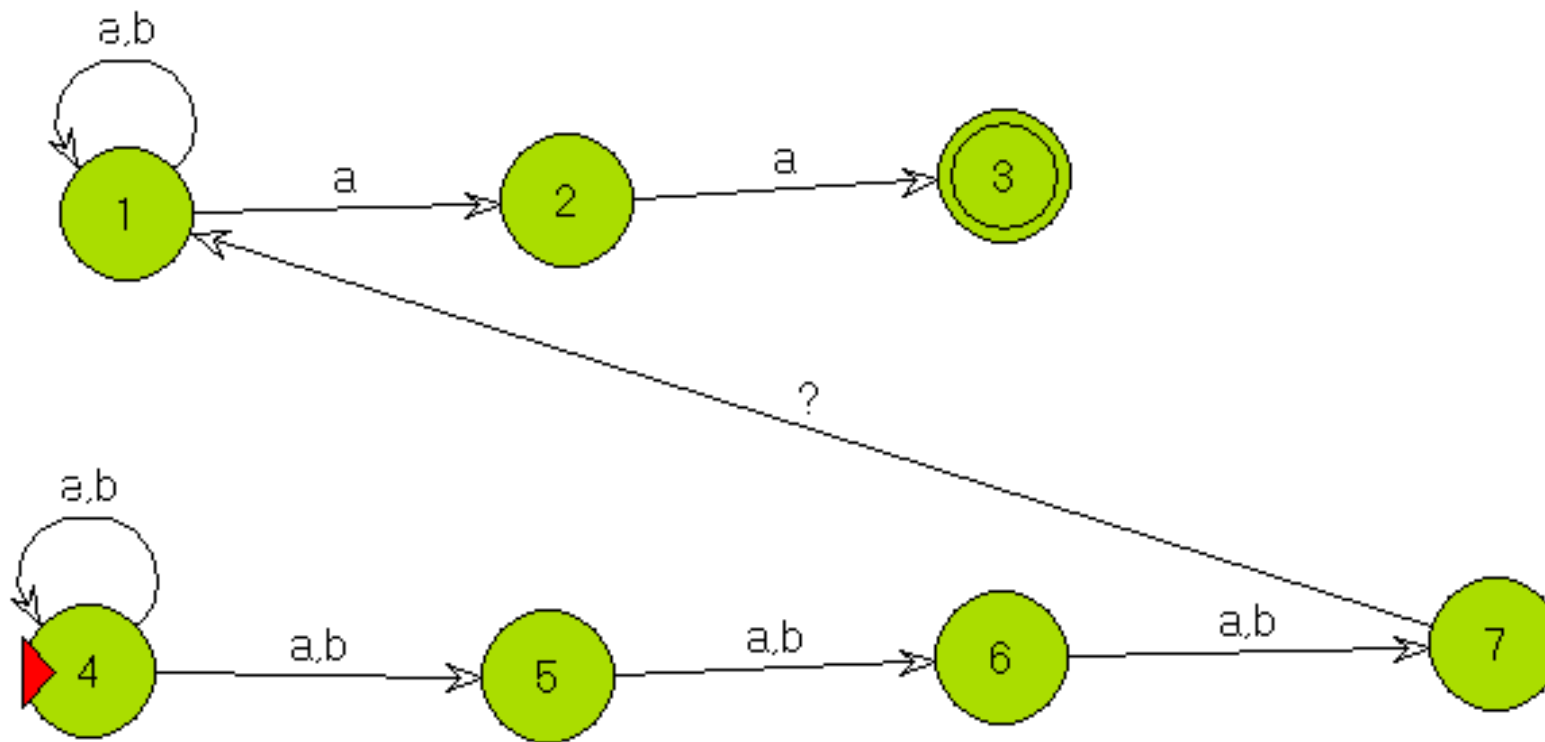
$L3 = L1 \cup L2 \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } aa \text{ ou } |w| \geq 3\}$.



Exercício de Fixação

Desenhe os Autômatos usando a propriedade de fecho para:

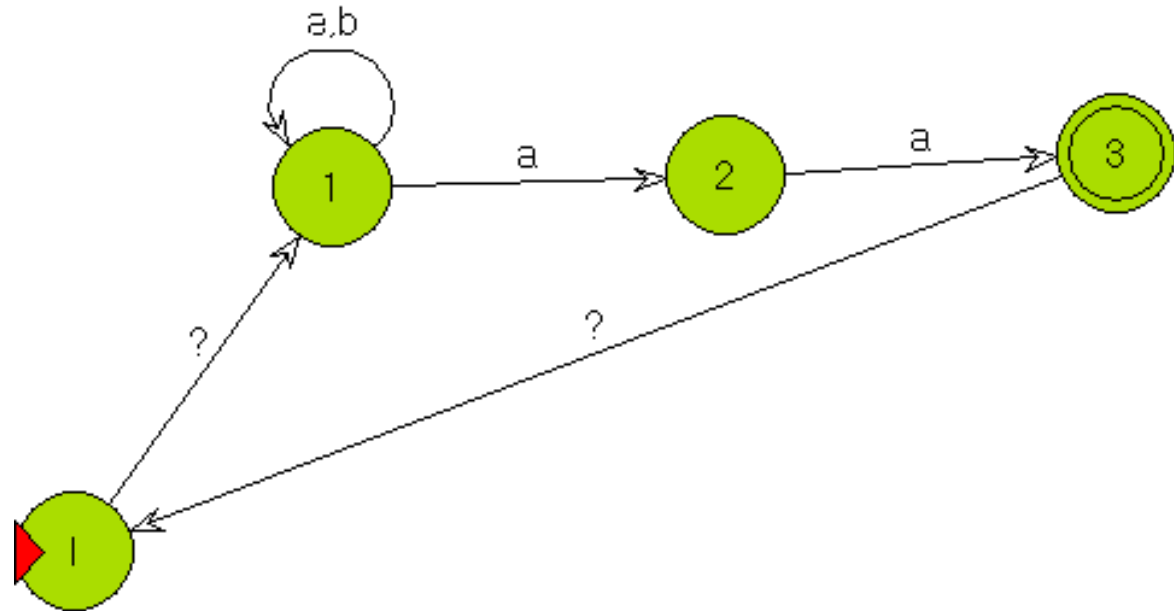
$L4 = L1 \circ L2 \{w . v \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e } v \text{ termina com } aa\}$.



Exercício de Fixação

Desenhe os Autômatos usando a propriedade de fecho para:

$L5 = L1^* \{w1.w2.w3...wn \in \{a, b\}^* \mid \text{cada } w \text{ termina com } aa, n \geq 0\}$.



Exercício 09

- › Considere as seguintes linguagens:
 - $L1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ começa com } ac \text{ e termina com } aa\}.$
 - $L2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| > 5\}.$
- › Escreva as linguagens abaixo:
 - $L5 = L1 \cup L2;$
 - $L6 = L1 \circ L2;$
 - $L7 = L1^*;$
 - $L8 = L2';$
 - $L9 = L1 \cap L2;$
 - $L10 = L1 - L2.$
- › Desenhe o autômato NFA para: $L1, L2, L5, L6$ e $L7.$

Dúvidas



José Osvano da Silva
joseosvano@unipac.br