

Organização de Computadores

Prof. Robson de Souza

Nível Lógico Digital

Álgebra Booleana (parte 2)

Vimos que, em geral, um projetista de circuitos começa com uma função booleana e depois aplica a ela as leis da álgebra booleana na tentativa de achar uma função mais simples, porém equivalente. Um circuito pode ser construído com base na função final.

Equivalência de circuitos

Para usar a abordagem de equivalência de circuitos, é preciso entender algumas identidades da álgebra booleana. Existem várias identidades, a figura abaixo mostra algumas das mais importantes.

Nome	Forma AND	Forma OR
Lei da identidade	$1A = A$	$0 + A = A$
Lei do elemento nulo	$0A = 0$	$1 + A = 1$
Lei idempotente	$AA = A$	$A + A = A$
Lei do inverso	$A\bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
Lei comutativa	$AB = BA$	$A + B = B + A$
Lei associativa	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
Lei distributiva	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
Lei da absorção	$A(A + B) = A$	$A + AB = A$
Lei de De Morgan	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$

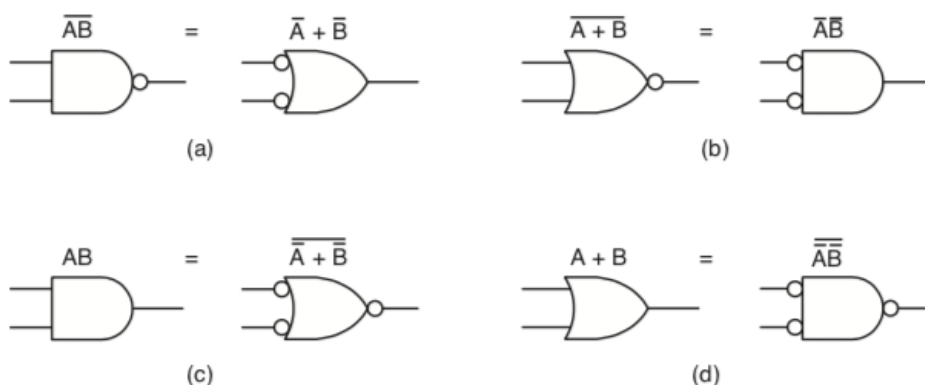
Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

É interessante notar que cada lei tem duas formas que são duais uma da outra. Permutando AND e OR e também 0 e 1, quaisquer das formas pode ser produzida com base na outra. Todas as leis podem ser provadas com facilidade construindo suas tabelas verdade.

A lei de De Morgan pode ser estendida para mais de duas variáveis, por exemplo, $\overline{ABC} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$.

A figura abaixo mostra alguns circuitos equivalentes de portas NAND, NOR, AND e OR aplicando a lei de De Morgan.

Símbolos alternativos para algumas portas: (a) NAND. (b) NOR. (c) AND. (d) OR.



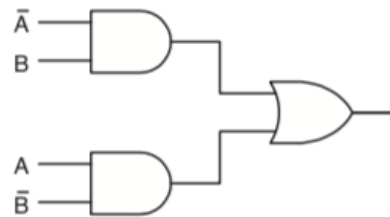
Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

Como mais um exemplo da equivalência de circuitos, podemos utilizar a função OU EXCLUSIVO (XOR), basicamente, essa função retorna 1, caso os operandos sejam diferentes e 0 caso todos os operandos tenham o mesmo valor. A figura abaixo mostra a tabela verdade dessa função, juntamente com três circuitos equivalentes para a mesma.

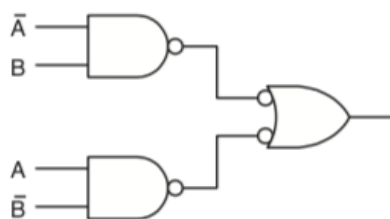
(a) Tabela verdade para a função XOR. (b)–(d) Três circuitos para calcular essa tabela.

A	B	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

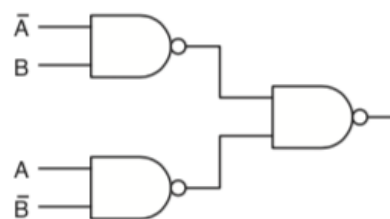
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

Como observação final em relação à equivalência de circuitos, é necessário prestar bastante atenção a um surpreendente resultado, isto é, a mesma porta física pode calcular funções diferentes dependendo das convenções usadas. A figura abaixo mostra a saída de certa porta, F, para diferentes combinações de entrada. Tanto entradas quanto saídas são representadas por volts. Se adotarmos a convenção de que **0 volt é 0 lógico e 1,5 volt é 1 lógico**, denominada **lógica positiva**, obtemos a tabela verdade (b), que equivale à função AND. Contudo, se adotarmos a **lógica negativa**, na qual **0 volt é 1 lógico e 1,5 volt é 0 lógico**, obtemos a tabela verdade (c), que equivale à função OR.

(a) Características elétricas de um dispositivo. (b) Lógica positiva. (c) Lógica negativa.

A	B	F
0V	0V	0V
0V	5V	0V
5V	0V	0V
5V	5V	5V

(a)

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(b)

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(c)

Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

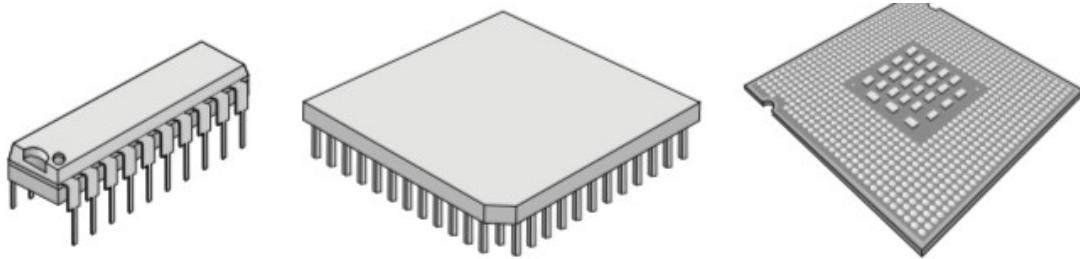
Assim, a convenção escolhida para mapear voltagens para valores lógicos é crítica. A menos que especifiquemos outra coisa, daqui em diante usaremos lógica positiva, portanto, os termos 1 lógico, verdade e tensão alta são sinônimos, assim como 0 lógico, falso e tensão baixa.

Circuitos integrados

Portas não são fabricadas nem vendidas individualmente, mas em unidades denominadas **circuitos integrados**, muitas vezes denominados **ICs ou chips**. Um IC é um pedaço quadrado de silício de tamanho variado, dependendo de quantas portas são necessárias para executar os componentes do chip.

Substratos pequenos medirão cerca de 2×2 mm, enquanto os maiores podem ter até 18×18 mm. ICs costumam ser montados em pacotes retangulares de plástico ou cerâmica, que podem ser muito maiores que os substratos que eles abrigam, se forem necessários muitos pinos para conectar o chip ao mundo exterior. Cada pino se conecta com a entrada ou saída de alguma porta no chip ou à fonte de energia, ou ao terra.

A figura abaixo mostra alguns tipos comuns de pacotes de circuito integrado.



Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

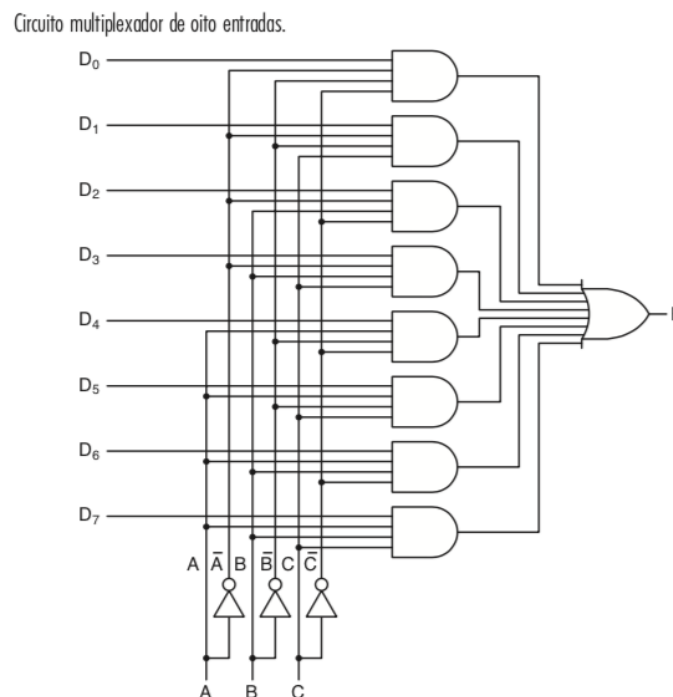
Circuitos combinatórios

Muitas aplicações de lógica digital requerem um circuito com múltiplas entradas e múltiplas saídas, no qual as saídas são determinadas exclusivamente pelas entradas em questão. Esses circuitos são denominados **circuitos combinatórios**.

*Multiplexador

No nível lógico, um **multiplexador** é um circuito com 2^n entradas de dados, uma saída de dados e n entradas de controle que selecionam uma das entradas de dados. Essa entrada selecionada é dirigida (isto é, roteada) até a saída.

A figura abaixo é um diagrama esquemático de um multiplexador de oito entradas. As três linhas de controle, A, B e C, codificam um número de 3 bits que especifica qual das oito linhas de entrada é direcionada até a porta OR e dali até a saída.

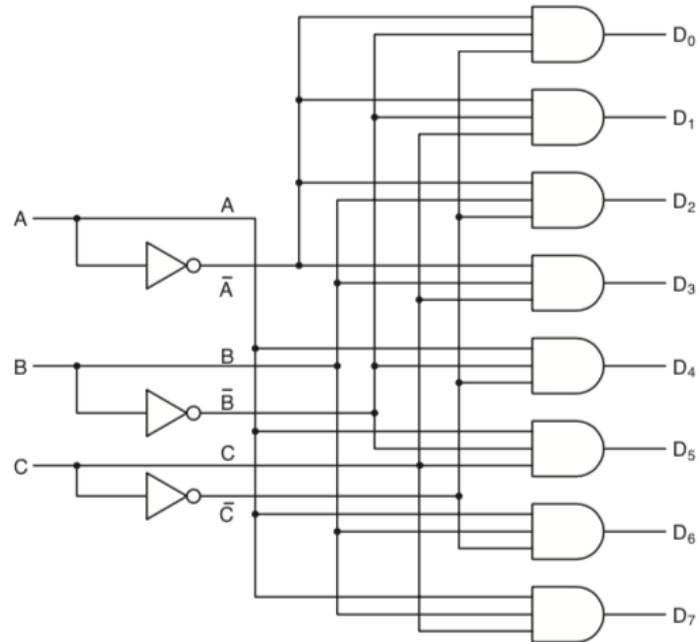


Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

O inverso de um multiplexador é um demultiplexador, que dirige sua única entrada até uma das 2^n saídas, dependendo dos valores das n linhas de controle. Se o valor binário das linhas de controle for k , é selecionada a saída k .

*Decodificadores

Um circuito decodificador é um circuito que toma um número de n bits como entrada e o usa para selecionar (isto é, definir em 1) exatamente uma das 2^n linhas de saída. A figura abaixo mostra o circuito de um decodificador de 3 bits.



Fonte: (Tanenbaum e Austin, 2013)

Existem ainda uma série de vários circuitos, como comparadores, deslocadores, somadores, entre outros.

Referências bibliográficas:

TANENBAUM, Andrew S. Organização Estruturada de Computadores, 2007, 5ª Edição.

TANENBAUM, Andrew S. AUSTIN, Todd; Organização Estruturada de Computadores, 2013, 6ª Edição.