

## Projeção de um vetor

Sejam os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , com  $\vec{u} \neq 0$  e  $\vec{v} \neq 0$ , e  $\theta$  o ângulo por eles formado. Pretendemos calcular o vetor  $\vec{w}$  que representa a projeção de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v}$ . A Figura 3.6 ilustra as duas situações possíveis podendo ser  $\theta$  um ângulo agudo ou obtuso.

Do triângulo retângulo, vem:

$$|\vec{w}| = |\vec{u}| |\cos \theta| = |\vec{u}| \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

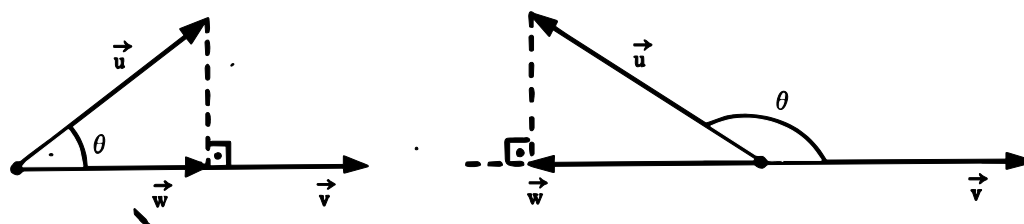


Figura 3.6

Como  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  têm a mesma direção, segue-se que:

$$\vec{w} = k\vec{v}, \quad k \in \mathbb{R}$$

Então:

$$|\vec{w}| = |k| |\vec{v}|$$

ou:

$$|k| = \frac{|\vec{w}|}{|\vec{v}|} = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|^2} \quad \therefore k = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2}$$

logo:

$$\vec{w} = \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \right) \vec{v}$$

Portanto, o vetor projeção de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v}$  ( $\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \vec{w}$ ) é:

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \left( \vec{u} \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

ou:

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \right) \vec{v}$$