Inteligência Artificial Prof. Robson de Souza

Lógica de primeira ordem

Até o momento, vimos como os agentes devem operar dentro de um ambiente específico, porém, ao projetar uma IA, é necessário ter alguma forma para representar o conhecimento e as regras a serem seguidas no ambiente. É preciso utilizar uma **linguagem de representação**, que será capaz de ilustrar os conceitos básicos de lógica e agentes baseados em conhecimento. A **lógica de primeira ordem** é suficientemente expressiva para representar de forma satisfatória nosso conhecimento comum. Ela também compõe ou forma os alicerces de muitas outras linguagens de representação e foi intensivamente estudada por muitas décadas.

Linguagens

As linguagens de programação (como C++, Java ou Lisp) são sem dúvida a maior classe de linguagens formais em uso comum. Os programas propriamente ditos representam, em sentido direto, apenas processos computacionais.

O que **falta às linguagens de programação é algum mecanismo geral para derivar fatos a partir de outros fatos**; cada atualização em uma estrutura de dados é feita por um procedimento específico do domínio cujos detalhes são derivados pelo programador a partir de seu próprio conhecimento do domínio.

Uma segunda desvantagem das estruturas de dados em programas (e também dos bancos de dados) é a falta de qualquer meio **fácil** de se dizer coisas que estão acontecendo no ambiente, como por exemplo, imprevistos e ações a serem tomadas com base no imprevisto em si e nas suas consequências. Os programas podem armazenar um valor único para cada variável, e alguns sistemas permitem que o valor seja "desconhecido", mas lhes **falta a capacidade de expressão necessária para manipular informações parciais.**

As linguagens naturais (como inglês, português ou espanhol) na realidade são muito expressivas. A sintaxe e a semântica de uma linguagem natural tornam possível de algum modo descrever o ambiente de forma concisa. O problema é que a dificuldade de utilizar uma linguagem natural em um modelo de agentes e ambientes para uma IA é bastante alta. Vale ressaltar que em algum momento essa IA deverá ser codificada e funcionará como um software.

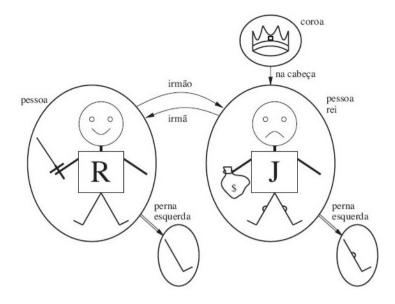
Uma dificuldade muito grande da linguagem natural é a de aplicação de um padrão para a representação do conhecimento, uma mesma linguagem pode ter muitas variantes, além disso, existem diversas frases que podem ser escritas ou faladas de modo completamente diferente, mas representar a mesma coisa no final. Além de tudo isso, tem o fato de que existem diferentes linguagens naturais no mundo.

Fica evidente que o uso de uma linguagem natural para representação em uma IA é algo que não seria muito eficiente. Devido a isso podemos adotar os fundamentos da lógica proposicional (uma semântica declarativa, composicional, independente do contexto e não ambígua) e construir uma lógica mais expressiva sobre esses fundamentos, tomando emprestadas ideias de representação da linguagem natural, ao mesmo tempo em que evitamos suas desvantagens.

A linguagem da **lógica de primeira ordem** é elaborada em torno de objetos e relações. Os modelos para lógica de primeira ordem contêm objetos. O **domínio de um modelo** é o conjunto de objetos ou elementos do domínio que ele contém. Exige-se que o domínio seja não vazio (todos os mundos possíveis devem conter pelo menos um objeto). Matematicamente falando, não importa o que são esses objetos, tudo o que importa é quantos há em cada modelo em particular.

Sintaxe e semântica da lógica de primeira ordem

Para facilitar o entendimento, vamos usar um exemplo concreto. A figura abaixo mostra um modelo com cinco objetos: Ricardo Coração de Leão, rei da Inglaterra de 1189 até 1199; seu irmão mais jovem, o perverso rei João, que governou de 1199 até 1215; a perna esquerda de Ricardo e de João; uma coroa.



Fonte: (Russell e Norvig, 2013)

Os objetos no modelo podem estar **relacionados** de diversas maneiras. Na figura, Ricardo e João são irmãos. Formalmente falando, **uma relação é apenas o conjunto de tuplas de objetos inter-relacionados.** (Uma tupla é uma coleção de objetos organizados em uma ordem fixa e é **representada por colchetes angulares em torno dos objetos.**) Desse modo, a relação "irmão" nesse modelo é o conjunto

{\Ricardo Coração de Leão, Rei João}, \Rei João, Ricardo Coração de Leão} }.

A coroa está na cabeça do rei João, então a relação "na cabeça" contém apenas uma tupla,

⟨coroa, rei João⟩.

As relações "irmão" e "na cabeça" são **relações binárias**, isto é, relacionam pares de objetos.

O modelo também contém relações unárias ou propriedades: a propriedade "pessoa" é verdadeira para Ricardo e para João; a propriedade "rei" é verdadeira apenas para João; e a propriedade "coroa" é verdadeira apenas para coroa.

É melhor pensar em certos tipos de relacionamentos como se fossem funções, nas quais determinado objeto deve estar relacionado a exatamente um objeto desse modo. Por exemplo, cada pessoa tem uma perna esquerda, então o modelo tem uma função unária "perna esquerda" que inclui os seguintes mapeamentos:

⟨Ricardo Coração de Leão⟩ → perna esquerda de Ricardo
⟨Rei João⟩ → perna esquerda de João.

Os elementos sintáticos básicos da lógica de primeira ordem são os símbolos que representam **objetos**, **relações e funções**. Por essa razão, os símbolos são de três tipos: **símbolos de constantes**, que representam objetos, **símbolos de predicados**, que representam relações, e **símbolos de funções**, que representam funções.

Por exemplo, poderíamos usar os símbolos de constantes Ricardo e João, os símbolos de predicados, Irmão, NaCabeça, Pessoa, Rei e Coroa e o símbolo de função PernaEsquerda. Como ocorre com os símbolos de proposições, a escolha de nomes cabe inteiramente ao usuário.

Termos

Um **termo** é uma expressão lógica que se refere a um objeto. Os símbolos de constantes são portanto termos, mas nem sempre é conveniente ter um símbolo distinto para identificar todo objeto. Por exemplo, em linguagem natural poderíamos usar a expressão "perna esquerda do rei João" em lugar de dar um nome à

perna. Essa é a finalidade dos **símbolos de funções**: em vez de usar um símbolo de constante, utilizamos

PernaEsquerda(João).

Sentenças atômicas

Agora que temos termos para fazer referência a objetos e símbolos de predicados para fazer referência a relações, podemos reuni-los para formar sentenças atômicas que enunciam fatos. Uma **sentença atômica** (ou **átomo**) é formada a partir de um símbolo de predicado, seguido por uma lista de termos entre parênteses:

Irmão(Ricardo, João)

Isso enuncia, sob a interpretação pretendida apresentada anteriormente, que Ricardo Coração de Leão é o irmão do rei João. As sentencas atômicas podem ter termos complexos como argumentos. Desse modo,

Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))

enuncia que o pai de Ricardo Coração de Leão é casado com a mãe do rei João (mais uma vez, sob uma interpretação apropriada).

Uma sentença atômica é verdadeira em dado modelo, sob dada interpretação, se a relação referida pelo símbolo de predicado é válida entre os objetos referidos pelos argumentos.

Sentenças complexas

Podemos usar conectivos lógicos para construir sentenças mais complexas, com a mesma sintaxe e semântica que no cálculo proposicional. Aqui estão quatro sentenças que são verdadeiras no contexto que estamos estudando, sob nossa interpretação pretendida:

"A perna esquerda de Ricardo não é irmã de João": ¬Irmão(PernaEsquerda(Ricardo), João)

"Ricardo é irmão de João e João é irmão de Ricardo": Irmão(Ricardo, João) A Irmão(João, Ricardo)

"Ricardo é rei ou João é rei": Rei(Ricardo) v Rei(João)

"Ricardo não é rei, então João é rei": ¬Rei(Ricardo) ⇒ Rei(João)

Quantificadores

Uma vez que temos uma lógica que permite objetos, não deixa de ser natural querer expressar propriedades de coleções inteiras de objetos, em vez de enumerar os objetos pelo nome. Os quantificadores nos permitem fazê-lo. A lógica de primeira ordem contém dois quantificadores-padrão, chamados universal e existencial.

*Quantificação Universal (∀)

Imagine que queremos representar em lógica de primeira ordem a seguinte sentença: "Todos os reis são pessoas", para isso devemos utilizar o quantificador universal:

 $\forall x \text{ Rei}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x).$

Normalmente, \forall é lido como "Para todo..." ou "Para todos...". Desse modo, a sentença afirma que "Para todo x, se x é um rei, então x é uma pessoa".

O símbolo x é chamado **variável.** Por convenção, as variáveis são letras minúsculas. Uma variável é um termo por si só e, como tal, também pode servir como o argumento de uma função — por exemplo, PernaEsquerda(x). Um termo sem variáveis é chamado **termo base** (ground term).

Intuitivamente, a sentença $\forall x$ P, onde P é qualquer expressão lógica, afirma que P é verdadeira para todo objeto x. Mais precisamente, $\forall x$ P é verdadeira em dado modelo se P é verdadeira em todas as

interpretações estendidas possíveis construídas a partir da interpretação dada ao modelo, em que cada interpretação estendida especifica um elemento de domínio ao qual x se refere.

Considere o modelo que estamos utilizando e a interpretação pretendida que o acompanha. Podemos estender a interpretação de cinco maneiras:

- x → Ricardo Coração de Leão,
- $x \rightarrow rei João.$
- $x \rightarrow perna esquerda de Ricardo,$
- x → perna esquerda de João,
- $x \rightarrow a$ coroa.

A sentença universalmente quantificada $\forall x$ Rei $(x) \Rightarrow Pessoa(x)$ é verdadeira no modelo original se a sentença Rei $(x) \Rightarrow Pessoa(x)$ é verdadeira sob cada uma das cinco interpretações estendidas. Ou seja, a sentença universalmente quantificada é equivalente a afirmar as cinco sentenças a seguir:

Ricardo Coração de Leão é um rei ⇒ Ricardo Coração de Leão é uma pessoa.

O rei João é um rei ⇒ O rei João é uma pessoa.

A perna esquerda de Ricardo é um rei ⇒ A perna esquerda de Ricardo é uma pessoa.

A perna esquerda de João é um rei ⇒ A perna esquerda de João é uma pessoa.

A coroa é um rei \Rightarrow A coroa é uma pessoa.

Um equívoco comum, que ocorre com frequência, é usar a conjunção em vez da implicação. A sentença

 \forall x Rei(x) \land Pessoa(x)

seria equivalente a afirmar

Ricardo Coração de Leão é um rei A Ricardo Coração de Leão é uma pessoa,

Rei João é um rei A Rei João é uma pessoa,

A perna esquerda de Ricardo é um rei A perna esquerda de Ricardo é uma pessoa,

e assim por diante.

*Quantificação Existencial (3)

A quantificação universal faz declarações sobre todo objeto. De modo semelhante, podemos fazer uma declaração sobre algum objeto no universo sem nomeá-lo, utilizando um quantificador existencial. Por exemplo, para dizer que o rei João tem uma coroa em sua cabeça, escrevemos:

 $\exists x \text{ Coroa}(x) \land \text{NaCabe}(x, \text{João}).$

 $\exists x \in \text{lido como "Existe um } x \text{ tal que..."} \text{ ou "Para algum } x...".$

Intuitivamente, a sentença $\exists x$ P afirma que P é verdadeira para pelo menos um objeto x. Mais precisamente, $\exists x$ P é verdadeira em dado modelo sob dada interpretação se P é verdadeira em pelo menos uma interpretação estendida que atribua x a um elemento de domínio. Ou seja, pelo menos uma das afirmações a seguir deve ser verdadeira:

Ricardo Coração de Leão é uma coroa A Ricardo Coração de Leão está na cabeça de João;

Rei João é uma coroa A Rei João está na cabeca de João;

A perna esquerda de Ricardo é uma coroa A perna esquerda de Ricardo está na cabeça de João;

A perna esquerda de João é uma coroa A perna esquerda de João está na cabeça de João;

A coroa é uma coroa A coroa está na cabeça de João.

A quinta afirmação é verdadeira no modelo e, assim, a sentença existencialmente quantificada original é verdadeira no modelo.

Referências bibliográficas:

RUSSELL, Stuart J.; NORVIG, Peter. Inteligência artificial. Elsevier, 2004.

RUSSELL, Stuart; NORVIG, Peter. Inteligência artificial. Rio de Janeiro: GEN LTC, 2013. ISBN 9788595156104.