

Centro Universitário Presidente Antônio Carlos Teoria de Grafos

Subgrafo, Conectividade e Caminhos
Felipe Roncalli de Paula Carneiro
felipecarneiro@unipac.br

O que vamos
aprender
nessa aula

- SubGrafos;
- Conectividade;
- Caminhos;

Subgrafo

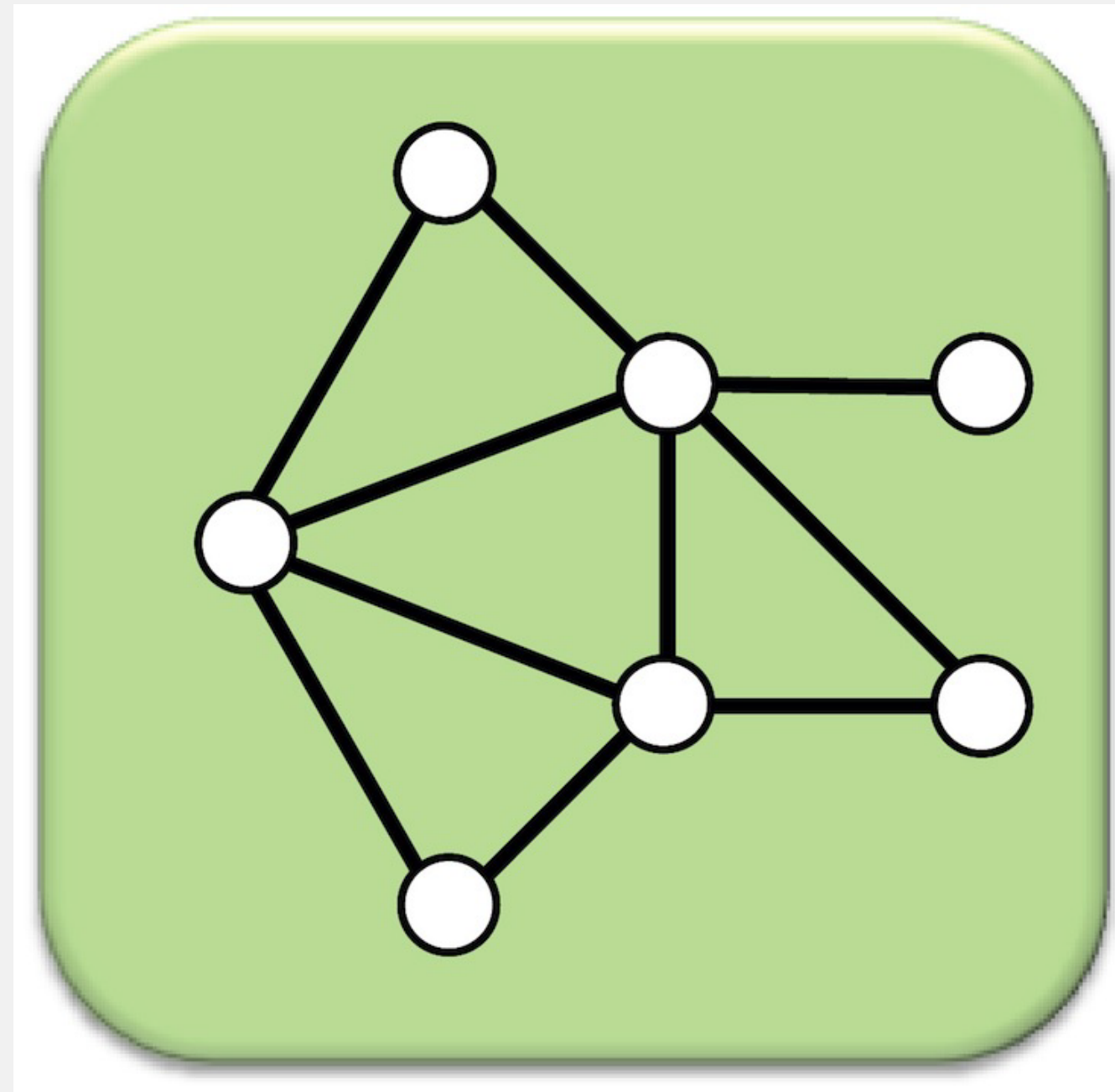
Definição

Um grafo $G_s = (V_s, A_s)$ é dito ser um **subgrafo** de um grafo $G = (V, A)$ se todos os vértices e todas as arestas de G_s estão em G , ou seja, se $V_s \subseteq V$ e $A_s \subseteq A$.

Observações:

- ▶ Todo grafo é subgrafo de si próprio;
- ▶ O subgrafo G_{s2} de um subgrafo G_s de G também é subgrafo de G ;
- ▶ Um vértice simples de G é um subgrafo de G ;
- ▶ Uma aresta simples de G (juntamente com suas extremidades) é um subgrafo de G .

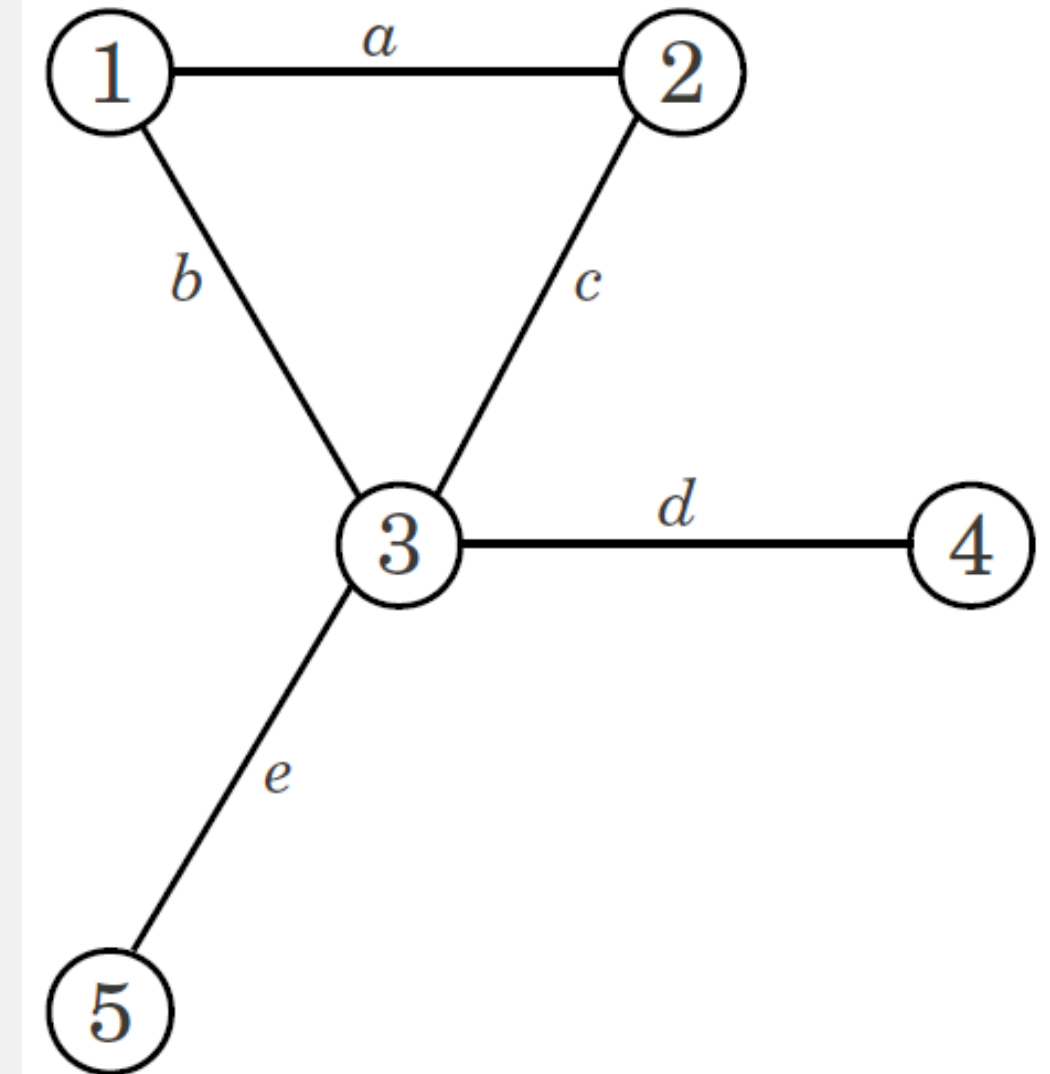
Subgrafo



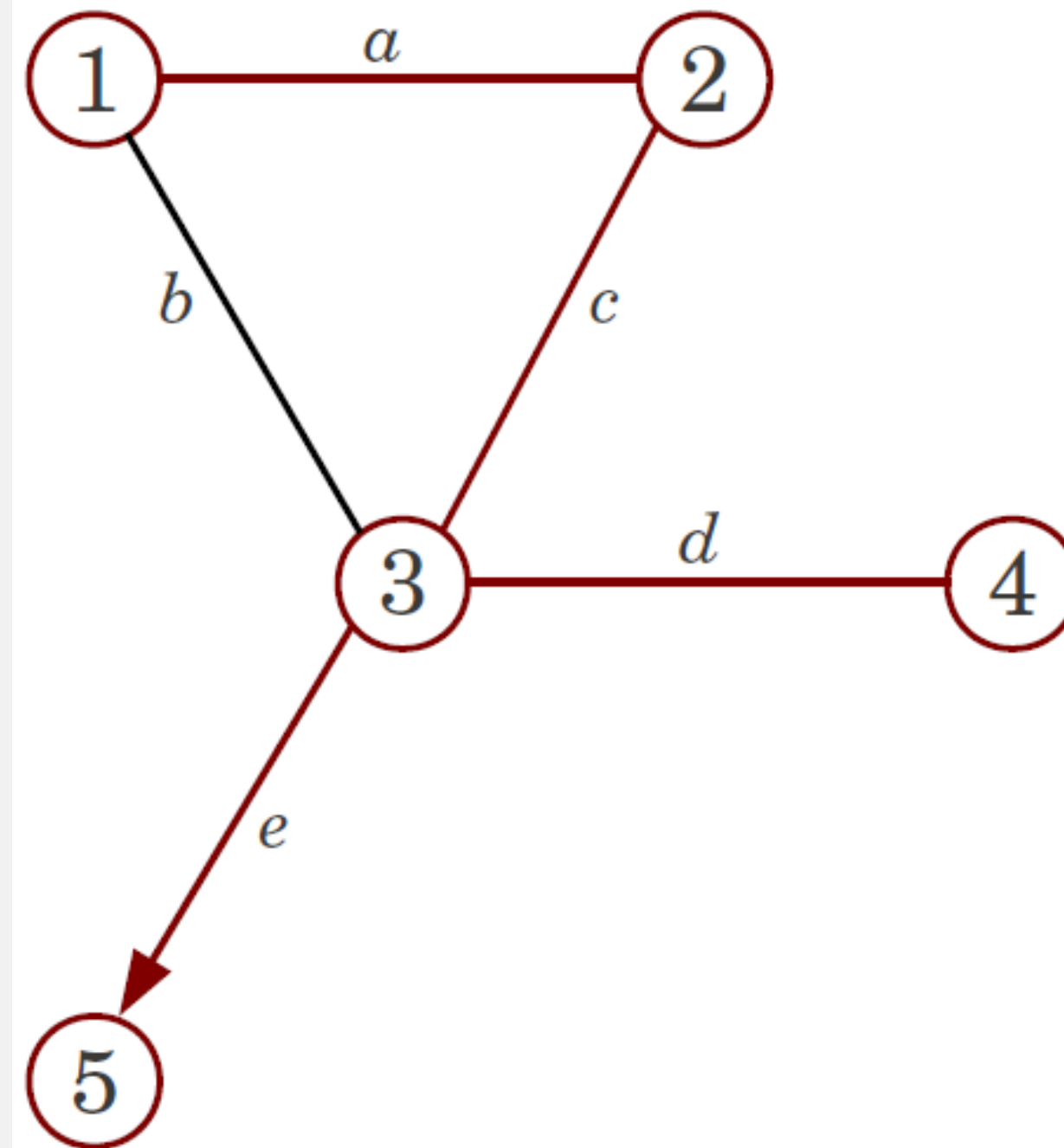
Enumere 20 subgrafos do grafo acima

Passeio

- Um passeio é uma sequência finita de vértices e arestas.
- Cada vértice da sequência é incidente a aresta que o precede e a aresta seguinte.
- Essa sequência deve acabar e iniciar em um vértice (não necessariamente os mesmos).

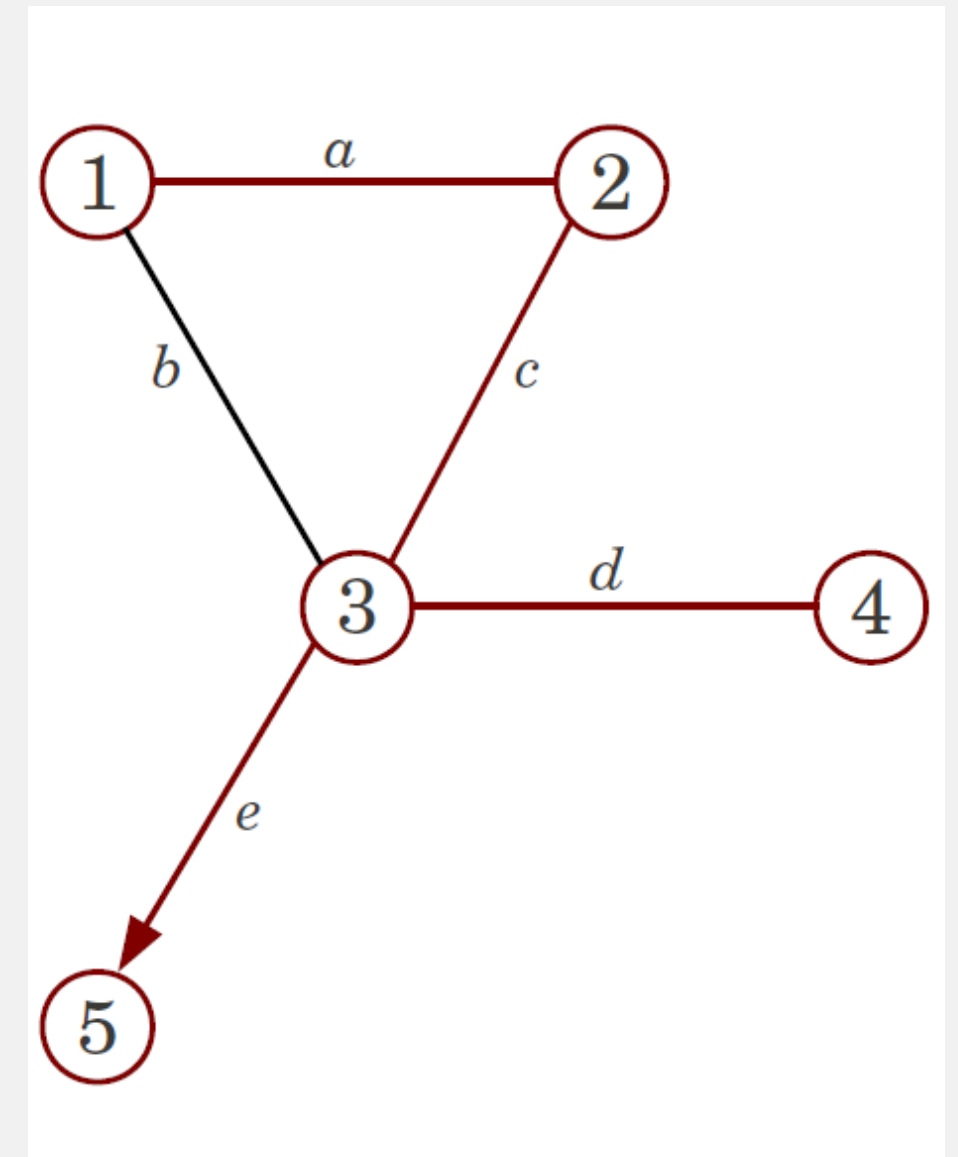


Passeio



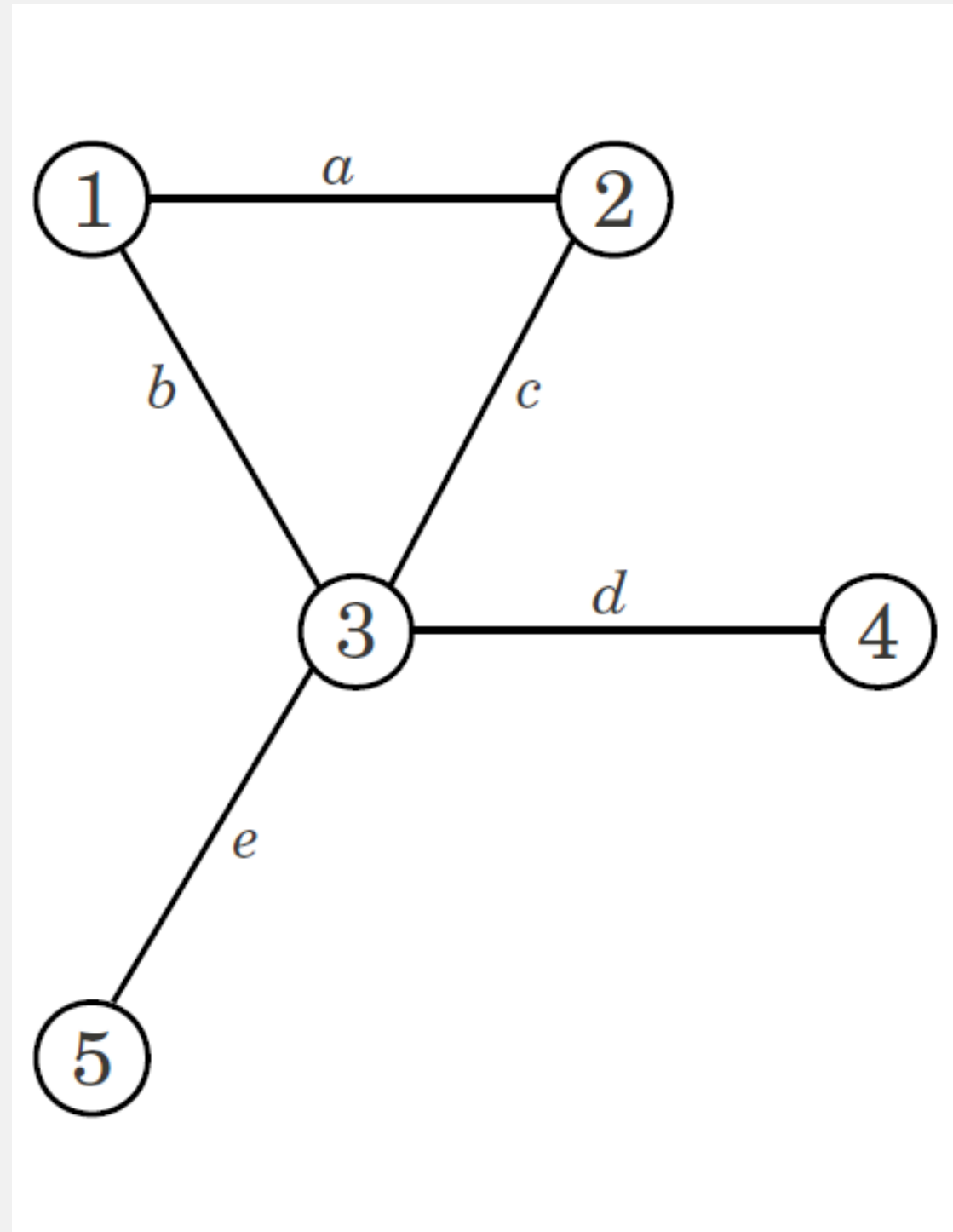
Passeio

- Este exemplo: Ex.: 1 - a - 2 - c - 3 - d - 4 - d - 3 - e - 5 ou: 1 - 2 - 3 - 4 - 3 - 5
- O passeio pode ser:
 - Aberto : quando inicia e acaba em vértices diferentes (o caso acima).
 - Fechado : quando inicia e acaba no mesmo vértice. Ex.: 1-2-3-4-3-5-3-1.



Passeio - Cadeia

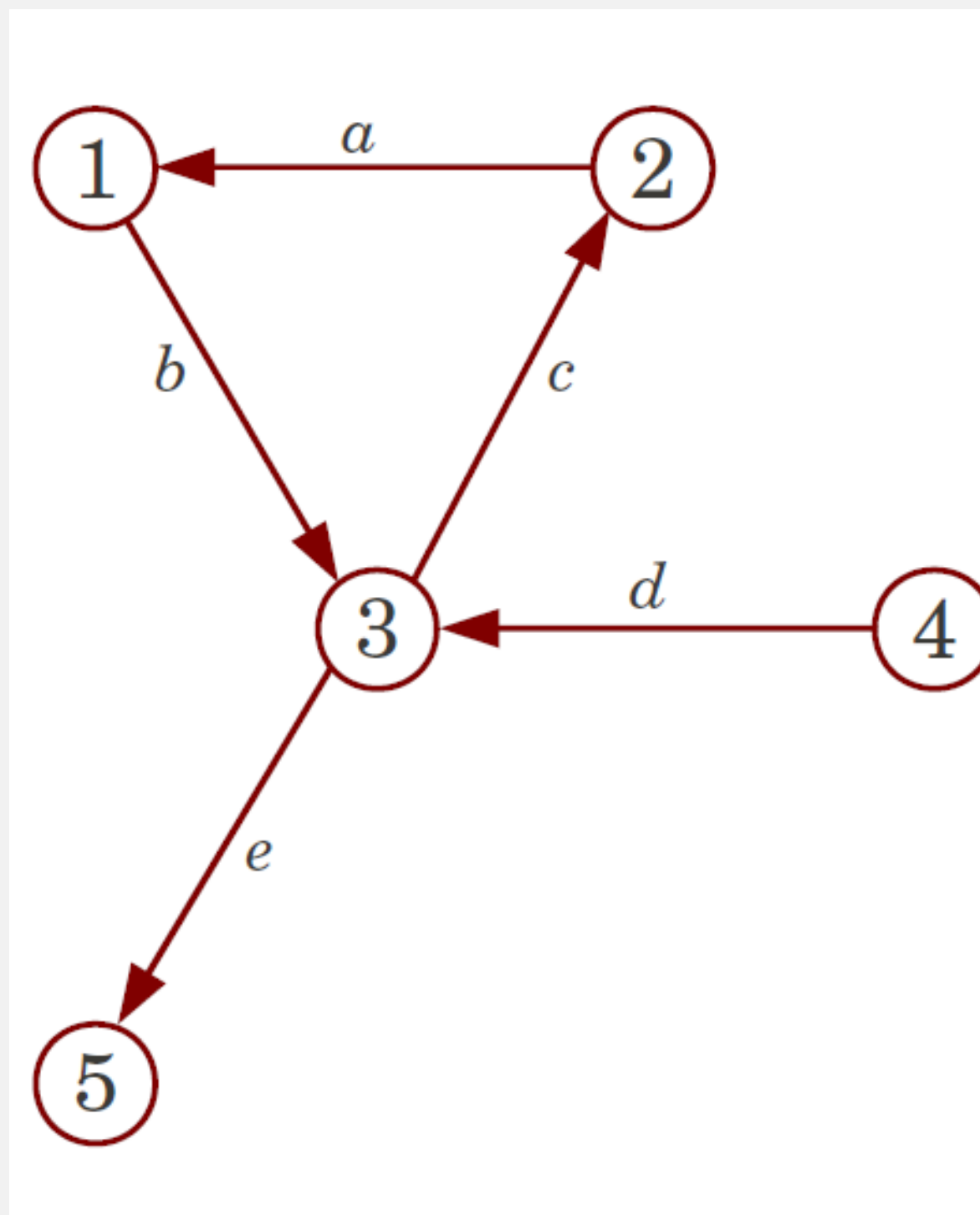
- Um passeio que não repete arestas.



Passeio - Cadeia

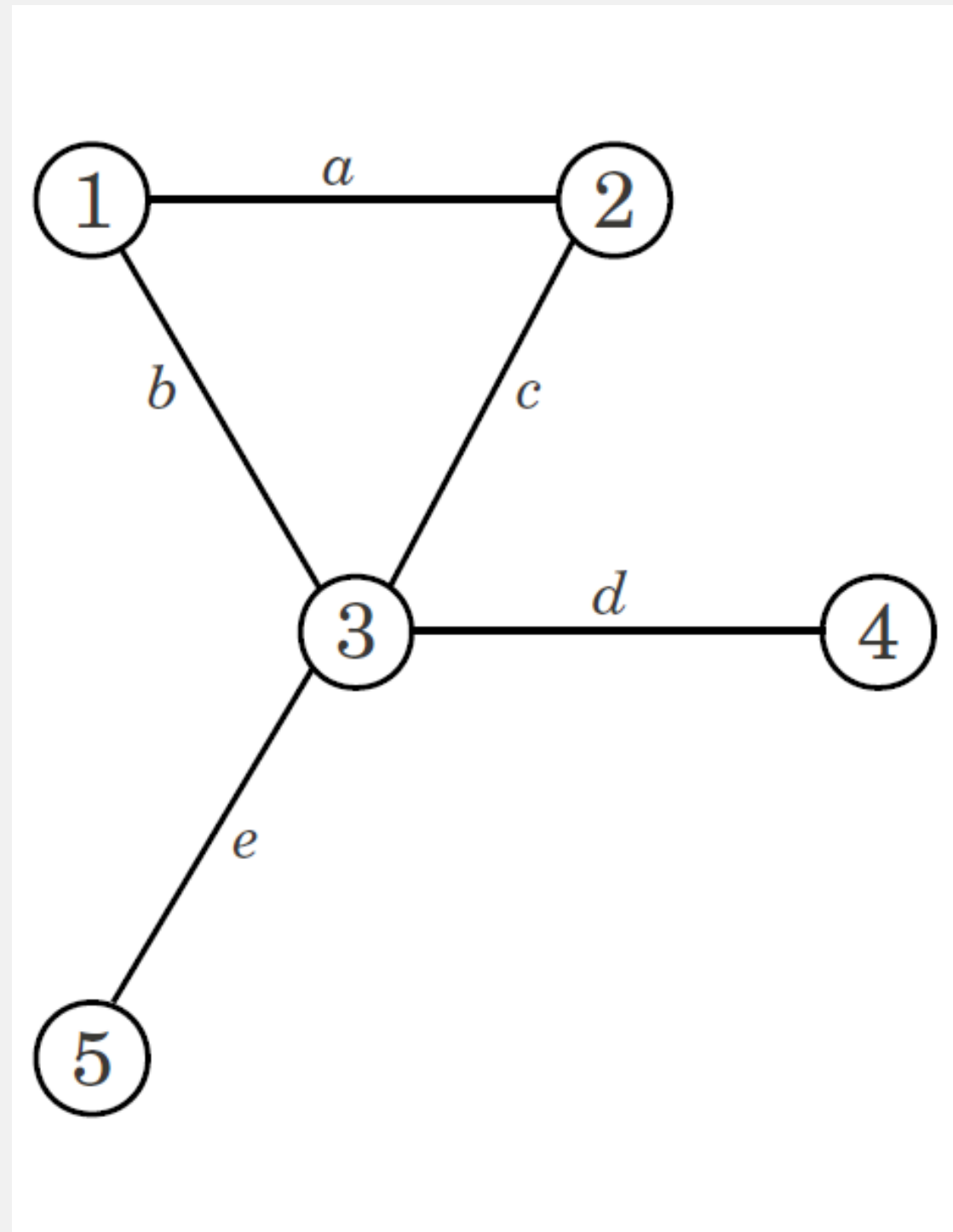
- Um passeio que não repete arestas.

Ex.: 4 - 3 - 2 - 1 - 3 - 5



Passeio - Cadeia - Caminho

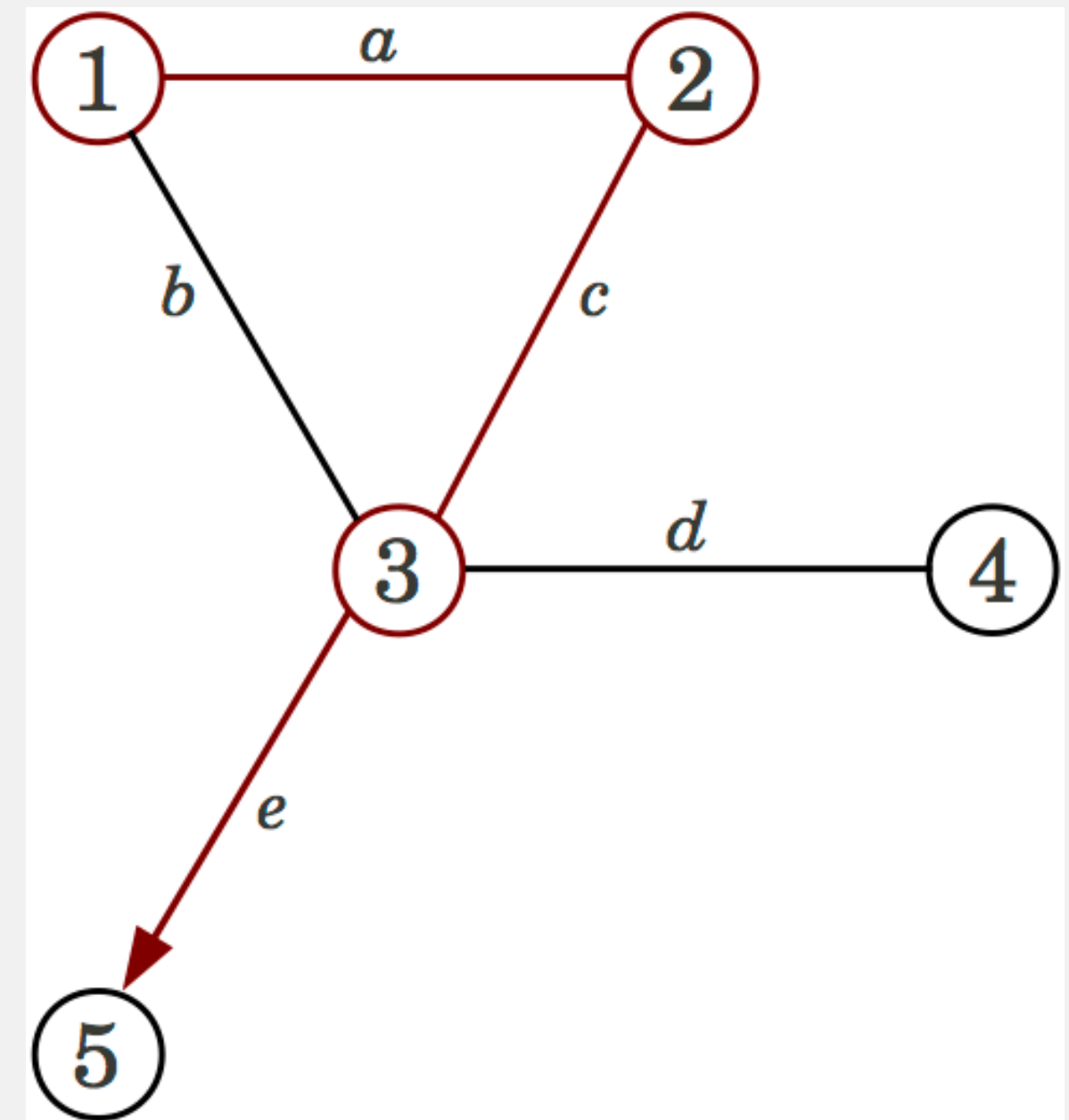
- Uma cadeia sem repetição de vértices.



Passeio - Cadeia - Caminho

- Uma cadeia sem repetição de vértices.

Ex.: 1 - 2 - 3 - 5

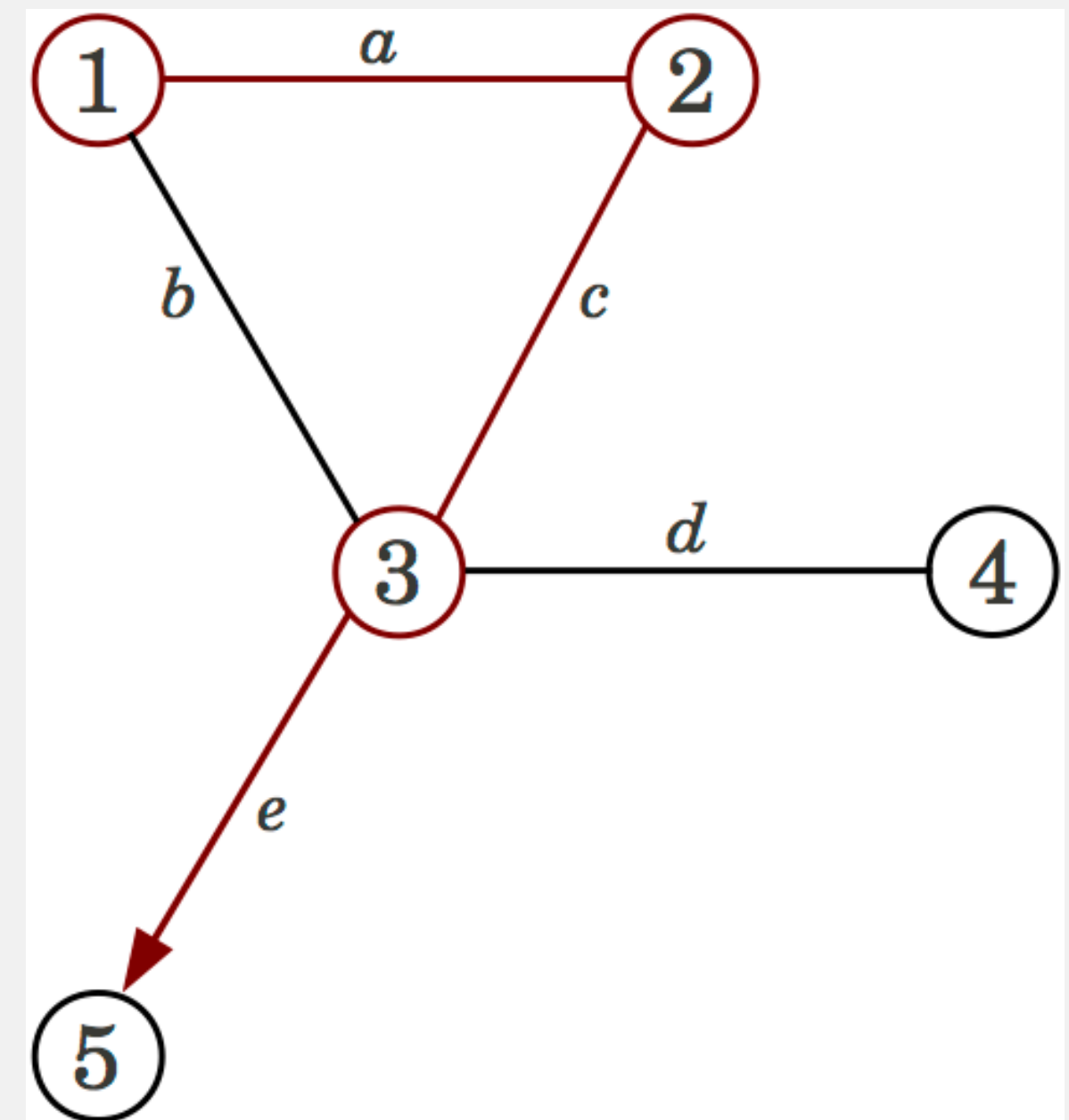


Passeio - Cadeia - Caminho

- Uma cadeia sem repetição de vértices.

Ex.: 1 - 2 - 3 - 5

- Aberto : quando inicia e acaba em vértices diferentes (o caso acima).
- Fechado : quando inicia e acaba no mesmo vértice. Ex.: 1-2-3-1.

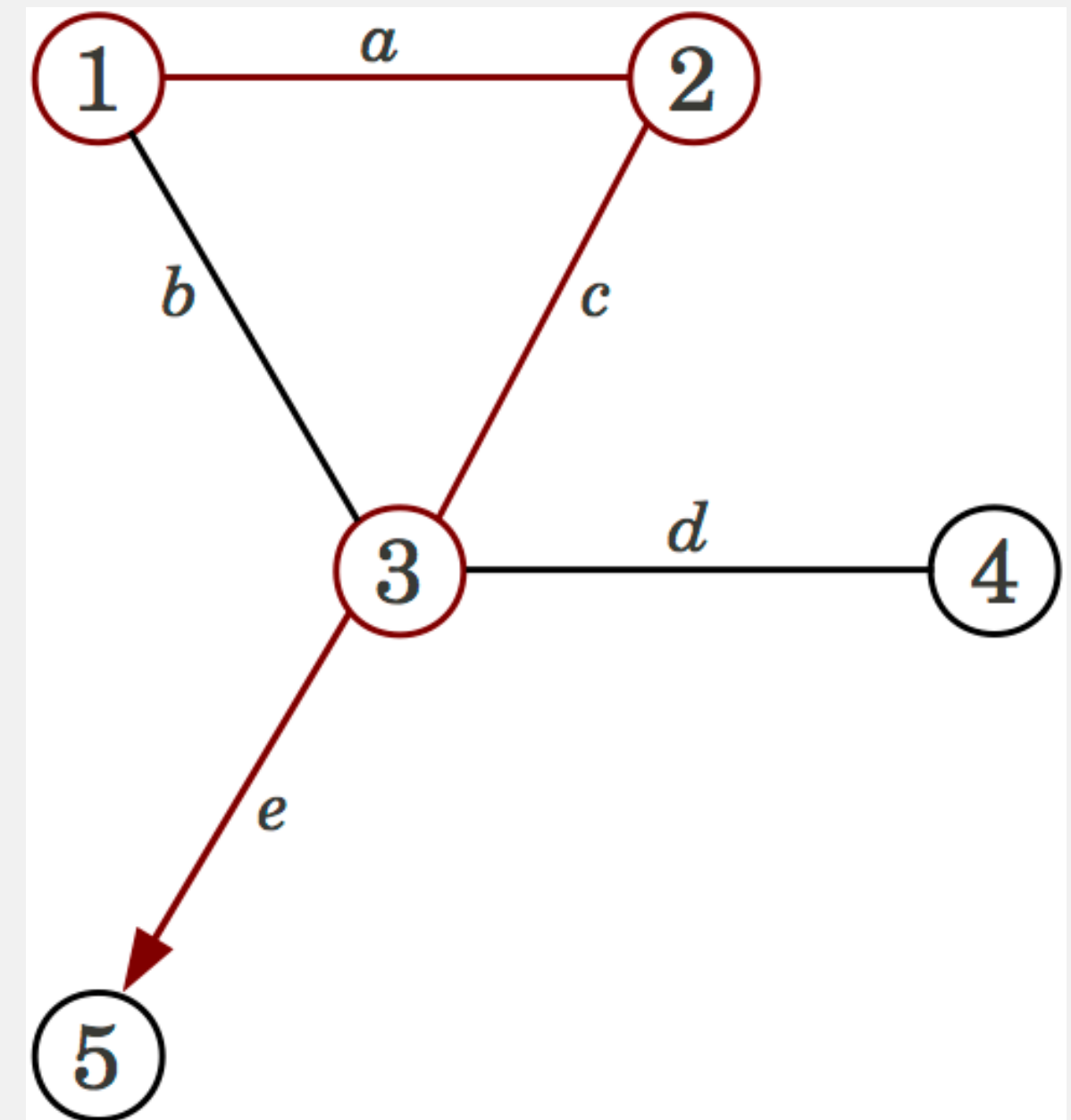


Passeio - Cadeia - Caminho

- Uma cadeia sem repetição de vértices.

Ex.: 1 - 2 - 3 - 5

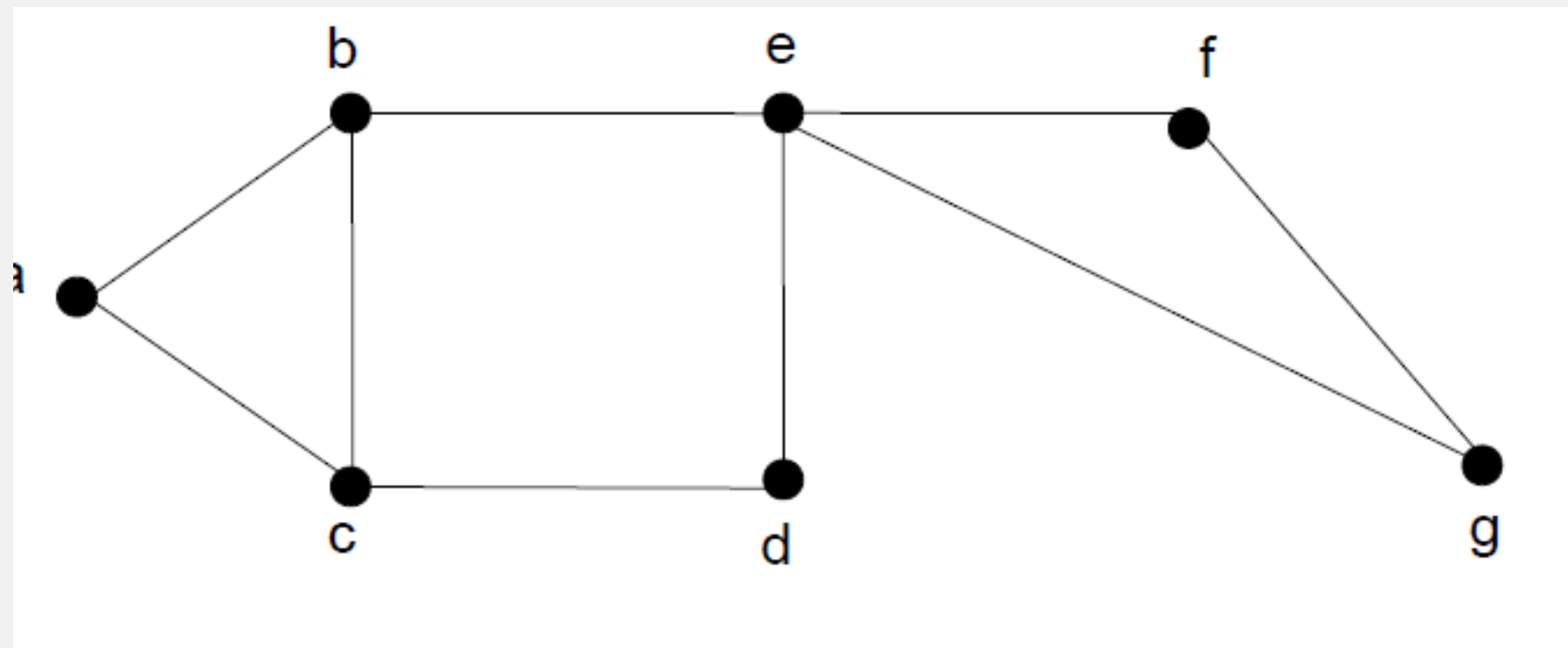
- Aberto : quando inicia e acaba em vértices diferentes (o caso acima).
 - Fechado : quando inicia e acaba no mesmo vértice. Ex.: 1-2-3-1.
- Comprimento : o comprimento de um caminho é o número de arestas que o mesmo inclui.



Resumindo

- **Passeio:** Sequência finita de vértices e arestas.
- **Cadeia:** Um passeio que não repete arestas.
- **Caminho:** Uma cadeia sem repetição de vértices.

Exercícios - Parte 1



1. Descreva um passeio aberto e um fechado no Grafo acima.
2. Descreva uma cadeia aberta e uma fechada no Grafo acima.
3. Quantos caminhos existem entre os vértices b e f ?

Caminhos

Teorema 1

Se um grafo possui exatamente 2 vértices de grau ímpar, existe um caminho entre esses dois vértices.

Caminhos

Teorema 1

Se um grafo possui exatamente 2 vértices de grau ímpar, existe um caminho entre esses dois vértices.

Teorema 2

O número mínimo de arestas de um grafo simples com n vértices e k componentes é $n - k$.

Caminhos

Teorema 1

Se um grafo possui exatamente 2 vértices de grau ímpar, existe um caminho entre esses dois vértices.

Teorema 2

O número mínimo de arestas de um grafo simples com n vértices e k componentes é $n - k$.

Teorema 3

Um grafo simples com n vértices e k componentes possui no máximo $(n - k)(n - k + 1)/2$ arestas (caso trivial).

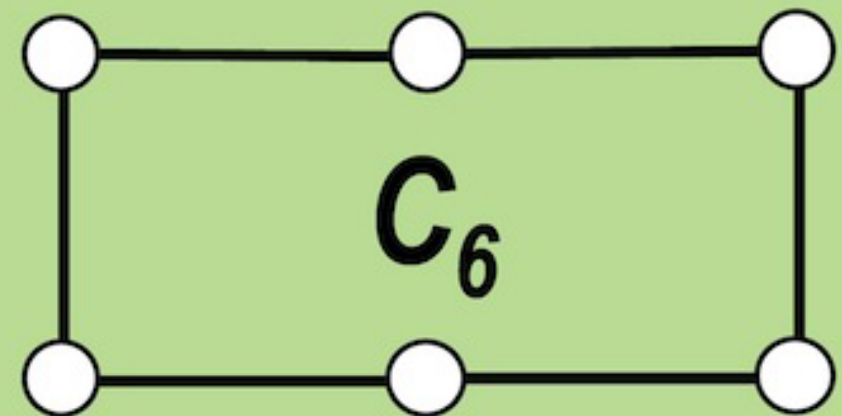
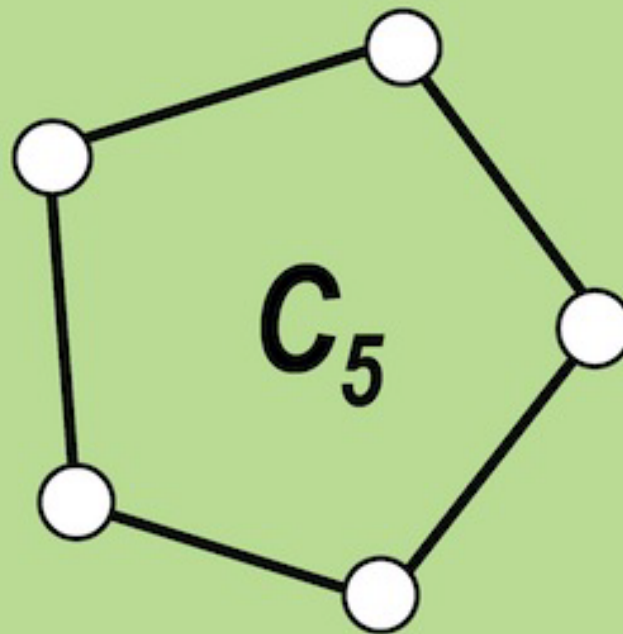
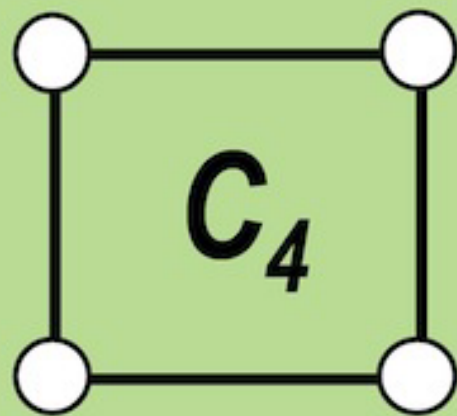
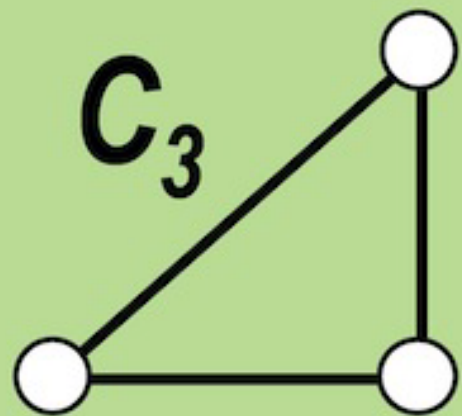
Ciclos

Definição

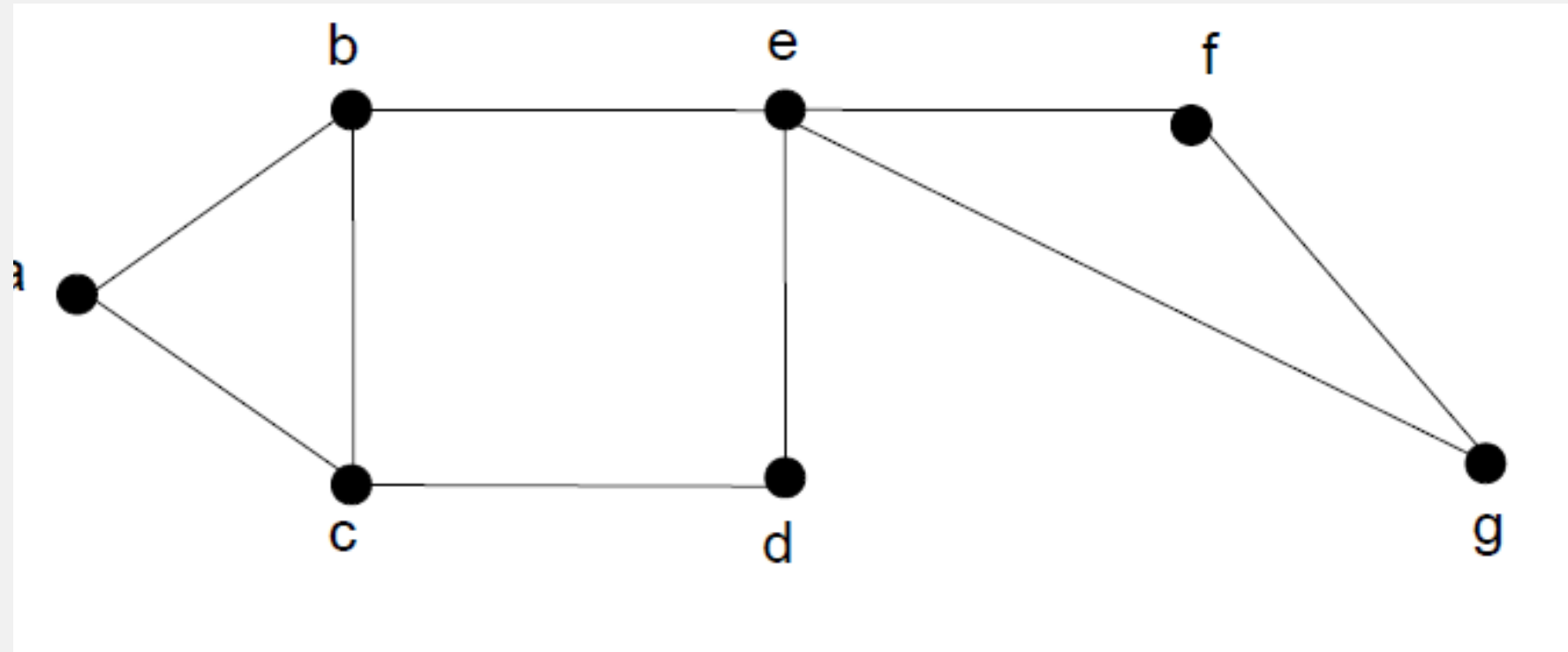
Um **ciclo** é um caminho fechado.

Alguns autores, utilizam o termo *circuito* para o caso de grafos orientados.

Grafo Ciclo: Um grafo ciclo C_n é um grafo com n vértices formado por apenas um ciclo passando por todos os vértices.



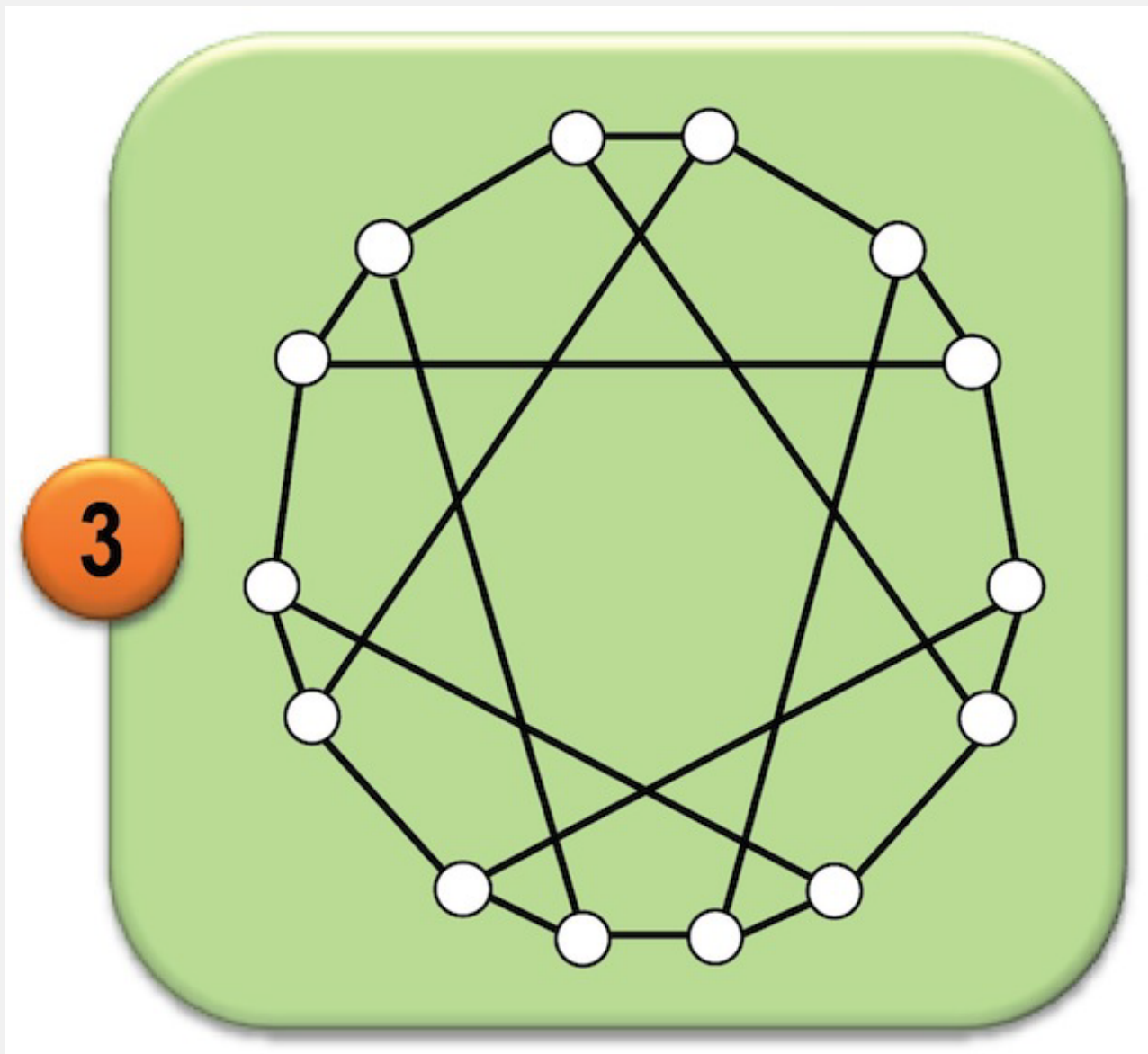
Exercícios - Parte 2



Quantos grafos ciclos são subgrafos do grafo acima?

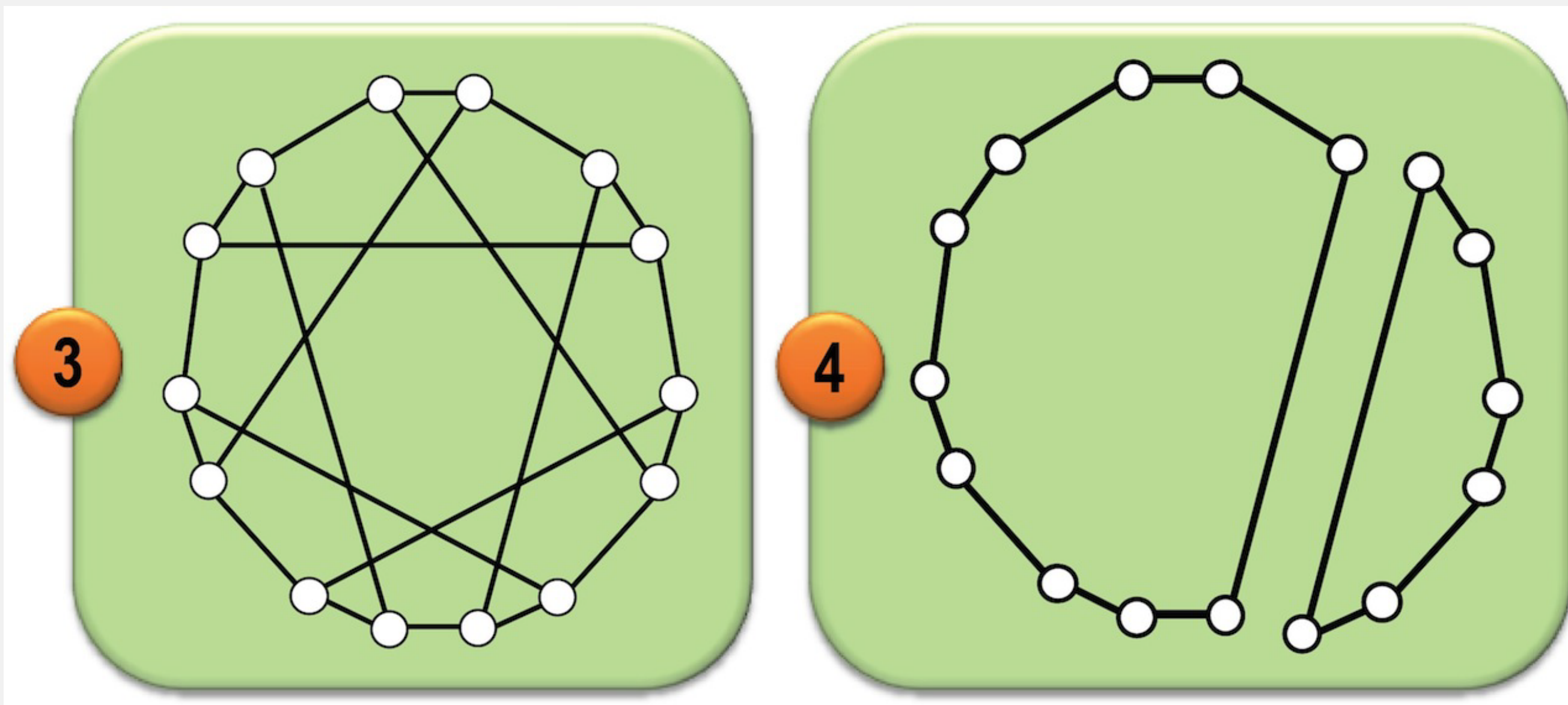
Ciclos - Cintura

A **Cintura** de um grafo é o comprimento do menor ciclo existente no mesmo.



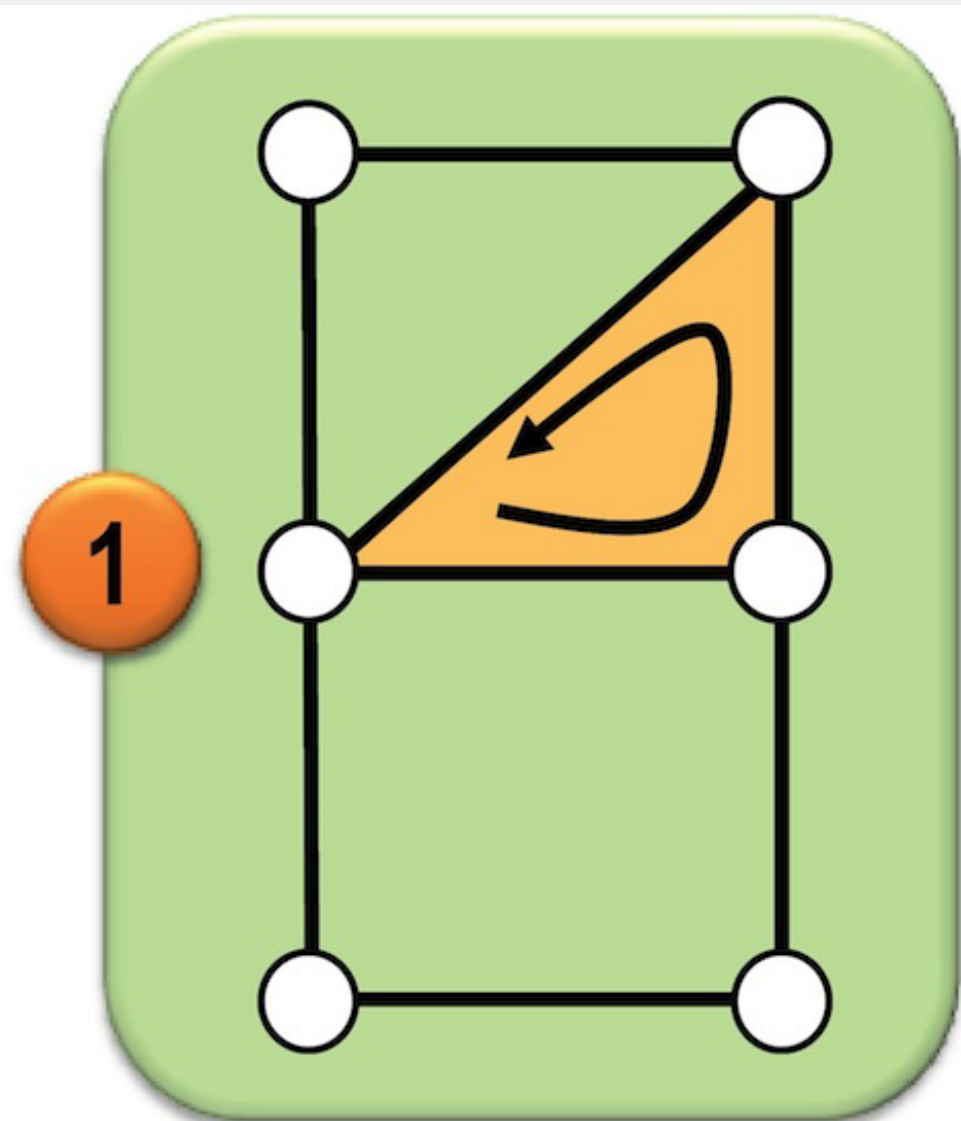
Ciclos - Cintura

A **Cintura** de um grafo é o comprimento do menor ciclo existente no mesmo.



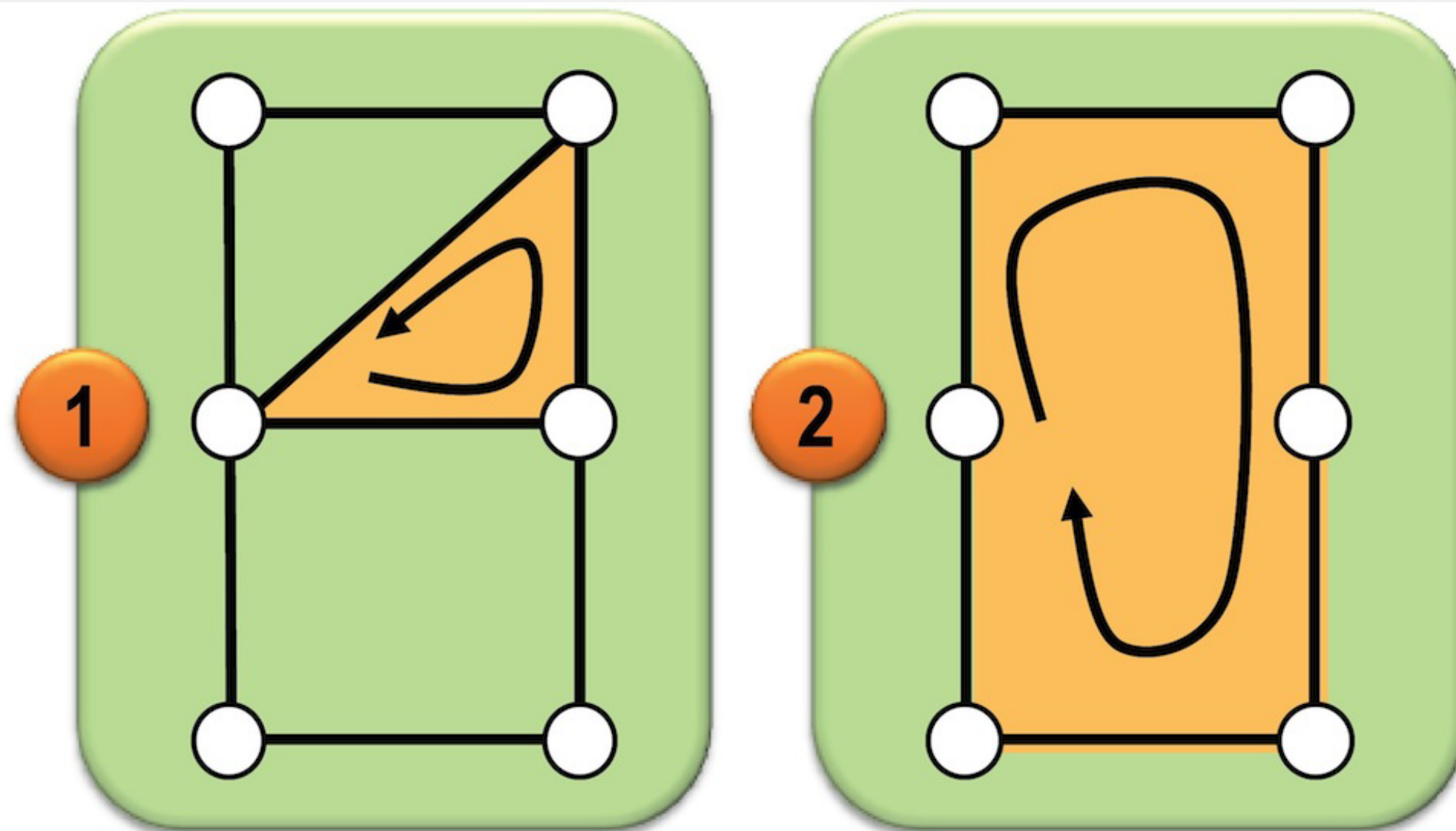
Ciclos - Circunferência

A **Circunferência** de um grafo é o comprimento do maior ciclo existente no mesmo.

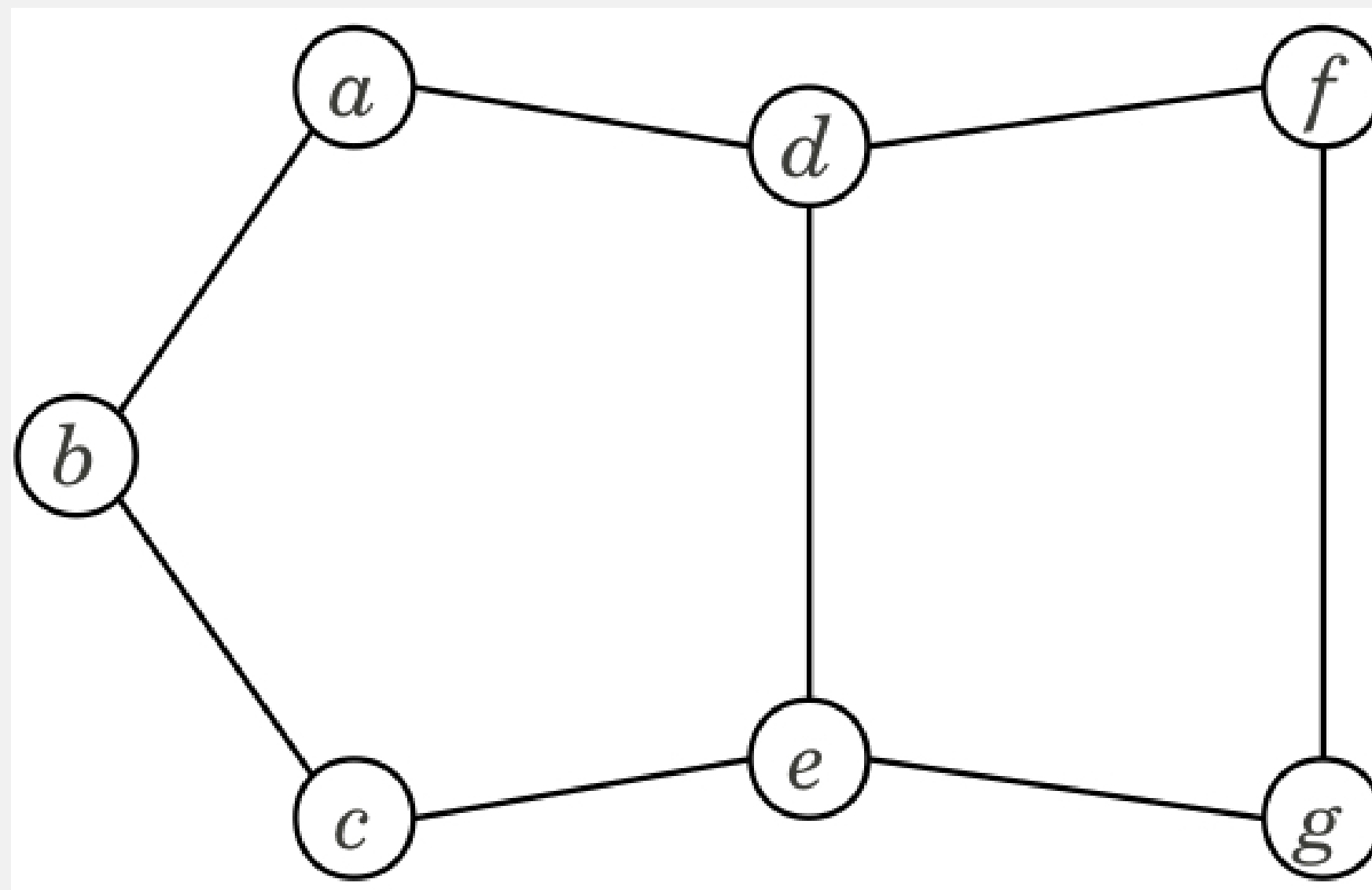


Ciclos - Circunferência

A **Circunferência** de um grafo é o comprimento do maior ciclo existente no mesmo.



Exercícios - Parte 3



1. Qual a cintura e a circunferência do grafo acima?

Dúvidas???