

Recuerdo Recordar

1.

Suma f verticales

$$\sum F_g = m \cdot a$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_E(t) \longrightarrow \text{daría lo siguiente}$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_E(t)$$

Como las condiciones iniciales son Cero entonces cualquier componente estática se cancela

Aplicando L.T.

$$ms^2 y(s) + cs y(s) + k y(s) = F_E(s)$$

Por lo tanto la f.d en lazo abierto

$$\frac{y(s)}{F_E(s)} \text{ despejada sería:}$$

$$G(s) = \frac{y(s)}{F_E(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Comparando con la normalizada

$$\omega_n^2 / (s^2 + \zeta \omega_n s + \omega_n^2)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



f natural no amortiguado

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

factor amortiguamiento

Impedancias y equivalencia

$$L = m ; R = c ; C = 1/k$$

$$L_L = Cs V_o + \frac{V_o}{R}$$

$$V_i = Ls L_L + V_o$$

$$V_i = Ls (Cs V_o + \frac{V_o}{R}) + V_o = (Lcs^2 + \frac{L}{R}s + 1)V_o$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{Lcs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$



$L = m$  ;  $R = c$  ;  $C = 1/k$   $\rightarrow$  Sustituyendo

$$L = \frac{m}{k} ; \quad \frac{L}{R} = \frac{m}{c}$$

$$\frac{y_0}{y_1} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Por lo tanto

Entonces

$$\frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$



Rafael Ricardo Torres Chapaena

$m(t)$  = Señal mensaje de banda  
 $f_c$  = frecuencia portadora

Transformada de Hilbert

Se denota como  $\hat{m}(t)$  desplaza en fase  $-90^\circ$  a todas las componentes de frecuencia positivas

$$\hat{m}(t) = m(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

$M(f)$  es la transformada de Fourier.

$$\hat{M}(f) = -j \cdot \text{sgn}(f) \cdot M(f)$$

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f > 0 \\ 0 & \text{si } f = 0 \\ -1 & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

Osea: Para  $f > 0$ ,  $\hat{M}(f) = -jM(f)$  =  $e^{-j\pi/2} M(f)$  representa un desfase de  $-90^\circ$   
Para  $f < 0$ ,  $\hat{M}(f) = jM(f) = e^{j\pi/2} M(f)$  representa un desfase de  $+90^\circ$

$$m_a(t) = m(t) + j\hat{m}(t)$$

$$c(t) = \cos(2\pi f_c t)$$

Para la banda lateral Superior  $S_{usb}(t)$

$$S_{usb} = m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)$$

Señal analítica  $m(t)$

$$m_a(t) = m(t) + j\hat{m}(t)$$

$$M_a(f) = M(f) + j\hat{M}(f)$$

$$M_a(f) = M(f) + j(-j \text{sgn}(f) M(f)) = M(f) (1 + \text{sgn}(f))$$

Entonces  $M_a(f)$  contiene solo las componentes positivas de  $M(f)$  con la amplitud duplicada  $M_a(f) = 2M(f)$  para  $f > 0$  y 0 para  $f < 0$

$$S_{usb}(t) = \text{Re} \left\{ m_a(t) e^{j2\pi f_c t} \right\} = \text{Re} \left\{ (m(t) + j\hat{m}(t)) (\cos(2\pi f_c t) + j\sin(2\pi f_c t)) \right\}$$

$$S_{usb}(t) = m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)$$



forma de onda para la portadora superior

$$F \propto m_a(t) e^{j2\pi f_c t} = M_a(f - f_c)$$

$$\rightarrow F \propto \text{Re}\{x(t)\} \Rightarrow F = \frac{1}{2} (x(f) + x^*(-f))$$

$X(f) \rightarrow$  transformada de Fourier

$$S_{usb} = \frac{1}{2} [M_a(f - f_c) + M_a^*(-f - f_c)] = \\ \frac{1}{2} [M_a(f - f_c) + M_a(f + f_c)]$$

Entonces  $M_a(f)$  solo tiene componentes  
par  $f > 0$

$$S_{usb}(f) = \frac{1}{2} [2M(f - f_c) \cdot u(f - f_c) + 2M(f + f_c) \cdot u(f + f_c)]$$

$$S_{usb}(f) = M(f - f_c) \cdot u(f - f_c) + M(f + f_c) \cdot u(f + f_c)$$

$u(f) \rightarrow$  función escalon

Para la inferior

$$S_{lsb}(t) = m(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)$$

En frecuencia

$$S_{lsb}(f) = M(f - f_c) u(-(f - f_c)) + M(f + f_c) u(-(f + f_c))$$

La  $S_{lsb}(f)$  contiene la parte del espectro de las frecuencias  
negativas

Demodulación

Detección coherente

Para la  $S_{usb}(t)$ :

$$v(t) = S_{usb}(t) \times \cos(2\pi f_c t)$$

$$v(t) = [m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t)$$

$$v(t) = m(t) \cos^2(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$

$$\sin(\theta) \cos(\theta) = \frac{1}{2} \sin(2\theta)$$



