
Electrónica Geral

Relatório do Laboratório 1:
Filtros ativos e osciladores

Turno L03

Grupo 11

Mariana Vinhas, n^o 92708

Afonso Carvalho, n^o 93209

Afonso Vale, n^o 93540

Lisboa, 22 de Outubro 2021

Professores: José Gerald e Diogo Caetano

Índice

1	Introdução	2
2	Sessão 1	3
2.1	Secção Biquadrática KHN	4
2.1.1	Análise Teórica	4
2.1.2	Trabalho Experimental	6
2.1.2.1	Identificação dos filtros	7
2.1.2.2	Diagramas de Bode	8
2.1.2.3	Cálculo de ω_0 , K e Q	8
2.1.3	Comparação de resultados	9
2.1.3.1	Comparação dos diagramas de Bode	9
2.1.3.2	Comparação de ω_0 , K, Q e ordem do filtro	10
2.2	Secção Biquadrática TT	10
2.2.1	Análise Teórica	10
2.2.1.1	Diagramas de Bode	12
2.2.2	Trabalho Experimental	12
2.2.2.1	Diagramas de Bode	12
2.2.2.2	Efeito da variação da resistência P_2 sobre as características de resposta em frequência	13
2.2.2.3	Cálculo de K, ω_0 e Q	14
2.2.3	Comparação de resultados	15
2.2.3.1	Comparação dos diagramas de Bode	15
2.2.3.2	Comparação de K, ω_p , Q e ordem do filtro	15
2.2.3.3	Efeito da variação da resistência do potenciômetro P_2	15
2.3	Conclusões	16
3	Sessão 2	17
3.1	Oscilador de Onda Retangular	17
3.1.1	Análise Teórica	17
3.1.1.1	Análise do circuito	17
3.1.2	Trabalho Experimental	19
3.2	Secção Biquadrática de Rauch	19
3.2.1	Análise Teórica	19
3.2.2	Trabalho Experimental	20
3.2.2.1	Determinação da frequência central, ganho, largura de banda e ordem do filtro	21
3.2.2.2	Circuito com atenuador	22
3.2.3	Sugestão de melhoria	22
3.3	Conclusões	23
4	Referências	24

1 Introdução

No presente relatório, reporta-se o primeiro trabalho de laboratório da cadeira de Eletrónica geral.

Os objetivos da atividade experimental são a realização de filtros ativos RC e sua aplicação ao estudo de secções biquadráticas de três amplificadores operacionais, assim como a realização de um oscilador de onda retangular e de uma secção biquadrática passa-banda de Rauch.

A sessão laboratorial foi dividida em duas sessões (como apresentado ao longo do relatório), elaboradas durante duas semanas de aulas do primeiro semestre do ano letivo de 2021/22.

Assim sendo, ao longo do relatório apresenta-se primeiramente uma introdução teórica das sessões, seguida dos resultados obtido em laboratório e, por fim, a comparação com os valores teóricos esperados e conclusões daí derivadas.

2 Sessão 1

A 1ª sessão do trabalho de laboratório diz respeito a secções biquadráticas de 3 amplificadores operacionais: a secção biquadrática de *Kerwin, Huelsman e Newcomb* (KHN) e a secção biquadrática de *Tow-Thomas* (TT). Abaixo, na figura 1, apresentam-se alguns circuitos elementares realizados com amplificadores operacionais, que serão úteis ao longo do trabalho.

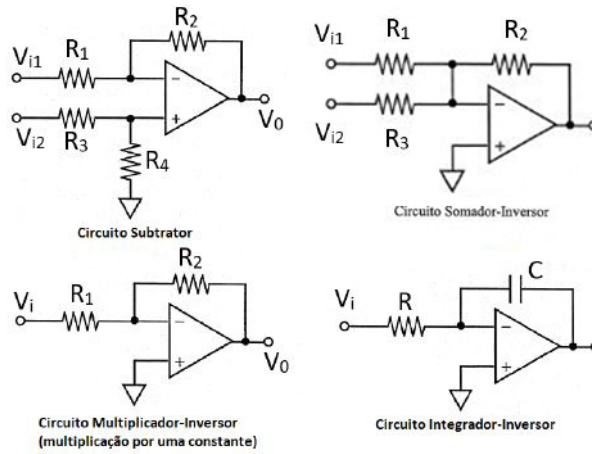


Figura 1: Circuitos eletrónicos elementares utilizados. [1]

Com estes circuitos, é possível construir circuitos mais complexos que realizem a função de filtros, pelo que é relevante o estudo das suas funções de transferência, apresentadas de seguidas, e a sua comparação com a tabela da figura 2 para descobrir os tipos de filtro associados às mesmas. [2]

Circuito Subtrator:

$$V_0 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{i2} - \frac{R_2}{R_1} V_{i1} \quad (1)$$

Circuito Somador-Inversor:

$$V_0 = -R_2 \left(\frac{V_{i1}}{R_1} + \frac{V_{i2}}{R_3} \right) \quad (2)$$

Circuito Multiplicador Inversor:

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_i \quad (3)$$

Circuito Integrador Inversor:

$$V_0 = -\frac{1}{sCR} V_i \quad (4)$$

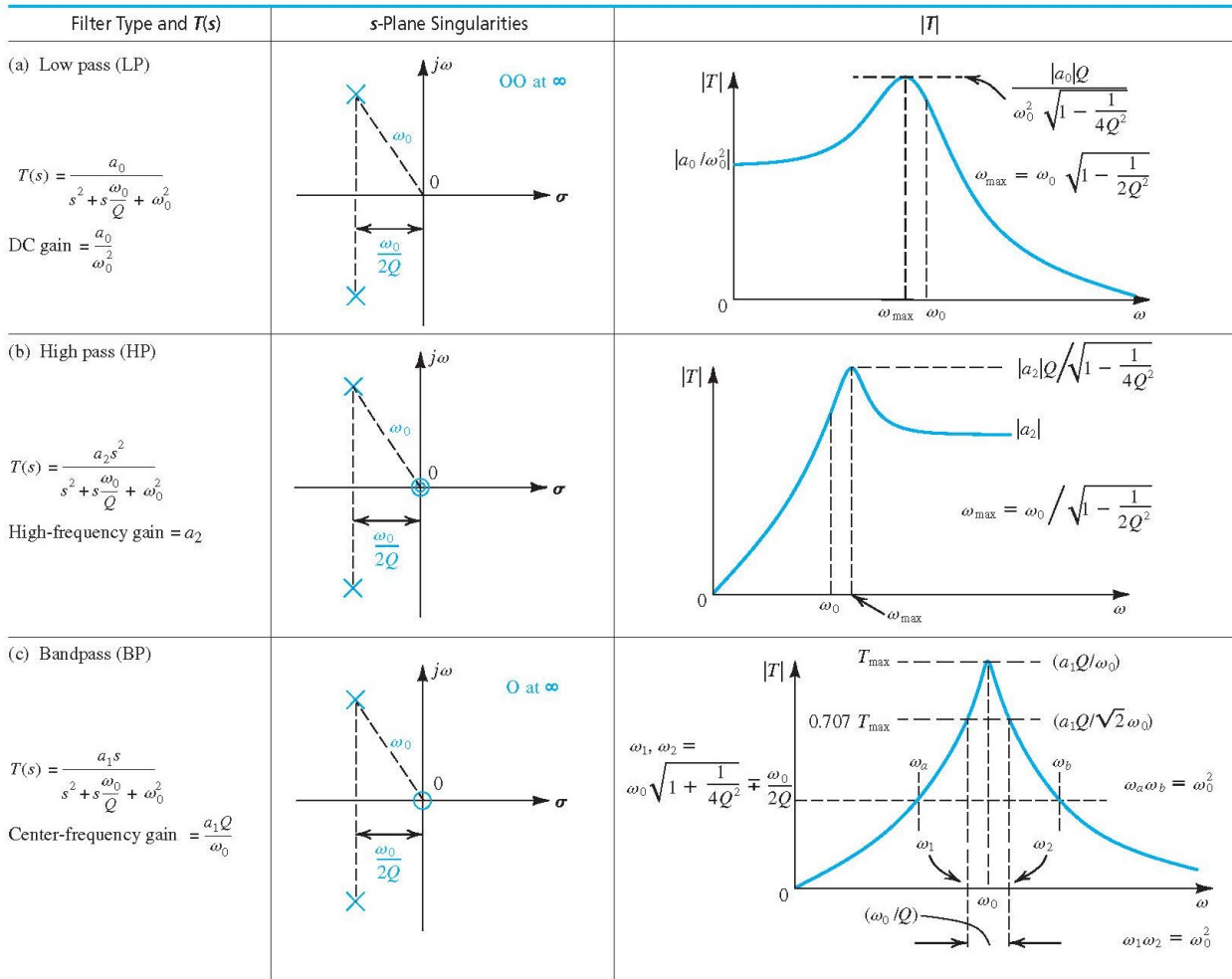


Figura 2: Filtros de segunda ordem e respetivas funções. [2]

2.1 Secção Biquadrática KHN

2.1.1 Análise Teórica

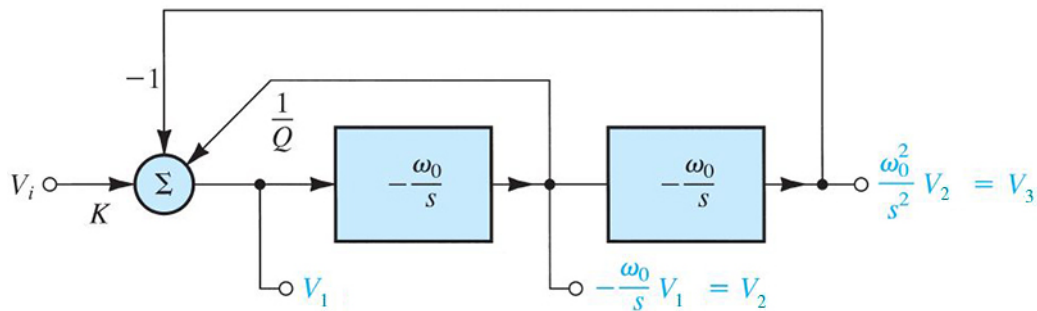


Figura 3: Diagrama de fluxo de sinal correspondente à secção biquadrática KHN. (adaptado de [2])

Nesta parte, foram fornecidos o diagrama de fluxo de sinal e a montagem do circuito relativos a uma secção biquadrática de *Kerwin, Huelsman e Newcomb*, a partir dos quais será feita a análise.

Por análise direta do diagrama de fluxo de sinal da figura 3, obtiveram-se as seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = KV_i + \frac{1}{Q}V_2 - V_3 \\ V_2 = -\frac{V_1}{sT} \\ V_3 = -\frac{V_2}{sT} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_1 = \frac{V_1}{V_i} = \frac{Ks^2}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \\ T_2 = \frac{V_2}{V_i} = -\frac{\frac{-Ks}{T}}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \\ T_3 = \frac{V_3}{V_i} = \frac{\frac{K}{T^2}}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \end{array} \right. \quad (5)$$

Como $T = \frac{1}{\omega_0}$, tem-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_1}{V_i} = \frac{\frac{P_2(R_2+R_5)}{R_2(P_2+R_3)}s^2}{s^2 + \frac{R_3(R_2+R_5)}{C_1R_2R_6(P_2+R_3)}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_6R_{11}}} \\ \frac{V_2}{V_i} = \frac{V_2}{V_1} \frac{V_1}{V_i} = -\frac{P_2(R_2+R_5)}{s^2 + \frac{R_3(R_2+R_5)}{C_1R_2R_6(P_2+R_3)}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_6R_{11}}} \\ \frac{V_3}{V_i} = \frac{V_3}{V_1} \frac{V_1}{V_i} = \frac{P_2(R_2+R_5)}{s^2 + \frac{R_3(R_2+R_5)}{C_1R_2R_6(P_2+R_3)}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_6R_{11}}} \end{array} \right. \quad (6)$$

e substituindo os valores dos componentes,

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = \frac{V_1}{V_i} = \frac{s^2}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \\ T_2 = \frac{V_2}{V_i} = \frac{-2.1277 \cdot 10^4 s}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \\ T_3 = \frac{V_3}{V_i} = \frac{4.5269 \cdot 10^8}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \end{array} \right. \quad (7)$$

Com a resolução do sistema, obtiveram-se então as funções de transferência da entrada V_i para V_1 , V_2 e V_3 .

Por análise destas funções de transferência, observa-se que o denominador das três é comum, como seria de esperar, uma vez que o diagrama e o circuito que as origina é o mesmo. Os pólos são também $\left(s \pm \frac{\sqrt{-(4Q^2-1)w_p^2-w_p}}{2Q} \right)$ comuns. Isto significa que a função característica é a mesma, pelo que têm o mesmo par de pólos complexos conjugados, o mesmo fator de qualidade Q e a mesma frequência ω_0 .

Em comparação com a tabela da figura 2, conclui-se que T_1 , T_2 e T_3 correspondem a tipos diferentes de resposta em frequência.

Relativamente a T_1 , a resposta em frequência é característica de um filtro passa-alto, pois atenua os valores para frequências baixas, $\omega \approx 0$, e deixa passar o sinal para frequências elevadas. Isto verifica-se fazendo $\lim_{\omega \rightarrow 0} T_1(j\omega) = 0$ e $\lim_{\omega \rightarrow \infty} T_1(j\omega) = K$.

Para a função de transferência T_2 , o numerador tem um zero em $s = 0$ revelando um filtro passa-banda. Tanto as altas e baixas frequências são atenuadas e apenas as frequências perto de ω_p é que passam, ou seja, $\lim_{\omega \rightarrow 0} T_2(j\omega) = 0$ e $\lim_{\omega \rightarrow \infty} T_2(j\omega) = 0$. Quanto à banda passante é centrada em w_p (que se deduz calculando $\frac{dT_2}{ds} = 0 \Rightarrow s = w_p$) e $\lim_{\omega \rightarrow w_p} |T_2(j\omega)| = KQ$.

Por último, T_3 é um filtro passa baixo. Atenua as altas frequências e deixa passar as baixas frequências, como se pode verificar por $\lim_{\omega \rightarrow 0} T_3(j\omega) = K$ e $\lim_{\omega \rightarrow \infty} T_3(j\omega) = 0$.

De seguida, apresenta-se o circuito da secção biquadrática de Kerwin, Huelsman e Newcom (KHN) fornecido.

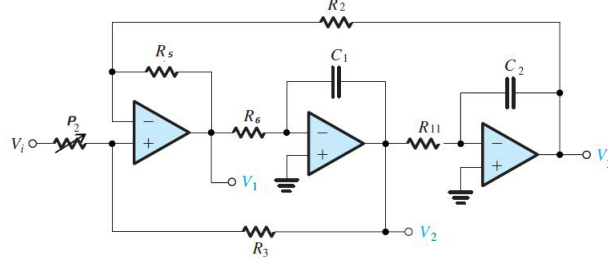


Figura 4: Secção biquadrática de Kerwin, Huelsman e Newcom (KHN).(adaptado de [2])

Daqui, devem extrair-se as funções de transferência de novo, de forma a comparar com as anteriormente obtidas, para retirar expressões para a constante de ganho K , para a frequência ω_0 e para o fator de qualidade Q .

Comparando os circuitos elementares apresentados na figura 1 com as figuras 3 e 4, pode concluir-se que o circuito da secção KHN é constituído por um subtrator e por dois integradores de Miller.

A partir da expressão do circuito subtrator (equação 1) e do Princípio da Sobreposição com V_i e V_2 , obtém-se:

$$V_1 = \frac{P_2}{R_3 + P_2} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_i + \frac{R_3}{P_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_2 - \frac{R_5}{R_2} V_3 \Leftrightarrow V_1 = \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{P_2}{R_2} V_i + \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{R_3}{R_2} V_2 - \frac{R_5}{R_2} V_3 \quad (7) \quad (8)$$

$$\begin{cases} K = \frac{P_2}{R_2} \cdot \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} = 1 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{R_5}{R_2 R_6 R_{11} C_1 C_2}} = 21277 \text{ rad/s} \\ Q = \frac{\omega_0}{\frac{R_3(R_2 + R_5)}{C_1 R_2 R_6 (P_2 + R_3)}} = \frac{\sqrt{\frac{R_5}{R_2 R_6 R_{11} C_1 C_2}}}{\frac{R_3(R_2 + R_5)}{C_1 R_2 R_6 (P_2 + R_3)}} = 1 \end{cases} \quad (9)$$

Para comparar os dados experimentais, elaboraram-se os diagramas de Bode de amplitude dos filtros, que se obtêm substituindo s por $j\omega$ nas funções de transferência e calculando o módulo da expressão resultante, como se apresenta abaixo.

$$T_1 : |T_1(j\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}} \quad (10)$$

$$T_2 : |T_2(j\omega)| = \frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}} \quad (11)$$

$$T_3 : |T_3(j\omega)| = \frac{4.5269 \times 10^8}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}} \quad (12)$$

Os gráficos dos diagramas de Bode estão representados nas secções de comparação com os dados experimentais (figuras 8, 9 e ??). De salientar que as expressões do módulo foram convertidas para décibéis para serem representadas graficamente, pelo que o valor representado no gráfico é $20 \log_{10} (|T_x|)$

2.1.2 Trabalho Experimental

Durante a sessão laboratorial, foi realizada a montagem do circuito da secção biquadrática KHN, representado na figura 4, no módulo experimental TEE-09. Neste circuito, o potenciômetro P_2 é utilizado como uma resistência de valor fixo de valor $10 \text{ k}\Omega$ e o valor real que se verificou experimentalmente para a mesma foi $10.001 \text{ k}\Omega$

2.1.2.1 Identificação dos filtros

Foram medidas as saídas dos três AmpOps (V_1 , V_2 , V_3) para frequências diferentes, dentre estas uma alta de 20kHz, uma baixa de 500 Hz e uma intermédia de 3.5391kHz, que se escolheu por ser a que se determinou como frequência natural f_0 . Para a determinação desta frequência natural, procurou-se a frequência onde a defasagem entre o sinal de entrada e o sinal de saída é de 180° no filtro passa-banda e de 90° nos filtros passa-baixo e passa-alto. É possível observar estas defasagens na figura 6 abaixo.

Nas figuras abaixo identificam-se as saídas dos filtros passa-baixo V_3 (2 - verde), passa-banda V_2 (4 - rosa) e passa-alto V_1 (3 - azul) em comparação com o sinal fornecido V_i (1 - laranja).

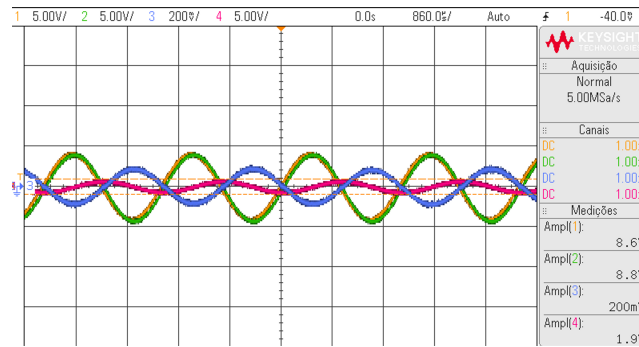


Figura 5: Saídas V_1 , V_2 e V_3 em comparação com V_i para a frequência $f = 500\text{KHz}$

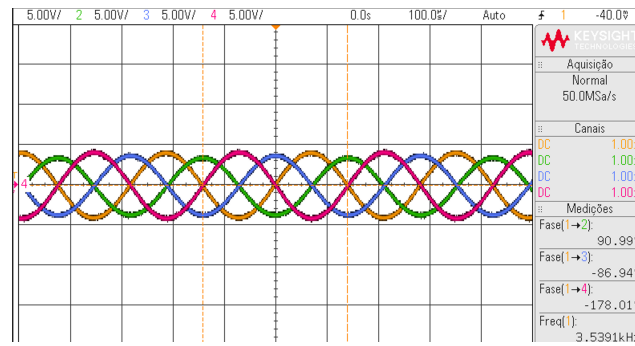


Figura 6: Saídas V_1 , V_2 e V_3 em comparação com V_i para a frequência $f_0 = 3.5391\text{KHz}$

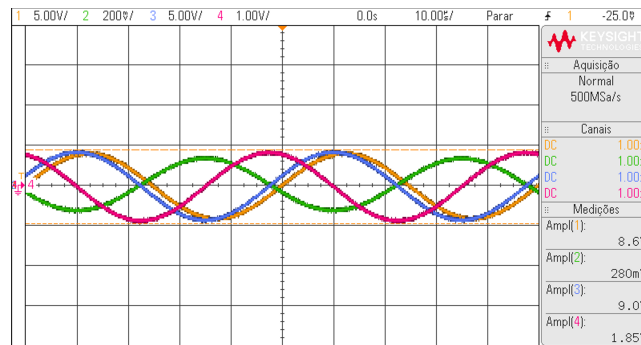


Figura 7: Saídas V_1 , V_2 e V_3 em comparação com V_i para a frequência $f = 20\text{KHz}$

Como é possível perceber, o filtro passa-alto atenua as baixas frequências, uma vez que na frequência de 500kHz não deixa passar o sinal, e o filtro passa-baixo atenua as altas frequências, como acontece nos 20kHz. Já o filtro

passa-banda atenua as baixas e altas frequências.

2.1.2.2 Diagramas de Bode

Com fim de obter os diagramas de Bode, foram medidos os sinais de saída do circuito para diferentes frequências para cada um dos filtros.

Como já se determinaram os tipos de filtros, sabemos que gráficos esperar nos diagramas de Bode, podendo efetuar um número reduzido de medições.

No caso dos filtros passa-baixo e dos filtros passa-alto, realizaram-se as seguintes medições, como sugerido no guia de laboratório: dois no patamar da banda passante, um no ponto de maior sobrelevação ω_0 e dois na banda de atenuação com uma década de distância, para determinar a assíntota da curva. Adicionalmente, retiraram-se mais frequências, apenas para ter uma curva experimental mais fiável.

No caso do filtro passa-banda, foram efetuadas as medições sugeridas: uma no ponto de frequência central ω_0 , dois nas frequências de -3dB (um de cada lado do ω_0), dois para cada lado de ω_0 nas bandas de atenuação que distam de uma década, para determinar a assíntota da curva. Também aqui se efetuaram mais medições para aumentar a fiabilidade da curva experimental.

	T_1/V_1		T_2/V_2		T_3/V_3	
f(Hz)	vpp (V)	ganho(dB)	vpp (V)	ganho(dB)	vpp (V)	ganho(dB)
500	0.2	-32.67	1.9	-13.11	8.6	0
1220	0.94	-19.23	3.5	-7.81	9	0.39
1995	3.2	-8.59	6.4	-2.57	9.4	0.77
2512	5.2	-4.37	7.8	-0.85	9.2	0.59
3540	7.97	-0.66	8.81	0.21	7.55	-1.13
5012	9.2	0.59	7.4	-1.31	4.8	-5.07
7500	9	0.39	5	-4.71	2.1	-12.25
11220	9	0.39	3.3	-8.32	0.88	-19.8
13000	9	0.39	2.8	-9.75	0.68	-22.04
15000	8.8	0.2	2.44	-10.93	0.51	-24.57
17000	9	0.39	2.3	-11.46	0.38	-27.09
20000	9	0.39	1.85	-13.35	0.28	-29.75
Fonte (V)	8.6		8.6		8.6	

Tabela 1: Valores experimentais da voltagem de saída e cálculo do ganho para elaboração dos diagramas de Bode.

Para obter os ganhos experimentais, dividiu-se o valor medido à saída pelo valor da tensão fornecida pela fonte, transformando em dB, pelo que $\text{ganho} = 20 \log_{10} \left(\frac{V_r}{V_{\text{fonte}}} \right)$.

2.1.2.3 Cálculo de ω_0 , K e Q

O valor de ω_0 experimental foi obtido do f_0 encontrado na secção anterior: $\omega_0 = 2 \times \pi \times f_0 = 2.2242 \times 10^4 \text{ rad/s}$. De acordo com as funções de transferência da secção biquadrática, observa-se que:

- para um filtro passa-baixo, K corresponde ao ganho para uma frequência de 0;
- para um filtro passa-alto, K corresponde ao ganho para uma frequência infinita.

Assim sendo, K pode ser obtido experimentalmente retirando o ganho na saída V_1 , para frequências muito altas, ou o ganho na saída V_3 , para frequências muito baixas. Procedendo deste modo, obteve-se um K experimental de 1.05 usando V_1 e de 1 usando V_3 .

Tendo em conta a função de transferência para a saída V_2 , observa-se que o módulo do ganho para a frequência ω_0 , que é a central num filtro passa-banda é KQ, pelo que o valor experimental de Q obtém-se pelo quociente entre o ganho e K: 0.97 (1.02/1.05) e 1.02 (1.02/1) (usando o K obtido com a saída V_1 e V_3 , respetivamente).

2.1.3 Comparação de resultados

2.1.3.1 Comparação dos diagramas de Bode

Com base no formato dos diagramas de Bode e na experiência realizada, concluiu-se que experimentalmente os filtros verificaram a mesma filtragem prevista teoricamente. Abaixo apresentam-se as comparações entre os pontos experimentais e as curvas de Bode:

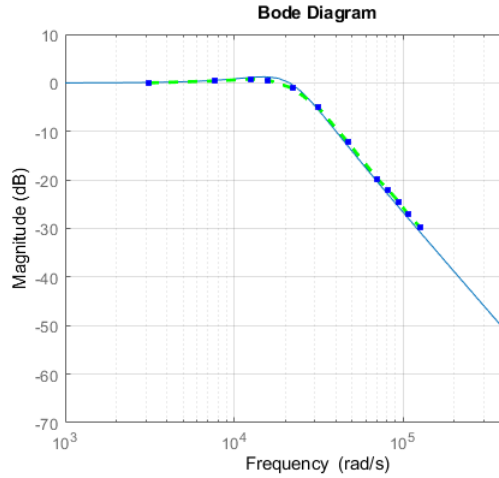


Figura 8: Filtro Passa-baixo (KHN).

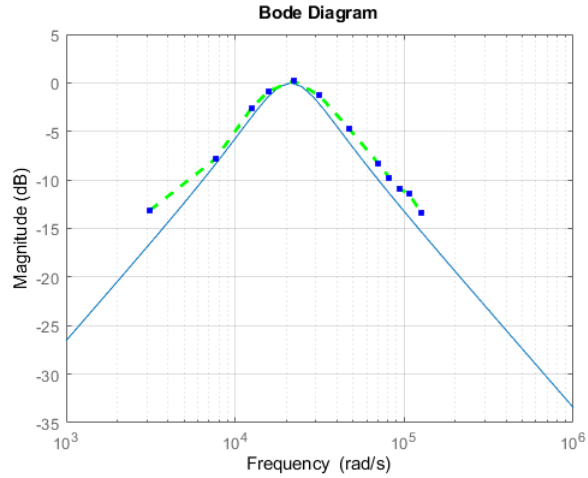


Figura 9: Filtro Passa-banda (KHN).

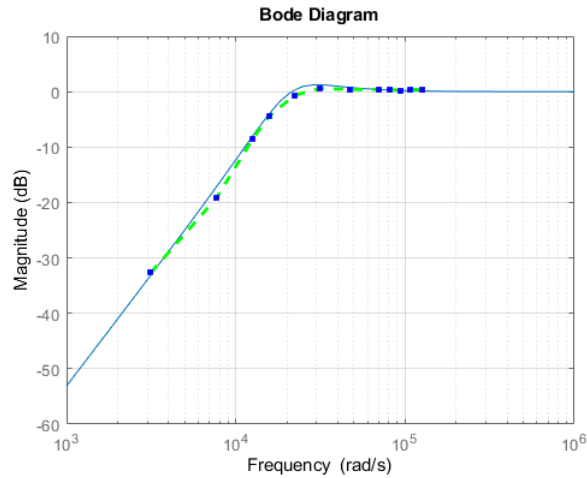


Figura 10: Filtro Passa-alto (KHN).

Da análise dos diagramas de Bode de amplitude conclui-se que todas as saídas apresentam a característica esperada para o tipo de filtro correspondente. No Filtro passa-baixo, correspondente à função T3, notamos que a partir das frequências dos pólos se tende para $-\infty$ a -40 dB por década devido à influência dos dois pólos. No Filtro passa-banda, correspondente à função T2, tem-se um zero na origem que sobe o ganho em 20 dB por década até à frequência dos polos, sendo que depois desce a -20 dB para $-\infty$. Por fim, o filtro passa-alto correspondente à função T1, vem da origem a subir o ganho em 40 dB por década até à frequência dos polos, sendo que depois estabiliza num ganho de 0 dB.

A saída que apresenta maior desvio do esperado é a correspondente ao filtro passa-banda, desvio este que se verifica nos pontos mais extremos (frequências mais altas e mais baixas). Isto pode ser explicado pelo facto de estas frequências se encontrarem na zona de corte do filtro, o que faz com que o sinal seja muito atenuado e as voltagens medidas muito baixas, o que leva a uma menor exatidão por limitações do equipamento.

Os erros experimentais são da ordem das dezenas na generalidade dos gráficos, o que não significa que sejam erros extremamente relevantes. Note-se que o facto de os dados estarem representados em dB faz com que, a pequenos ganhos, pequenos desvios provoquem diferenças de maior amplitude do que o mesmo desvio em ganhos mais altos. Isto porque a função logaritmo apresenta declives maiores quanto mais pequeno o valor for.

Apesar destes desvios, não se considera que os resultados se afastem do esperado.

2.1.3.2 Comparação de ω_0 , K, Q e ordem do filtro

Na tabela abaixo estão expostos os valores teóricos e experimentais de K, ω_0 e Q, bem como o respetivo erro:

	K	ω_0 (rad/s)	Q
Valores teóricos	1	2.1277×10^4	1
Valores experimentais	$1.05 (V_1), 1 (V_3)$	2.2242×10^4	$0.97 (V_1), 1.02 (V_3)$
Erro relativo	$5\% (V_1), 1\% (V_3)$	4.54%	$3\% (V_1), 2\% (V_3)$

Tabela 2: Valores experimentais e teóricos de ω_0 , K e Q.

O maior erro relativo no cálculo de K é de 5% e no cálculo de Q de 3%. Os valores dos erros não são muito elevados sendo facilmente explicados pela imprecisão e não exatidão das medições. Nomeadamente, os valores das frequências estavam sempre a oscilar ligeiramente no osciloscópio e não eram o valor exato que estava escolhido no gerador de sinais.

Relativamente à ordem dos filtros, os denominadores das funções de transferência são de segunda ordem, pelo que os filtros são também de segunda ordem.

2.2 Secção Biquadrática TT

Na segunda parte da sessão 1 era pedida a análise de uma secção biquadrática de Tow-Thomas, sendo desta vez fornecida a montagem do circuito.

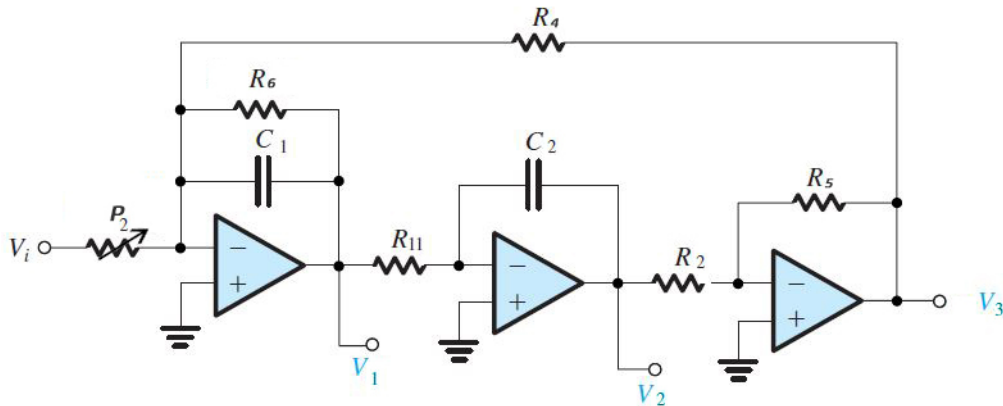


Figura 11: Secção biquadrática de Tow-Thomas (TT). (adaptado de [2])

2.2.1 Análise Teórica

Analisando a secção da figura 14 e fazendo referência aos circuitos elementares da figura 1, identificamos no circuito apresentado as diferentes montagens elementares. A partir daí, fazendo a correspondência entre estes elementos e as operações realizadas, facilmente chegamos ao seguinte DFS:

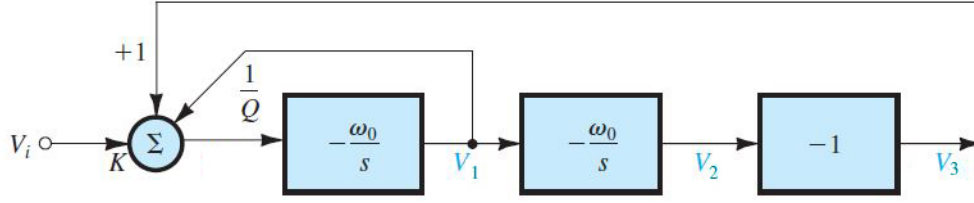


Figura 12: Diagrama de fluxo de sinal correspondente à secção biquadrática de Tow-Thomas.

A partir do DFS apresentado na figura 12, podemos obter as respetivas funções de transferência pedidas, deduzindo as expressões para V_1 , V_2 e V_3 em função das restantes e efetuando, de seguida, as substituições necessárias para obter as expressões pedidas.

$$\begin{cases} V_1 = -\frac{1}{sT}(KV_i + \frac{1}{Q}V_1 + V_3) \\ V_2 = -\frac{V_1}{sT} \\ V_3 = GV_2 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_i} = -\frac{\frac{1}{P_2C_1}s}{s^2 + \frac{1}{C_1R_6}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_4R_{11}}} \\ \frac{V_2}{V_i} = \frac{V_2}{V_1} \frac{V_1}{V_i} = \frac{\frac{1}{P_2C_1R_2R_{11}}}{s^2 + \frac{1}{C_1R_6}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_4R_{11}}} \\ \frac{V_3}{V_i} = \frac{V_3}{V_1} \frac{V_1}{V_i} = \frac{\frac{R_5}{P_2C_1C_2R_2R_{11}}}{s^2 + \frac{1}{C_1R_6}s + \frac{R_5}{C_1C_2R_2R_4R_{11}}} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} T_1 = \frac{V_1}{V_i} = \frac{-2.1277 \cdot 10^4 s}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \\ T_2 = \frac{V_2}{V_i} = \frac{4.5268 \cdot 10^8}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \\ T_3 = \frac{V_3}{V_i} = \frac{-4.5269 \cdot 10^8}{s^2 + 2.1277 \cdot 10^4 s + 4.5269 \cdot 10^8} \end{cases} \quad (15)$$

Sabendo que $T = \frac{1}{\omega_0}$, e como $G = -\frac{R_5}{R_2} = -1$, obtemos as expressões em 15.

Assim sendo, comparando estas funções de transferência com as apresentadas na tabela da figura 2, conclui-se que T_1 corresponde a um filtro passa-banda (com numerador de uma constante a multiplicar por s) e T_2 e T_3 correspondem a dois filtros passa-baixo (cujo numerador é uma constante e não tem termo em s).

Pode ainda inferir-se que as duas montagens geram respostas semelhantes para V_2 da montagem KHN e V_1 da montagem TT. A inclusão do integrador de Miller na montagem TT evita a necessidade de ter um circuito subtrator (como na montagem KHN), pois tem a capacidade de somar e integrar. O circuito multiplicador-inversor permite que $V_3 = -V_2$ (em TT).

Analisando novamente o circuito, obtemos a seguinte expressão:

$$V_2(s) = -\frac{1}{sC_2R_{11}}V_1(s), \quad (16)$$

A partir da equação do integrador de Miller (equação 2), deduzida atrás, e aplicando o Princípio da Sobreposição, obtemos que

$$\begin{aligned} V_1(s) &= -\frac{\frac{R_6}{P_2}}{1 + sC_1R_6}V_i(s) - \frac{\frac{R_6}{R_4}}{1 + sC_1R_6}V_3(s) \\ T_1(s) &= -\frac{\frac{1}{C_1P_2}s}{s^2 + \frac{1}{C_1R_6}s + \frac{1}{C_1C_2R_4R_{11}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K\omega_0 = \frac{1}{P_2 C_1} \\ \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_6 C_1} \\ \omega_0^2 = \frac{R_5}{C_1 C_2 R_2 R_4 R_{11}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{1}{P_2} \sqrt{\frac{C_2 R_2 R_4 R_{11}}{C_1 R_5}} = 1 \\ Q = R_6 \sqrt{\frac{C_1 R_5}{C_2 R_2 R_4 R_{11}}} = 1 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{R_5}{C_1 C_2 R_2 R_4 R_{11}}} = 21277 \text{ rad/s} \end{array} \right. \quad (18)$$

2.2.1.1 Diagramas de Bode

À semelhança da secção anterior, obtiveram-se os diagramas de Bode de amplitude teóricos a partir das funções de transferência, fazendo a mudança $s = j\omega$ e obtendo o módulo, que se transformou em decibéis. Também aqui se apresentam os gráficos apenas na comparação com os dados laboratoriais, para facilitar a análise (figuras 18 e 19).

2.2.2 Trabalho Experimental

No laboratório, montou-se o circuito da figura 14 no módulo experimental. Inicialmente, retiraram-se pontos para um valor de P_2 fixo em $10 \text{ k}\Omega$, como pedido no guia. Experimentalmente, este valor foi medido como $10.001 \text{ k}\Omega$.

Em laboratório, procurou-se a frequência que fazia com que a diferença de fase do filtro passa-banda relativamente à entrada fosse 180° , encontrando-se o valor de $f_0 = 3.2783 \text{ kHz}$. Este procedimento pode ser observado na figura 13 abaixo. Esta frequência é a que corresponde ao valor da frequência natural ω_0 , que é obtida pela operação $\omega_0 = 2\pi f$, chegando ao valor de $\omega_0 = 2.0598 \times 10^4 \text{ rad/s}$.

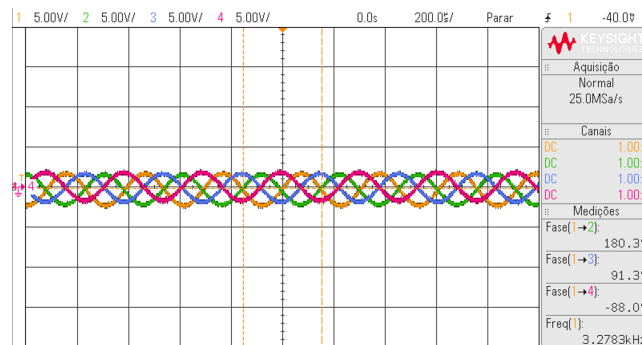


Figura 13: Saídas V_1 , V_2 e V_3 em comparação com V_i para a frequência $f_0 = 3.2783 \text{ kHz}$

2.2.2.1 Diagramas de Bode

Foram ainda retirados os seguintes dados, a fim de esboçar os diagramas de Bode:

	T ₁		T ₂		T ₃	
f(Hz)	vpp (V)	ganho(dB)	vpp (V)	ganho(dB)	vpp (V)	ganho(dB)
500	0.72	-16.11	4.6	0	4.6	0
1000	1.41	-10.27	4.6	0	4.6	0
2000	3	-3.71	4.8	0.37	4.8	0.37
2675	3.8	-1.66	4.6	0	4.8	0.37
3000	4.4	-0.39	4.4	-0.39	4.6	0
3278	4.4	-0.39	4.2	-0.79	4.2	-0.79
4000	4.4	-0.39	3.2	-3.15	3.3	-2.88
5340	3.3	-2.88	1.93	-7.54	2.1	-6.81
10000	1.73	-8.49	0.56	-18.29	0.62	-17.41
15900	1.09	-12.51	0.22	-26.41	0.27	-24.63
17000	1.05	-12.83	0.19	-27.68	0.25	-25.3
20000	0.86	-14.57	0.14	-30.52	0.2	-27.23
Fonte (V)	4.6		4.6		4.6	

Tabela 3: Valores experimentais da tensão de saída e cálculo do ganho para elaboração dos diagramas de Bode.

2.2.2.2 Efeito da variação da resistência P_2 sobre as características de resposta em frequência

Esta experiência foi feita utilizando a saída V_1 , ou seja, utilizando o filtro passa-banda. Os ensaios foram feitos à frequência f_0 , que alterava ligeiramente entre ensaios. A esta frequência verifica-se o maior ganho, pelo que se torna mais fácil averiguar quais os efeitos da variação de P_2 .

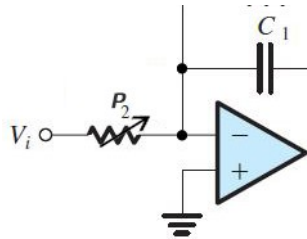


Figura 14: Potenciómetro. (adaptado de [2])

Nas próximas figuras observamos o efeito do potenciómetro no sinal (verde - sinal de entrada; laranja - sinal de saída).

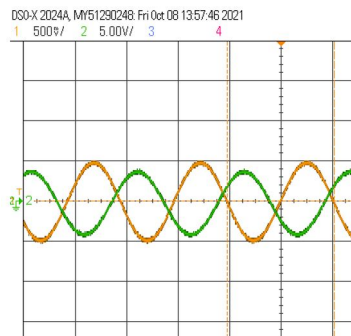


Figura 15: Potenciómetro com 500Ω na frequência $f = 3.4972\text{KHz}$

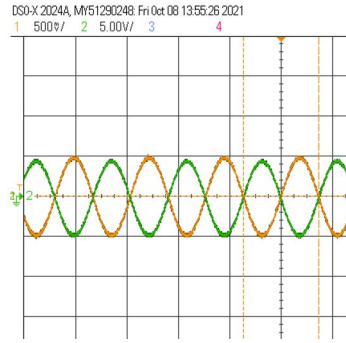


Figura 16: Potenciômetro com 1 k Ω na frequência $f = 3.4972\text{KHz}$

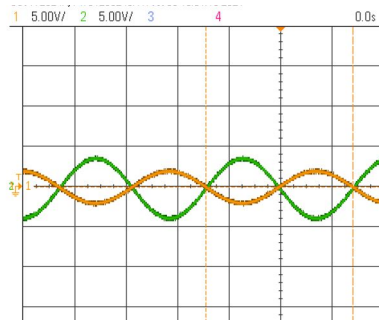


Figura 17: Potenciômetro com 5 k Ω na frequência $f = 3.4972\text{KHz}$

2.2.2.3 Cálculo de K , ω_0 e Q

Como retirado anteriormente, o valor experimental de ω_0 foi 2.0598×10^4 rad/s.

Para calcular K , é necessário analisar os diagramas de Bode dos filtros passa-baixo. Obtemos assim K igual a 1 para a saída V_2 e igual a 1 para a saída V_3 .

Por sua vez, Q é calculado pelo quociente entre o ganho na frequência central do filtro passa-banda e o valor de K , obtendo-se o valor de 0.91 (para V_2) e de 0.91 (para V_3).

Relativamente à ordem dos filtros, os denominadores da função de transferência são de segunda ordem, pelo que os filtros são também de segunda ordem.

2.2.3 Comparação de resultados

2.2.3.1 Comparação dos diagramas de Bode

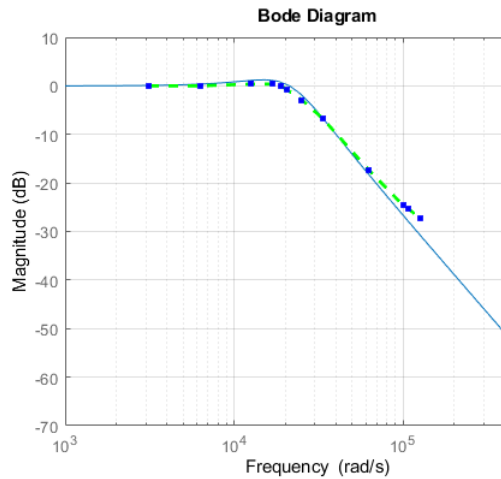


Figura 18: Filtro Passa-baixo (TT).

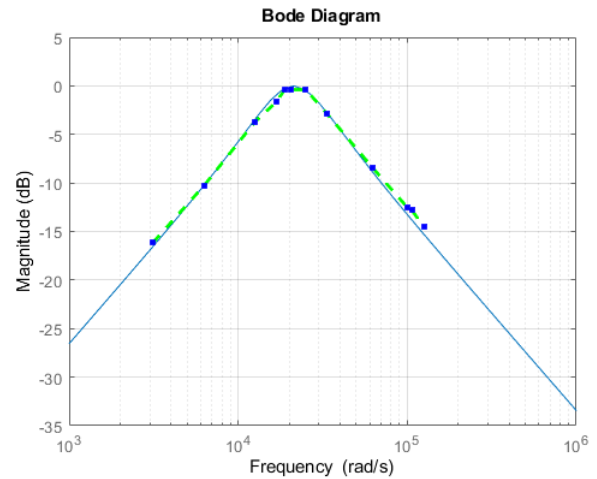


Figura 19: Filtro Passa-banda (TT).

Analisando os gráficos, verifica-se que os dados experimentais estão de acordo com o esperado teoricamente, uma vez que acompanham a curva esperada. No filtro passa-baixo, correspondente às funções T2 e T3, notamos que a partir das frequências dos pólos se tende para $-\infty$ a -40 dB por década devido à influência dos dois pólos. No filtro passa-banda, correspondente à função T1, tem-se um zero na origem que sobe o ganho em 20 dB por década até à frequência dos polos, sendo que depois desce a -20 dB para $-\infty$.

Mais uma vez, observa-se também que nas frequências extremas o desvio face ao valor teórico é maior (mais evidente no filtro passa-baixo), o que se explica pelo facto de serem frequências situadas na zona de corte dos filtros e que, portanto, exibem sinais mais fracos, mais dificilmente lidos pelos aparelhos. No entanto, não se consideraram relevantes, pelo que se assume que os dados experimentais estão de acordo com a teoria.

2.2.3.2 Comparação de K , ω_p , Q e ordem do filtro

	K	$\omega_0(\text{rad/s})$	Q
Valores teóricos	1	2.1277×10^4	1
Valores experimentais	$1 (V_2), 1 (V_3)$	2.0598×10^4	$0.91 (V_2), 0.91 (V_3)$
Erro relativo	$0\% (V_2), 0\% (V_3)$	3.19%	$9\% (V_2), 9\% (V_3)$

Tabela 4: Valores experimentais e teóricos de K , ω_0 e Q .

2.2.3.3 Efeito da variação da resistência do potenciómetro P_2

No cálculo de K obtiveram-se valores iguais aos valores teóricos, e no cálculo de Q obteve-se um erro de 9% em ambas as medições. Os valores dos erros não são muito elevados sendo facilmente explicados pelas mesmas razões explicadas na secção 2.1. À frequência central f_0 verifica-se que o ganho é igual a K , uma vez que a variação de P_2 não altera o valor de Q que continua a ser 1. Deste modo, torna-se mais fácil averiguar quais os efeitos da variação de P_2 . Analisando a figura 20, que ilustra a variação de K , concluiu-se que diminuindo o valor da resistência P_2 o ganho aumenta. Isto está de acordo com a expressão 19, segundo a qual K é inversamente proporcional a P_2 .

$$K = \frac{C_2 R_{11}}{C_1 P_2} \quad (19)$$

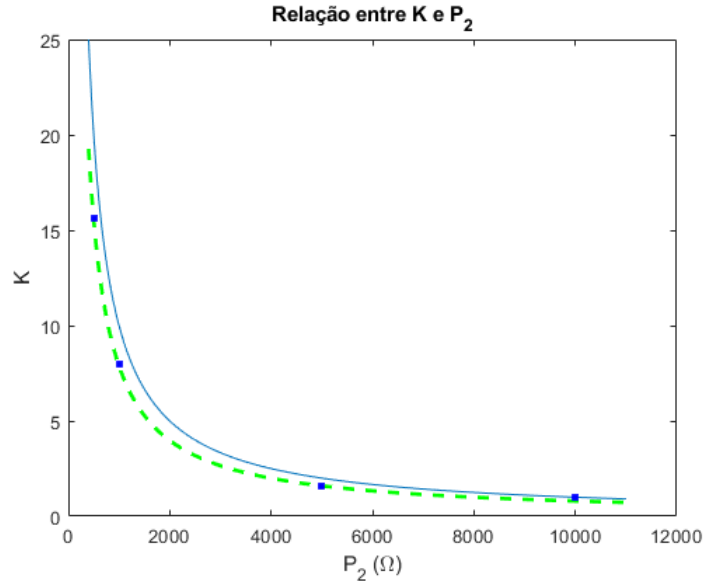


Figura 20: Relação teórica e experimental entre K e o valor do potenciômetro.

Observando o gráfico, concluiu-se que a experiência está de acordo com o previsto teoricamente, uma vez que os dados experimentais acompanham a curva prevista.

Valor do Potenciômetro	500Ω	1kΩ	5kΩ
Frequência	21205,75	21425,66	21973,56
Erro Absoluto	71,250	-148,662	-696,556
Erro Relativo (%)	0,335	-0,699	-3,274

Tabela 5: Valores experimentais de ω_0 com variação de P_2 .

Relativamente a ω_p , já não é possível confirmar uma ótima concordância entre resultados experimentais e previsão teórica. Contudo, das três medições, a que apresenta maior erro relativo é a correspondente a $P_2 = 5k\Omega$ e mesmo nesse caso o erro relativo é de apenas 3.274%.

2.3 Conclusões

Os resultados obtidos em laboratório estão em concordância com o esperado, como se mostrou na análise dos diagramas de Bode e das constantes Q e K .

Assim sendo, pode afirmar-se que o objetivo desta atividade experimental foi cumprido: a montagem e estudo de filtros ativos RC integrados em secções biquadráticas de três AmpOps.

Para além disto, estudaram-se as variações de fatores como o P_2 e os seus efeitos nos circuitos.

3 Sessão 2

Na segunda parte deste trabalho experimental, efetua-se a montagem de um oscilador e de um filtro passa-banda (como referido no enunciado, são circuitos que integram os detetores de proximidade, como o representado abaixo).

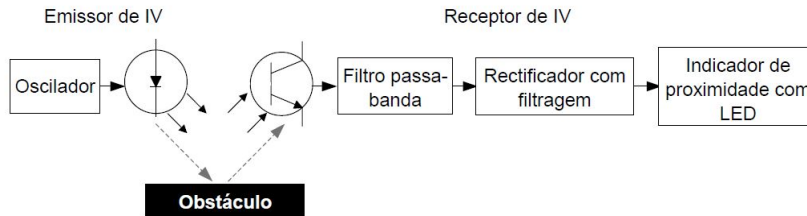


Figura 21: Diagrama de blocos do circuito. [1]

3.1 Oscilador de Onda Retangular

Foi fornecida a montagem do oscilador de onda retangular (com a oscilação controlada por um temporizador NE555) a partir do qual se efetua a análise.

3.1.1 Análise Teórica

3.1.1.1 Análise do circuito

Os valores da fonte e da massa têm pequenas oscilações, pelo que se liga o condensador entre elas, permitindo a atenuação do ruído, devido à impedância de $\frac{1}{j\omega C_2}$ que fica muito baixa com o valor elevado de C_2 .

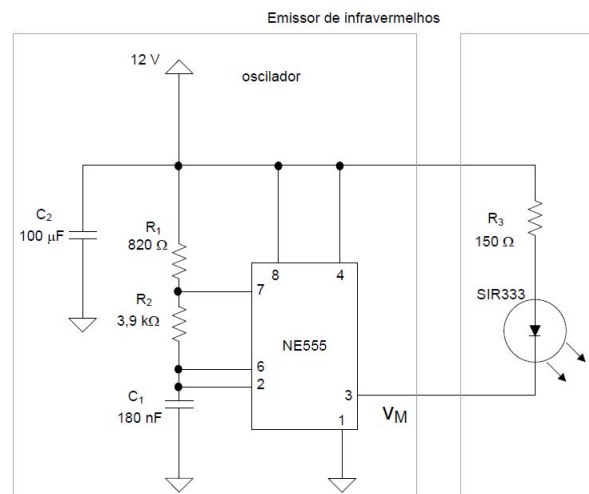


Figura 22: Emissor de IV. ([1])

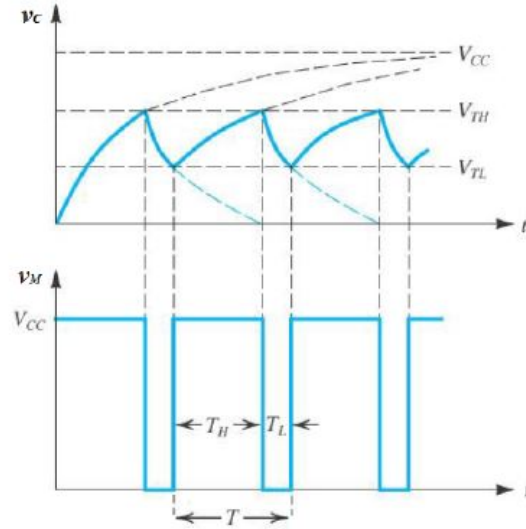


Figura 23: Forma de onda dos gráficos tensão aos terminais do condensador $v_C(t)$ e tensão de saída do oscilador, $v_M(t)$. [2]

As equações que controlam a saída do condensador diferem consoante o estado de carga/descarga,

$$v_c = \begin{cases} V_{CC} + (0 - V_{CC}) e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C_1}} & , \text{ troço inicial} \\ 0 + (V_{TH} - 0) e^{-\frac{t}{R_2C_1}} & , \text{ troços a descarregar} \\ V_{CC} + (V_{TH} - V_{CC}) e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C_1}} & , \text{ troços a carregar} \end{cases} \quad (20)$$

Isto deve-se ao facto de o circuito integrado NE555 ser composto por dois AmpOps que pertencem a um flip-flop ligado a um transístor que, em corte, permite a descarga do condensador. Os AmpOps controlam o Reset e o Set do flip-flop, que tem duas saídas: uma controla o transístor e a outra é a saída V_M do circuito, ou seja, a onda retangular. [2]

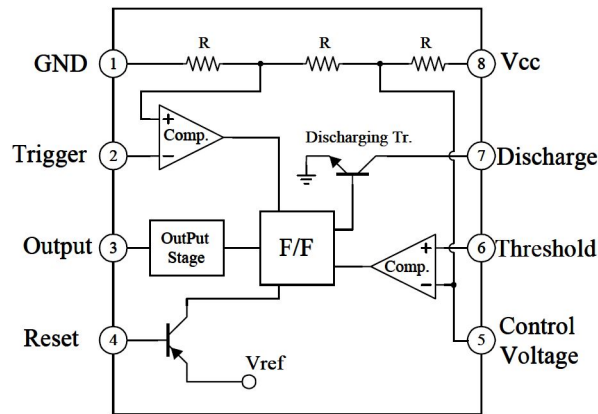


Figura 24: Diagrama de blocos interno do circuito integrado NE555. [1]

Determinação da frequência de oscilação e do factor de ciclo:

A frequência de oscilação é obtida pela equação abaixo

$$T = \ln(2) (R_1 + 2R_2) C_1 = 1,0755 \text{ ms} \Rightarrow f = 929,81 \text{ Hz} \quad (21)$$

e o fator de ciclo obtém-se por

$$duty - cycle = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + 2R_2} = 54,756\% \quad (22)$$

Determinação da corrente no díodo:

Com base nas *datasheets* do LED (SIR333) e do temporizador (NE555) e sabendo que $V_{CC} = 12V$, assumiu-se a hipótese de $V_{Mmin} = 0,3V$ (válido para $V_{CC} = 15V$ e $I_{SINK} = 50mA$) e $V_{diodo} = 1.4V$ (válido para $I_F = 100 mA$).

O valor máximo da corrente no díodo I_{diodo} ocorre quando este está em condução, ou seja, quando a tensão de saída do temporizador V_M é mínima, uma vez que quando V_M é máxima, a diferença de potencial aos terminais do díodo não é suficiente para o tirar da secção de corte.

Assim, assumindo os valores consultados nas *datasheets*,

$$V_{CC} - V_{Mmin} = R_3 I_{diodo} + V_{diodo} \Rightarrow I_{diodo} = \frac{12 - 0,3 - 1,4}{150} = 68,7mA \quad (23)$$

confirmando-se a ordem de grandeza da intensidade de corrente para as hipóteses admitidas.

Segundo a *datasheet*, a corrente máxima no díodo é 100 mA (a 25°C), pelo que não se pode reduzir R_3 a valores inferiores a 103Ω, tendo em conta a expressão acima.

3.1.2 Trabalho Experimental

Na figura abaixo mostra-se a imagem do osciloscópio, onde se observa a tensão nos terminais do condensador (a verde) e a tensão de saída V_m do oscilador (a amarelo).

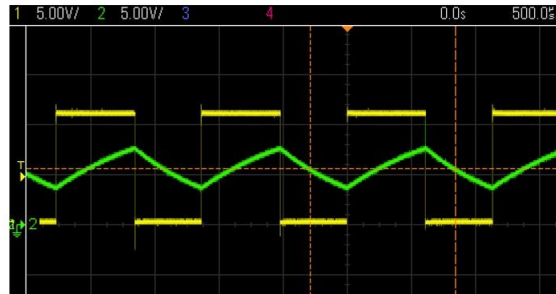


Figura 25: Emissor

Através dos dados experimentais retirados da figura 24 é possível obter a frequência de oscilação e o fator de ciclo (lidos diretamente do osciloscópio):

$$f_{C_1} = 884.5 \text{ Hz}, \quad f_{V_M} = 881.5 \text{ Hz} \quad (24)$$

$$duty - cycle = 54.13\%$$

O valor da tensão mínima à saída do circuito foi de $V_M = 0$, pelo que (confirmou-se a tensão mínima de 1.4 V apresentada no *datasheet*, medindo a tensão V_M e a tensão no outro nó do díodo para medir a queda de tensão do díodo mínima):

$$I_{diodo} = \frac{12 - 0 - 1,4}{150} = 70,7mA \quad (25)$$

3.2 Secção Biquadrática de Rauch

3.2.1 Análise Teórica

Abaixo apresentam-se os cálculos para determinar a função de transferência de um filtro passa-banda de Butterworth de 2ª ordem, com frequência central $f_p = 1 \text{ kHz}$, largura de banda de 250 Hz (isto é $\omega_{p1} = 5497,8 \text{ rad/s}$

e $\omega_{p2} = 7068,6 \text{ rad/s}$, e com ganho 24 dB na frequência central. De notar que apesar do filtro ser de 2^a ordem, admite-se $N=1$ por se tratar de um filtro passa-banda.

$$T(\hat{s}) = \frac{1}{\hat{s} + 1} \quad (26)$$

Substituindo \hat{s} e tendo $A_p = 3\text{dB}$ e $\epsilon = 1$

$$T_{BP}(s) = T(\hat{s}) \Big|_{\hat{s}=\epsilon^{1/N} \left(\frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} \right)}, \omega_0 = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}} \quad (27)$$

pelo que

$$T_{BP}(s) = \frac{Bs}{s^2 + Bs + \omega_0^2} \quad (28)$$

Para garantir o ganho de 24dB:

$$|K \times T_{BP}(j\omega)| = 24\text{dB} \Leftrightarrow \left| \frac{KBs}{s^2 + Bs + \omega_0^2} \right| = 10^{\frac{24}{20}} \Leftrightarrow |K| = 15.85 \quad (29)$$

Obtém-se então a função de transferência pedida

$$T_{BP}(s) = \pm \frac{24895s}{s^2 + 1570.8s + 3886.2 \times 10^4} \quad (30)$$

Também para esta função de transferência se elaborou um diagrama de Bode de amplitude teórico, a partir do módulo da expressão com a substituição $s = j\omega$. Mais uma vez, está representado na secção de comparação com os dados experimentais, para facilitar a análise (figura 29).

3.2.2 Trabalho Experimental

Em laboratório, montou-se o circuito da secção biquadrática de Rauch, representada abaixo, ligando a entrada ao gerador de sinais (de modo a permitir variar a frequência).

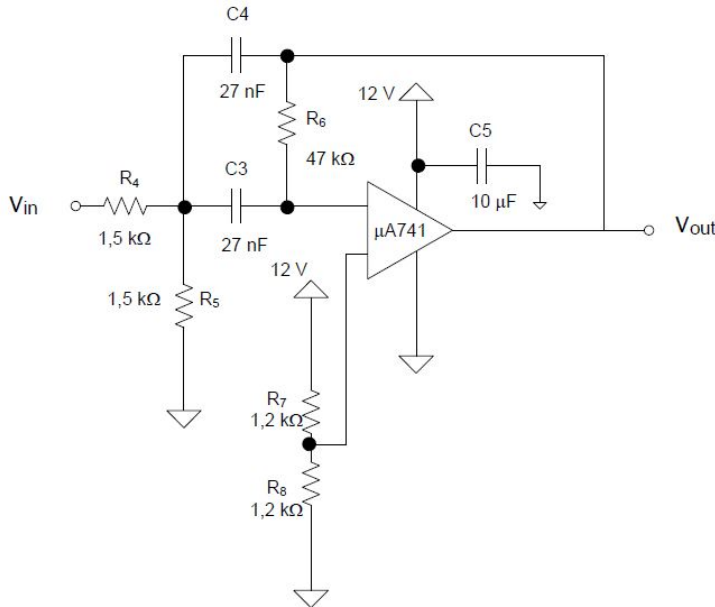


Figura 26: Secção biquadrática de Rauch.

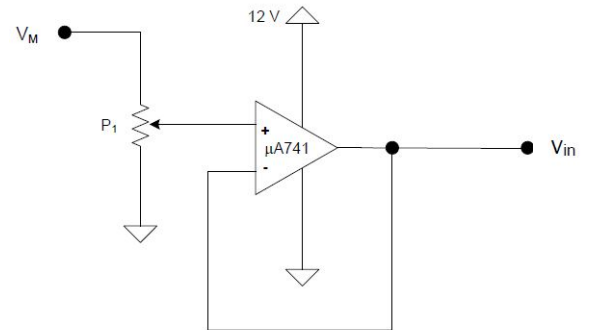


Figura 27: Circuito atenuador.

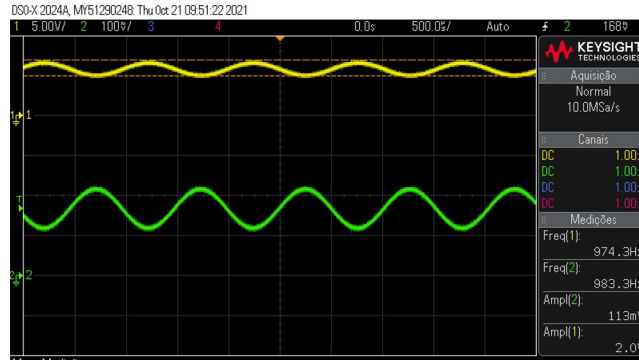


Figura 28: Saída do filtro na frequência central.

3.2.2.1 Determinação da frequência central, ganho, largura de banda e ordem do filtro

Pelo mesmo método utilizado atrás (da análise das diferenças de fase), encontrou-se a frequência central de $f_p = 978\text{Hz}$, com $\omega_p = 2 \times \pi \times f_p = 6144.96\text{rad/s}$.

Para determinar o ganho, calcula-se $20 \log \left(\frac{2.0}{0.113} \right) = 24.96\text{dB}$.

Abaixo representa-se o diagrama de Bode de amplitudes correspondente a estes dados experimentais, onde se compara com a curva teórica.

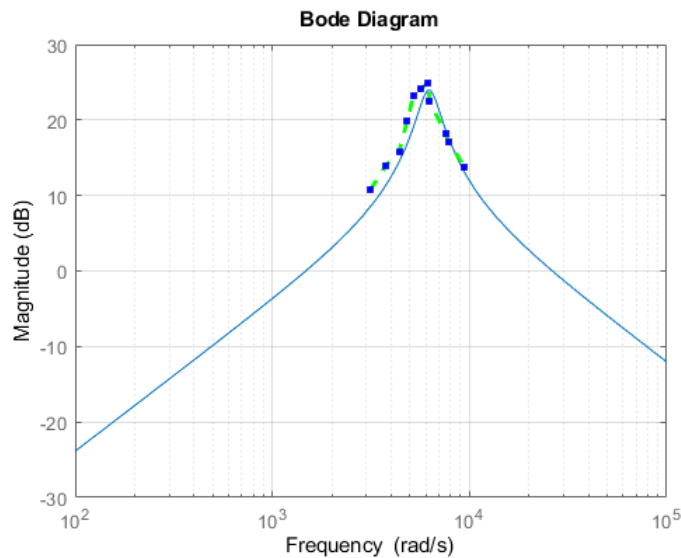


Figura 29: Filtro Passa-banda.

Sendo um Filtro passa-banda tem-se um zero na origem que sobe o ganho em 20 dB por década até à frequência dos polos, sendo que depois desce a -20 dB para $-\infty$.

Analisando o gráfico, observa-se que os pontos experimentais acompanham o formato da curva teórica.

No entanto, têm um desvio para a esquerda, o que significa que os pontos estão centrados numa frequência central diferente da teórica. Isto dever-se-á a erros associados aos aparelhos, como o osciloscópio.

Para obter a largura de banda, procura-se no gráfico os pontos a 3dB da frequência central para cada lado, faz-se $B = \frac{7090 - 5490}{2\pi} = 254.6\text{Hz}$.

Calculando os erros relativos, obteve-se um erro de 2.2% para ω_p , 4% para o ganho e 1.84% para a largura de banda. Estes erros são baixos e portanto corroboram a teoria.

Relativamente à ordem do filtro, o denominador da função de transferência é de segunda ordem, pelo que o filtro é também de segunda ordem.

3.2.2.2 Circuito com atenuador

De seguida, montou-se o circuito atenuador, com a saída ligada ao filtro passa-banda e tendo como entrada V_M do oscilador. Foi necessário variar o potenciômetro, como sugerido no guia experimental, para evitar a saturação do AmpOp. Observando a saída do oscilador sem atenuador (a amarelo), a saída do mesmo com atenuador (a verde) e a saída do filtro (a azul), obtém-se a seguinte figura:

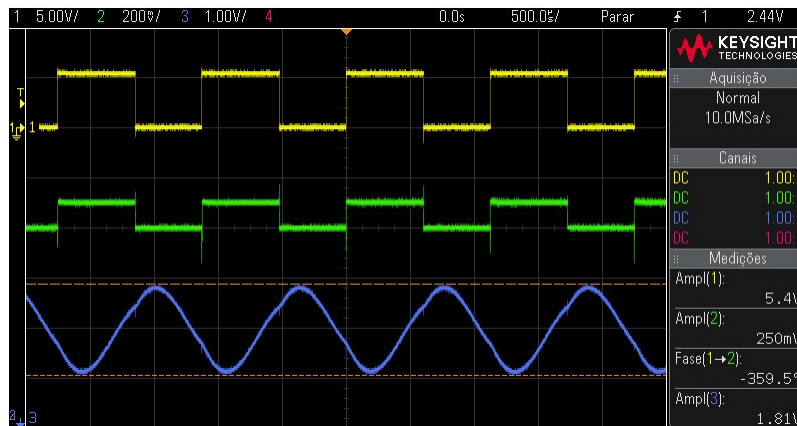


Figura 30: Saída com atenuador e saída do filtro

É de notar que a amplitude máxima do sinal do oscilador é cerca de 5.4V, o que não seria de esperar, uma vez que, segundo a datasheet do mesmo indica que a saída devia estar perto da tensão de alimentação (que neste caso é +12V). No entanto, esta situação verificou-se em duas sessões laboratoriais diferentes, pelo que se assume que está relacionado com o aparelho em uso e não com erros experimentais. Uma vez que este valor não afeta o que queremos estudar, descartamos a sua importância na restante análise realizada.

Da figura 30 infere-se que o sinal rectangular debitado pelo oscilador se transforma numa sinusóide ao passar pelo filtro, o que se explica pelo sinal rectangular ser uma soma de sinusóides de diversas frequências. O filtro apenas permite passar uma banda de frequências, pelo que as outras são eliminadas e observa-se apenas uma gama delas, que mostra um sinal aproximadamente sinusoidal.

3.2.3 Sugestão de melhoria

Em laboratório observou-se que o sinal de saída do filtro passa-banda não era uma sinusóide perfeita, o que se deve ao facto de ser constituído por mais de uma harmónica, como referido atrás. Para obter a sinusóide mais perfeita possível, seria necessário filtrar todas as frequências que divergem da frequência central do filtro, para obter apenas uma.

Assim sendo, para melhorar este sinal sugere-se alterar o dimensionamento dos componentes para diminuir o ganho do sinal e a largura de banda do filtro, sem alterar o fator de qualidade ($Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$).

A diminuição do ganho provocaria uma maior atenuação das frequências fora da banda passante, mas diminuiria a amplitude do sinal de saída do filtro.

A diminuição da largura de banda evitaria também a passagem de frequências não desejadas, mas teria de se diminuir a frequência central, de modo a não alterar o fator de qualidade.

Deste modo, conseguir-se-ia uma melhoria do sinal de saída sem alterar o fator de qualidade e o número de componentes do circuito.

3.3 Conclusões

Os resultados obtidos em laboratório encontram-se de acordo com o esperado, à exceção do pormenor referido na saída do oscilador. No entanto, como já explicado, considera-se que não afeta a análise daí decorrente.

Assim sendo, pode-se dizer que os objetivos da atividade experimental foram cumpridos.

4 Referências

- [1] José António Beltran Gerald e Pedro Vítor (2021), "Filtros ativos e osciladores" URL:https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/1407993358915220/LAB%201%20-%20Filtros%20Activos%20e%20Osciladores_2021.pdf
- [2] Adel S. Sedra, Kenneth C. Smith, "Microelectronic Circuits, 7th edition" Oxford University Press, 2016.