

Miguel  
Sex 6-1  
(15,6)



TÉCNICO  
LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

MEAER

ELETRÓNICA GERAL

---

## Relatório: Laboratório 1

---

*Trabalho realizado por:*

Alice Lourenço  
Diogo Janeiro  
Mariana Tavares

*Número:*

86606  
86623  
86664

*Turno 6<sup>a</sup> feira*

2019/2020

## Conteúdo

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
|                                  | 2  |
| 1 Sessão 1                       | 3  |
| 1.1 Secção Biquadrática KHN      | 3  |
| 1.1.1 Análise Teórica            | 6  |
| 1.1.2 Trabalho Experimental      | 9  |
| 1.1.3 Comparação de resultados   | 11 |
| 1.2 Secção Biquadrática TT       | 11 |
| 1.2.1 Análise Teórica            | 13 |
| 1.2.2 Trabalho Experimental      | 15 |
| 1.2.3 Comparação de resultados   | 17 |
| 1.3 Conclusões                   | 17 |
| 2 Sessão 2                       | 17 |
| 2.1 Oscilador de Onda Retangular | 18 |
| 2.1.1 Análise teórica            | 20 |
| 2.1.2 Trabalho experimental      | 20 |
| 2.1.3 Comparação de resultados   | 21 |
| 2.2 Secção Biquadrática de Rauch | 21 |
| 2.2.1 Análise teórica            | 22 |
| 2.2.2 Trabalho experimental      | 23 |
| 2.2.3 Comparação de resultados   | 23 |
| 2.3 Conclusões                   | 23 |



## 1 Sessão 1

A sessão 1 do 1º trabalho de laboratório pretende familiarizar-nos com secções biquadráticas que usam 3 amplificadores operacionais, neste caso, a secção biquadrática de *Kerwin, Huelsman e Newcomb* (KHN) e a secção biquadrática de *Tow-Thomas* (TT). Estes amplificadores operacionais fazem parte de circuitos elementares conhecidos, estando os mais vulgarmente utilizados e os que vamos utilizar representados na figura 1.

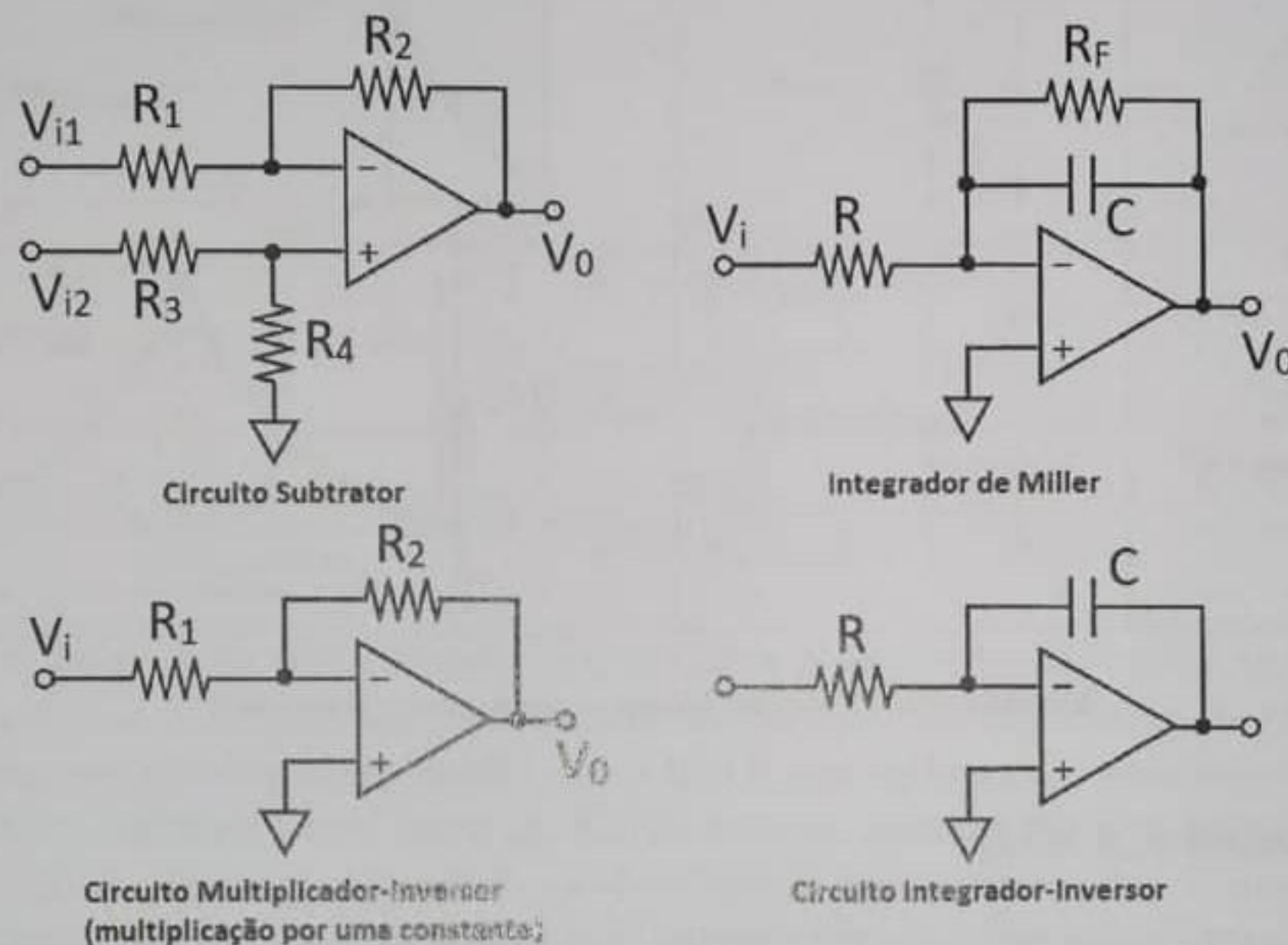


Figura 1: Circuitos eletrónicos elementares.

Apresenta-se também as funções de transferência associadas a estes circuitos uma vez que serão úteis ao longo deste trabalho laboratorial.

Circuito subtrator:

$$V_0 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{i2} - \frac{R_2}{R_1} V_{i1} \quad (1)$$

Integrador de Miller:

$$V_0(s) = -\frac{\frac{R_F}{R}}{1 + sCR_F} V_i(s) \quad (2)$$

Circuito Multiplicador Inversor:

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_i \quad (3)$$

Circuito Integrador Inversor:

$$V_0(s) = -\frac{1}{sCR} V_i(s) \quad (4)$$

Estes circuitos elementares são utilizados para construir circuitos eletrónicos mais complexos que descrevem a função de transferência de um filtro. Torna-se assim também relevante saber o tipo de função de transferência que está associado a cada filtro (figura 2).



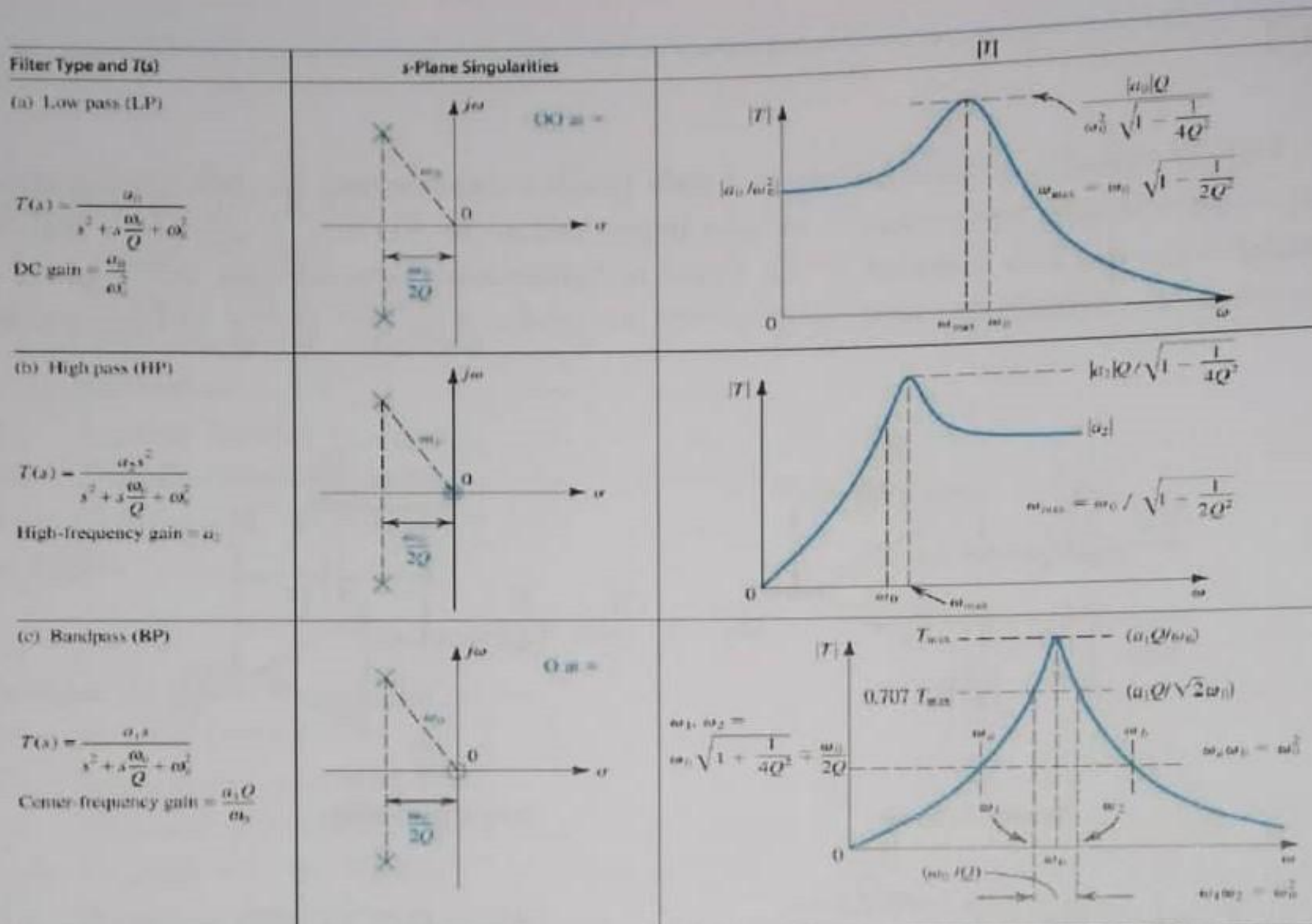


Figura 2: Tipos de filtros e suas especificações.

## 1.1 Secção Biquadrática KHN

Na primeira parte da sessão 1 é pedida a análise de uma secção biquadrática de Kerwin, Huelsman e Newcomb, sendo fornecidos o diagrama de fluxo de sinal e a montagem do circuito.

### 1.1.1 Análise Teórica

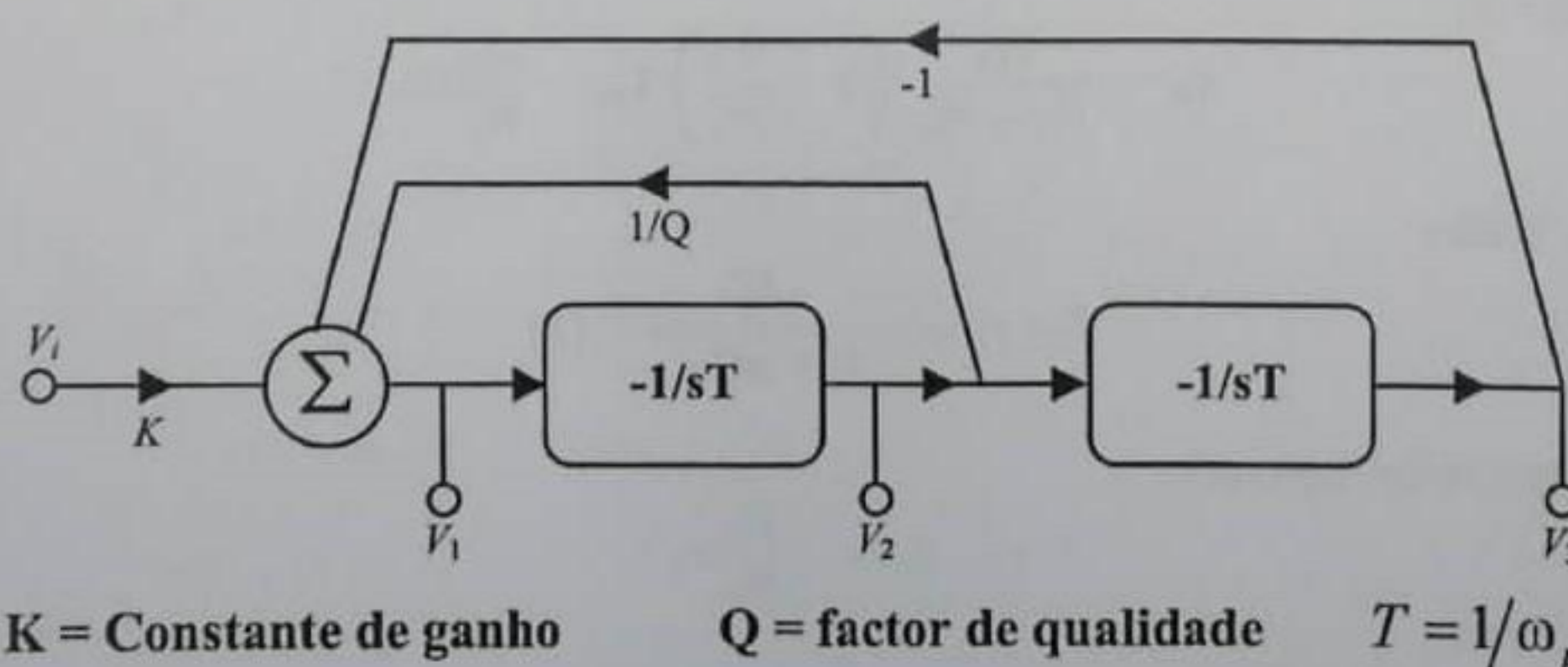


Figura 3: Diagrama de fluxo de sinal correspondente à secção biquadrática KHN.

A partir da figura 3 é possível obter as funções de transferência da entrada,  $V_i$ , para  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  resolvendo o seguinte sistema de equações, tendo estas sido obtidas por análise direta do diagrama de fluxo de sinal.



$$\begin{cases} V_1 = KV_i + \frac{1}{Q}V_2 - V_3 \\ V_2 = -\frac{V_1}{sT} \\ V_3 = -\frac{V_2}{sT} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \frac{V_1}{V_i} = \frac{Ks^2}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \\ T_2 = \frac{V_2}{V_i} = -\frac{\frac{-Ks}{T}}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \\ T_3 = \frac{V_3}{V_i} = \frac{\frac{K}{T^2}}{s^2 + \frac{s}{QT} + \frac{1}{T^2}} \end{cases} \quad (5)$$

como  $T = \frac{1}{\omega_0}$ , tem-se que:

$$\begin{cases} T_1 = \frac{Ks^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \\ T_2 = -\frac{K\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \\ T_3 = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \end{cases} \quad (6)$$

Comparando as funções de transferência obtidas para a secção biquadrática de KHN com as apresentadas na figura 2 conclui-se que  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  correspondem a três tipos diferentes de resposta em frequência, um **filtro passa-alto**, um **filtro passa-banda** e um **filtro passa-baixo**, respectivamente (a diferença entre as funções de transferência destes três tipos de filtros está no numerador que apresenta diferentes ordens consoante o tipo de filtro). Também é possível verificar que o denominador das 3 funções de transferência é o mesmo, o que significa que são caracterizadas pelo mesmo par de pólos complexos-conjugados e portanto pela mesma frequência  $\omega_0$  e pelo mesmo fator de qualidade  $Q$ . Isto era algo expectável uma vez que todas provêm do mesmo circuito.

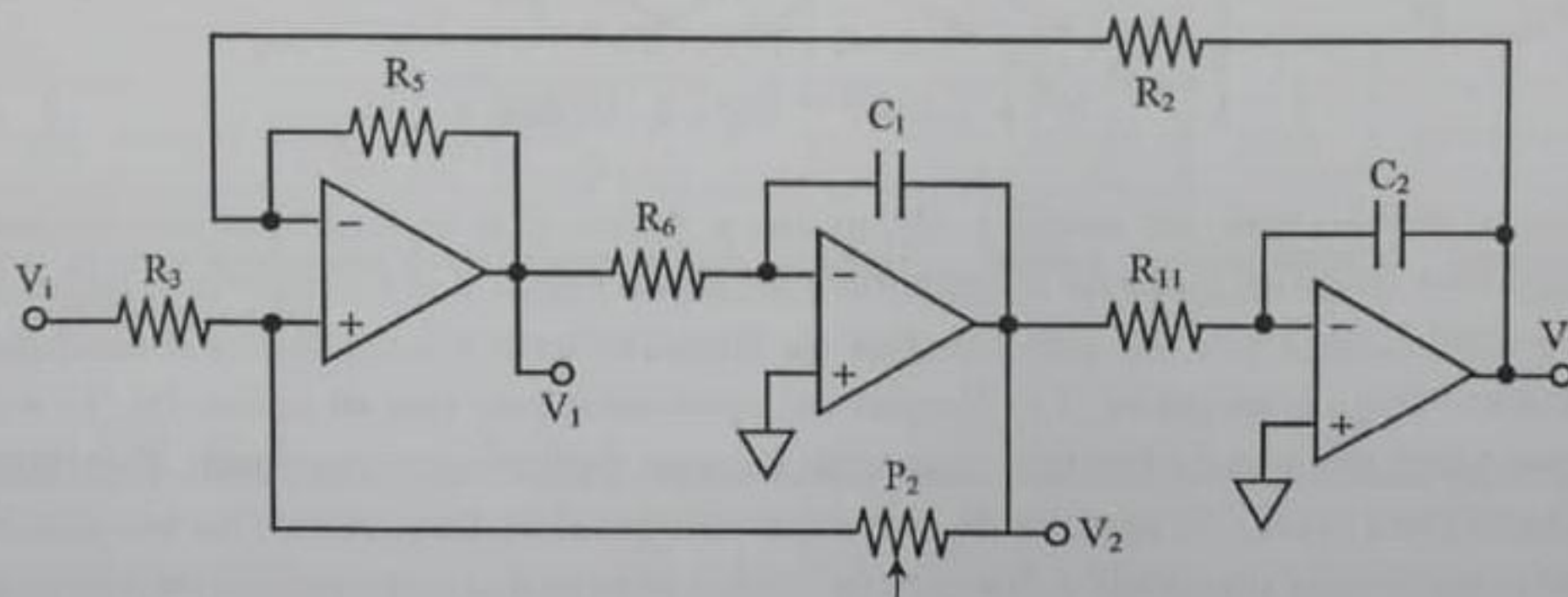


Figura 4: Secção biquadrática de Kerwin, Huelsman e Newcom (KHN).

O próximo passo passa por voltar a obter as funções de transferência mas desta vez a partir do circuito da figura 4 de modo a relacioná-las com as obtidas anteriormente e retirar expressões para a constante de ganho  $K$ , para a frequência  $\omega_0$  e para o fator de qualidade  $Q$ .

A partir dos circuitos eletrónicos elementares representados na figura 1 e por análise das figuras 3 e 4 chega-se à conclusão de que o circuito presente nesta última é constituído por um subtrator e por dois integradores de Miller, da esquerda para a direita, respetivamente. Possuindo esta informação, e uma vez



que as funções de transferência destes circuitos são conhecidas, torna-se mais simples chegar às funções de transferência  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ .

Utilizando a expressão do circuito subtrator (1) e o Princípio da Sobreposição (anulando ora  $V_i$  ora  $V_2$ ), obtém-se

$$V_1 = \frac{P_2}{R_3 + P_2} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_i + \frac{R_3}{P_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_2 - \frac{R_5}{R_2} V_3 \Leftrightarrow V_1 = \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{P_2}{R_2} V_i + \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{R_3}{R_2} V_2 - \frac{R_5}{R_2} V_3 \quad (7)$$

Igualando à expressão 5, temos

$$K = \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{P_2}{R_2} \Rightarrow K = 1 \quad \checkmark \quad (8)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{R_2 + R_5}{R_3 + P_2} \frac{R_3}{R_2} \Rightarrow Q = 1 \quad (9)$$

Pela expressão correspondente ao circuito multiplicador inversor (4) e comparando novamente com a expressão 5:

$$V_3 = -\frac{1}{sC_2R_{11}} V_2 \Rightarrow -\frac{1}{sT} = -\frac{1}{sC_2R_{11}} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{C_2R_{11}} = 2.1277 \times 10^4 \text{ rad/s} \quad (10)$$

Aplicando estes valores nas expressões acima (6) temos finalmente:

$$\begin{cases} T_1 = \frac{s^2}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \\ T_2 = \frac{-2.1277 \times 10^4 s}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \\ T_3 = \frac{4.5269 \times 10^8}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \end{cases} \quad (11)$$

Apesar de nesta secção não ser pedido, de modo a facilitar a análise dos resultados experimentais, obtém-se os diagramas de Bode teóricos de amplitude e de fase a partir das respectivas funções de transferência. Estes são obtidos substituindo  $s$  por  $j\omega$  nas funções de transferência e calculando o módulo e o argumento da expressão resultante, respetivamente. Os diagramas apresentam-se nas imagens 10, 11 e 12, na secção de comparação de resultados, para mais fácil comparação com os dados experimentais. Experimentalmente não foram recolhidos dados para criar o diagrama de bode experimental de fase, mas uma vez que estes apresentam informação relevante que ajuda na recolha dos outros dados experimentais, decidiu-se apresentá-los também. OK...

$$T_1 : |T_1(j\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}}; \arg(T_1(j\omega)) = \pi - \arctg\left(\frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{4.5269 \times 10^8 - \omega^2}\right) \quad (12)$$

$$T_2 : |T_2(j\omega)| = \frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}}; \arg(T_2(j\omega)) = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{4.5269 \times 10^8 - \omega^2}\right) \quad (13)$$



$$T_3 : |T_3(j\omega)| = \frac{4.5269 \times 10^8}{\sqrt{(4.5269 \times 10^8 - \omega^2)^2 + (2.1277 \times 10^4 \omega)^2}}; \arg(T_3(j\omega)) = -\arctg\left(\frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{4.5269 \times 10^8 - \omega^2}\right) \quad (14)$$

De salientar que as expressões do módulo foram convertidas para décibéis antes de serem representadas no gráfico, ou seja, o valor representado no gráfico é  $20 \log_{10}(|T_x|)$ .

### 1.1.2 Trabalho Experimental

Durante a sessão laboratorial foi realizada a montagem do circuito representado na figura 4 no módulo experimental. Neste circuito o potenciômetro  $P_2$  é utilizado como uma resistência de valor fixo. De acordo com o guia laboratorial, este valor deveria ser  $10K\Omega$  no entanto verificou-se que o valor real desta resistência era de  $9.76K\Omega$ .

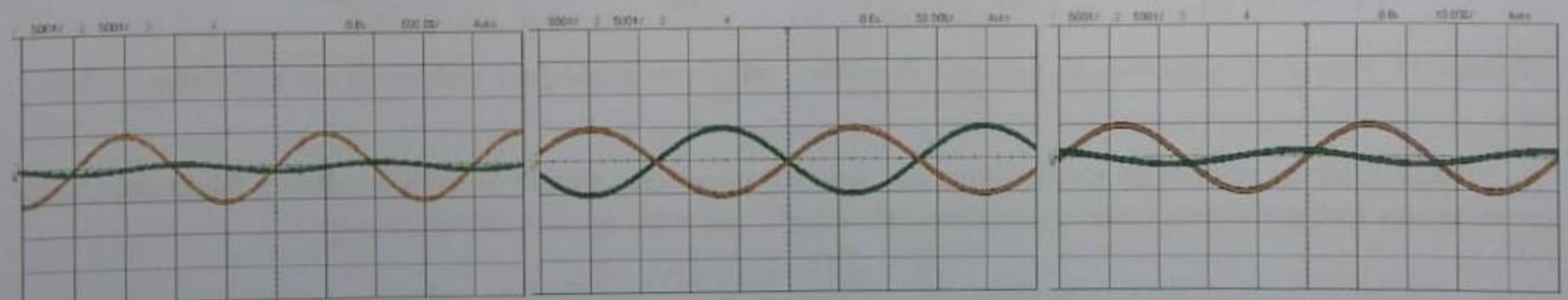
#### Identificação dos filtros

O primeiro objetivo era identificar experimentalmente qual o tipo de filtragem utilizado, medindo-se para isso as saídas dos três AmpOps ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) para três frequências diferentes, uma alta, uma média e uma baixa. Optou-se pelas frequências  $20KHz$ ,  $3.78KHz$  e  $500Hz$ , sendo a frequência  $3.78kHz$  a frequência natural  $f_0$ , descoberta experimentalmente por ser o ponto onde há uma defasagem entre o sinal de entrada e o sinal de saída de  $90^\circ$  nos filtros passa-baixo e passa-alto e de  $180^\circ$  no filtro passa-banda.



**Figura 5:** Saída  $V$  para frequências de entrada  $500Hz$ ,  $3.78kHz$  e  $20kHz$ , respectivamente; laranja - sinal de entrada; verde - sinal de saída.

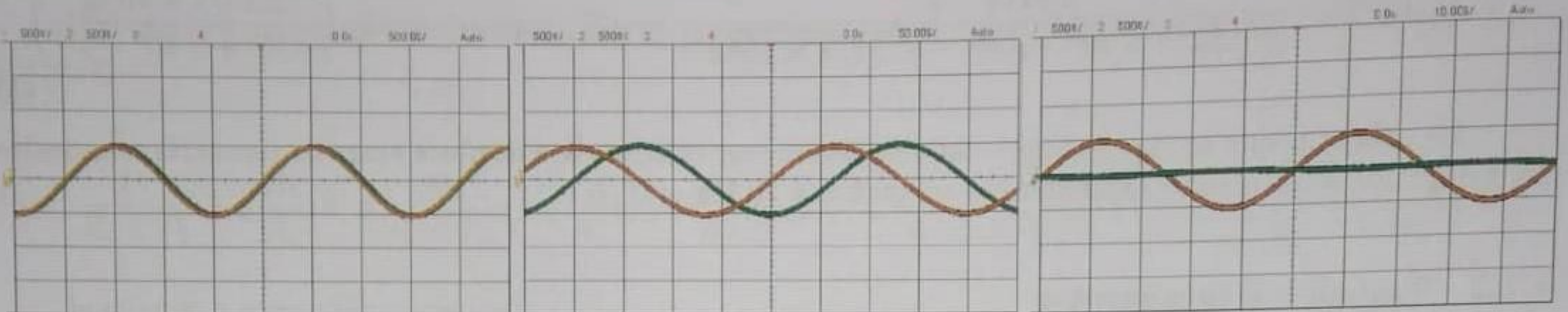
Filtro passa-alto: atenuação de baixas frequências como se pode comprovar na primeira imagem da figura 5.



**Figura 6:** Saída  $V_2$  para frequências de entrada  $500Hz$ ,  $3.78kHz$  e  $20kHz$ , respectivamente; laranja - sinal de entrada; verde - sinal de saída.



Filtro passa-banda: atenuação de baixas e altas frequências como se pode comprovar na primeira e terceira imagens da figura 6.



**Figura 7:** Saída  $V_3$  para frequências de entrada 500Hz, 3.78KHz e 20KHz, respetivamente; laranja - sinal de entrada; verde - sinal de saída.

Filtro passa-baixo: atenuação de altas frequências como se pode comprovar na terceira imagem da figura 7.

### Diagramas de Bode

Para determinar experimentalmente os diagramas de Bode foi medido o sinal de saída para diferentes frequências para cada um dos filtros. Sabendo o tipo de filtro que se está a utilizar é possível saber o tipo de gráfico que se espera obter, o que permite efetuar um número reduzido de medições. Assim, para os filtros passa-baixo e para os filtros passa-alto foram realizadas cinco medições, duas para baixas frequências, duas para altas frequências e uma na frequência  $f_0$  obtida experimentalmente. Para o filtro passa-banda foram efetuadas sete medições, cinco iguais às anteriores mais duas nos pontos em que a amplitude corresponde a  $1/\sqrt{2}$  da amplitude máxima do sinal de saída, ou seja, a uma diferença de 3dB da tensão máxima e portanto nos pontos que definem o início e o final da banda de passagem.

|           | T <sub>1</sub> |           | T <sub>2</sub> |           | T <sub>3</sub> |           |
|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|
| f (Hz)    | vpp (V)        | ganho(dB) | vpp (V)        | ganho(dB) | vpp (V)        | ganho(dB) |
| 1000      | 0.045          | -27.52    | 0.27           | -11.96    | 1.03           | -0.33     |
| 2000      | 0.31           | -10.71    | 0.59           | -5.13     | 1.13           | 0.47      |
| 2252      | -              | -         | 0.71           | -3.56     | -              | -         |
| 3780      | 1.02           | -0.42     | 1              | -0.59     | 1.09           | 0.16      |
| 6413      | -              | -         | 0.71           | -3.56     | -              | -         |
| 15000     | 1.15           | 0.63      | 0.28           | -11.8     | 0.080          | -22.53    |
| 30000     | 1.15           | 0.63      | 0.15           | -17.07    | 0.028          | -31.65    |
| Fonte (V) | 1.07           |           | 1.07           |           | 1.07           |           |

**Tabela 1:** Valores experimentais da voltagem de saída e cálculo do ganho para elaboração dos diagramas de Bode.

Para obter os valores de ganho experimentais foi necessário dividir o valor medido à saída pelo valor da voltagem fornecida pela fonte e transformá-lo em dB, ou seja,  $\text{ganho} = 20 \log_{10} \left( \frac{V_T}{V_{\text{fonte}}} \right)$ .



### Cálculo de $K$ , $\omega_0$ e $Q$

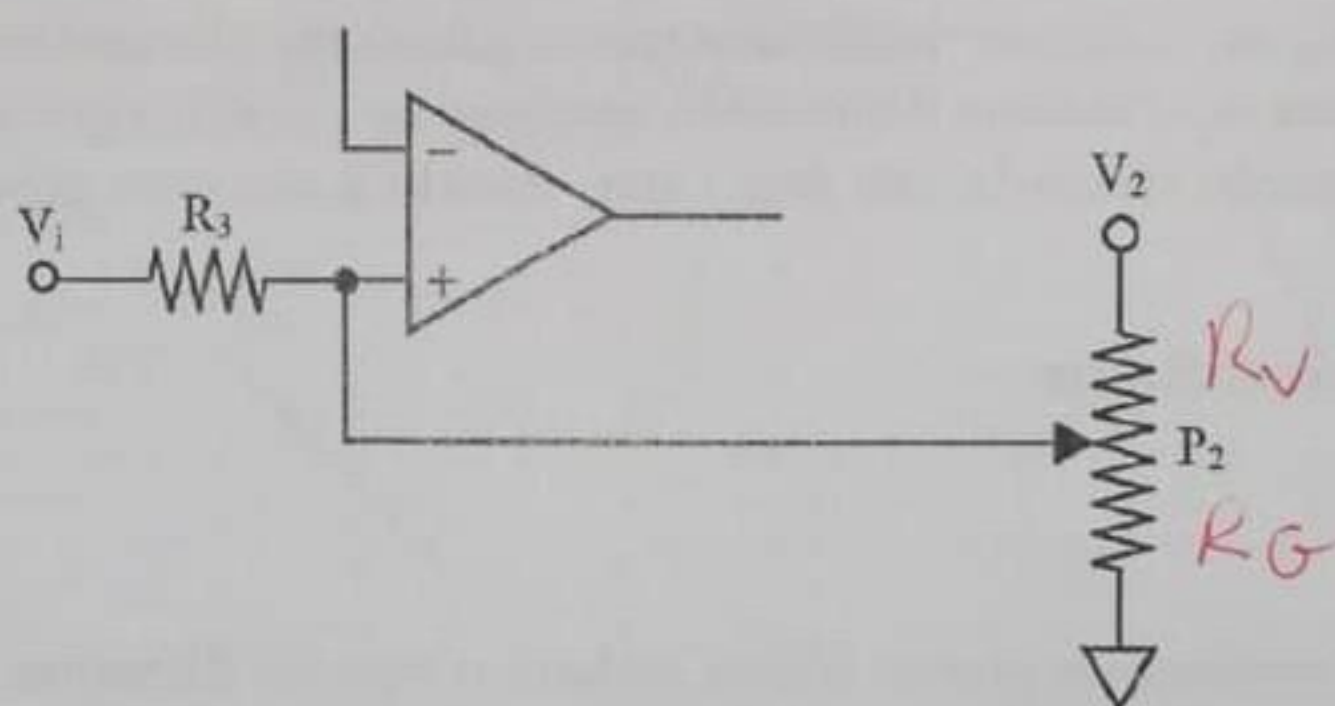
O valor de  $\omega_0$  experimental é  $2.375 \times 10^4$  como já explicado anteriormente. Analisando as funções de transferência da secção biquadrática (expressões 6) verifica-se que  $K$  corresponde ao ganho para uma frequência de 0 no filtro passa-baixo e ao ganho para uma frequência infinita no filtro passa-alto, ou seja, experimentalmente podemos descobrir  $K$  vendo qual é o ganho na saída  $V_1$ , para frequências muito altas, ou vendo qual é o ganho na saída  $V_3$ , para frequências muito baixas. Assim, obtém-se um  $K$  experimental de 1.07 considerando  $V_1$  e de 0.96 considerando  $V_3$ . Analisando a função de transferência para a saída  $V_2$  conclui-se que o módulo do ganho para a frequência  $\omega_0$  (frequência central de um filtro passa-banda) é  $KQ$  logo o valor experimental de  $Q$  será dado dividindo esse ganho por  $K$ . Obtém-se assim o valor de 0.87 ( $0.93/1.07$ ) e de 0.97 ( $0.93/0.96$ ), usando o  $K$  obtido com a saída  $V_1$  e  $V_3$ , respetivamente.

*— Ordem dos filtros?*

*Isto me parece  
Tabela  
Está adiante?!*

### Potenciômetro P2 como um divisor de tensão variável

Por último, altera-se o circuito para que o potenciômetro  $P_2$  funcionasse como um divisor de tensão variável de forma a identificar o impacto destas variações no funcionamento dos filtros.



**Figura 8:** Alteração ao circuito da figura 4 de modo ao potenciômetro  $P_2$  funcionar como divisor de tensão.

Tal como se pode observar na figura 8 variar o potenciômetro fazia variar o valor da resistência ligada a  $V_2$  ( $R_V$ ) e do valor da ligada a  $ground$  ( $R_G$ ). Mostram-se abaixo (figura 9) os ensaios para  $R_G = 0\Omega$ ,  $R_G = 0.97k\Omega$  e  $R_G = 9.84k\Omega$  sendo o valor de  $R_V$  o valor complementar para que a soma dê  $9.84k\Omega$ .

Repetindo os cálculos anteriores (7), conclui-se que os valores de  $K$  e  $Q$  são alterados, e que  $\omega_0$  se mantém.

$$V_1 = \frac{R_V // R_G}{R_3 + R_V // R_G} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_i + \frac{R_3 // R_G}{R_V + R_3 // R_G} \left(1 + \frac{R_5}{R_2}\right) V_2 - \frac{R_5}{R_2} V_3 \quad (15)$$

*mesma  
figuras!*

$$K = \frac{R_2 + R_5}{R_3 + R_V // R_G} \frac{R_V // R_G}{R_2} \quad \checkmark \quad (16)$$

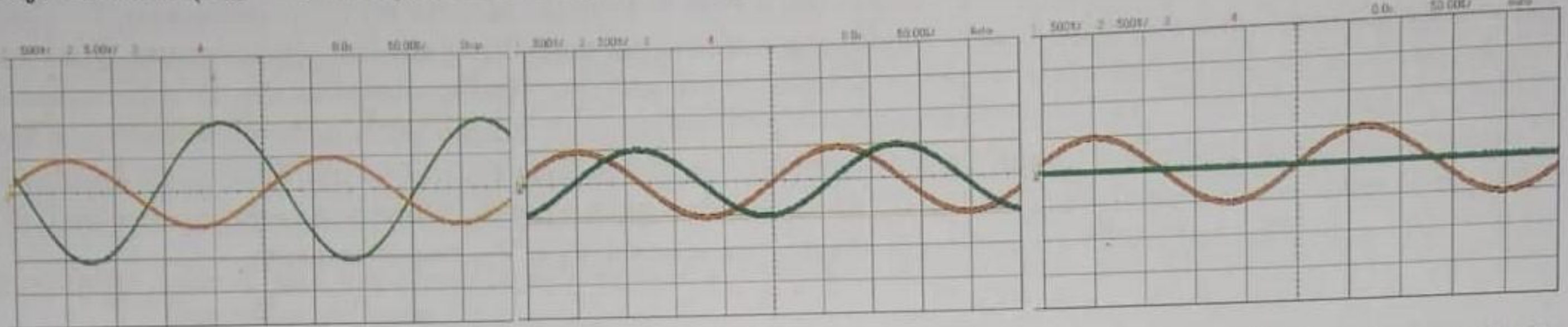
$$\frac{1}{Q} = \frac{R_2 + R_5}{R_3 // R_G + R_V} \frac{R_3 // R_G}{R_2} \Rightarrow Q = ? \quad (17)$$

A relação entre  $V_2$  e  $V_3$  é a mesma, portanto  $\omega_0$  mantém-se.



Conclui-se que o ganho tende para zero tanto quando  $R_G$  tende para zero como quando  $R_V$  tende para zero.

De notar que se apresenta abaixo o dimensionamento necessário destas resistências para que o ganho seja unitário ( $R_G = 0.97k\Omega$ ), como anteriormente (quando o potenciômetro era usado como resistência).



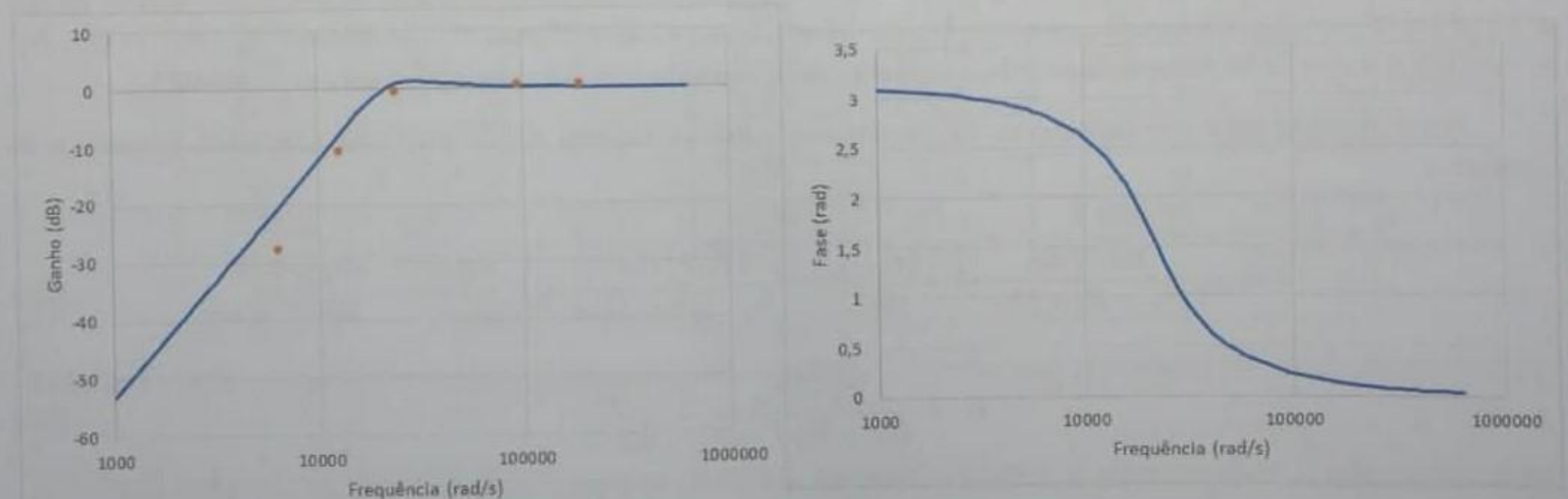
**Figura 9:** Utilização do potenciômetro como divisor de tensão variável para  $R_G = 0\Omega$ ,  $R_G = 0.97k\Omega$  e  $R_G = 9.84k\Omega$ , respetivamente, da esquerda para a direita; laranja - sinal de entrada; verde - sinal de saída  $V_3$ .

Verifica-se experimentalmente com a segunda medição (diferença de fase  $90^\circ$ ) que  $\omega_0$  se mantém. Aproximando o valor de  $R_G$  ao máximo, verifica-se que o ganho cai abruptamente, como visível no terceiro gráfico. De acordo com a teoria, o mesmo dever-se-ia verificar no primeiro gráfico, o que não acontece. Deste modo, conclui-se que a medição efetuada não tem valor, devido a um erro experimental não identificado.

### 1.1.3 Comparação de resultados

#### Diagramas de Bode

Experimentalmente verificou-se que os filtros tinham o tipo de filtragem prevista teoricamente, sendo esta uma informação que se pode retirar não só da experiência realizada unicamente com esse fim, como do formato dos diagramas de Bode. Nestes diagramas representa-se a azul o diagrama teórico e a vermelho os pontos experimentais:



**Figura 10:** Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_1$  na secção biquadrática KHN.



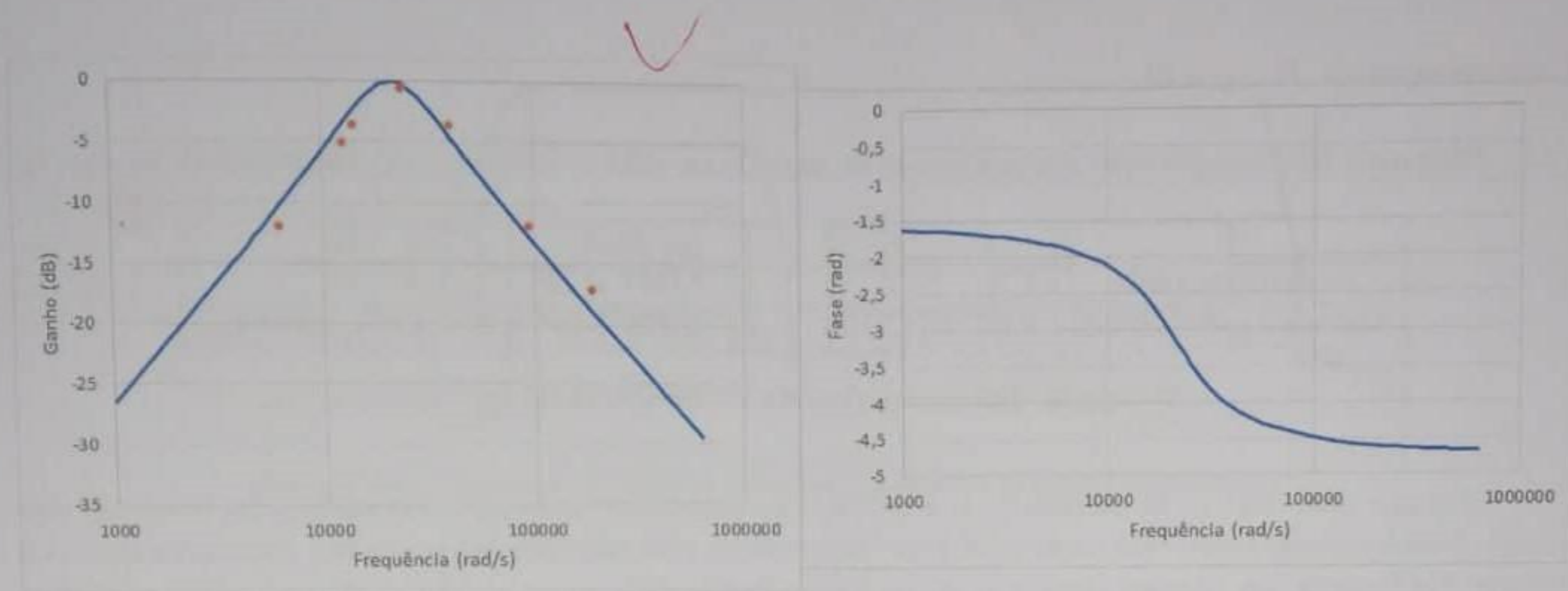


Figura 11: Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_2$  na secção biquadrática KHN.

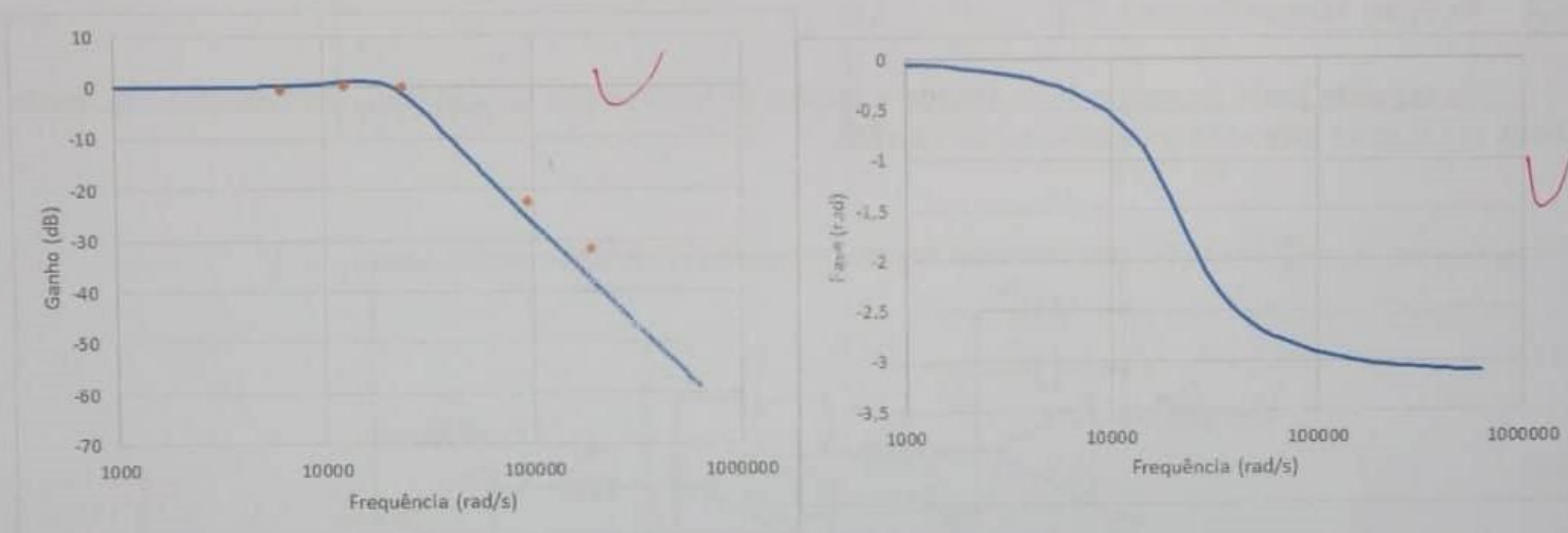


Figura 12: Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_3$  na secção biquadrática KHN.

Observa-se que os pontos coincidem com o previsto teoricamente, sendo que as maiores discrepâncias em relação ao gráfico teórico se observam na zona de corte do filtro. Nesta zona verificam-se erros relativos de 50% e 47% para os filtros passa-alto e passa-baixo, respetivamente, e de 32% para o filtro passa-banda. Como estes erros se verificam na zona de corte, as voltagens medidas são muito baixas e portanto medidas com menos exatidão. Além disso, pequenos desvios implicam grandes diferenças no erro relativo porque os valores são muito pequenos.

O erro absoluto mantém-se para todos os dados na ordem das dezenas de mV pelo que não se verificaria um afastamento diferente dos pontos relativamente aos valores teóricos num gráfico em que o ganho não estivesse representado em dB. Como a representação em dB implica o uso da função logaritmo, que apresenta declives maiores quanto mais pequeno o valor for, pequenas diferenças relativamente ao valor teórico em valores pequenos faz com que o valor em dB seja muito mais diferente do que a mesma diferença quando o ganho está mais próximo de um.

Concluindo, os erros são mais significativos para os valores mais baixos (devido às limitações do equipamento de medição para este tipo de valores) não se verificando, no entanto, diferenças inexplicáveis em relação ao modelo teórico.



## Comparação de $K$ , $\omega_0$ e $Q$

Para mais fácil comparação apresentam-se de seguida os valores teóricos e experimentais de  $K$ ,  $\omega_0$  e  $Q$ :

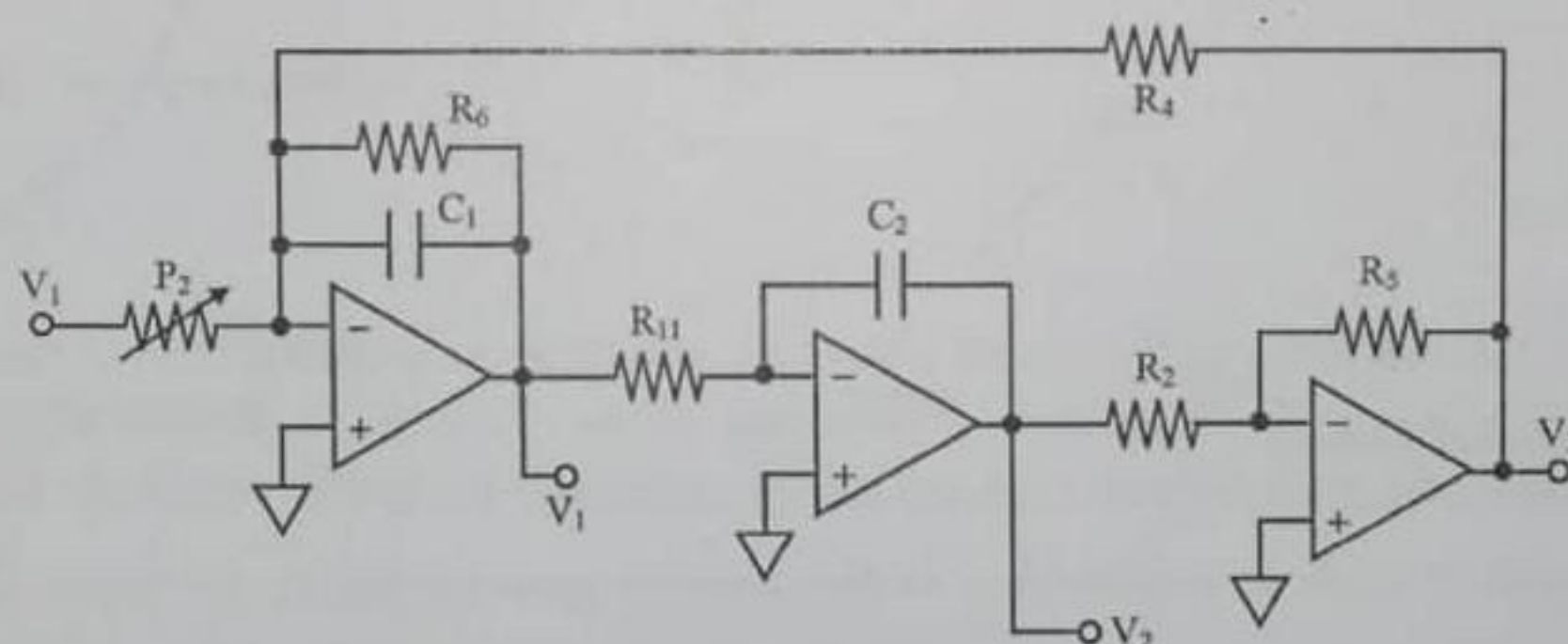
|                       | $K$                            | $\omega_0$ (rad/s)   | $Q$                            |
|-----------------------|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|
| Valores teóricos      | 1                              | $2.1277 \times 10^4$ | 1                              |
| Valores experimentais | 1.07 ( $V_1$ ), 0.96 ( $V_3$ ) | $2.375 \times 10^4$  | 0.87 ( $V_1$ ), 0.97 ( $V_3$ ) |

**Tabela 2:** Valores experimentais e teóricos de  $K$ ,  $\omega_0$  e  $Q$ .

O maior erro relativo no cálculo de  $K$  é de 7% e no cálculo de  $Q$  de 13%. Os valores dos erros não são muito elevados sendo facilmente explicados pela imprecisão e não exatidão das medições. Nomeadamente, os valores das frequências estavam sempre a oscilar ligeiramente e não eram o valor exato que estava escolhido no gerador de sinais.

## 1.2 Secção Biquadrática TT

Na segunda parte da sessão 1 era pedida a análise de uma secção biquadrática de *Tow-Thomas*, sendo desta vez apenas fornecido a montagem do circuito.



**Figura 13:** Secção biquadrática de *Tow-Thomas* (TT).

### 1.2.1 Análise Teórica

#### Diagrama de fluxo de sinal e funções de transferência

Começa-se por indentificar quais os circuitos eletrónicos elementares presentes na montagem dada (figura 13): integrador de Miller, integrador-inversor e multiplicador-inversor, da esquerda para a direita.

Após chegar ao diagrama de fluxo de sinal (figura 14) obteve-se as funções de transferência da entrada,  $V_i$ , para  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  a partir da análise do mesmo.



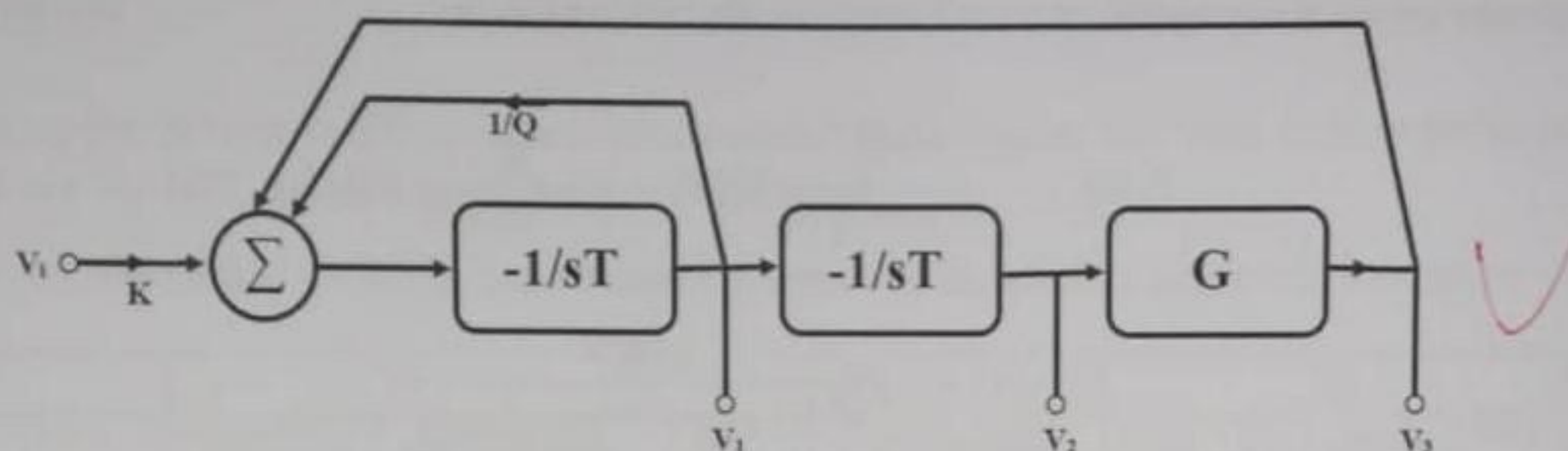


Figura 14: Diagrama de fluxo de sinal correspondente à secção biquadrática TT.

$$\begin{cases} V_1 = -\frac{1}{sT}(KV_i + \frac{1}{Q}V_1 + V_3) \\ V_2 = -\frac{V_1}{sT} \\ V_3 = GV_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \frac{V_1}{V_i} = -\frac{\frac{Ks}{T}}{s^2 + \frac{s}{QT} - \frac{G}{T^2}} \\ T_2 = \frac{V_2}{V_i} = \frac{\frac{K}{T^2}}{s^2 + \frac{s}{QT} - \frac{G}{T^2}} \\ T_3 = \frac{V_3}{V_i} = \frac{\frac{GK}{T^2}}{s^2 + \frac{s}{QT} - \frac{G}{T^2}} \end{cases} \quad (18)$$

como  $T = \frac{1}{\omega_0}$  e sabendo da expressão do circuito multiplicador-inversor (3)  $G = \frac{R_5}{R_2} = -1$ , tem-se que:

$$\begin{cases} T_1 = -\frac{K\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \\ T_2 = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \\ T_3 = -\frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \end{cases} \quad (19)$$

Verifica-se assim através da comparação destas funções de transferência com as apresentadas na figura 2 que  $T_1$  corresponde a um filtro passa-banda e  $T_2$  e  $T_3$  a dois filtros passa-baixo simétricos. ??

Desta forma verifica-se que as duas montagens geram respostas semelhantes para  $V_{2KHN}$  e  $V_{1TT}$ . A utilização do integrador de Miller no TT permite "poupar" o circuito subtrator do KHN, já que para além de integrar, soma. No entanto, continua a ser necessário subtrair  $V_{3KHN}$  ou seja,  $V_{2TT}$ , pelo que surge a necessidade de acrescentar o circuito multiplicador-inversor (igualando as resistências  $R_2$  e  $R_5$  para que  $G=-1$ ) de forma a gerar  $V_{3TT} = -V_{2TT}$ , este sim, entrada no integrador de Miller.

Através da análise do circuito da figura 13 e recorrendo à expressão 4:

$$V_2(s) = -\frac{1}{sC_2R_{11}}V_1(s) \quad (20)$$

comparando esta expressão com as anteriores (18):

$$\omega_0 = \frac{1}{C_2R_{11}} = 2.1277 \times 10^4 \text{ rad/s} \quad (21)$$



Recorrendo agora à expressão 2 e ao Princípio da Sobreposição:

$$V_1(s) = -\frac{\frac{R_6}{P_2}}{1 + sC_1R_6}V_i(s) - \frac{\frac{R_6}{R_4}}{1 + sC_1R_6}V_3(s)$$

$$T_1(s) = -\frac{\frac{1}{C_1P_2}s}{s^2 + \frac{1}{C_1R_6}s + \frac{1}{C_1C_2R_4R_{11}}} \quad (22)$$

Comparando esta expressão com as funções de transferência acima (19), tem-se

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1R_6} \Rightarrow Q = \frac{C_1R_6}{C_2R_{11}} = 1 \quad (23)$$

$$K\omega_0 = \frac{1}{C_1P_2} \Rightarrow K = \frac{C_2R_{11}}{C_1P_2} = 1 \quad (24)$$

Aplicando estes valores chega-se às seguintes funções de transferência:

$$\begin{cases} T_1 = -\frac{2.1277 \times 10^4 s}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \\ T_2 = \frac{4.5269 \times 10^8}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \\ T_3 = -\frac{4.5269 \times 10^8}{s^2 + 2.1277 \times 10^4 s + 4.5269 \times 10^8} \end{cases} \quad (25)$$

## Diagramas de Bode

Tal como na secção anterior, os diagramas de Bode teóricos de amplitude e de fase foram obtidos a partir das respectivas funções de transferência, substituindo  $s$  por  $j\omega$  nas funções de transferência e calculando o módulo e o argumento da expressão resultante, respetivamente. Os diagramas apresentam-se nas imagens 16, 17 e 18 na secção de resultados experimentais para mais fácil comparação com os valores experimentais. Apresentam-se também os diagramas de fase pela razão apresentada na secção anterior.

Uma vez que as funções de transferência  $T_1$  e  $T_2$  do TT são iguais às  $T_2$  e  $T_3$  do KHN, respetivamente, também os diagramas de Bode vão ser iguais e portanto dados pelas expressões 13 e 14 da secção anterior. A função de transferência  $T_3$  do TT é igual ao simétrico da  $T_2$  pelo que o módulo, e consequentemente o diagrama de bode de amplitude, é o mesmo. O diagrama de fase, no entanto, tem um desvio de  $\pi$  relativamente ao do da  $T_2$ :

$$T_3 : \arg(T_3(j\omega)) = \pi - \arctg\left(\frac{2.1277 \times 10^4 \omega}{4.5269 \times 10^8 - \omega^2}\right) \quad (26)$$

### 1.2.2 Trabalho Experimental

Durante a sessão laboratorial foi realizada a montagem do circuito representado na figura 13 no módulo experimental. Os pontos experimentais retirados nesta primeira parte foram retirados para um valor fixo do  $P_2$  que experimentalmente verificou-se ser igual a  $9.76 \text{ k}\Omega$  mas que de acordo com o guia laboratorial deveria ser  $10 \text{ k}\Omega$ .



## Diagramas de Bode

O valor de  $\omega_0$  foi obtido verificando no filtro passa-banda (saída  $V_1$ ) qual a frequência para a qual a diferença de fase era de  $180^\circ$ , tendo-se obtido  $f_0 = 3780\text{Hz}$ .

Para obter os diagramas de Bode experimentais foram realizadas as seguintes medições:

|           | T <sub>1</sub> |           | T <sub>2</sub> |           | T <sub>3</sub> |           |
|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|
| f (Hz)    | vpp (V)        | ganho(dB) | vpp (V)        | ganho(dB) | vpp (V)        | ganho(dB) |
| 500       | 0.16           | -16.17    | -              | -         | 1.07           | 0         |
| 1000      | 0.3            | -10.71    | 1.02           | -0.08     | 1.13           | 0.47      |
| 2000      | -              | -         | 1.15           | 0.96      | -              | -         |
| 2252      | 0.7            | -         | -              | -         | -              | -         |
| 3780      | 0.99           | -0.34     | 1.05           | 0.17      | 1.09           | 0.16      |
| 6413      | 0.72           | -3.11     | -              | -         | -              | -         |
| 15000     | 0.28           | -11.31    | 0.1            | -20.26    | 0.1            | -20.59    |
| 30000     | 0.15           | -16.34    | 0.01           | -40.26    | 0.06           | -25.03    |
| Fonte (V) | 1.03           |           | 1.03           |           | 1.07           |           |

Tabela 3: Valores experimentais da voltagem de saída e cálculo do ganho para elaboração dos diagramas de Bode.

## Efeitos da variação da resistência P2 sobre as características de resposta em frequência

Esta experiência foi feita utilizando a saída  $V_1$ , ou seja, utilizando o filtro passa-banda. Os ensaios foram feitos à frequência  $f_0$ . A esta frequência verifica-se o maior ganho pelo que se torna mais fácil averiguar qual os efeitos da variação de  $P_2$ .

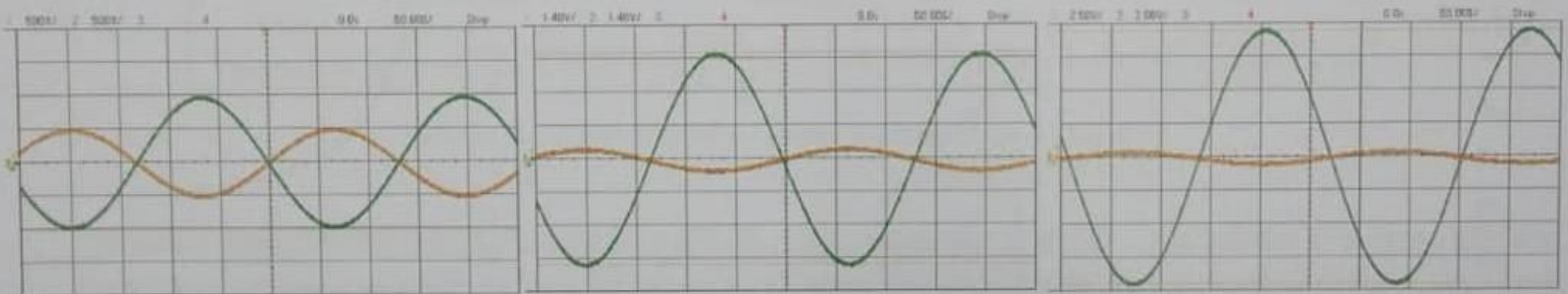


Figura 15: Utilização do potenciômetro como resistência variável para  $P_2 = 5.02\text{k}\Omega$ ,  $P_2 = 1\text{k}\Omega$  e  $P_2 = 0.48\text{k}\Omega$ , respetivamente, da esquerda para a direita;; laranja - sinal de entrada; verde - sinal de saída.

## Cálculo de K, $\omega_0$ e Q

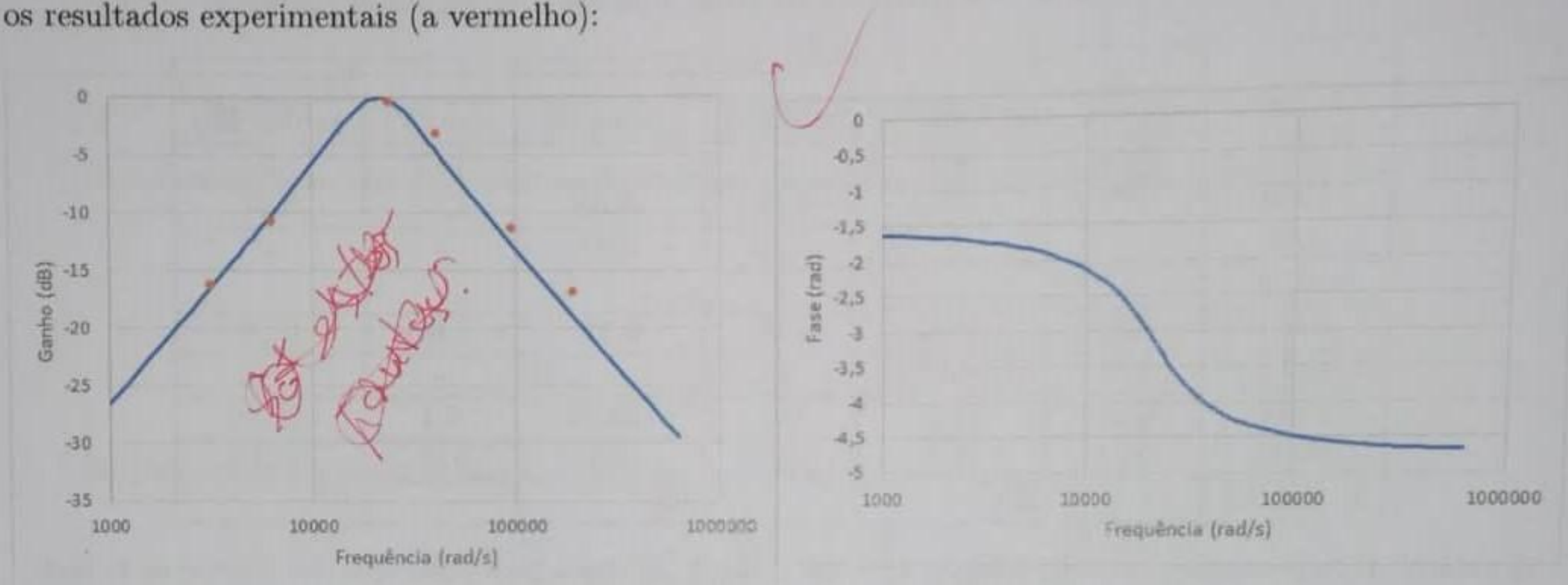
O valor de  $\omega_0$  experimental é  $2.375 \times 10^4$  como já explicado anteriormente. Analisando os diagramas de Bode para os filtros passa-baixo obtém-se K igual a 0.99 para a saída  $V_2$  e igual a 1 para a saída  $V_3$ . O valor experimental de Q é mais uma vez obtido dividindo o ganho na frequência central do filtro passa-banda por K. Obtém-se assim o valor de 0.97 ( $0.96/0.99$ ) e de 0.96 ( $0.96/1$ ), usando o K obtido com a saída  $V_2$  e  $V_3$ , respetivamente.



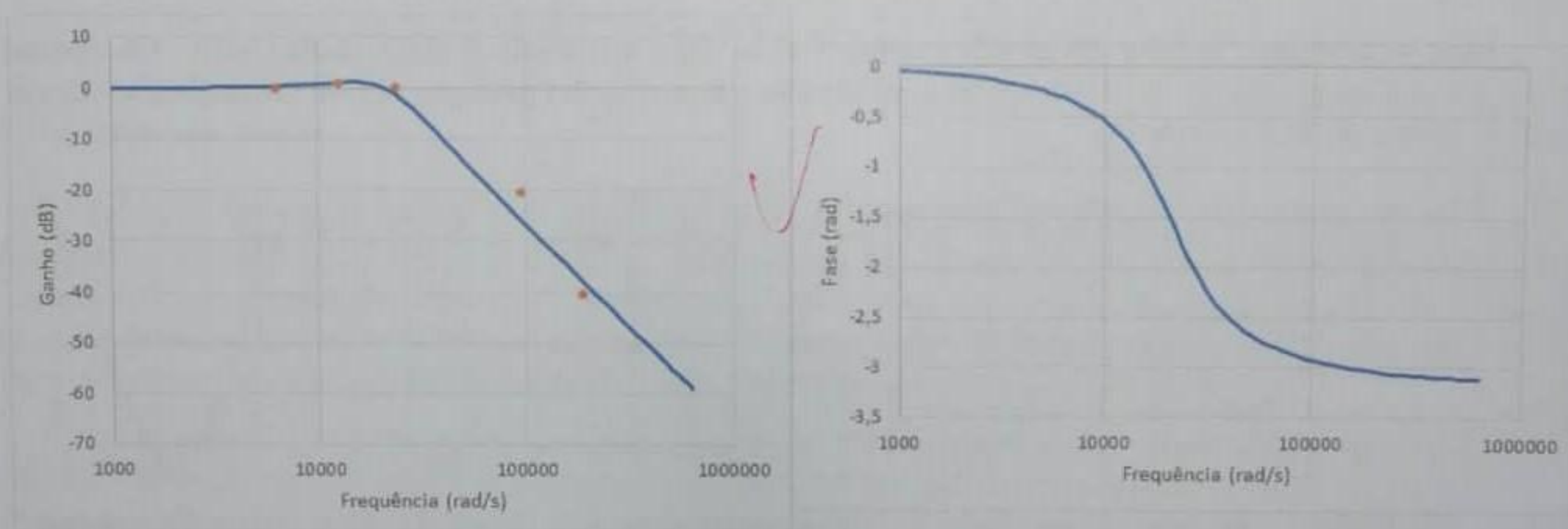
### 1.2.3 Comparação de resultados

#### Diagramas de Bode

Apresentam-se aqui tanto os diagramas teóricos de amplitude como de fase (a azul), juntamente com os resultados experimentais (a vermelho):



**Figura 16:** Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_1$  na secção biquadrática TT.



**Figura 17:** Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_2$  na secção biquadrática TT.



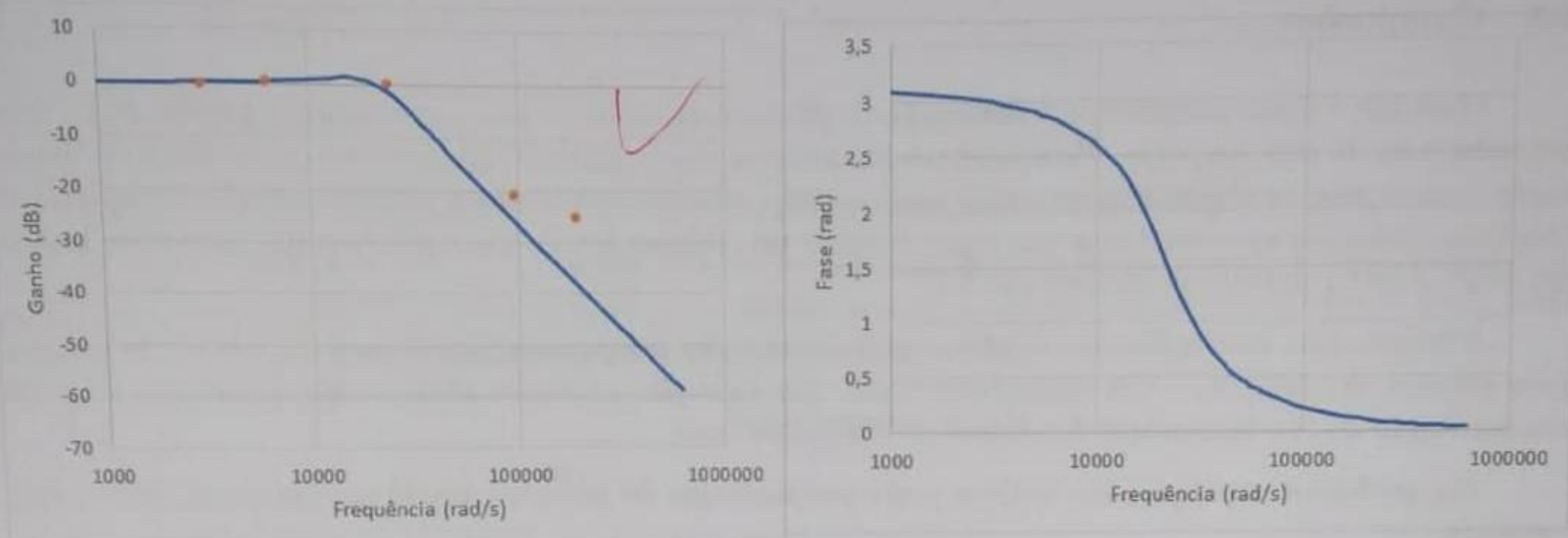


Figura 18: Diagramas de Bode de amplitude e de fase teóricos para a saída  $V_3$  na secção biquadrática TT.

Verifica-se novamente que as maiores discrepâncias ocorrem na zona de corte do filtro. Nesta zona verificam-se erros relativos máximos de 32% para o filtro passa-banda e 91% e 367% para os filtros passa-baixo  $T_2$  e  $T_3$ , respetivamente. Estes erros mais elevados devem-se à falta de precisão e exatidão das medições com o osciloscópio para baixos valores, como referido anteriormente. De notar ainda que, tal como esperado, os diagramas de Bode de amplitude para  $V_2$  e  $V_3$  são semelhantes, verificando apenas uma diferença de  $180^\circ$  nos diagramas de amplitude, já que estes sinais são simétricos.

#### Comparação de $K$ , $\omega_0$ e $Q$

|                       | $K$                         | $\omega_0$ (rad/s)   | $Q$                            |
|-----------------------|-----------------------------|----------------------|--------------------------------|
| Valores teóricos      | 1                           | $2.1277 \times 10^4$ | 1                              |
| Valores experimentais | 0.99 ( $V_2$ ), 1 ( $V_3$ ) | $2.375 \times 10^4$  | 0.97 ( $V_2$ ), 0.96 ( $V_3$ ) |

Tabela 4: Valores experimentais e teóricos de  $K$ ,  $\omega_0$  e  $Q$ .

O maior erro relativo no cálculo de  $K$  é de 1% e no cálculo de  $Q$  de 4%. Os valores dos erros não são muito elevados sendo facilmente explicados pelas mesmas razões explicadas na secção do KHN.

*ordem das pulsos?*

#### Efeitos da variação da resistência $P_2$ sobre as características de resposta em frequência

A esta frequência verifica-se que o ganho é igual a  $K$ , uma vez que a variação de  $P_2$  não altera o valor de  $Q$  que continua a ser 1. Deste modo, torna-se mais fácil averiguar qual os efeitos da variação de  $P_2$ . Analisando a figura 15, concluiu-se que diminuindo o valor da resistência  $P_2$  o ganho aumenta. Isto está de acordo com a expressão 24 (aqui transcrita) que diz que  $K$  é inversamente proporcional a  $P_2$ . Conclui-se assim, que a experiência está de acordo com o previsto teoricamente.

$$K = \frac{C_2 R_{11}}{C_1 P_2}$$

✓

*menor  
função*

*↑  
P<sub>2</sub>*



### 1.3 Conclusões

O objetivo desta atividade é a realização de filtros activos RC e a sua aplicação ao estudo de secções biquadráticas de três AmpOps. Este objetivo foi cumprido para além de também ter permitido a familiarização com as secções biquadráticas e com as suas propriedades. Foi também possível estudar o impacto de pequenas variações não estudadas nas aulas teóricas no circuito, como o uso de  $P_2$  como divisor de tensão em KHN e como resistência variável em TT.

Sugere-se que adicionalmente se efetue uma experiência em que os sinais de entrada não sejam gerados pelo gerador de sinais mas sim sinais reais como, por exemplo, captação áudio, o que permitiria ter uma melhor noção do funcionamento dos filtros em contextos reais.

Os resultados experimentais obtidos nesta secção foram de encontro àquilo que estava previsto teoricamente.

## 2 Sessão 2

Na sessão 2 realiza-se a montagem de apenas dois dos elementos de um detetor de proximidade como o representado na figura 19: o oscilador e o filtro passa-banda.

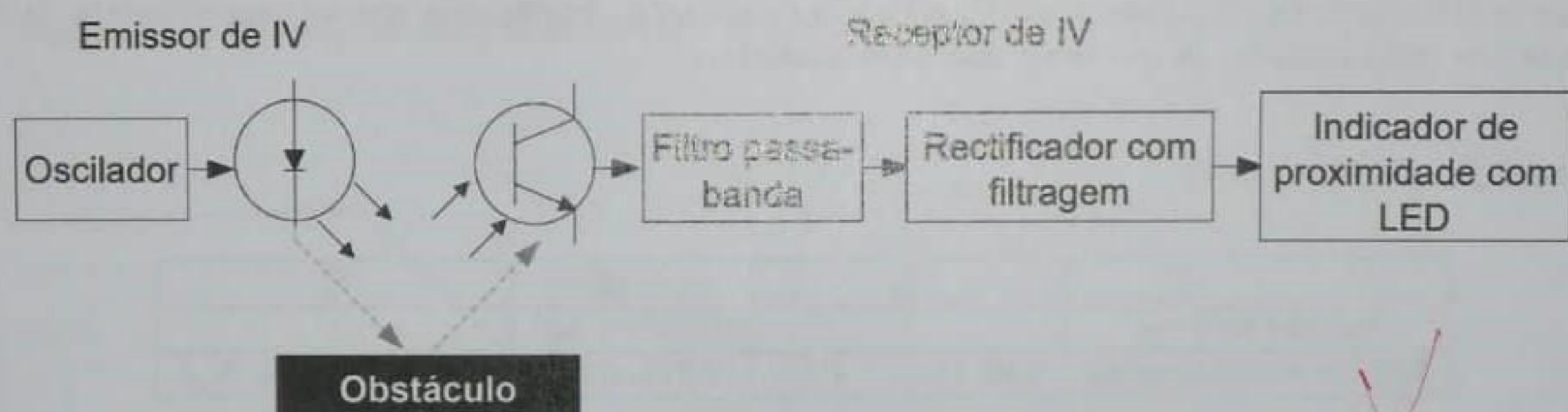


Figura 19: Diagrama de blocos do circuito.

O detetor permite identificar diferentes distâncias emitindo um sinal de infravermelhos (IV) que, por sua vez, é refletido pelo obstáculo admitindo uma amplitude dependente da distância ao mesmo.

A função do **oscilador** é modular o sinal IV emitido. O sinal refletido é detectado por um fototransistor, sendo de seguida filtrado pelo **filtro passa-banda** e rectificado.

### 2.1 Oscilador de Onda Retangular

Na primeira parte da sessão 2 era pedida a análise de um oscilador de onda retangular, sendo fornecida a montagem do circuito. Esta utiliza um temporizador NE555 para controlar a oscilação.



### 2.1.1 Análise teórica

#### Análise do circuito

A função do condensador  $C_2$  na montagem é apenas minimizar o ruído na fonte e na massa.

Tanto os valores da fonte e da massa sofrem pequenas oscilações, ao ligar um condensador entre as duas tem-se uma impedância associada de  $\frac{1}{j\omega C_2}$ , assim, devido ao elevado valor de  $C_2$  tem-se uma baixa impedância até a baixas frequências, permitindo a atenuação do ruído.

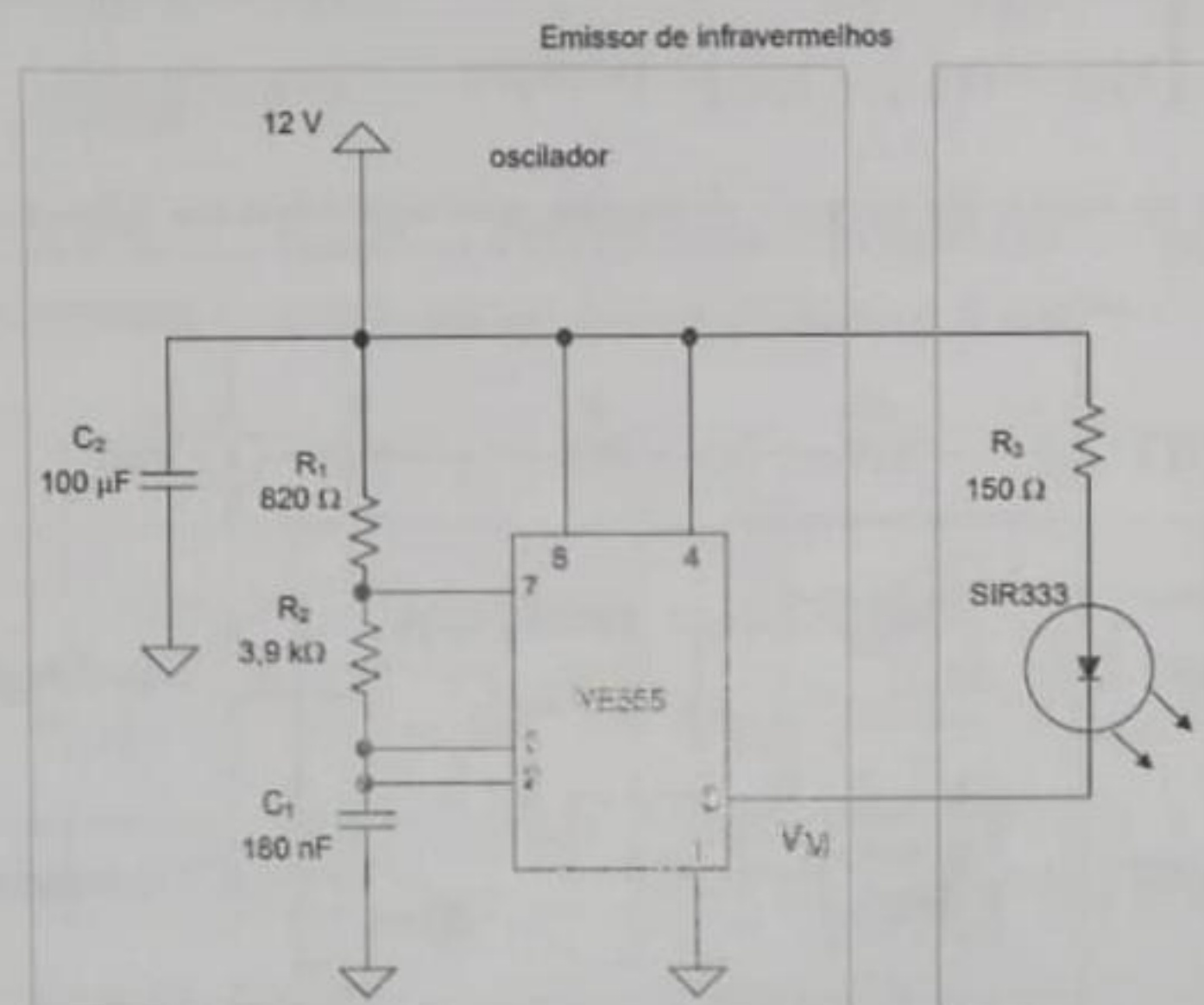


Figura 20: Emissor de IV.

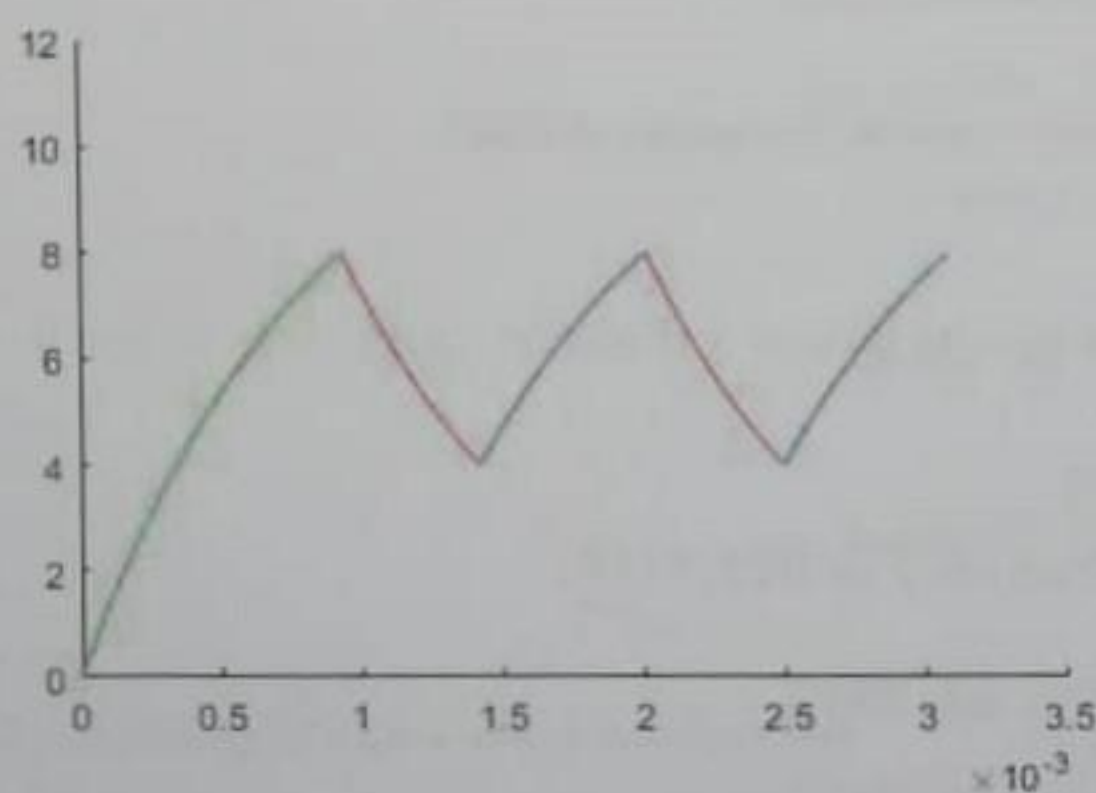


Figura 21: Tensão na saída de  $C_1$ .



Figura 22: Tensão na saída de  $V_M$ .

Na figura 21, aplicam-se diferentes equações consoante os estados de carga ou descarga do condensador  $C_1$ . Estes estados devem-se à existência de dois AmpOps no circuito integrado NE555 (figura 23) que servem de entradas a um flip-flop, sendo que este componente está ligado a um transistor que, quando em corte, permite a descarga de  $C_1$ .

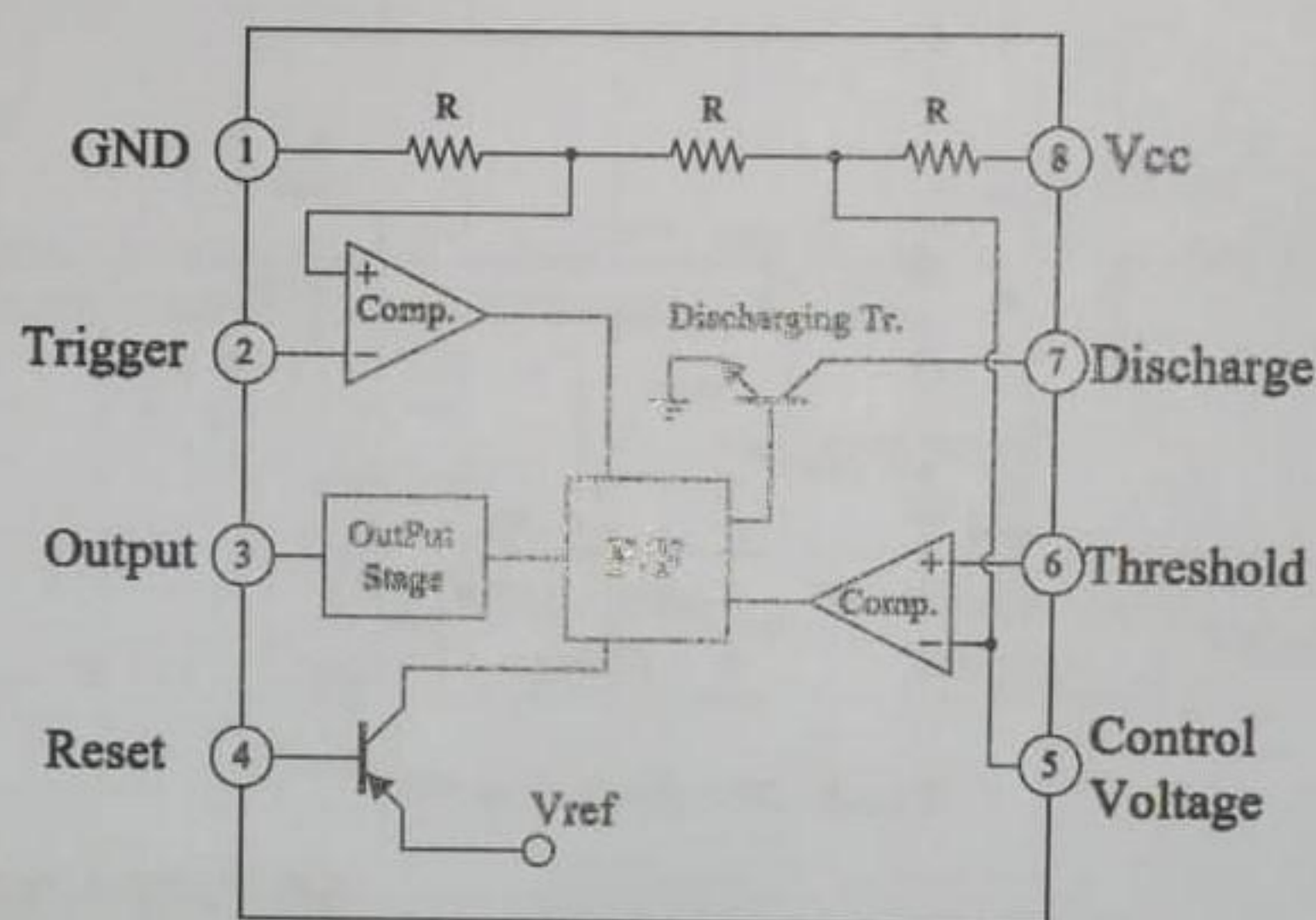


Os dois AmpOps comparam a queda de potencial aos terminais do condensador,  $v_C$ , com os valores de  $V_{TH}$  (8V) e  $V_{TL}$  (4V), pelo que  $v_C$  acaba por oscilar entre estes dois valores.

Os AmpOps controlam o *Reset* e o *Set* do flip-flop, que por sua vez tem duas saídas, uma, referida anteriormente, controla o transistor, enquanto que a outra é a saída  $V_M$  do circuito, ou seja, a onda retangular apresentada na figura 22.

$$v_c = \begin{cases} V_{CC} + (0 - V_{CC})e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C_1}} & , \text{troço a verde} \\ 0 + (V_{TH} - 0)e^{-\frac{t}{R_2C_1}} & , \text{troços a vermelho} \\ V_{CC} + (V_{TH} - V_{CC})e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C_1}} & , \text{troços a azul} \end{cases} \quad (27)$$

A equação 27 descreve os ciclos de carga e descarga apresentados na figura 21.



**Figura 23:** Diagrama de blocos interno do circuito integrado NE555.

### Determinação da frequência de oscilação e do factor de ciclo

$$T = \ln(2)(R_1 + 2R_2)C_1 = 1,0755ms \Rightarrow f = 929,81Hz \quad (28)$$

$$duty - cycle = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + 2R_2} = 54,756\% \quad (29)$$

### Corrente no díodo

O valor máximo da corrente no díodo  $I_{\text{díodo}}$  verifica-se quando este está em condução. É fácil compreender que isto ocorre quando a tensão de saída do temporizador  $V_M$  é mínima, já que quando  $V_M$  é máxima a diferença de potencial aos terminais do díodo não é suficiente para o tirar da secção de corte.

Os valores abaixo foram consultados nas *datasheets* do LED (SIR333) e do temporizador (NE555).



Como  $V_{CC} = 12V$ , assumimos a hipótese de  $V_{Mmin} = 0.3V$  (válido para  $V_{CC} = 15V$  e  $I_{SINK} = 50mA$ ) e  $V_{diodo} = 1.4V$  (válido para  $I_F = 100 mA$ ). Assim,

$$V_{CC} - V_{Mmin} = R_3 I_{diodo} + V_{diodo} \Rightarrow I_{diodo} = \frac{12 - 0,3 - 1,4}{150} = 68,7mA \quad (30)$$

verificando-se a ordem de grandeza da intensidade de corrente para as hipóteses admitidas.

Consultando novamente a *datasheet*,  $I_{max\ diodo} = 100 mA$  (para  $T = 25^\circ C$ ), pelo que não se pode reduzir  $R_3$  a valores inferiores a  $103\Omega$  (novamente pela expressão 30).

### 2.1.2 Trabalho experimental

Procedendo à montagem numa *breadboard* do circuito representado na figura 20, pode-se observar no osciloscópio a tensão aos terminais do condensador (linha laranja) e a tensão de saída  $V_M$  (linha verde).

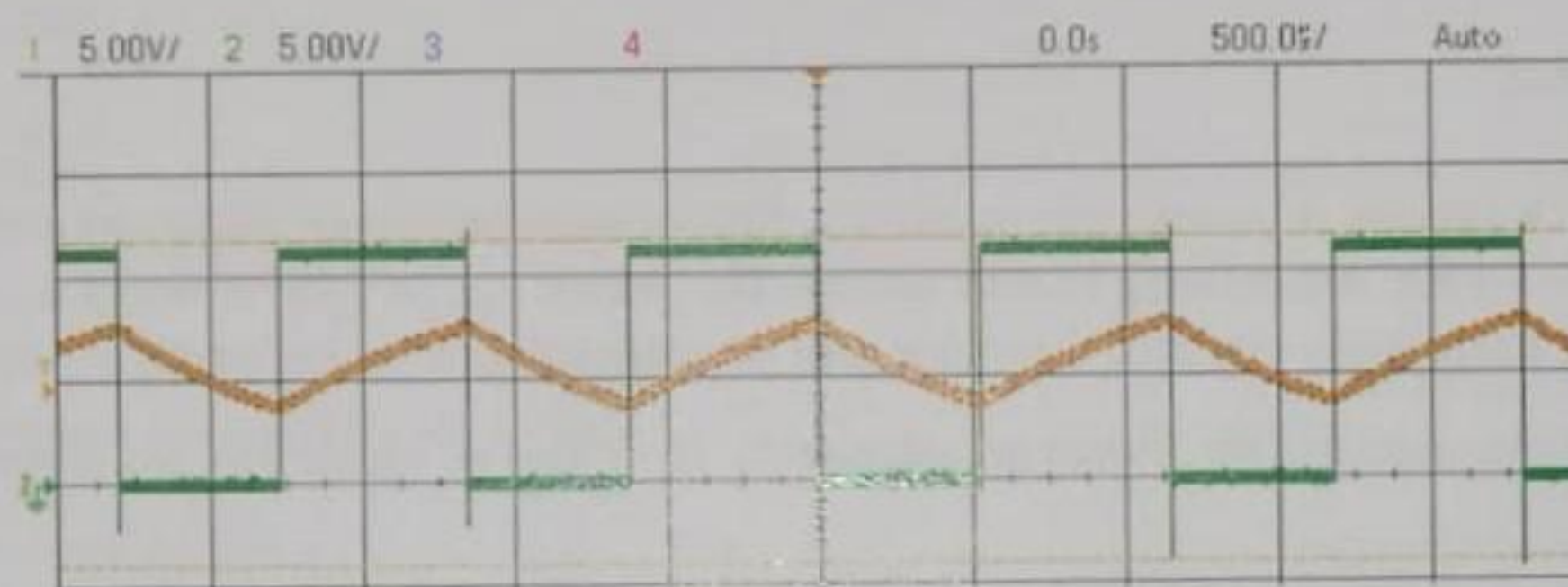


Figura 24: Resultados experimentais das tensões em  $C_1$  e  $V_M$ .

Através dos dados experimentais retirados da figura 24 é possível obter a frequência de oscilação e o fator de ciclo (lidos diretamente do osciloscópio):

$$f_{C_1} = 871,1Hz, \quad f_{V_M} = 868,9Hz \quad (31)$$

$$duty - cycle = 53,87\% \quad (32)$$

O valor da tensão mínima à saída do circuito foi de  $V_M = 0$ , pelo que:

$$I_{diodo} = \frac{12 - 0 - 1,4}{150} = 70,7mA \quad (33)$$

### 2.1.3 Comparação de resultados

Teoricamente, a frequência de oscilação da tensão aos terminais do condensador  $V_{C_1}$  e da tensão à saída  $V_M$  deveria ser a mesma e igual a 929.81 Hz. Comparando com os valores obtidos experimentalmente, verifica-se um erro relativo de 6.6% para  $V_M$  e de 6.3% para  $V_{C_1}$ . As frequências de oscilação medidas experimentalmente são menores, o que pode ser explicado pelo facto de os componentes utilizados em laboratório não terem as mesmas características admitidas nos cálculos teóricos. Por exemplo, se a capacidade do condensador  $C_1$  ou as resistências  $R_1$  e  $R_2$  forem diferentes. A diferença entre as duas frequências experimentais só se poderá dever a um erro de medição, já que eventualmente provocaria a desfasagem entre os dois sinais, o que não acontece.



Quanto ao fator de ciclo, verifica-se um erro relativo de 1.62%. Uma vez que o fator de ciclo depende apenas dos valores das resistências e experimentalmente não é garantido que esse valor seja o mesmo usado nos cálculos teóricos, é natural que se verifique um erro.

O valor máximo da corrente no diodo  $I_{\text{diodo}}$  estimado experimentalmente é ligeiramente superior à estimativa teórica (erro relativo de 2.9%). Tendo em conta que os valores teóricos utilizados eram meras hipóteses admitindo as condições apresentadas na *datasheet*, diferentes das reais, considera-se que este erro não é representativo.

## 2.2 Secção Biquadrática de Rauch

Na segunda parte da sessão 2, era pedida a análise de um filtro passa-banda de Rauch, sendo fornecida a montagem do circuito. No final, era também pedido para ligar esta montagem à do oscilador realizada na secção anterior, através de um atenuador.

### 2.2.1 Análise teórica

Para determinar a função de transferência de um filtro passa-banda de Butterworth de 2ª ordem, com frequência central  $f_0 = 1$  kHz, largura de banda de 250 Hz (isto é  $\omega_{p1} = 5497.8 \text{ rad/s}$  e  $\omega_{p2} = 7068.6 \text{ rad/s}$ ), e com ganho 24 dB na frequência central, efetuaram-se os cálculos que se explicam de seguida.

Apesar do filtro desejado ser de 2ª ordem, admite-se  $N=1$  por se tratar de um filtro passa-banda

$$T(\hat{s}) = \frac{1}{\hat{s} + 1} \quad (34)$$

Simetria é geométrica!

Substitui-se de seguida  $\hat{s}$  assumindo  $Ap = 3dB$  e portanto  $\epsilon = 1$

$$T_{BP}(s) = T(\hat{s}) \Big|_{\hat{s} = \epsilon^{1/N} \left( \frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} \right)}, \omega_0 = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}} \quad (35)$$

B=

resultando

$$T_{BP}(s) = \frac{Bs}{s^2 + Bs + \omega_0^2} \quad (36)$$

É agora necessário garantir o ganho de 24dB:

$$|K \times T_{BP}(j\omega)| = 24dB \Leftrightarrow \left| \frac{KBs}{s^2 + Bs + \omega_0^2} \right| = 10^{\frac{24}{20}} \Leftrightarrow |K| = 15.85 \quad (37)$$

Finalmente

$$T_{BP}(s) = \pm \frac{24895s}{s^2 + 1570.8s + 3886.2 \times 10^4} \quad (38)$$



## 2.2.2 Trabalho experimental

Durante a sessão laboratorial foi realizada a montagem numa *breadboard* do circuito representado na figura 25, sendo o sinal de entrada fornecido pelo gerador de sinais (de modo a permitir variar a frequência).

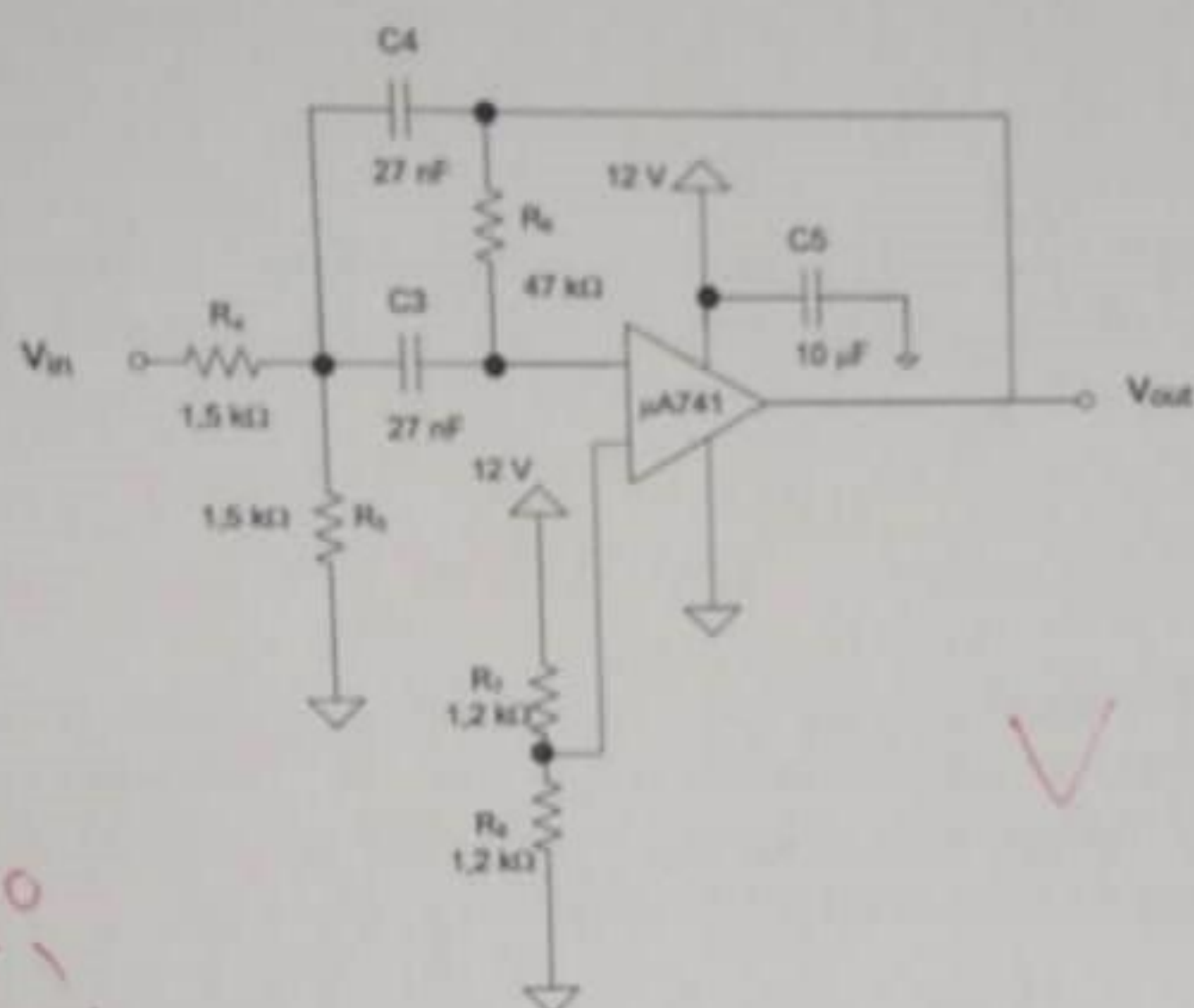


Figura 25: Secção biquadrática de Rauch.

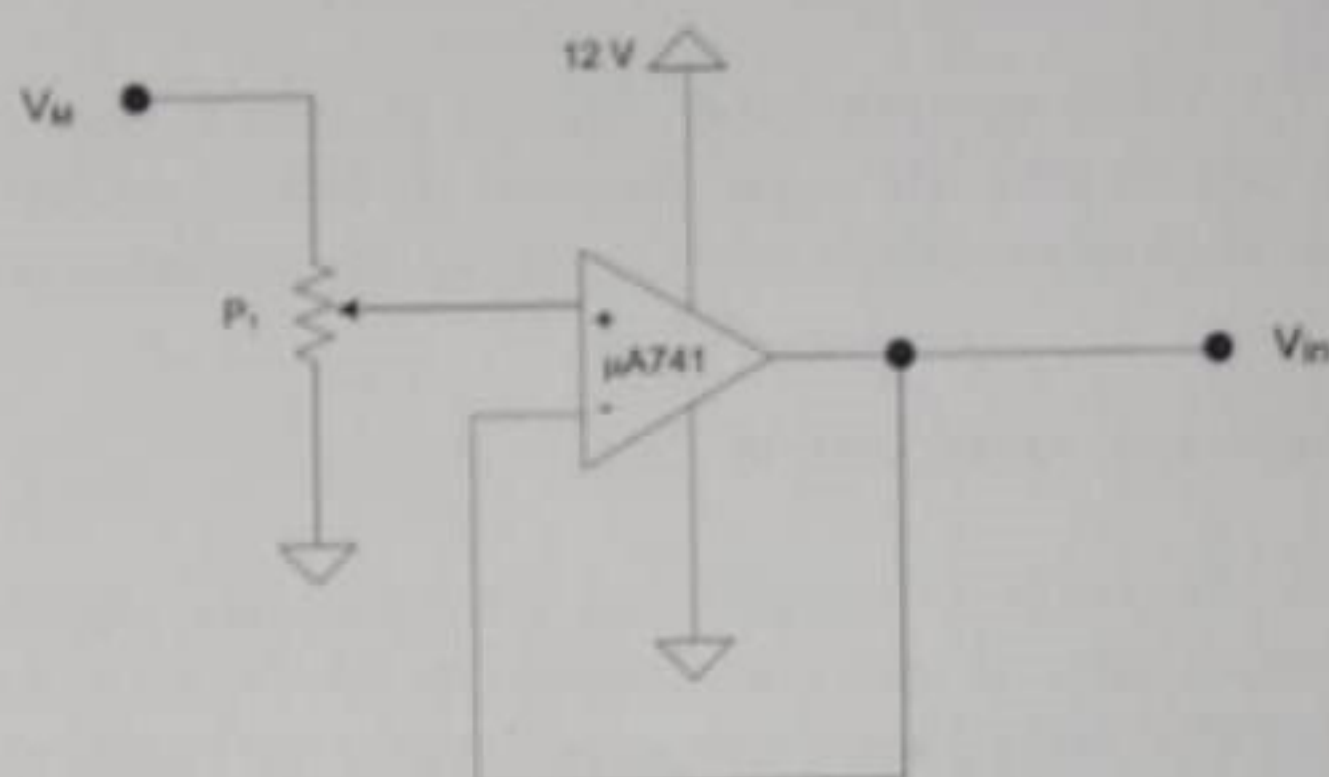


Figura 26: Circuito atenuador.

Variou-se a frequência do sinal injetado e determinou-se a frequência central do filtro através da análise da diferença de fase, obtendo-se  $f_0 = 962.7 \text{ Hz}$ . A esta frequência, tem-se um ganho de  $20\log\left(\frac{7.8}{0.630}\right) = 21.86 \text{ dB}$ . Determinou-se ainda a largura de banda  $1080 - 830 = 250 \text{ Hz}$ .

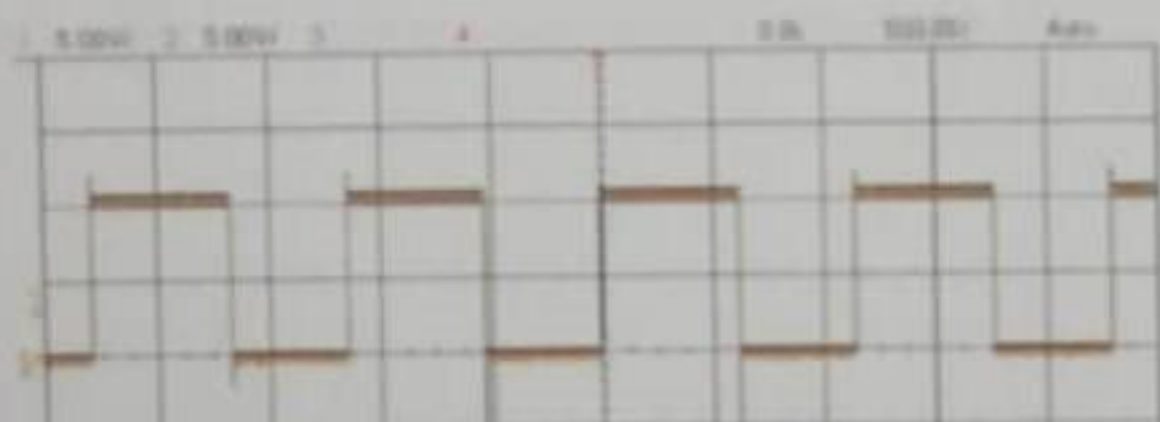


Figura 27: Sem o efeito do atenuador.

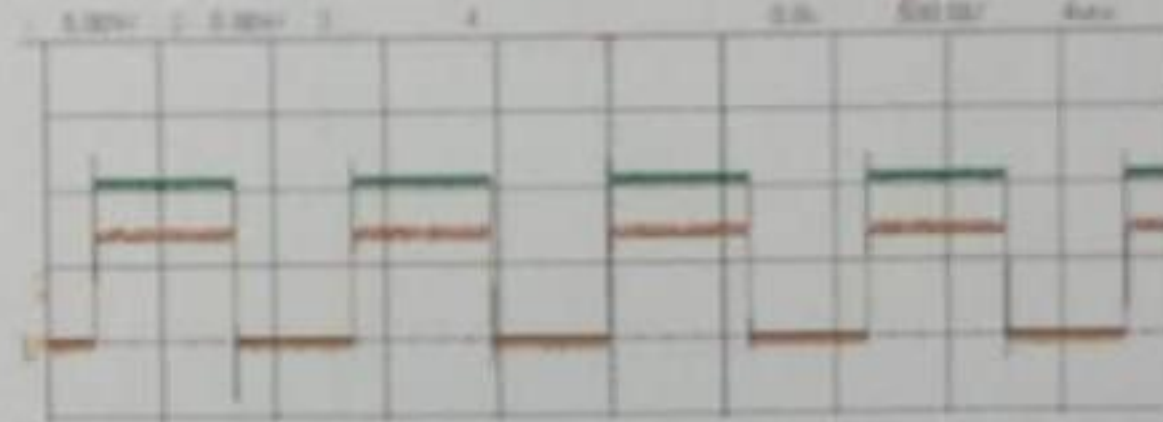


Figura 28: Com o efeito do atenuador.

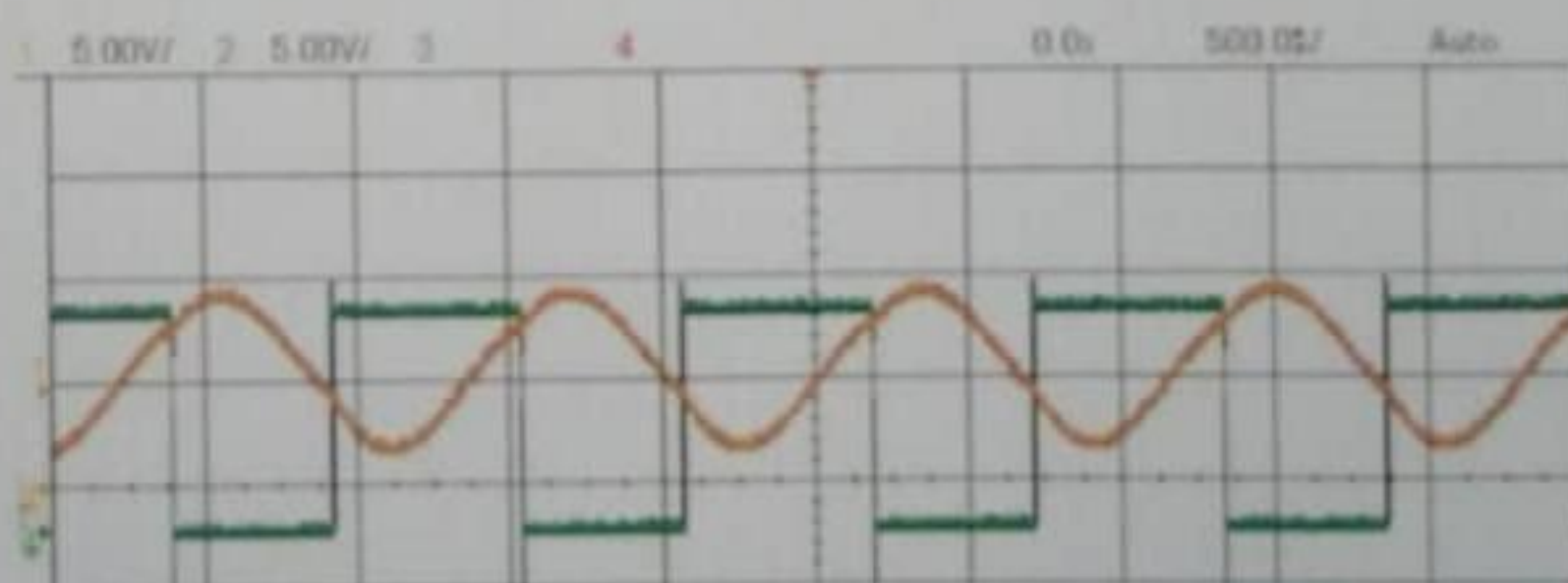


Figura 29: Saída do Oscilador.

Realizou-se também a montagem de um circuito atenuador, ligando-se a sua saída ao filtro passa-banda e a sua entrada à saída do oscilador  $V_M$ . De forma a garantir a não saturação do AmpOp, foi necessário



afinar o potenciômetro. ✓

Observa-se assim que o sinal retangular resultante do oscilador é transformado numa sinusóide pelo filtro. Tal acontece pois o sinal retangular corresponde à soma de sinusóides de diversas frequências e apenas uma banda é transmitida pelo filtro, resultando o sinal aproximadamente sinusoidal presente na figura 29. ✓

### 2.2.3 Comparação de resultados

Verificaram-se erros relativos de -3.73% para  $f_0$ , -8.92% para o ganho e 0% para a largura de banda, apesar de esta não estar centrada no valor medido, mas sim em 955Hz. Estes erros já seriam expectáveis devido à imprecisão e não exactidão das medições realizadas com o osciloscópio.

2  $\angle B$  com limiter  
errados!

### Sugestão de melhoria

Como foi possível detetar em laboratório (figura 29), o sinal de saída não é uma sinusóide perfeita, pois contem mais do que uma harmónica. De forma a melhorar este aspeto, sugere-se um dimensionamento do filtro passa-banda com uma largura de banda menor, assim seria possível a eliminação mais eficaz de outras frequências que não a central, tentando garantir que se mantenha o mesmo fator de qualidade.

?

mal explicado!

### 2.3 Conclusões

O objetivo desta atividade é a realização de um oscilador de onda retangular e de uma secção bi-quadrática passa banda de Rauch. Este objetivo foi cumprido sendo que também foi possível observar a interação entre eles no último passo do laboratório, o que permitiu uma melhor compreensão da experiência e a articulação entre diferentes partes da matéria teórica.

Os resultados experimentais obtidos nesta secção foram de encontro àquilo que estava previsto teoricamente.