18 val.

Diogo Caetano

Electrónica Geral

Relatório do Laboratório 2:
Conversor Digital Analógico

Turno L03
Grupo 11
Mariana Vinhas, nº 92708
Afonso Carvalho, nº 93209
Afonso Vale, nº 93542

Lisboa, 2 de novembro de 2021
Professores: José Gerald e Diogo Caetano

Índice

1 Introdução **2**

2 Estudo funcional do conversor D/A **3**
2.1 Análise teórica . . . 3
2.1.1 Circuito equivalente com apenas S_1 ligado (V_{01}) . . . 3
2.1.2 Corrente I_{S1} . . . 4
2.1.3 Generalização para as restantes entradas S_2, S_3 e S_4 . . . 5
2.1.4 Corrente total à entrada do AmpOp, I_{total} . . . 5
2.1.5 Tensão à saída do AmpOp, V_0 . . . 5
2.1.6 Contador . . . 6
2.2 Trabalho experimental . . . 7
2.3 Comparação de resultados . . . 7

3 Influência das resistências de entrada **10**
3.1 Análise teórica . . . 10
3.1.1 Contador . . . 12
3.2 Trabalho experimental . . . 13
3.3 Comparação de resultados . . . 14

4 Tempo de estabelecimento **16**
4.1 Análise teórica . . . 16
4.2 Trabalho experimental . . . 16
4.3 Comparação de resultados . . . 17

5 Picos de tensão nas transições entre estados **19**
5.1 Trabalho experimental . . . 19
5.2 Comparação de resultados . . . 19

6 Conclusão **20**

7 Referências **20**

1 Introdução

A atividade experimental em questão visa o estudo de um conversor digital-analógico do tipo R-2R, utilizando a montagem da figura 1, fornecida no guia experimental.

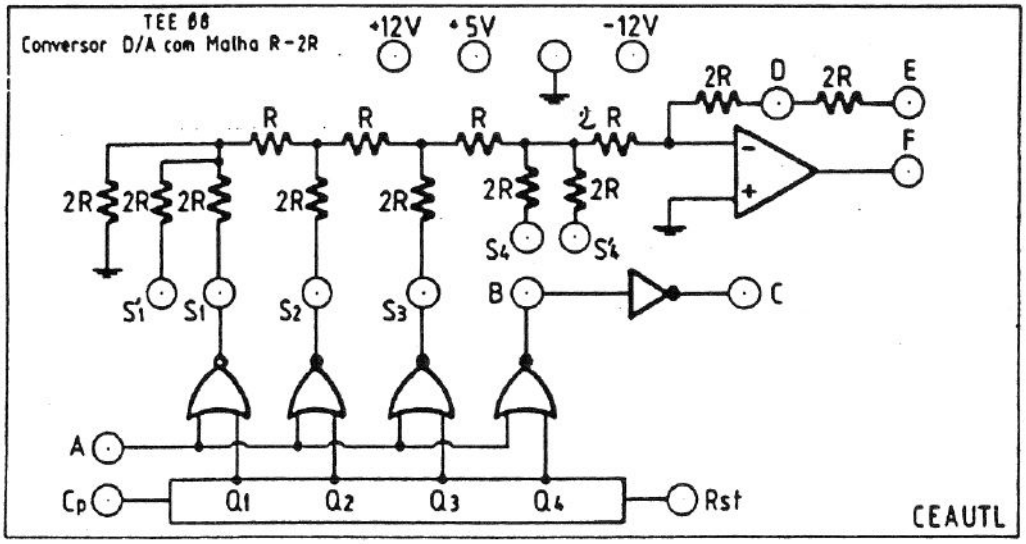

Figura 1: Módulo experimental utilizado. [1]

Um conversor digital-analógico converte um sinal digital (o sinal S_i fornecido pelo contador que entra pelos terminais) num sinal analógico (a tensão V_0 à saída do AmpOp).

A montagem apresentada acima foi ligeiramente alterada ao longo do trabalho laboratorial, de modo a analisar diferentes configurações da mesma e estudar diferentes parâmetros.

2 Estudo funcional do conversor D/A

2.1 Análise teórica

Abaixo (na figura 2) encontra-se o esquema da montagem utilizada nesta primeira análise, onde se vai estudar o circuito com $R_f = 2R$ e $R_f = 4R$.

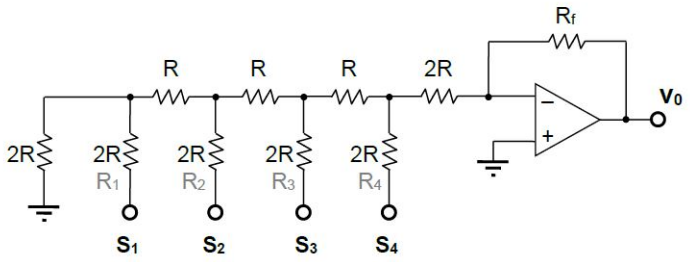

Figura 2: Esquema do circuito DAC utilizado na secção 2.

Observando o esquema, é possível perceber que as entradas S_1, S_2, S_3 e S_4 não têm o mesmo peso, pois a sua posição implica que a corrente que fornecem passa por mais ou menos elementos até à entrada do AmpOp. Quantos mais elementos estiverem no seu caminho, menor a corrente que chega ao AmpOp, pelo que se deduz que S_1 terá o menor peso e S_4 terá o maior.

Isto significa que ter o valor "0" ou "1" em cada entrada tem efeitos diferentes para a corrente total, dependendo da entrada de que se trata, o que implica que também V_0 vai depender disso.

Pelo Princípio da Sobreposição pode inferir-se que V_0 é igual à combinação linear dos valores independentes das tensões que se apresentariam à saída do AmpOp no caso de apenas uma entrada estar ligada. Ou seja, $V_0 = V_{01} + V_{02} + V_{03} + V_{04}$, sendo que V_{0i} corresponde ao valor de V_0 se apenas a entrada i estiver ligada e as restantes desligadas (anulando todas as fontes de tensão à exceção daquela que se está a analisar).

2.1.1 Circuito equivalente com apenas S_1 ligado (V_{01})

Iniciando a análise por S_1, obtém-se o esquema abaixo. De notar que na entrada do AmpOp se colocou uma massa virtual, já que por ter realimentação negativa, a tensão na entrada u^- vai ser igual à da entrada u^+. Estando u^+ ligado à massa, em u^- há uma massa virtual. Repare-se também que R_f não é considerado nesta análise.

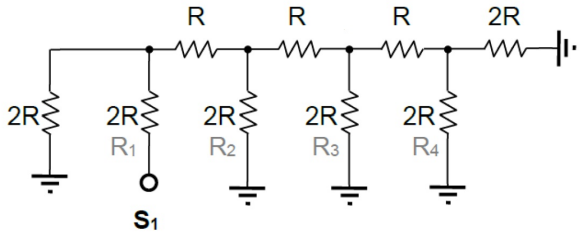

Figura 3: Circuito para estudar V_{01}

De seguida reduzem-se as resistências. À direita tem-se R_4 em paralelo com uma resistência de valor $2R$, que permite obter a seguinte resistência equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Longleftrightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R \tag{1}$$

Observando de novo o circuito, encontra-se agora duas resistências de valor R, em série, que se somam e equivalem a uma única resistência de valor $2R$.

$$R_{eq} = R + R = 2R \tag{2}$$

Nesta fase obtém-se um circuito com o formato do inicial, mas com um ramo a menos.

Como a análise vai ser semelhante nos restantes ramos (porque os valores das resistências na mesma posição relativa são os mesmos e os ramos são simétricos), pode aplicar-se o mesmo método até ao primeiro ramo, onde se obtém uma resistência equivalente ora de R, ora de $2R$, e chega-se ao circuito equivalente em que temos apenas um ramo (correspondente a S_1) ligado a duas resistências de valor $2R$ em paralelo (e ligadas à massa virtual).

Abaixo encontra-se ilustrado o processo descrito:

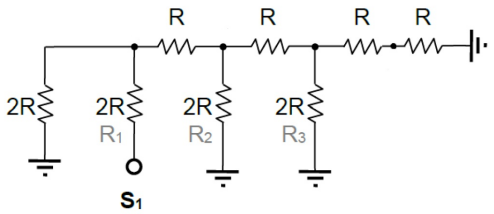

Figura 4: Primeira redução à direita.

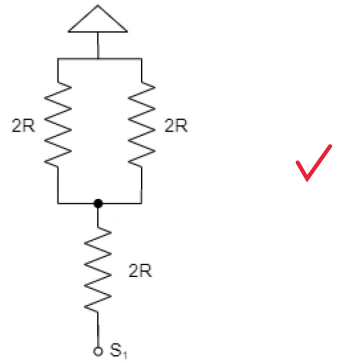

Figura 5: Redução de todas as resistências à direita.

2.1.2 Corrente I_{S1}

Utilizando o circuito equivalente a que se chegou, pode calcular-se a corrente fornecida por S_1 ($\mathrm{I_{S1}}$) em função da tensão nesse ponto:

$$I_{S1} = \frac{V_{S1}}{2R + 2R//2R} = \frac{V_{S1}}{2R + (\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R})} = \frac{V_{S1}}{2R + R} = \frac{V_{S1}}{3R} \tag{3}$$

Esta é a corrente fornecida por $\mathrm{S_1}$, mas, como referido atrás, devido aos elementos que tem de passar no caminho, nem toda a corrente é efetivamente fornecida ao AmpOp.

Em cada nó apresenta-se um circuito de duas resistências em paralelo, que a corrente vai ter que percorrer, logo a corrente vai dividir-se, uma vez que se tratam de divisores de corrente:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \tag{4}$$

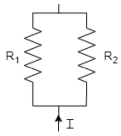

Figura 6: Divisor de corrente

Como cada ramo tem uma resistência de igual valor, a corrente vai dividir-se em duas correntes com o mesmo valor também.

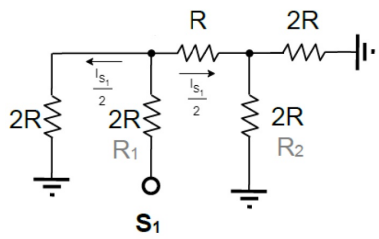

Figura 7: Divisão da corrente no circuito equivalente

Analisando agora em cada nó, no primeiro a corrente que passa em direção ao AmpOp é metade da inicialmente fornecida por S_1, ou seja, $\mathrm{I_{S1}}/2$. No próximo nó, o mesmo acontece, pelo que segue em direção ao AmpOp uma corrente de valor $\mathrm{I_{S1}}/4$. No seguinte, o mesmo, e assim acontece em cada nó até à entrada do AmpOp, dividindo sempre o valor a meio, pelo que o valor final que se obtém vai corresponder ao valor inicial dividido por 2 tantas vezes quanto o número de nós por que passa.

Ou seja, chega ao AmpOp a corrente fornecida dividida por 2^n (em que n é o número de nós no caminho).

No caso em concreto de S_1, teríamos à entrada do AmpOp $\mathrm{I_{S1}}/2^4$.

2.1.3 Generalização para as restantes entradas S_2, S_3 e S_4

A análise para as restantes entradas vai ser semelhante, uma vez que os circuitos equivalentes vão ser similares ao realizado para S_1, já que a configuração nestas entradas é também tal que se tem duas resistências $2R$ em paralelo, que equivalem a uma de valor R, que fica em série com uma de valor R e se reduzem a uma de valor $2R$.

Assim sendo, generaliza-se o resultado de que a parte da corrente que tem origem num $\mathrm{S_i}$ que chega à entrada do AmpOp é $\mathrm{I_i} = \mathrm{I_{S_i}}/2^{\mathrm{n}}$.

Na tabela abaixo comparam-se as correntes fornecidas por cada entrada (I_{Si}) e as correntes que efetivamente chegam ao AmpOp (I_i). Note-se que R tem o valor de 12 $k\Omega$.

Tabela 1: Cálculo das correntes I_{S_i} e I_i

i	$\mathrm{I_{S_i}}$			$\mathrm{I_i}$		
		$\mathrm{V_{S_i}} = 5$ V	$\mathrm{V_{S_i}} = 0$ V		$\mathrm{V_{S_i}} = 5$ V	$\mathrm{V_{S_i}} = 0$ V
1	$\frac{V_{S_1}}{3R}$	1.39×10^{-4}	0	$\frac{V_{S_1}}{3R \times 2^4}$	8.68×10^{-6}	0
2	$\frac{V_{S_2}}{3R}$	1.39×10^{-4}	0	$\frac{V_{S_2}}{3R \times 2^3}$	1.74×10^{-5}	0
3	$\frac{V_{S_3}}{3R}$	1.39×10^{-4}	0	$\frac{V_{S_3}}{3R \times 2^2}$	3.47×10^{-5}	0
4	$\frac{V_{S_4}}{3R}$	1.39×10^{-4}	0	$\frac{V_{S_4}}{3R \times 2^1}$	6.94×10^{-5}	0

2.1.4 Corrente total à entrada do AmpOp, I_{total}

Pelo Teorema da Sobreposição, o valor total da corrente que chega ao AmpOp equivale à soma de todos os I_i.

Repare-se que o valor de V_{S_i} é igual V_{ref} quando o valor lógico de S_i é 1, e 0 quando o valor lógico é 0, o que permite calcular a corrente em função dos bits do sinal digital que entra no conversor.

$$I_{\mathrm{Total}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \frac{1}{3R}\left(\frac{V_{S_1}}{2^4} + \frac{V_{S_2}}{2^3} + \frac{V_{S_3}}{2^2} + \frac{V_{S_4}}{2^1}\right) = \frac{V_{ref}}{3R}\left(\frac{S_1}{2^4} + \frac{S_2}{2^3} + \frac{S_3}{2^2} + \frac{S_4}{2^1}\right) \quad (5)$$

2.1.5 Tensão à saída do AmpOp, V_0

Como referido atrás, o AmpOp tem realimentação negativa, pelo que $u^- = u^+ = 0$. Como não entra corrente no AmpOp, tem-se que:

$$u^- - V_0 = R_f I_{\mathrm{total}} \Longleftrightarrow V_0 = -R_f I_{\mathrm{Total}} \quad (6)$$

$$V_0 = -R_f \frac{1}{3R}\left(\frac{V_{S_1}}{2^4} + \frac{V_{S_2}}{2^3} + \frac{V_{S_3}}{2^2} + \frac{V_{S_4}}{2^1}\right) \tag{7}$$

Para calcular a saída do conversor basta então fazer:

$$V_0 = -R_f I_{total} = -R_f \frac{V_{ref}}{3R}\left(\frac{S_1}{2^4} + \frac{S_2}{2^3} + \frac{S_3}{2^2} + \frac{S_4}{2^1}\right) = -R_f \frac{V_{ref}}{3R}\left(\frac{S_1}{2^4} + 2^1\frac{S_2}{2^4} + 2^2\frac{S_3}{2^4} + 2^3\frac{S_4}{2^4}\right) \tag{8}$$

Desta expressão se conclui que as correntes, quando o bit está a 1, são múltiplas da corrente de valor mais baixo.

Com as entradas S_1, S_2, S_3 e S_4 é possível representar números binários, tal que a entrada desligada equivale a um bit 0 e a entrada ligada equivale a um bit 1. Assim sendo, tem-se todas as combinações possíveis com $(\mathrm{S_4S_3S_2S_1})_2$, sendo que S_4 corresponde ao bit de maior peso e S_1 ao de menor peso.

Pelo facto de as correntes serem múltiplas da corrente de valor mais baixo, tem-se que a diferença de tensão entre dois números binários seguidos é um valor fixo e igual à tensão para $(\mathrm{S_4S_3S_2S_1})_2 = 0001$ (menor corrente). No entanto, este valor depende da R_f, pelo que a diferença de tensões entre cada patamar é $-0.208V$ para $R_f = 2R$ e de $-0.417V$ para $R_f = 4R$.

Tabela 2: Diferença de tensão entre patamares $R_f = 2R$ e $R_f = 4R$.

Diferença de tensão entre patamares	
$R_f = 2R$	$R_f = 4R$
-0.208 V	-0.417V

2.1.6 Contador

Para efeitos de estudo do contador, simula-se a contagem de 0 a 15 em $(\mathrm{Q_4Q_3Q_2Q_1})_2$ na tabela abaixo (ordenada de acordo com as entradas do sistema ao longo do tempo). Note-se que o valor de $(\mathrm{S_4S_3S_2S_1})_2$ decresce de 15 a 0 devido à porta NOR:

Tabela 3: Cálculo da tensão resultante V_o para $R_f = 2R$ e $R_f = 4R$.

Número Q	S_1	S_2	S_3	S_4	$I_{total}(A)$	V_0(V)	
						$R_f = 2R$	$R_f = 4R$
0	1	1	1	1	0.00013018	-3.125	-6.25
1	0	1	1	1	0.0001215	-2.917	-5.833
2	1	0	1	1	0.00011278	-2.708	-5.417
3	0	0	1	1	0.0001041	-2.5	-5.0
4	1	1	0	1	0.00009548	-2.2917	-4.583
5	0	1	0	1	0.0000868	-2.083	-4.167
6	1	0	0	1	0.00007808	-1.875	-3.75
7	0	0	0	1	0.0000694	-1.667	-3.333
8	1	1	1	0	0.00006078	-1.458	-2.917
9	0	1	1	0	0.0000521	-1.25	-2.5
10	1	0	1	0	0.00004338	-1.042	-2.083
11	0	0	1	0	0.0000347	-0.833	-1.667
12	1	1	0	0	0.00002608	-0.625	-1.25
13	0	1	0	0	0.0000174	-0.417	-0.833
14	1	0	0	0	0.00000868	-0.208	-0.417
15	0	0	0	0	0	0	0

Daqui se conclui que:

- a diferença de tensão entre patamares é o dobro para $R_f = 4R$ em relação a $R_f = 2R$;
- as tensões de saída de $R_f = 2R$ e $R_f = 4R$ se relacionam por $V_{0_{4R}} = 2 \times V_{0_{2R}}$.

2.2 Trabalho experimental

A montagem do circuito é feita a partir do módulo experimental representado na figura 1.

Como referido no guião [1], A vai ser ligado à massa, o que provoca a negação do valor dado pelo contador e garante que o valor que passa pela porta NOR é o do contador. Adicionalmente, B vai ser ligado a S_4, para que a entrada seja fornecida diretamente pelas saídas das quatro porta NOR. Rst está desligado (ou seja, ligado à massa) para que o contador esteja em funcionamento.

Para obter os dois valores de R_f, liga-se F a D para obter $2R$ e F a E para obter 4R.

Por fim, aplica-se um sinal de onda quadrada positiva, com amplitude entre 0V e 5V, de frequência 100 kHz, que entra no clock (Cp).

Nas figuras 8 e 9 abaixo, mostram-se os dados experimentais obtidos no osciloscópio, correspondentes à representa (sina

Legendas têm de ser mais descritivas. E.g., Medição em osciloscópio da saída do conversor DA em escada R-2R com amplificação inversora de ganho Rf/2R para diferentes valores de Rf: a) Rf = 2R b) Rf = 4R (mais a descrição do que é cada traço). Como disse na aula prática as figuras devem ser estanques e poder ser interpretadas sem uso do texto.

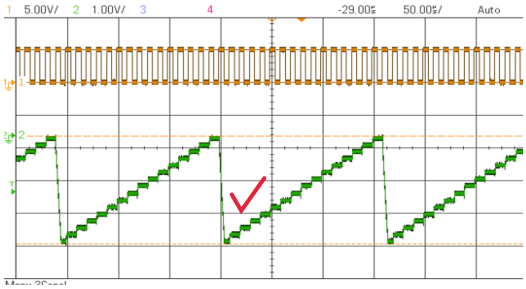

Figura 8: Resultados para $R_f = 2R$.

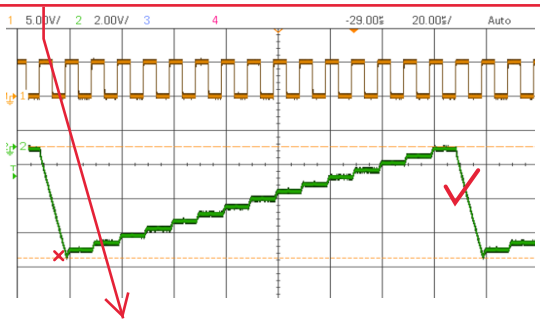

Figura 9: Resultados para $R_f = 4R$.

Assim sendo, pode verificar-se que é possível contar os 15 degraus de tensão esperados, correspondentes aos números Q representados.

2.3 Comparação de resultados

Nas tabelas 4 e 5 apresentam-se, para os dois valores de R_f ($2R$ e $4R$), os valores experimental e teórico de V_0 e a sua comparação, retirando os erros absoluto e relativo para cada número Q representado pelo contador.

Tabela 4: Tabela de $2R$

S_1	S_2	S_3	S_4	Q	V_0 teórico	V_0 Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
1	1	1	1	0	-3,125	-3,214	0,0888	-2,84
0	1	1	1	1	-2,917	-3,003	0,0857	-2,94
1	0	1	1	2	-2,708	-2,802	0,0937	-3,46
0	0	1	1	3	-2,5	-2,581	0,0806	-3,22
1	1	0	1	4	-2,2917	-2,360	0,0678	-2,96
0	1	0	1	5	-2,083	-2,148	0,0655	-3,14
1	0	0	1	6	-1,875	-1,958	0,0825	-4,40
0	0	0	1	7	-1,667	-1,736	0,0694	-4,16
1	1	1	0	8	-1,458	-1,495	0,0372	-2,55
0	1	1	0	9	-1,25	-1,304	0,0542	-4,34
1	0	1	0	10	-1,042	-1,083	0,0411	-3,95
0	0	1	0	11	-0,833	-0,862	0,0290	-3,48
1	1	0	0	12	-0,625	-0,681	0,0561	-8,98
0	1	0	0	13	-0,417	-0,450	0,0330	-7,91
1	0	0	0	14	-0,208	-0,239	0,0309	-14,86
0	0	0	0	15	0	-0,028	0,0279	NA

Tabela 5: Tabela de $4R$

S_1	S_2	S_3	S_4	Q	V_0 teórico	V_0 Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
1	1	1	1	0	-6,25	-6,010	-0,2403	3,85
0	1	1	1	1	-5,833	-5,969	0,1365	-2,34
1	0	1	1	2	-5,417	-5,567	0,1505	-2,78
0	0	1	1	3	-5	-5,186	0,1856	-3,71
1	1	0	1	4	-4,583	-4,743	0,1603	-3,50
0	1	0	1	5	-4,167	-4,301	0,1341	-3,22
1	0	0	1	6	-3,75	-3,879	0,1290	-3,44
0	0	0	1	7	-3,333	-3,497	0,1641	-4,92
1	1	1	0	8	-2,917	-3,015	0,0977	-3,35
0	1	1	0	9	-2,5	-2,552	0,0524	-2,10
1	0	1	0	10	-2,083	-2,150	0,0674	-3,23
0	0	1	0	11	-1,667	-1,728	0,0613	-3,68
1	1	0	0	12	-1,25	-1,306	0,0562	-4,49
0	1	0	0	13	-0,833	-0,864	0,0309	-3,71
1	0	0	0	14	-0,417	-0,502	0,0851	-20,42
0	0	0	0	15	0	-0,040	0,0398	NA

Representa-se também na figura 10 abaixo, o rácio entre os valores de V_0 para $4R$ e $2R$, para cada número Q. Como se pode observar, o valor é aproximadamente constante entre todos os números (perto de 2, como previsto teoricamente). A exceção encontra-se nos dois últimos números, o que se pode dever ao facto de serem os que apresentam tensões de valor mais reduzido (da ordem das centésimas) e, portanto, aqueles que são mais facilmente afetados por erros do aparelho (aproximam-se mais dos limites de medição).

Também é a corrente que passa por mais divisores.

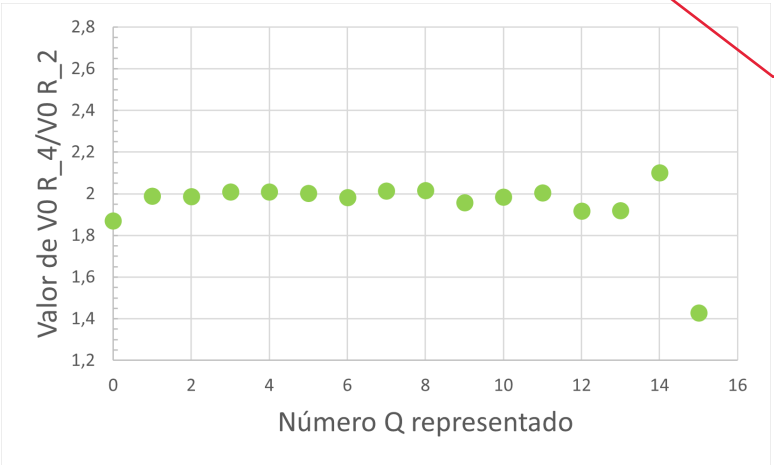

Figura 10: Quociente V_0R_4 com V_0R_2

Da análise dos erros experimentais calculados nas tabelas acima, verifica-se que os erros absolutos são maiores para o caso de $4R$, o que faz sentido, uma vez que as tensões V_0 são também maiores nesse caso. Relativamente ao erro relativo, os valores são muito próximos entre os dois casos de R_f, diferindo mais significativamente nos números 14 e 15 (os dois últimos), o que se explicará pela mesma razão atrás indicada: são os valores de tensões mais baixas, pelo que o aparelho terá mais dificuldade em fazer uma medição com igual exatidão.

Observa-se também que os erros absolutos são sempre negativos, pelo que o valor experimental é sempre menor que o teórico. Da análise da equação do AmpOp (equação 6) conclui-se que se pode dever a:

- a corrente I_{total} experimental ser superior ao esperado;
- o valor de R_f real ser superior ao teórico.

Na tabela os erros absolutos são praticamente todos positivos. Este já é o terceiro relatório que tem esta mesma frase e erro...

De qualquer das formas, estes dever-se-ão ao facto de os componentes do circuito não terem as características teóricas e, portanto, afetarem os resultados com um erro sistemático sempre na mesma direção.

Tabela 6: Cálculo da diferença de tensão entre dois patamares consecutivos

Q	Diferença entre patamares teórica (V)		Diferença entre patamares experimental (V)	
	$R_f = 2R$	$R_f = 4R$	$R_f = 2R$	$R_f = 4R$
0	-	-	-	-
1	0,2080	0,4170	0,2111	**0,0402**
2	0,2090	0,4160	0,2010	0,4020
3	0,2080	0,4170	0,2211	0,3819
4	0,2083	0,4170	0,2211	0,4422
5	0,2087	0,4160	0,2111	0,4422
6	0,2080	0,4170	0,1910	0,4221
7	0,2080	0,4170	0,2211	0,3819
8	0,2090	0,4160	0,2412b	0,4824
9	0,2080	0,4170	0,1910	0,4623
10	0,2080	0,4170	0,2211	0,4020
11	0,2090	0,4160	0,2211	0,4221
12	0,2080	0,4170	**0,1809**	0,4221
13	0,2080	0,4170	0,2312	0,4422
14	0,2090	0,4160	0,2111	0,3618
15	0,2080	0,4170	0,2111	0,4623
média	0,2083	0,4167	0,2124	0,3980

Tabela 7: Erros Experimentais na média das diferenças de tensão

	$R_f = 2R$	$R_f = 4R$
Erro Absoluto	-0,0041	0,0187
Erro Relativo (%)	-1,950	4,482

Por último, analisa-se a diferença de tensão entre os degraus na tabela 6. O seu valor é aproximadamente constante, como esperado, e os valores médios teóricos são de 0.2083 V para $R_f = 2R$ e 0.4167 V para $R_f = 4R$, sendo que os experimentais são de 0.2124 V para $R_f = 2R$ e 0.3980 V para $R_f = 4R$.

Observa-se uma discrepância maior no primeiro degrau para $R_f = 2R$ e no décimo primeiro para $R_f = 4R$, sendo que os restantes resultados estão em concordância com o previsto teoricamente. Como segundo a tabela 7 se tem um erro relativo maior (5%) na média de $R_f = 4R$, considera-se que as diferenças de tensão entre patamares estão de acordo com o previsto.

3 Influência das resistências de entrada

Para esta análise será utilizado sempre o valor de $R_f = 4R$ e vai estudar-se a alteração do valor de cada uma das resistências de entrada, uma de cada vez.

3.1 Análise teórica

Utilizando de novo o Teorema da Sobreposição, pode encontrar-se a nova relação entre as correntes geradas em cada entrada S_i e a parte dessa corrente que efetivamente chega ao AmpOp I_i.

Nesta análise vai recorrer-se de novo à anulação das fontes de tensão à exceção da que está a ser analisada e à redução de resistências a resistências equivalentes.

Vão denominar-se as resistências do circuito equivalente por R_α (a resistência equivalente ao circuito à direita da resistência em estudo) e R_β (a resistência equivalente ao circuito à esquerda), como na figura 11, uma vez que os valores destas vão ser distintos, ao contrário do que se passava na secção anterior.

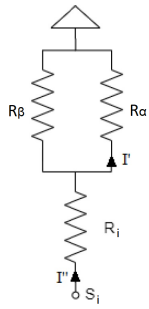

Figura 11: Redução a duas resistências em paralelo

$$
\begin{aligned}
I'' &= \frac{1}{R_i + R_\alpha // R_\beta} S_i \\
I' &= \frac{R_\beta}{R_\beta + R_\alpha} I'' \\
I' &= \frac{R_\beta}{R_\beta + R_\alpha} \times \frac{1}{R_i + \frac{R_\beta R_\alpha}{R_\beta + R_\alpha}} S_i
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Quando i $\geq$ k, a resistência R_k que se alterou para R encontra-se à esquerda da entrada S_i que se está a analisar, pelo que nesse caso continua a aplicar-se a divisão sucessiva por dois. No entanto, no caso em que i $<$ k, vai ter de se analisar de novo as resistências equivalentes, como se pode ver abaixo.

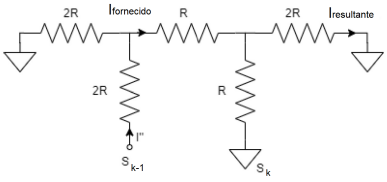

Figura 12: Nó $R_k = R$.

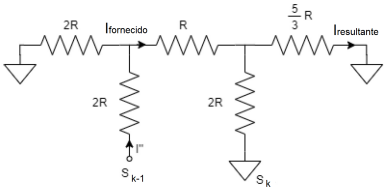

Figura 13: Nó à esquerda.

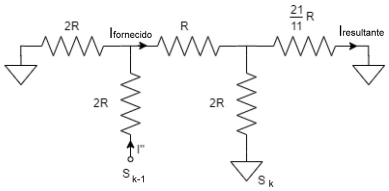

Figura 14: Nó à direita.

$$
I_{\text{resultante}_{Rk}} = \frac{R}{R + 2R} I_{\text{fornecido}} \tag{10}
$$

$$I_{\text{resultante}_{esq}} = \frac{2R}{2R + \frac{5}{3}R} I_{\text{fornecido}} \tag{11}$$

$$I_{\text{resultante}_{dir}} = \frac{2R}{2R + \frac{21}{11}R} I_{\text{fornecido}} \tag{12}$$

Nas tabelas abaixo encontram-se os cálculos utilizados para avaliar a contribuição de cada entrada para a corrente de entrada no AmpOp, nos quatro casos em que se variou o valor da resistência da entrada para R, a partir das equações de 9 e 10-12.

Tabela 8: Tabela da Montagem R1=R

i	R_i	R_β	R_α	I'	I_i
1	R	$2R$	$2R$	$\frac{1}{4}\frac{S_1}{R}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{2^3}\frac{S_1}{R}$
2	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$2R$	$\frac{5}{32}\frac{S_2}{R}$	$\frac{5}{32}\frac{1}{2^2}\frac{S_2}{R}$
3	$2R$	$\frac{21}{11}R$	$2R$	$\frac{21}{128}\frac{S_3}{R}$	$\frac{21}{128}\frac{1}{2}\frac{S_3}{R}$
4	$2R$	$\frac{85}{43}R$	$2R$	$\frac{85}{512}\frac{S_4}{R}$	$\frac{85}{512}\frac{S_4}{R}$

Deveriam ter calculado também a tensão de saida para cada Rn arbitrário

Tabela 9: Tabela da Montagem R2=R

i	R_i	R_β	R_α	I'	I_i
1	$2R$	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$\frac{3}{16}\frac{S_1}{R}$	$\frac{3}{16}\frac{1}{2^2}\frac{1}{3}\frac{S_1}{R}$
2	R	$2R$	$2R$	$\frac{1}{4}\frac{S_2}{R}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{2^2}\frac{S_2}{R}$
3	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$2R$	$\frac{5}{32}\frac{S_3}{R}$	$\frac{5}{32}\frac{1}{2}\frac{S_3}{R}$
4	$2R$	$\frac{21}{11}R$	$2R$	$\frac{21}{128}\frac{S_4}{R}$	$\frac{21}{128}\frac{S_4}{R}$

Tabela 10: Tabela da Montagem R3=R

i	R_i	R_β	R_α	I'	I_i
1	$2R$	$2R$	$\frac{21}{11}R$	$\frac{11}{64}\frac{S_1}{R}$	$\frac{11}{64}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{2}{2+\frac{5}{3}}\frac{S_1}{R}$
2	$2R$	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$\frac{3}{16}\frac{S_2}{R}$	$\frac{3}{16}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{S_2}{R}$
3	R	$2R$	$2R$	$\frac{1}{4}\frac{S_3}{R}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{S_3}{R}$
4	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$2R$	$\frac{5}{32}\frac{S_4}{R}$	$\frac{5}{32}\frac{S_4}{R}$

Tabela 11: Tabela da Montagem R4=R

i	R_i	R_β	R_α	I'	I_i
1	$2R$	$2R$	$\frac{85}{43}R$	$\frac{43}{256}\frac{S_1}{R}$	$\frac{43}{256}\frac{1}{3}\frac{2}{2+\frac{5}{3}}\frac{2}{2+\frac{21}{11}}\frac{S_1}{R}$
2	$2R$	$2R$	$\frac{21}{11}R$	$\frac{11}{64}\frac{S_1}{R}$	$\frac{11}{64}\frac{1}{3}\frac{2}{2+\frac{5}{3}}\frac{S_2}{R}$
3	$2R$	$2R$	$\frac{5}{3}R$	$\frac{3}{16}\frac{S_3}{R}$	$\frac{3}{16}\frac{1}{3}\frac{S_3}{R}$
4	R	$2R$	$2R$	$\frac{1}{4}\frac{S_4}{R}$	$\frac{1}{4}\frac{S_4}{R}$

Obtém-se de seguida a tensão V_0 a partir das correntes à entrada do AmpOp (pela mesma expressão usada na secção anterior): $V_0 = -4R\,(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$. Assim sendo, escreve-se V_0 em função dos S_i:

Para $R_1 = R$:

$$V_0 = -\left(\frac{1}{8}S_1 + \frac{5}{32}S_2 + \frac{21}{64}S_3 + \frac{85}{128}S_4\right) \tag{13}$$

Para $R_2 = R$:

$$V_0 = -\left(\frac{1}{16}S_1 + \frac{1}{4}S_2 + \frac{5}{16}S_3 + \frac{21}{32}S_4\right) \tag{14}$$

Para $R_3 = R$:

$$V_0 = -\left(\frac{1}{16}S_1 + \frac{1}{8}S_2 + \frac{1}{2}S_3 + \frac{5}{8}S_4\right) \tag{15}$$

Para $R_4 = R$:

$$V_0 = -\left(\frac{1}{16}S_1 + \frac{1}{8}S_2 + \frac{1}{4}S_3 + S_4\right) \tag{16}$$

3.1.1 Contador

Tal como atrás, estuda-se de novo o caso do contador a passar os números de 0 a 15. Teoricamente, a resposta do conversor esperada é:

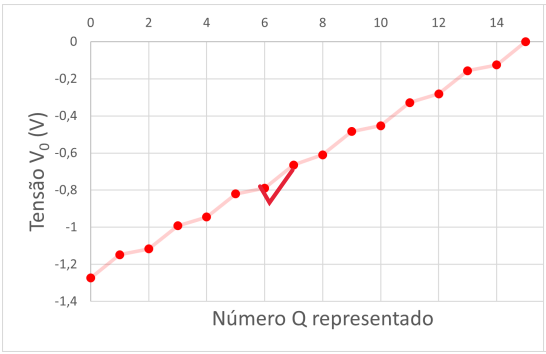

Figura 15: Resultados teóricos de R1=R.

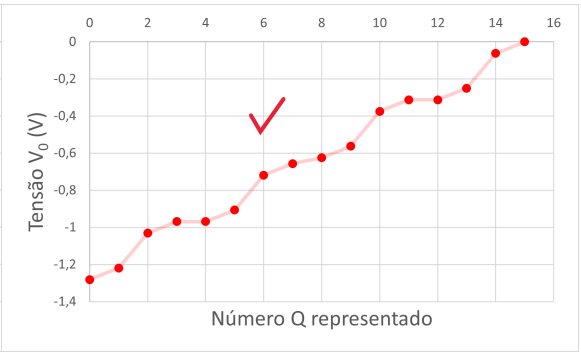

Figura 16: Resultados teóricos de R2=R.

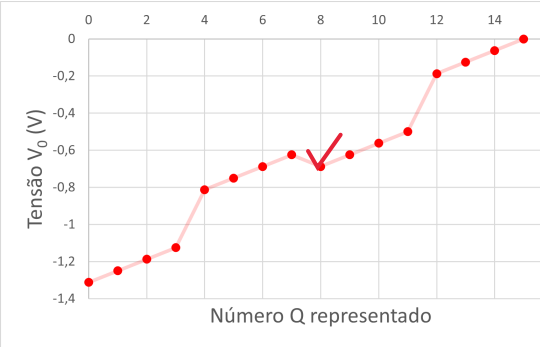

Figura 17: Resultados teóricos de R3=R.

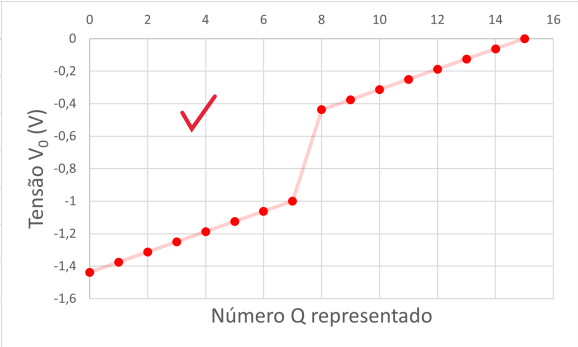

Figura 18: Resultados teóricos de R4=R.

A partir dos gráficos observa-se que a alteração das resistências influencia a tensão V_0 correspondente a cada combinação. O peso relativo de S_i é maior para $R_i = R$ do que para quando tem o valor $2R$, o que resulta em que a diferença de V_0 entre patamares não seja constante como atrás.

Para além de não ser constante, esta diferença de V_0 entre patamares é também maior quando se dá a alteração do bit de 0 para 1. Como exemplo:

- com $R_1 = R$, o degrau maior verifica-se sempre que se passa de um número par para ímpar $((-\ldots-0)_2; \longrightarrow (--1)_2)$
- com $R_4 = R$ acontece apenas na passagem $(0111)_2 \longrightarrow (1000)_2$

Adicionalmente, quando o incremento de Q implica que um bit $b_k, k > i$, passe de 0 para 1, verifica-se o efeito oposto. Por exemplo:

- para $R_2 = R$, o degrau menor verifica-se quando b_4 passa de 0 para $1, (7 \longrightarrow 8)$ e ainda, mais severamente, quando b_3 passa de 0 para $1, (3 \longrightarrow 4$ e $11 \longrightarrow 12)$;
- no caso da alteração $R_3 = R$, verifica-se um decréscimo na tensão V_0 aquando do incremento $(0111)_2 \longrightarrow (1000)_2$: ao aumentar o peso de S_3, ficou muito próximo do peso de S_4 que a soma do peso de S_3 com os restantes menos significativos é superior ao peso de S_4. Neste caso, é de referir que a progressão é não monotónica, uma vez que há esta quebra no crescimento da tensão para corresponder a números também crescentes.

Assim, infere-se que para que o conversor traduza o número binário Q adequadamente, ou seja, associando voltagens V_0 sucessivamente maiores para números crescentes de input, o peso atribuido a S_i terá de ser superior à soma dos pesos atribuidos aos bits menos significativos $S_p, p < i$.

Se tal não acontecer, há um troço decrescente na resposta do conversor D/A ao contador, resultanto na quebra da monoticidade, como observado na figura 17.

Conclui-se portanto que a monoticidade é uma característica fundamental num conversor D/A e que a mesma é garantida pela correta relação entre as resistências.

3.2 Trabalho experimental

Também nesta secção se mantém o ponto B ligado a S_4 e Rst e A à massa. No entanto, como já referido, R_f vai sempre assumir o valor 4R, pelo que F vai estar ligado a E.

O sinal de entrada no clock é ainda a onda quadrada de amplitude 5V e frequência 100 kHz. No entanto, em laboratório, em vez se aplicar um sinal dessa frequência, baixou-se a mesma para 80 kHz, uma vez que 100 kHz era um valor muito elevado para permitir ver os 15 degraus com distinção, sendo difícil distinguir o primeiro degrau (apenas se via quando se reduzia a frequência).

Abaixo mostram-se os sinais lidos no osciloscópio (a verde V_0 e a laranja o clock), apenas nos casos em que se alterou a resistência R_1 e R_4 para R, uma de cada vez.

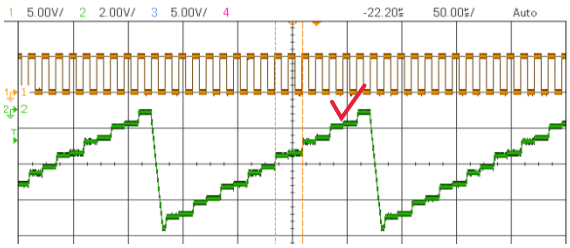

Figura 19: Resultados Experimentais com R1 = R

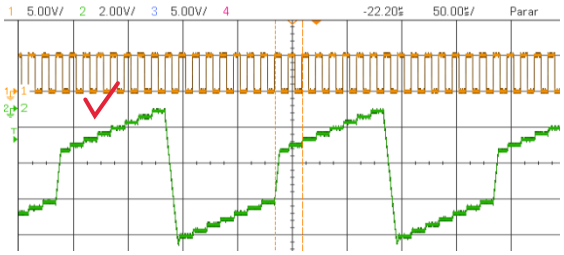

Figura 20: Resultados Experimentais com R4 = R

Observe-se que, como esperado, os patamares não têm todos a mesma diferença de tensão entre si.

3.3 Comparação de resultados

Nas tabelas 12 e 13 expõem-se os valores de V_0 teóricos e experimentais e calculam-se os erros absoluto e relativo, para os dois casos em que R_1 e R_4 se alteraram para R.

Tabela 12: Tabela da Montagem R1=R

S_1	S_2	S_3	S_4	Q	V_0 teórico	V_0 Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
1	1	1	1	0	-6,36719	-6,49987	0,1327	-2,08
0	1	1	1	1	-5,74219	-5,87676	0,1346	-2,34
1	0	1	1	2	-5,58594	-5,71596	0,1300	-2,33
0	0	1	1	3	-4,96094	-5,07274	0,1118	-2,25
1	1	0	1	4	-4,72656	-4,85163	0,1251	-2,65
0	1	0	1	5	-4,10156	-4,22852	0,1270	-3,10
1	0	0	1	6	-3,94531	-4,08781	0,1425	-3,61
0	0	0	1	7	-3,32031	-3,44460	0,1243	-3,74
1	1	1	0	8	-3,04688	-3,12299	0,0761	-2,50
0	1	1	0	9	-2,42188	-2,49987	0,0780	-3,22
1	0	1	0	10	-2,26563	-2,35917	0,0935	-4,13
0	0	1	0	11	-1,64063	-1,69585	0,0552	-3,37
1	1	0	0	12	-1,40625	-1,43455	0,0283	-2,01
0	1	0	0	13	-0,78125	-0,85163	0,0704	**-9,01**
1	0	0	0	14	-0,625	-0,67073	0,0457	**-7,32**
0	0	0	0	15	0	-0,10791	0,1079	NA

Tabela 13: Tabela da Montagem R4=R

S_1	S_2	S_3	S_4	Q	V_0 teórico	V_0 Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
1	1	1	1	0	-7,1875	-7,12550	-0,0620	0,86
0	1	1	1	1	-6,875	-6,80389	-0,0711	1,03
1	0	1	1	2	-6,5625	-6,56269	0,0002	0,00
0	0	1	1	3	-6,25	-6,16068	-0,0893	1,43
1	1	0	1	4	-5,9375	-5,95967	0,0222	-0,37
0	1	0	1	5	-5,625	-5,51746	-0,1075	1,91
1	0	0	1	6	-5,3125	-5,43706	0,1246	-2,34
0	0	0	1	7	-5	-5,11545	0,1155	-2,31
1	1	1	0	8	-2,1875	-2,38178	0,1943	-8,88
0	1	1	0	9	-1,875	-1,89937	0,0244	-1,30
1	0	1	0	10	-1,5625	-1,65817	0,0957	-6,12
0	0	1	0	11	-1,25	-1,33656	0,0866	-6,92
1	1	0	0	12	-0,9375	-1,01495	0,0775	-8,26
0	1	0	0	13	-0,625	-0,77374	0,1487	**-23,80**
1	0	0	0	14	-0,3125	-0,45214	0,1396	**-44,68**
0	0	0	0	15	0	-0,13053	0,1305	NA

No caso de R_1, os erros experimentais são sempre no mesmo sentido (positivos), pelo que os resultados estarão a ser afetados por um erro sistemático, como na secção anterior, o que reforça o argumento. Já no caso de R_4, o mesmo não se verifica, pelo que outros erros experimentais estarão a entrar aqui em conta, como flutuações na medida do aparelho ou nas ligações dos cabos, que se verificaram em laboratório serem facilmente afetadas por um pequeno toque na montagem.

De novo se verifica que os erros absolutos são mais significativos nos três últimos números Q representados, pelo facto de estes serem os que acarretam tensões mais baixas e, portanto, são mais dificilmente lidos pelo osciloscópio.

Como seria de esperar, observa-se nas figuras 19 e 20 que os patamares não têm sempre a mesma diferença de tensão entre si, sendo maior quando se dá a a alteração do bit de 0 para 1.

Na montagem $R_4 = R$, nota-se ainda que o erro absoluto aumenta progressivamente em módulo no início da contagem (de 0 a 8), e aí decresce de novo e volta a aumentar da mesma forma até 15. Infere-se assim que o valor real das resistências não será igual ao teórico, pelo que esse facto afeta os pesos das entradas.

Verifica-se, pela análise das figuras 19 e 20, que os sinais apresentam um comportamento monótono crescente em cada ciclo, sendo que o único momento em que apresentam comportamento decrescente é no fim da contagem.

4 Tempo de estabelecimento

Ao contrário da secção anterior, nesta secção o valor de R_f é tomado como 2R.

4.1 Análise teórica

O **tempo de estabelecimento** (t_s) corresponde ao período de tempo necessário até que a resposta fique restringida dentro de um envelope em torno do valor final.

Por sua vez, o **slew rate** é a taxa máxima da tensão de saída V_0, ou seja, o seu declive máximo:

$$SR = \left.\frac{dV_0}{dt}\right|_{\max} \simeq \frac{|\Delta V_0|_{\max}}{t_s} \tag{17}$$

No caso do conversor D/A em questão, faz-se a aproximação de que o tempo de estabelecimento depende apenas do AmpOp, pelo que é necessário ter em conta o slew rate tabelado deste.

Uma vez que estamos a utilizar componentes reias, não podemos usar a aproximação ideal de que o slew rate do AmpOp é infinito, já que há um atraso entre a entrada e a saída (o tempo de estabelecimento).

Como referido no guião laboratorial, segundo a data sheet, o valor de slew rate do AmpOP 741 é $0.5V/\mu s$. Sabendo a variação da tensão de saída no conversor, é possível calcular o tempo de estabelecimento pela equação 17.

É também indicado no guião experimental para se assumir que as maiores variações da tensão de saída ocorrem de $(S_1S_2S_3S_4)_2 = 0000$ para $(S_1S_2S_3S_4)_2 = 1111$ (variação $0 \to 1$) e de $(S_1S_2S_3S_4)_2 = 1111$ para $(S_1S_2S_3S_4)_2 = 0000$ (variação $1 \to 0$), onde se alteram todos os bits. Assume-se também que os valores destas variações são iguais em módulo, mudando apenas o sinal algébrico.

Pela equação 8 e a tabela 3, retira-se que $V_0\left[(S_1S_2S_3S_4)_2 = (1111)\right] = -3.125V$ e $V_0\left[(S_1S_2S_3S_4)_2 = (0000)\right] = 0V$.

Daqui se calcula o tempo de estabelecimento:

$$SR \simeq \frac{|\Delta V_0|_{\max}}{\Delta t} \Leftrightarrow 0.5 = \frac{0-(-3.125)}{t_s} \Rightarrow t_s = 6.25\mu s \tag{18}$$

4.2 Trabalho experimental

Nesta secção B continua ligado a S_4, mas o *reset* Rst está agora ligado (5V), pelo que o contador está em estado de *reset* e com as saídas todas a zero. Por sua vez, $(S_1S_2S_3S_4)$ valerá 1111 para A=0 e 0000 para A=1. Ao contrário da secção anterior, R_f valerá agora 2R.

É aplicada também uma onda quadrada de 5V de amplitude e frequência de 100 kHz.

Note-se que nesta fase também se diminuiu a frequência do sinal de entrada (para cerca de 71 kHz), uma vez que, para observar o máximo de pontos do flanco de subida, foi preciso garantir que o ampop atingia o pico da sua resposta dentro de meio ciclo do clock, ou seja, antes de o sinal do clock entrar no flanco descendente. Isto porque, com 100 kHz observava-se uma onda triangular, pois o sistema não tinha tempo de reagir, e assim ao diminuir a frequência foi possível observar a parte reta superior da onda (como se vê na imagem abaixo), permitindo ao circuito responder de forma linear, o que nos garantiu que o flanco estava todo representado.

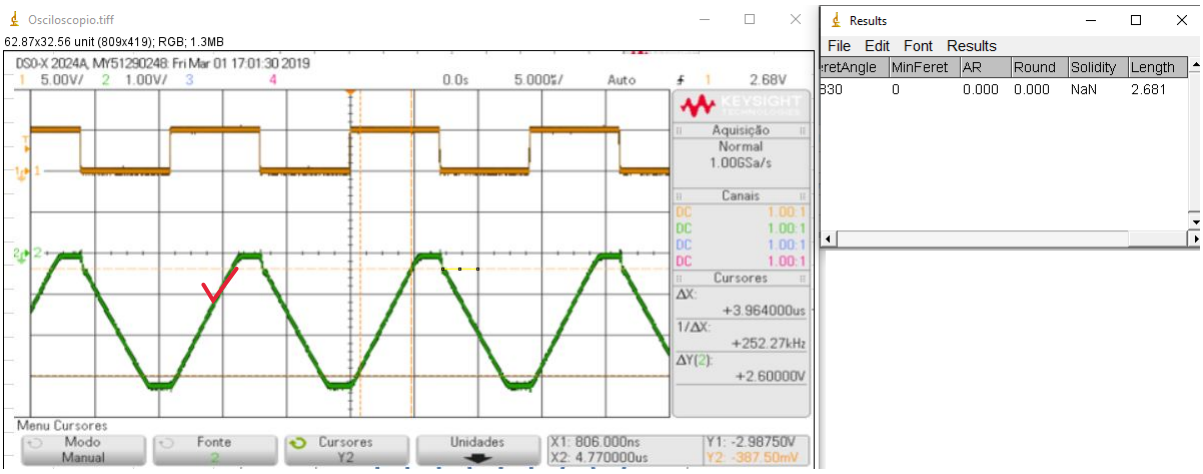

Figura 21: Programa de medição com escala, *ImageJ*

Para a medição do slew rate experimental utilizaram-se os valores de Δx e Δy apresentados no osciloscópio e aplicou-se a fórmula da equação 18, obtendo o declive. Uma vez que no osciloscópio estas variações apenas estavam medidas para a rampa de subida, para retirar os valores da rampa de descida utilizou-se um software chamado *ImageJ*, que permite a medição de valores na imagem com recurso a uma distância (em pixeis) equivalente a uma grandeza conhecida na imagem (no nosso caso, por comparação com os valores já fornecidos pelos osciloscópio).

Para o cálculo do tempo de estabelecimento, utilizou-se a equação 17, sendo que $|\Delta V_0|_{max}$ foi retirado também com recurso a *ImageJ*, medindo a tensão equivalente à distância em pixeis entre os níveis de saturação.

Abaixo apresentam-se os slew rate teóricos e experimentais, assim como os erros absolutos e relativos correspondentes, para o caso da subido e o caso da descida.

Tabela 14: Dados do Tempo de Estabelecimento na Subida

	Valor Teórico	Valor Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
SR	0,5	0,6559	-0,156	-31,181
ts (μs)	6,25	4,781	1,469	23,501
$\|\Delta V_0\|_{max}$ (V)	3,125	3,136	-0,011	-0,352

Tabela 15: Dados do Tempo de Estabelecimento na Descida

	Valor Teórico	Valor Experimental	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
SR	0,5	0,6162	-0,116	-23,238
ts (μs)	6,25	5,089	1,161	18,57
$\|\Delta V_0\|_{max}$ (V)	3,125	3,136	-0,011	-0,352

4.3 Comparação de resultados

Dos resultados, observa-se que os valores de slew rate e tempo de estabelecimento estão afetados de um elevado erro experimental, ao passo que a variação de tensão máxima apresenta reduzidos valores deste erro, aproximando-se bastante do valor previsto.

No caso do tempo de estabelecimento, que apresenta um erro relativo de 23% (na subida) e 18% (na descida), este valor só pode dever-se ou ao slew rate ou à variação de tensão máxima. Uma vez que esta última tem um erro experimental muito reduzido, deve-se então à medição do slew rate (com erros de -31% e -23%). Pode-se extrapolar que o elevado erro do slew rate se deverá ao facto de o valor real de slew rate do AmpOp não corresponder ao tabelado na data sheet, mas sim a um valor mais elevado (que originaria erros relativos menores).

Apesar da magnitude dos erros experimentais, pode concluir-se acerca da existência de uma resposta não instantânea da parte do AmpOp, uma vez que esta resposta exibe um declive, não sendo uma reta vertical.

O período da onda quadrada de entrada (de clock) é de 10 μs, uma vez que $T = 1/f = 1/10^5 s$. Observa-se nos nossos dados que, no caso da subida, o tempo de estabelecimento é apenas ligeiramente inferior a metade deste período (4.781 μs). Já no caso da descida, o tempo de estabelecimento é já superior a meio período (5.089 μs). Esta situação pode ser um problema, uma vez que a mudança para o flanco descendente na onda quadrada dá-se a meio do período, pelo que o sistema pode não ter tempo de reagir antes desta mudança e, portanto, não apresentar uma resposta fiel ao esperado. Seria então preferível que o tempo de estabelecimento fosse inferior ao meio período do sinal de entrada. Para frequências mais altas esta questão agrava-se (já que o período diminui), daí também se ter baixado a frequência de 100 kHz para 71 kHz no início desta secção.

5 Picos de tensão nas transições entre estados

5.1 Trabalho experimental

Nesta última secção, o inversor está ligado à saída B do quarto NOR, juntando o ponto C a S4. R_f toma o valor constante de 2R e o contador é mantido em *reset*.

Assim sendo, os bits de entrada do conversor $(S_1S_2S_3S_4)$ valem 1110 quando A=0 e 0001 quando A=1, uma vez que a saída S_4 do quarto NOR é negada.

Também aqui se aplicou no ponto A uma onda quadrada de 100 kHz de frequência e 5 V de amplitude.

Abaixo representam-se o sinal aplicado a A, a laranja, e o sinal de saída do conversor, a verde.

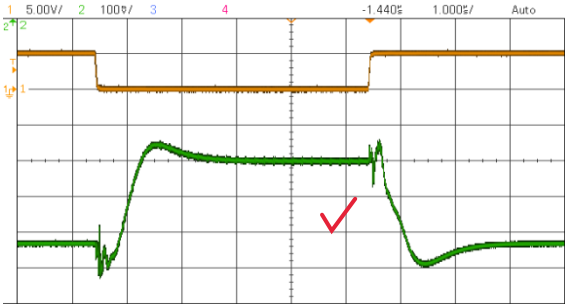

Figura 22: *Glitch*

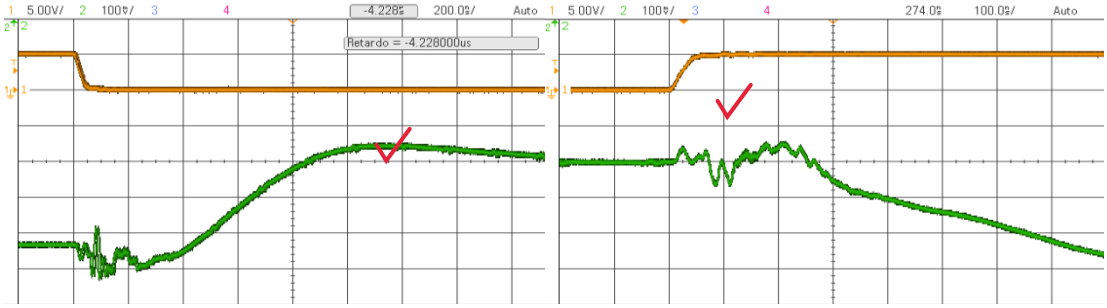

Figura 23: *Glitch* em detalhe

Como se observa nas figuras acima, identificam-se dois patamares, correspondentes aos dois estados de entradas $(S_1S_2S_3S_4) = 1110$, com a tensão $V_0 = -1,470V$, e $(S_1S_2S_3S_4) = 0001$, com a tensão $V_0 = -1,703V$.

5.2 Comparação de resultados

Na figura 22, deteta-se a presença de "glitches" (ou picos de tensão espúrios) na tensão de saída do conversor, aquando das transições do sinal de entrada, tanto de 0001 para 1110, como no sentido contrário, ou seja, quando se altera o bit mais significativo.

Este fator deve-se à existência da porta NOR em S_4, que atrasa este sinal em relação aos restantes, originando degraus intermédios entre transições. Quando ocorre uma transição do sinal na entrada, os valores de S_1, S_2 e S_3 são alterados antes do valor de S_4:

$$\begin{cases} 1110 \longrightarrow 0000 \longrightarrow 0001 \\ 0001 \longrightarrow 1111 \longrightarrow 1110 \end{cases} \tag{19}$$

Ou seja,

$$\begin{cases} 8 \longrightarrow 15 \longrightarrow 7 \\ 7 \longrightarrow 0 \longrightarrow 8 \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} -1,470V \longrightarrow 0V \longrightarrow -1,703V \\ -1,703V \longrightarrow -3.25V \longrightarrow -1,470V \end{cases} \tag{21}$$

Adicionalmente, há que considerar o efeito das altas frequências nas pistas do circuito. A onda quadrada do *clock*, como sabemos da análise de Fourier, corresponde a uma série de harmónicas, e quando esta transita entre dois valores, o efeito das harmónicas de altas frequências é predominante. Um circuito é composto por várias pistas, que têm uma impedância de $\frac{1}{wC}$ entre elas. No caso das altas frequências, esta impedância é reduzida, pelo que elas conseguem transitar entre pistas contíguas. Assim sendo, este fator pode contribuir para o efeito oscilatório de interferência que se pode ver na figura 22.

6 Conclusão

Este trabalho experimental propunha-se ao estudo de um conversor digital-analógico do tipo R-2R.

Inicialmente, estudou-se a montagem base, de onde se concluiu acerca do valor constante da diferença de tensão entre cada degrau e acerca da influência do valor de R_f nesta diferença (de $2R$ para $4R$ o valor duplica).

Seguidamente, avaliou-se a influência da alteração do valor das resistências de entrada, variando-se o seu valor uma de cada vez, concluindo-se que alteravam o peso da entrada correspondente no sinal de saída e verificando-se a quebra da constância no valor da diferença de t[illegible] Assim sendo, inferiu-se acerca da importância da monoticidade para o conversor, uma [illegible]va R_3 esta monotonia se perdia e a resposta deixava de ser desejável.

Deviam ter avaliado isso também na parte experiemental

Analisou-se ainda o tempo de estabelecimento do conversor, que se devia em grande parte ao carácter real do AmpOp. Aqui, registaram-se erros experimentais elevados, pelo que se supôs que os dados de *slew rate* tabelados no data sheet diferiam dos reais.

Por fim, estudou-se a influência de uma gate NOR na entrada S_4, que se verificou atrasar a entrada em questão e introduzir picos de tensão nas transições.

Em conclusão, uma vez que os dados experimentais se aproximaram do esperado teoricamente (com exceção do referido na terceira secção), e os erros puderam ser justificados, considera-se que o objetivo do trabalho laboratorial foi cumprido.

7 Referências

[1] José António Beltran Gerald e Pedro Vítor (2021), "Guia - 2º TRABALHO DE LABORATÓRIO, CONVERSOR DIGITAL ANALÓGICO" URL:`https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/1407993358915320/LAB%202%20-%20Conversor%20Digital%20Analogico_2021.pdf`