Tema 4:
MORFOLOGÍA BINARIA

INGENIERÍA INFORMÁTICA

Tema 4: Morfología

- La morfología matemática se basa en operaciones de teoría de conjuntos. En el caso de imágenes binarias, los conjuntos tratados son subconjuntos de Z^2 y en el de las imágenes en escala de grises, se trata de conjuntos de puntos con coordenadas en Z^3.

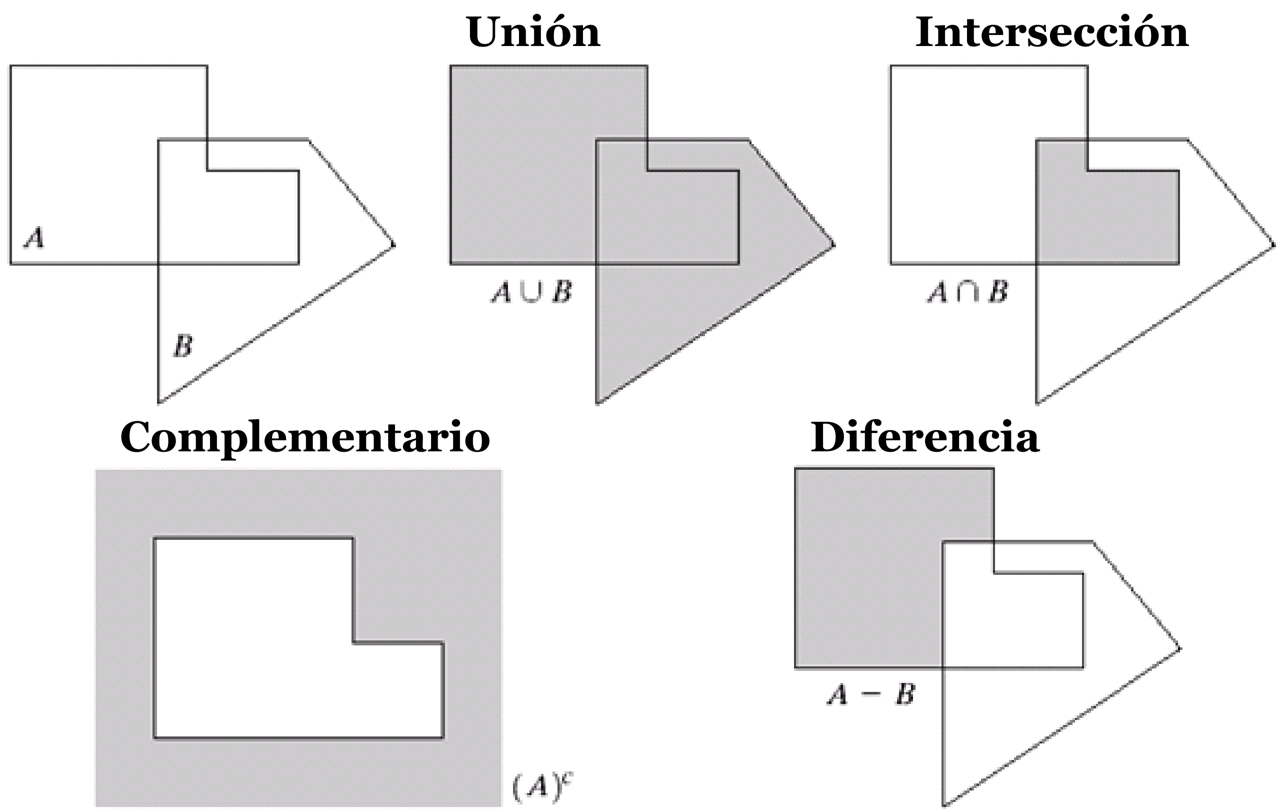
- La morfología matemática se puede usar, entre otros, con los siguientes objetivos:

    -Supresión de ruidos, detección de esquinas o pequeños detalles con cierta forma,etc.

    -Destacar la estructura de los objetos: extraer el esqueleto, extraer el borde, rellenado de regiones, etc.

Tema 4: Morfología

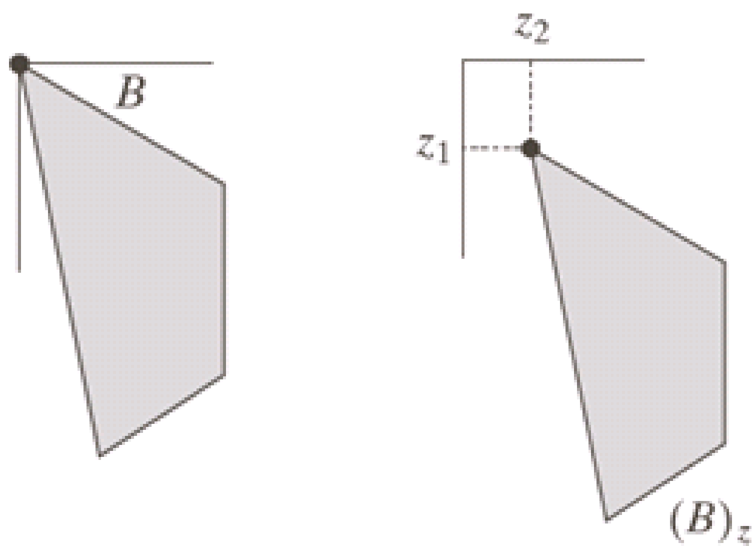
- Operaciones básicas sobre conjuntos:



- Operaciones básicas sobre conjuntos:

- Traslación de B por z:

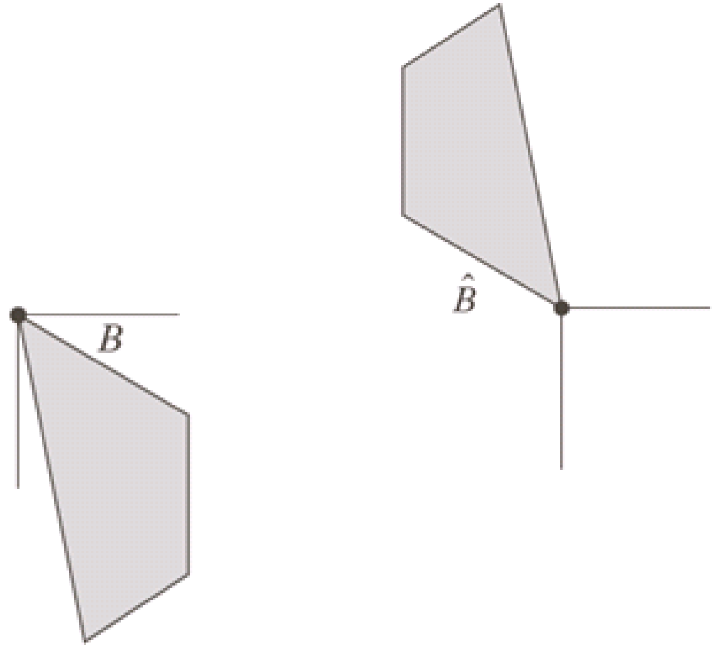
$$B_z = \{x \mid x = b + z, b \in B\}$$



- Operaciones básicas sobre conjuntos:

- Reflexión de B:

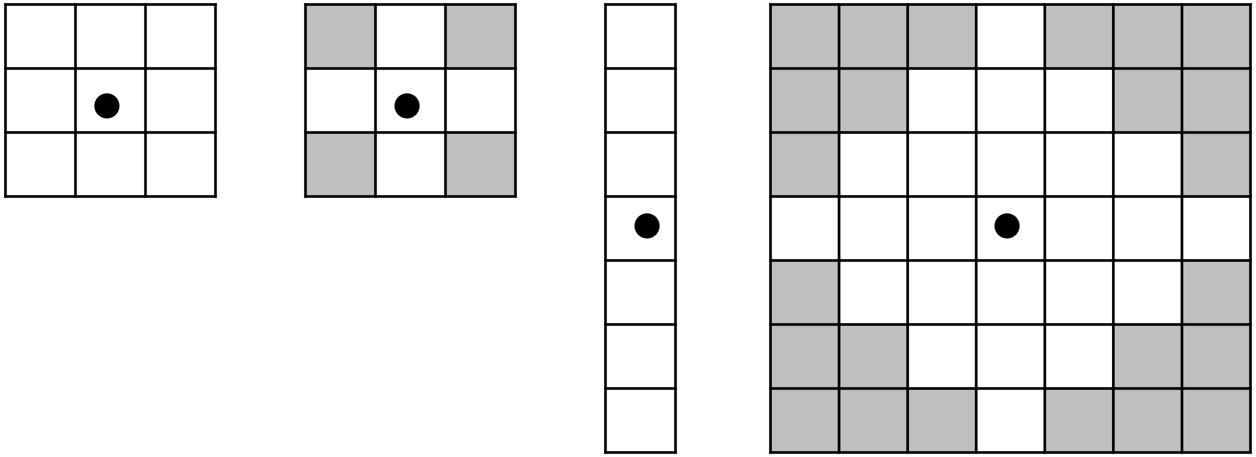
$$\widehat{B} = \{x \mid x = -b, b \in B\}$$



Tema 4: Morfología

- **Elementos estructurales:**

- Conjuntos pequeños o subimágenes usadas para aplicar las operaciones morfológicas.



Tema 4: Morfología

- Morfología
  - Imágenes binarias
    - Operaciones morfológicas
      - Dilatación, erosión, transformada de Hit-or-Miss, apertura y cierre.
    - Aplicaciones
      - Extracción de fronteras y componentes conexas, rellenado de regiones, adelgazamiento y engrosamiento, esqueleto y poda.
  - Imágenes en escala de grises
    - Operaciones morfológicas
      - Dilatación, erosión, apertura y cierre.
    - Aplicaciones
      - Gradiente morfológico, trasformada Top-Hat, texturas y granulometrías.

• **DILATACIÓN: Definición**

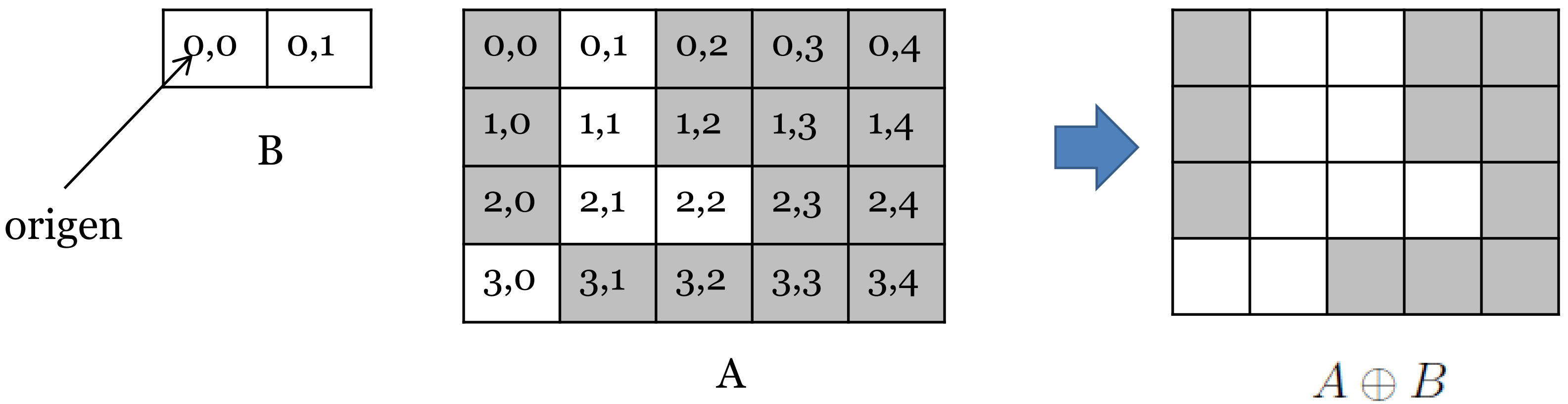
Dada una imagen binaria, sea A el conjunto de píxeles de la imagen que forman el objeto (1) sobre un fondo (0). Dado un elemento estructural B, la **dilatación de A por B** se define como:

$$A \oplus B = \{x \,|\, (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$$

Tengamos en cuenta que, para la intersección sólo consideramos los píxeles del objeto A y B.

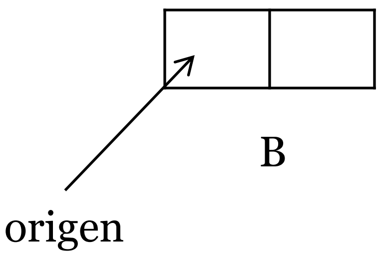
En general, la dilatación significa un engrosamiento del objeto en una forma que dependerá del elemento estructural B.

- **DILATACIÓN: Ejemplo** $A \oplus B = \{x \mid (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$

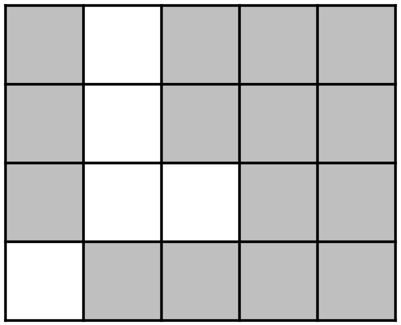


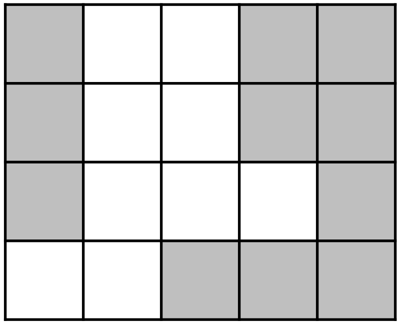
Observación: Es importante tener en cuenta que el sistema de coordenadas que se considera aquí es (fila, columna).
También es importante saber **sobre qué píxeles estamos trabajando, blancos o negros.**

- **DILATACIÓN: Ejemplo** $A \oplus B = \{x \mid (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$

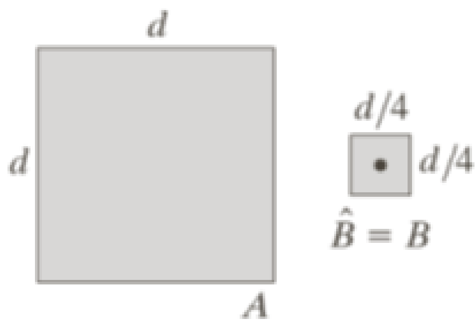


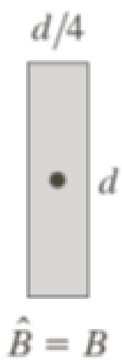
B


A

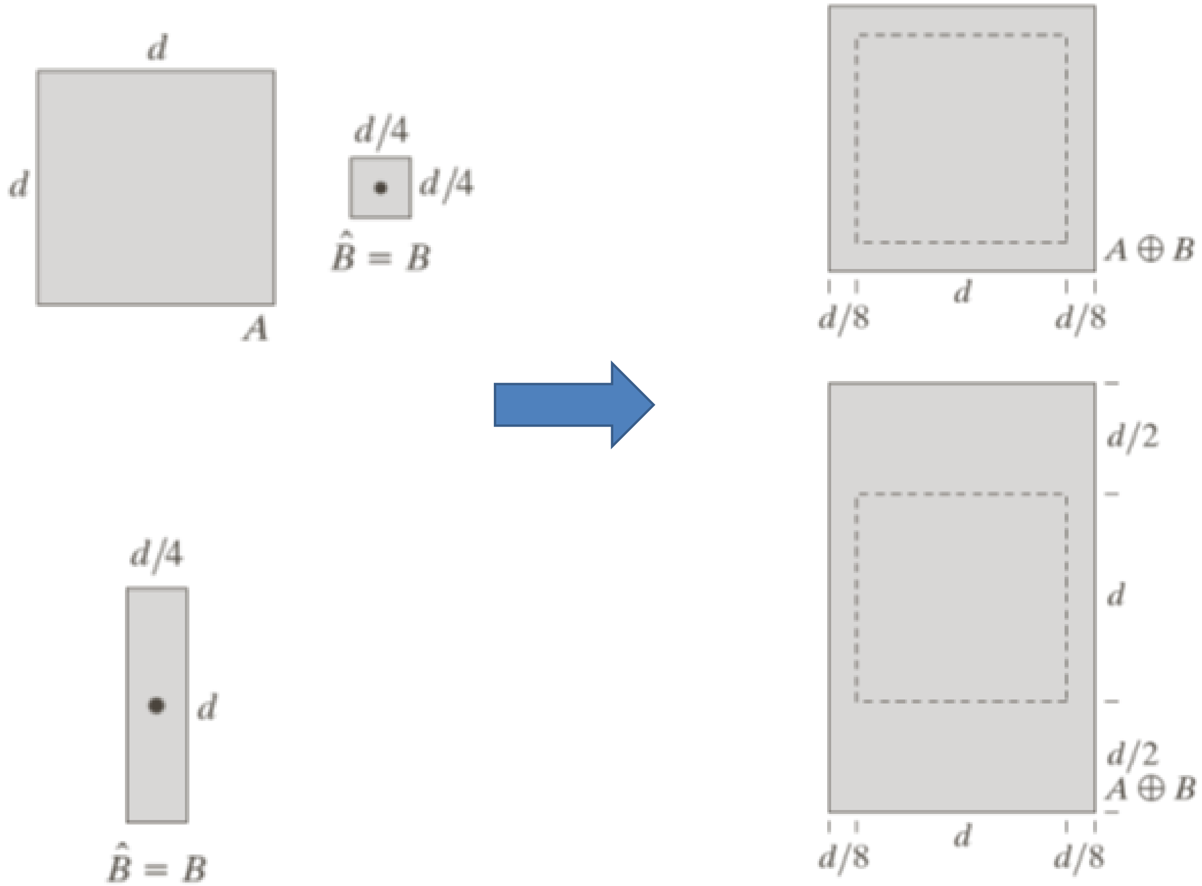

$A \oplus B$

- **DILATACIÓN: Idea geométrica**





- **DILATACIÓN: Idea geométrica**



- **DILATACIÓN: Ejemplo de aplicación**

Imagen original

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Elemento estructural

Los segmentos de los caracteres rotos se han unido.

• **EROSIÓN: Definición**

Dada una imagen binaria, sea A el conjunto de píxeles de la imagen que forman el objeto (1) sobre un fondo (0). Dado un elemento estructural B, la **erosión de A por B** se define como:

$$A \ominus B = \{x \,|\, B_x \subseteq A\}$$

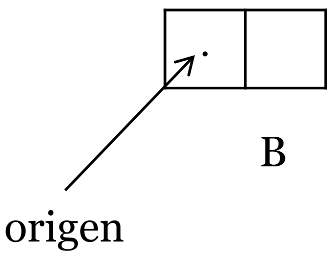
Tengamos en cuenta que sólo consideramos los píxeles del objeto de A y B.

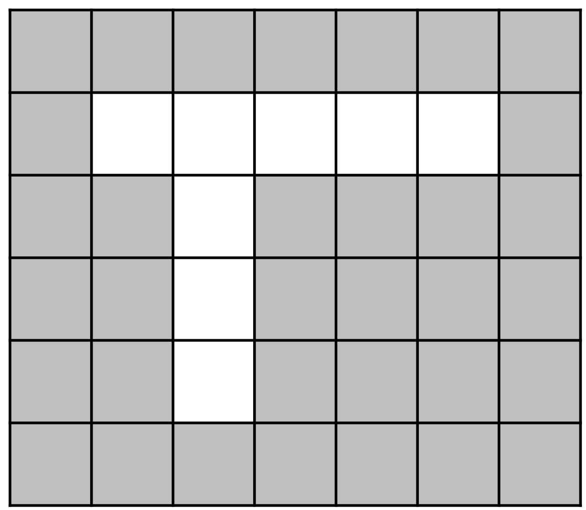
La erosión es la propiedad morfológica dual a la dilatación.

La erosión se concibe usualmente como una reducción de la imagen original.

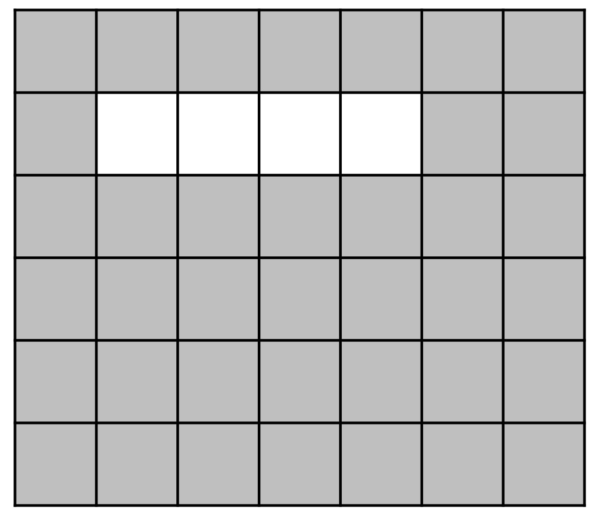
- **EROSIÓN: Ejemplo**

$$A \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq A\}$$



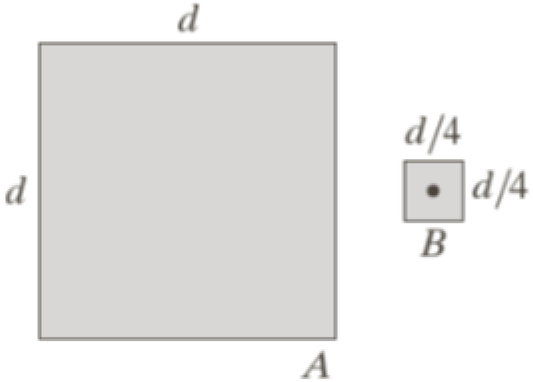


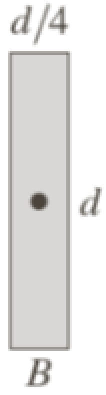
A



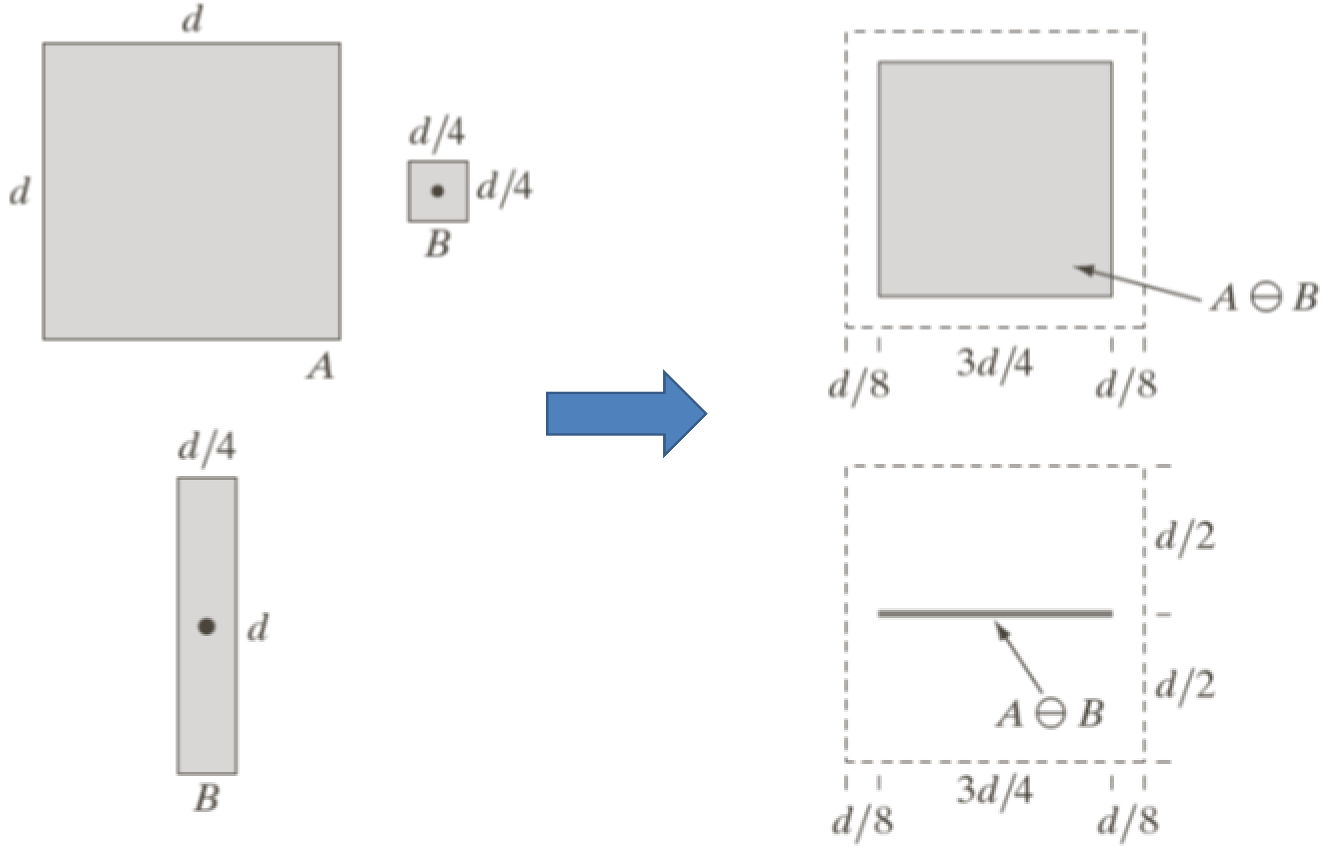
$A \ominus B$

- **EROSIÓN: Interpretación geométrica**





- **EROSIÓN: Interpretación geométrica**



- **Ejemplo:** Erosión seguida de dilatación

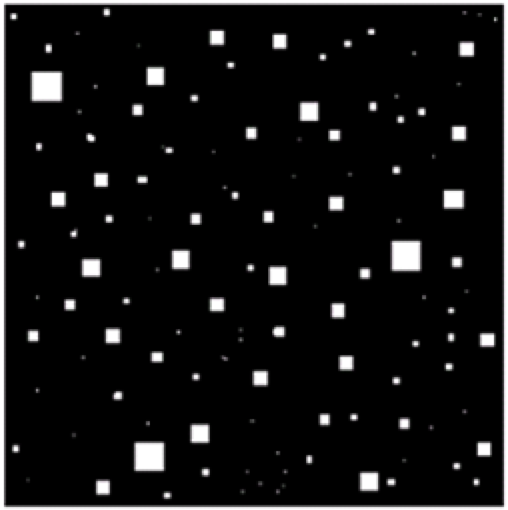


Imagen con cuadrado de tamaños 1, 3, 5, 7, 9 y 15.

Erosión con un elemento estructural cuadrado de píxeles blancos de tamaño 13 x 13.

• **Ejemplo:** Erosión seguida de dilatación

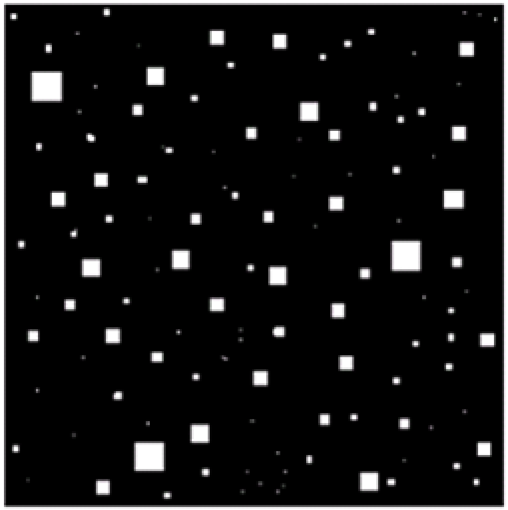


Imagen con cuadrado de tamaños 1, 3, 5, 7, 9 y 15.

Erosión con un elemento estructural cuadrado de píxeles blancos de tamaño 13 x 13.

- Los cuadrados de lados menor que 15 desaparecen mientras que el de lado 15 pasa a ser de lado 3.

- **Ejemplo:** Erosión seguida de dilatación

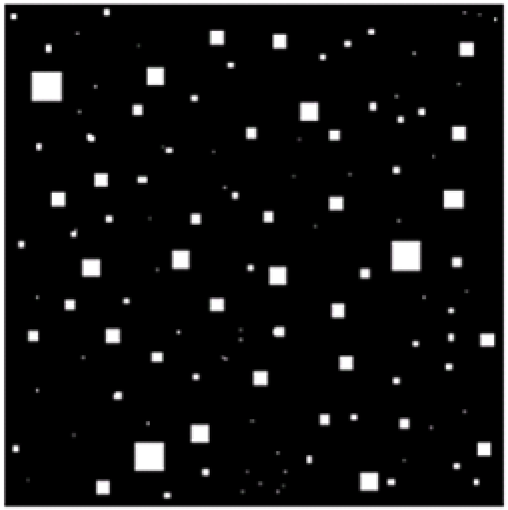


Imagen con cuadrado de tamaños 1, 3, 5, 7, 9 y 15.

Erosión con un elemento estructural cuadrado de píxeles blancos de tamaño 13 x 13.

Dilatación de la imagen central con el mismo elemento estructural.

- **Ejemplo:** Erosión seguida de dilatación

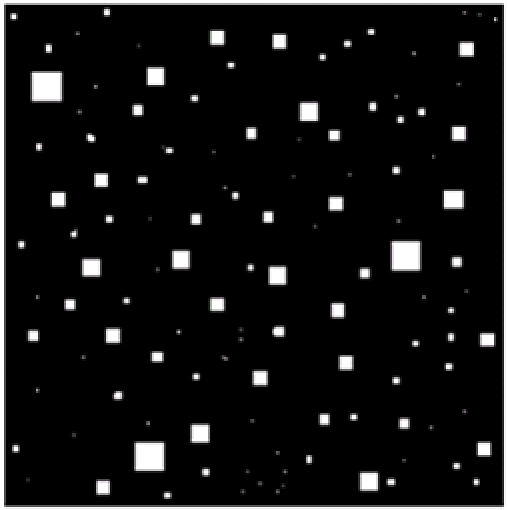
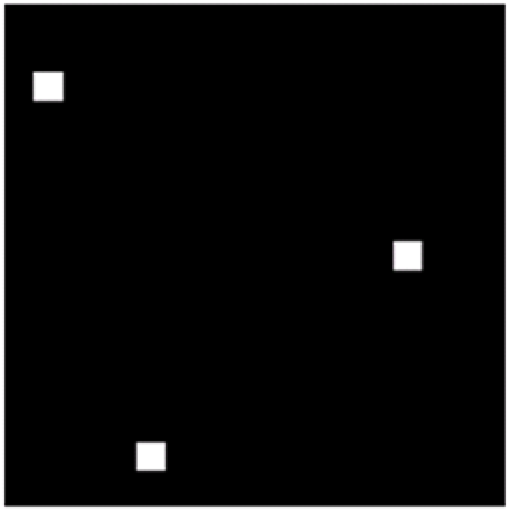


Imagen con cuadrado de tamaños 1, 3, 5, 7, 9 y 15.

Erosión con un elemento estructural cuadrado de 1s de tamaño 13 x 13.



- Los cuadrados vuelven a ser de tamaño 15.

- **Teorema de dualidad:**

La dilatación y la erosión son muy similares en el sentido de que lo que uno hace al objeto el otro lo hace al fondo. Esta relación puede formularse como una relación de dualidad:

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

•Algunas propiedades de la dilatación y la erosión:

1. Mientras que la dilatación se podía representar como la unión de los trasladados,

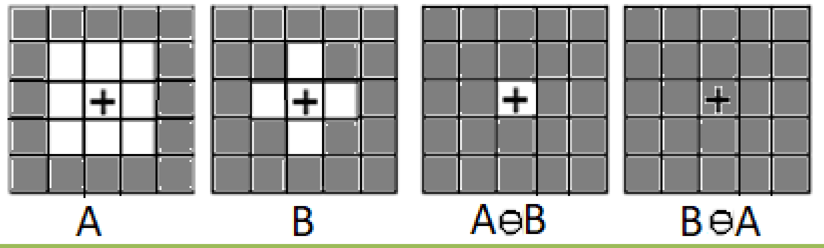
$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b$$

la erosión se puede representar como la intersección de los trasladados negativos:

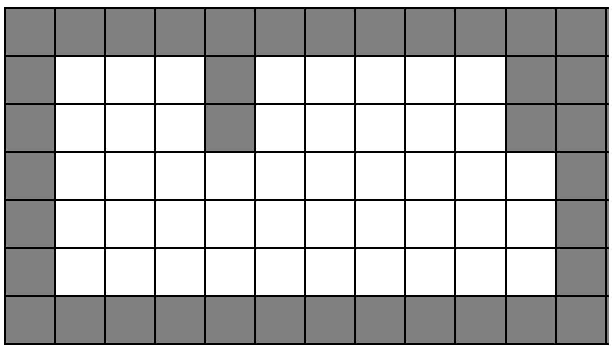
$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_{-b}$$

2. La dilatación es conmutativa, pero la erosión no lo es.

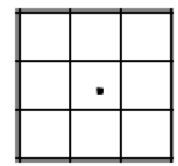
$$A \oplus B = B \oplus A$$



• **Aplicación 1: EXTRACCIÓN DE FRONTERAS**

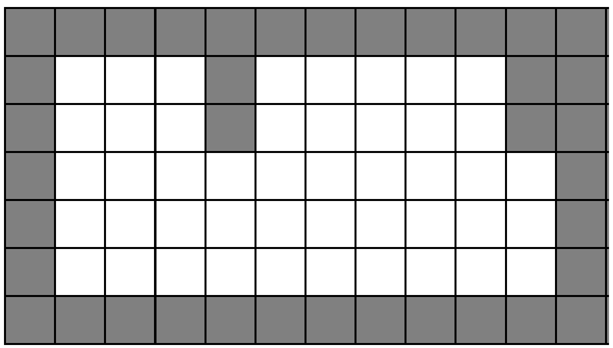


A

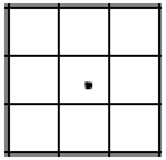


B

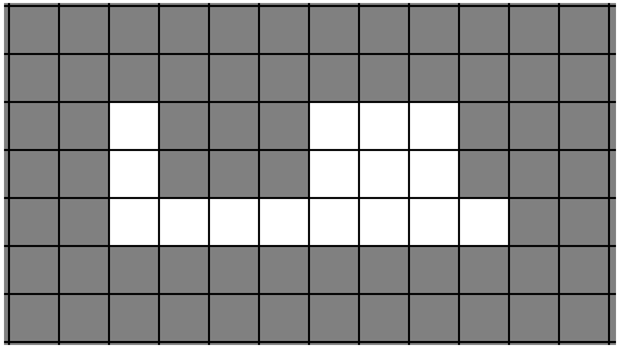
- **Aplicación 1: EXTRACCIÓN DE FRONTERAS**



A

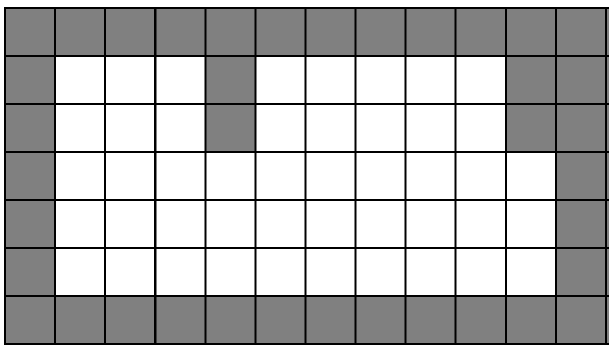


B

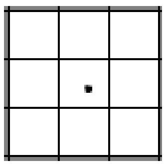


$A \ominus B$

- **Aplicación 1: EXTRACCIÓN DE FRONTERAS**

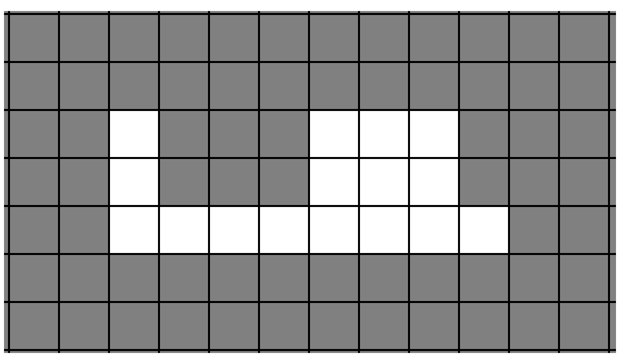


A

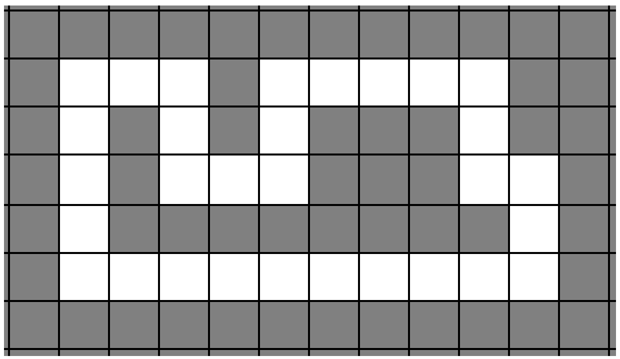


B

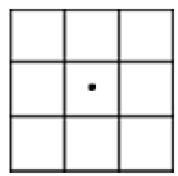
$F(A) = A - A \ominus B$



$A \ominus B$



- **Aplicación 1: EXTRACCIÓN DE FRONTERAS**



B

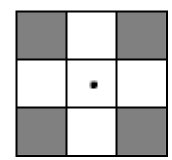
A

F(A)

- **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**

Partimos del borde de una región A y de un punto p del interior de A. El siguiente procedimiento rellena el interior de A:

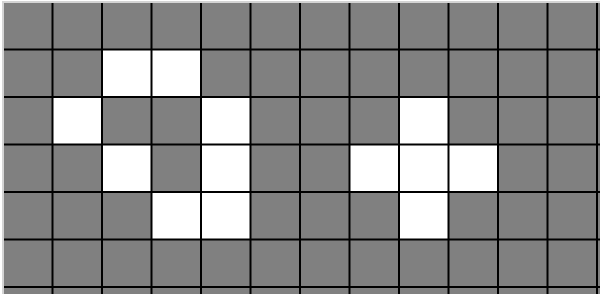
$$\begin{cases} X_0 = p \\ \\ X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c, \quad k = 1, 2, 3, \ldots \end{cases}$$

donde B es el siguiente elemento estructural: 

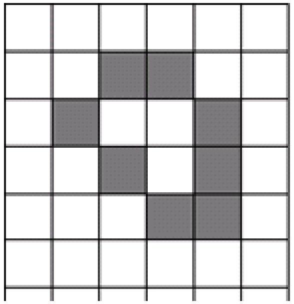
El algoritmo termina en la iteración k si $X_k = X_{k+1}$.

La unión de X_k y A define la frontera y la región rellena de A.

• **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**

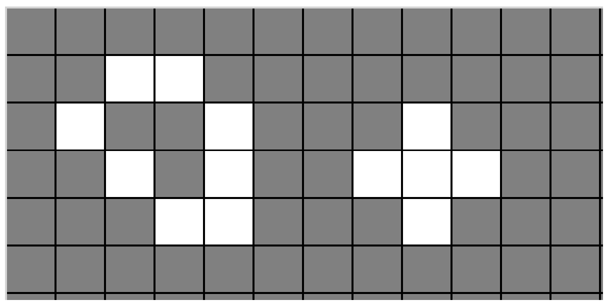


A B

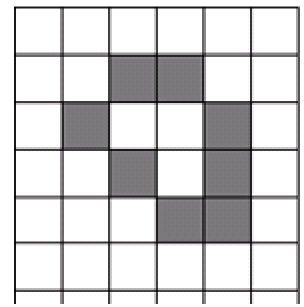


A^c

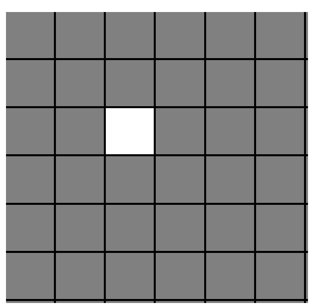
- **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**



A B



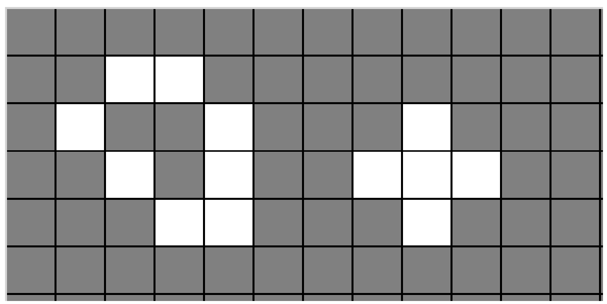
A^c



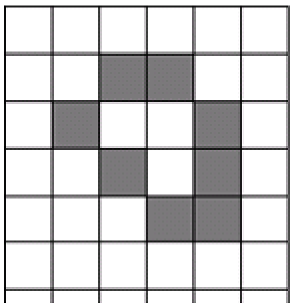
Xo

Tema 4: Morfología

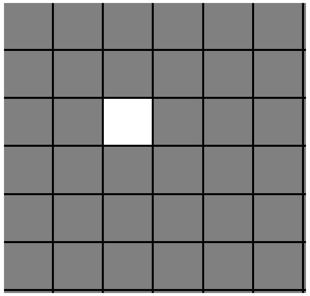
- **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**



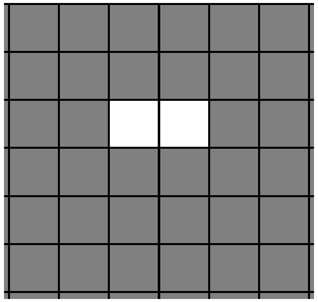
A B



A^c

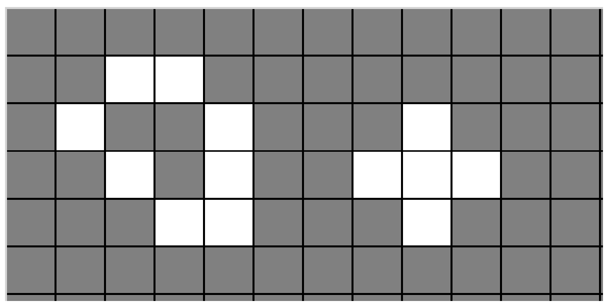


X0

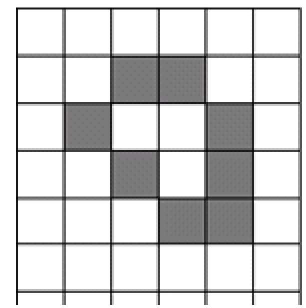


X1

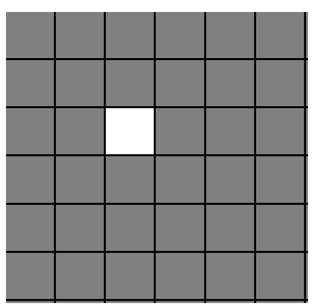
- **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**



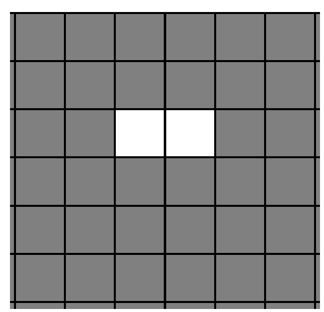
A B



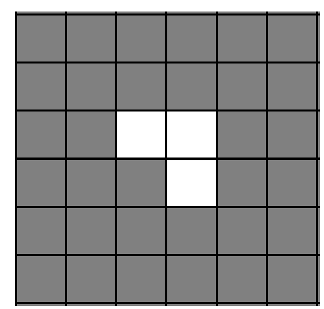
A^c



X0

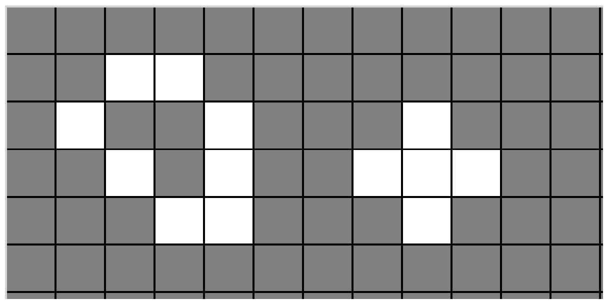


X1

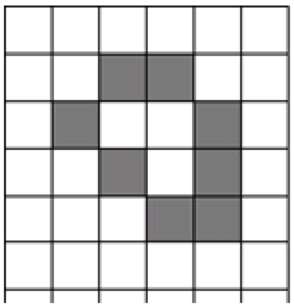


X2

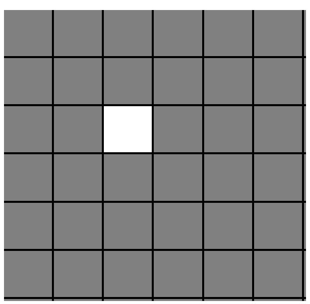
- **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**



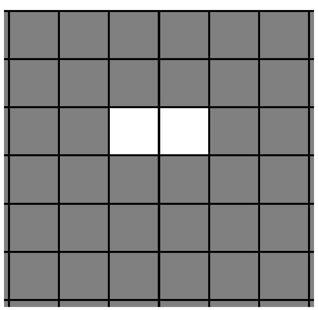
A B



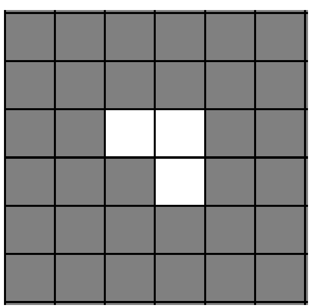
A^c



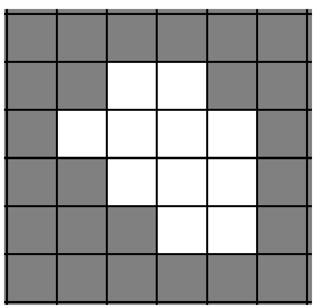
X_0



X_1

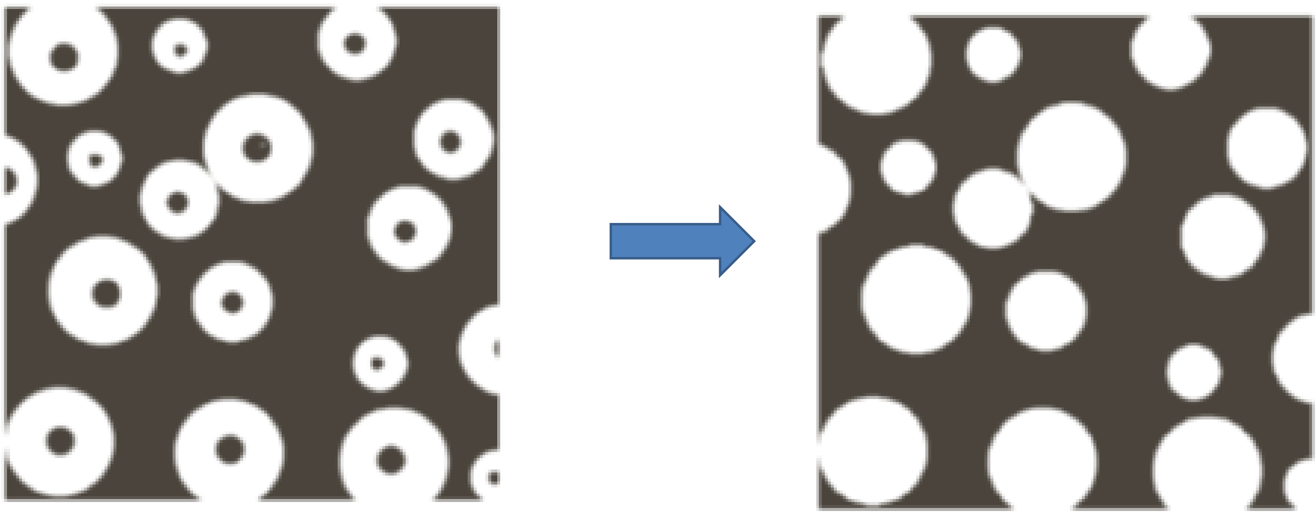


X_2



Relleno

• **Aplicación 2: RELLENADO DE REGIONES**



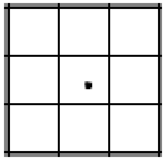
Inconveniente: hay que determinar un punto interior de cada región que hay que rellenar.

- **Aplicación 3: EXTRACCIÓN DE COMPONENTES CONEXAS**

Supongamos que *Y* representa una componente conexa (un conjunto de píxeles conectados entre sí) contenida en un conjunto *A* y supongamos que conocemos un punto *p* que pertenece a dicha región. Entonces, el siguiente procedimiento puede utilizarse para extraer *Y:*

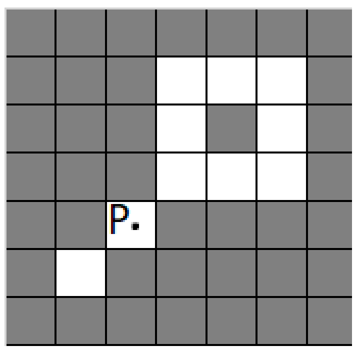
$$\begin{cases} X_0 = p \\ \\ X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A, \quad k = 1, 2, 3, \ldots \end{cases}$$

donde B es el siguiente elemento estructural:

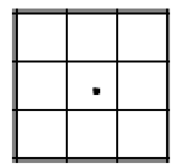


El algoritmo termina en la iteración k si $X_{k-1} = X_k$. Con $Y = X_k$.

- **Aplicación 3: EXTRACCIÓN DE COMPONENTES CONEXAS**



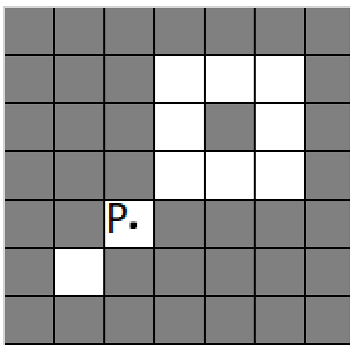
A



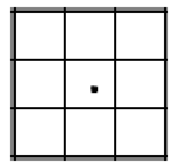
B

X0=P

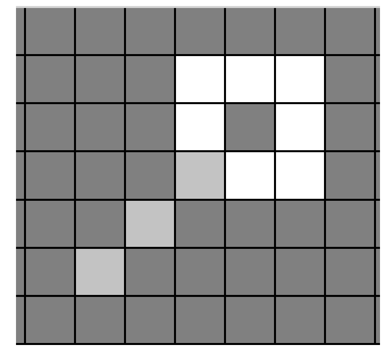
- **Aplicación 3: EXTRACCIÓN DE COMPONENTES CONEXAS**



A



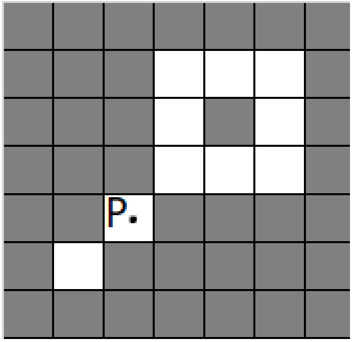
B



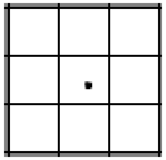
$X_0 = P$

X_1

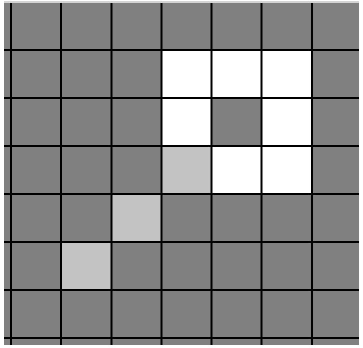
• **Aplicación 3: EXTRACCIÓN DE COMPONENTES CONEXAS**



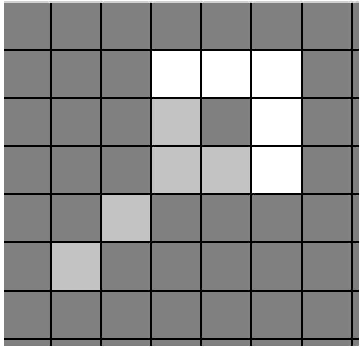
A



B

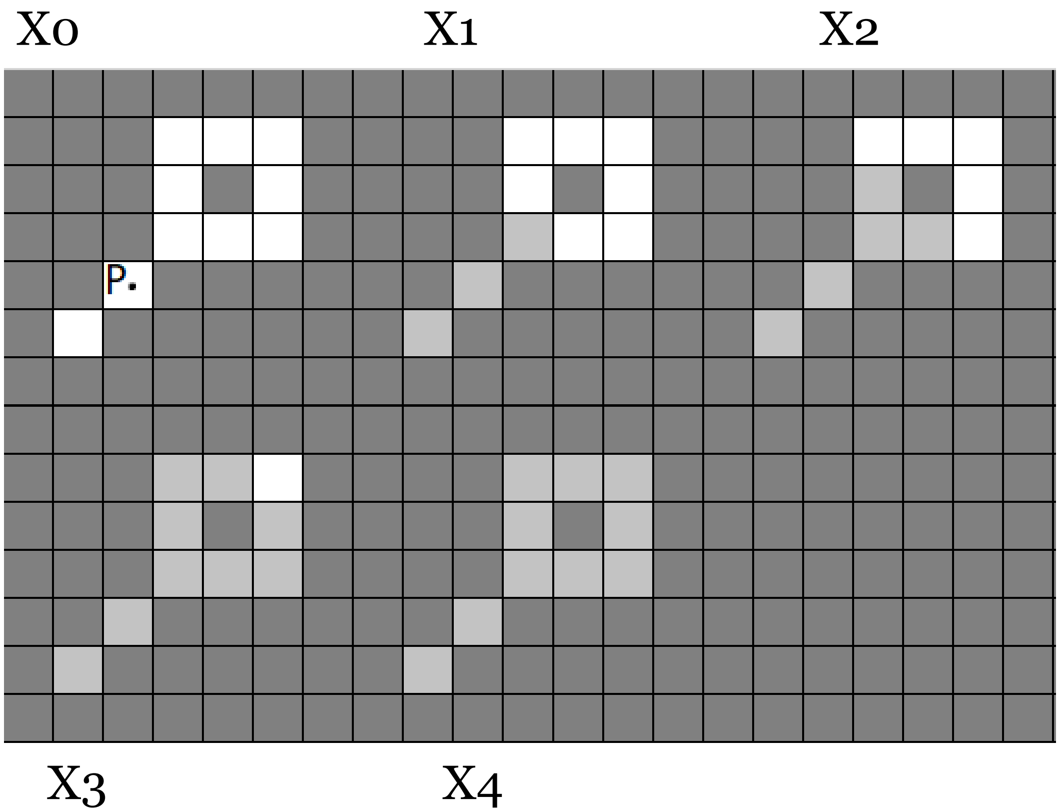


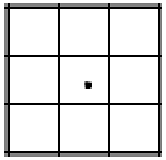
X1



X2

- **Aplicación 3: EXTRACCIÓN DE COMPONENTES CONEXAS**





Como hemos visto hasta ahora, cuando el elemento estructural contiene al origen, la dilatación expande la imagen mientras que la erosión la reduce.

- APERTURA:

Generalmente suaviza los contornos de una imagen y elimina pequeños salientes. También puede eliminar franjas o zonas de un objeto que sean "más estrechas" que el elemento estructural.

- CLAUSURA:

La clausura elimina pequeños huecos (rellenándolos) y une componentes conexas cercanas.

- **APERTURA: Definición**

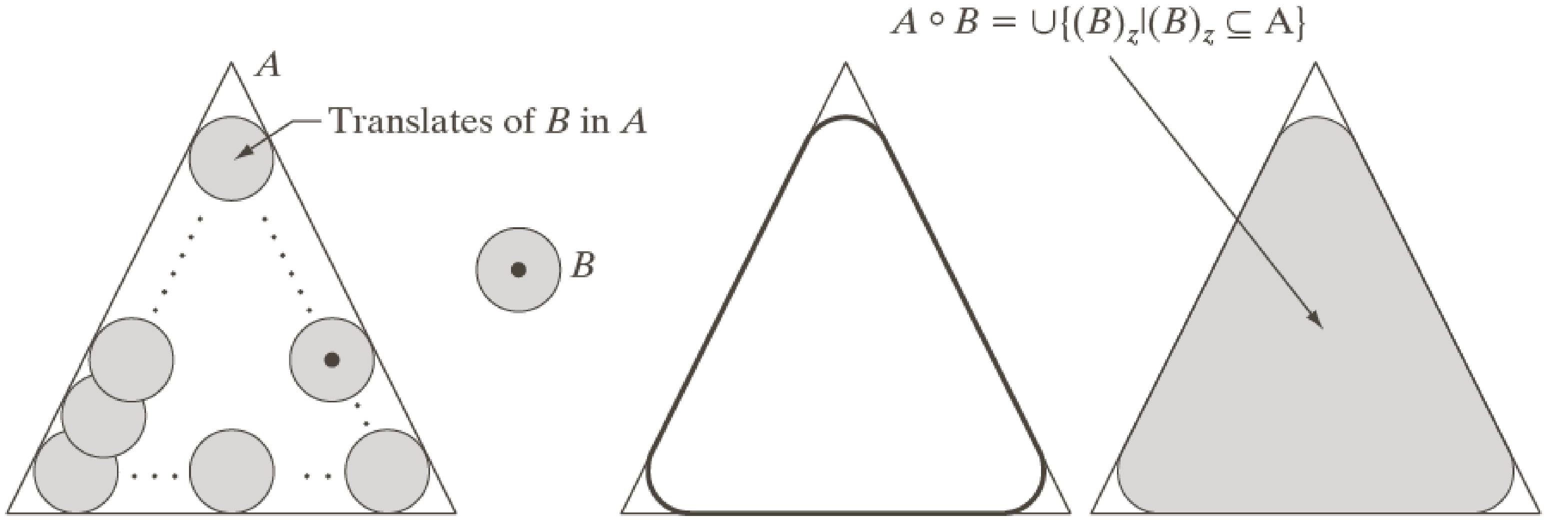
La apertura de A por un elemento estructural K se define como la erosión de A por K, seguido de la dilatación del resultado por K:

$$A \circ K = (A \ominus K) \oplus K$$

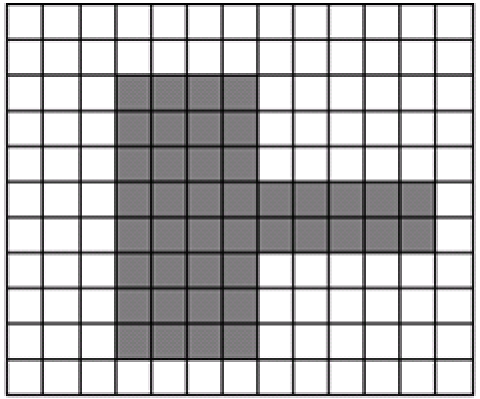
Si A no cambia al realizarle una apertura con K, diremos que A es ***abierto respecto a K***.

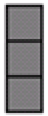
<u>Ejercicio</u>: Da un ejemplo de un conjunto A y un elemento estructural K de más de un píxel de manera que A sea abierto respecto a K.

• **APERTURA: Interpretación geométrica**

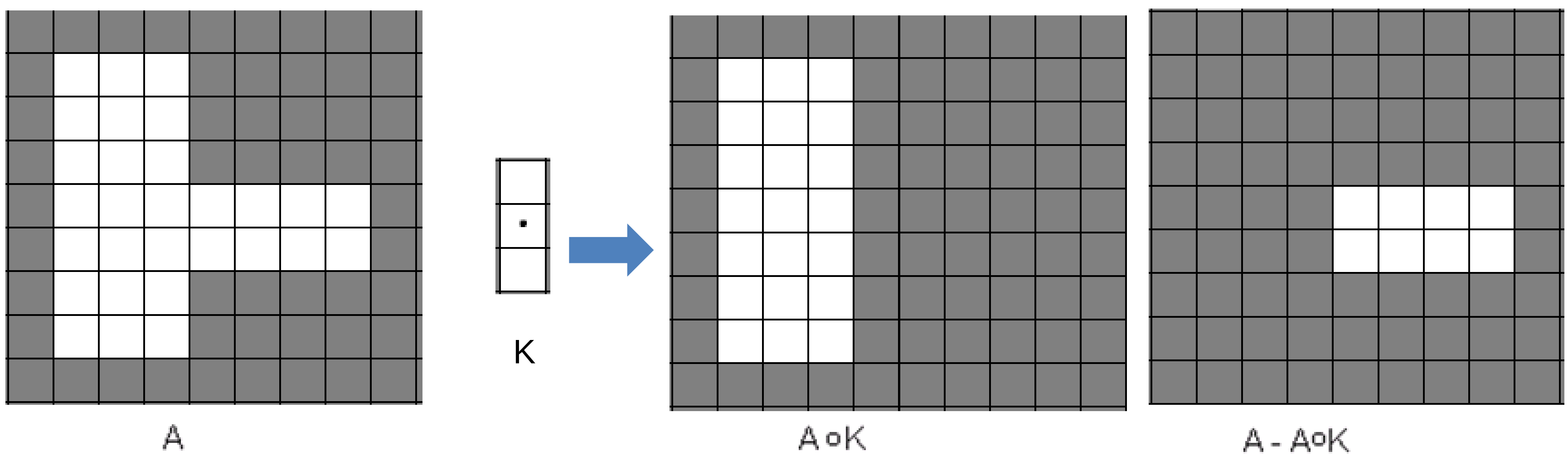


• **APERTURA: Ejemplo**. Aquí se ilustra cómo podemos usar la apertura para descomponer objetos en partes con distinta morfología. (¡Ojo! En este ejemplo estamos trabajando sobre píxeles negros).


A


K

• **APERTURA: Ejemplo**. Aquí se ilustra cómo podemos usar la apertura para descomponer objetos en partes con distinta morfología. (¡Ojo! En este ejemplo estamos trabajando sobre píxeles negros).

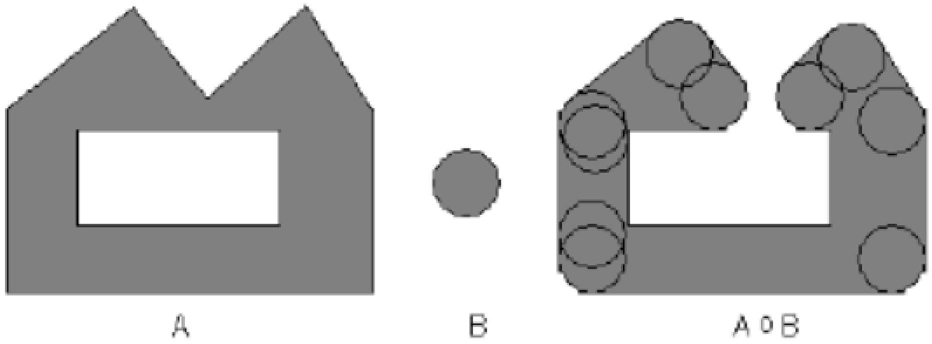


• **APERTURA: Propiedades**

1. La apertura es antiextensiva: $A \circ K \subseteq A$

2. La apertura es idempotente: $X \circ B = (X \circ B) \circ B$

3. Si tomamos un disco como elemento estructural, la apertura suaviza contornos, rompe uniones estrechas entre partes de conjuntos y elimina salientes estrechos.



• **CLAUSURA: Definición**

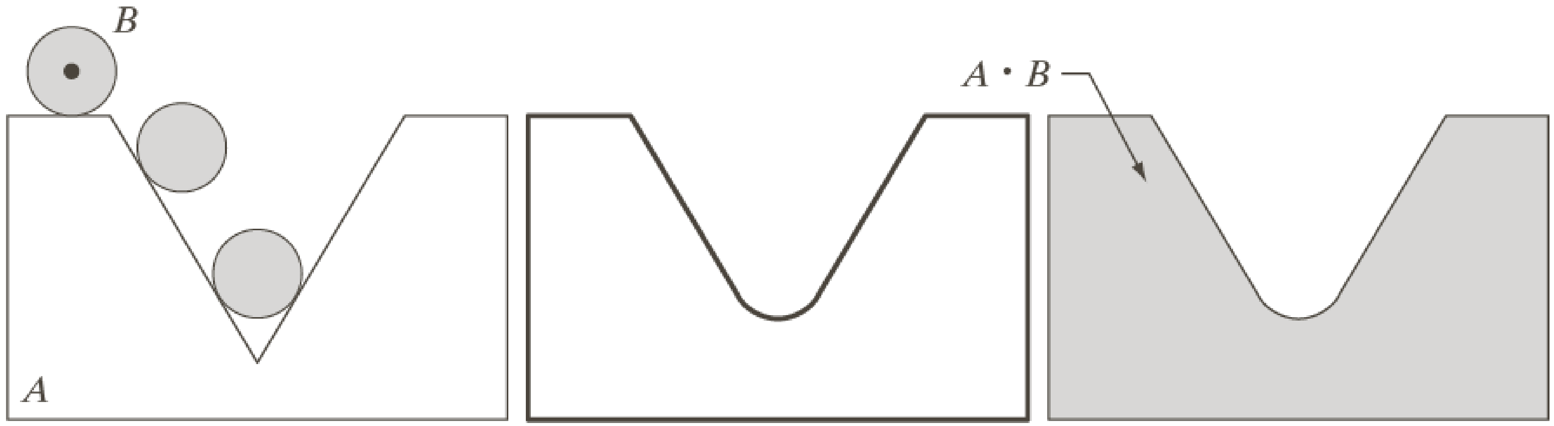
La clausura de A por un elemento estructural B se define como la dilatación de A por K, seguido de la erosión del resultado por K:

$$A \bullet K = (A \oplus K) \ominus K$$

Si A no cambia con la clausura por K, diremos que A es ***cerrado respecto a K***.

Ejercicio: Da un ejemplo de un conjunto A y un elemento estructural K de más de un píxel de manera que A sea cerrado respecto a K. ¿Es también abierto? Si no lo es, busca un ejemplo de conjunto cerrado y abierto respecto a un mismo elemento estructural.

- **CLAUSURA: Interpretación geométrica**



Dualidad entre apertura y cierre:

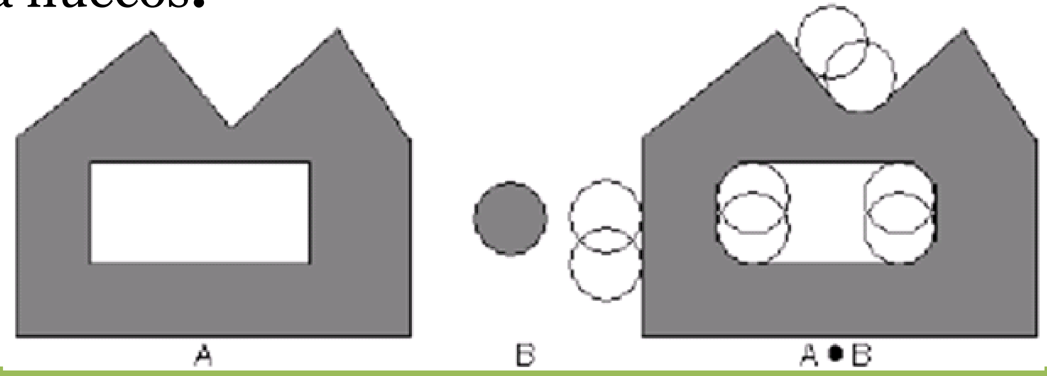
$$(A \bullet K)^c = A^c \circ \widehat{K}$$

- **CLAUSURA: Propiedades**

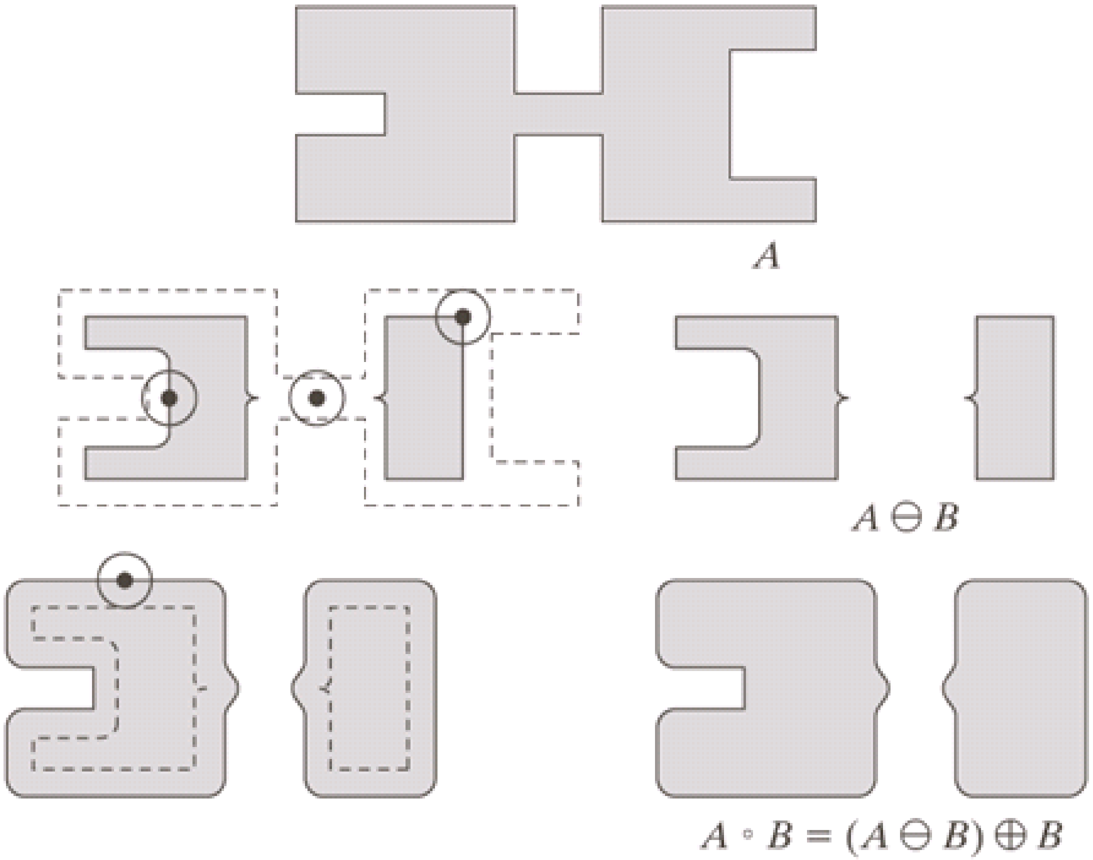
1. La clausura es extensiva: $A \subseteq A \bullet K$

2. La clausura es idempotente: $X \bullet B = (X \bullet B) \bullet B$

3. Si tomamos un disco como elemento estructural, la clausura tiende a suavizar las secciones de contornos pero en sentido inverso: une separaciones estrechas, elimina golfos estrechos y elimina huecos.

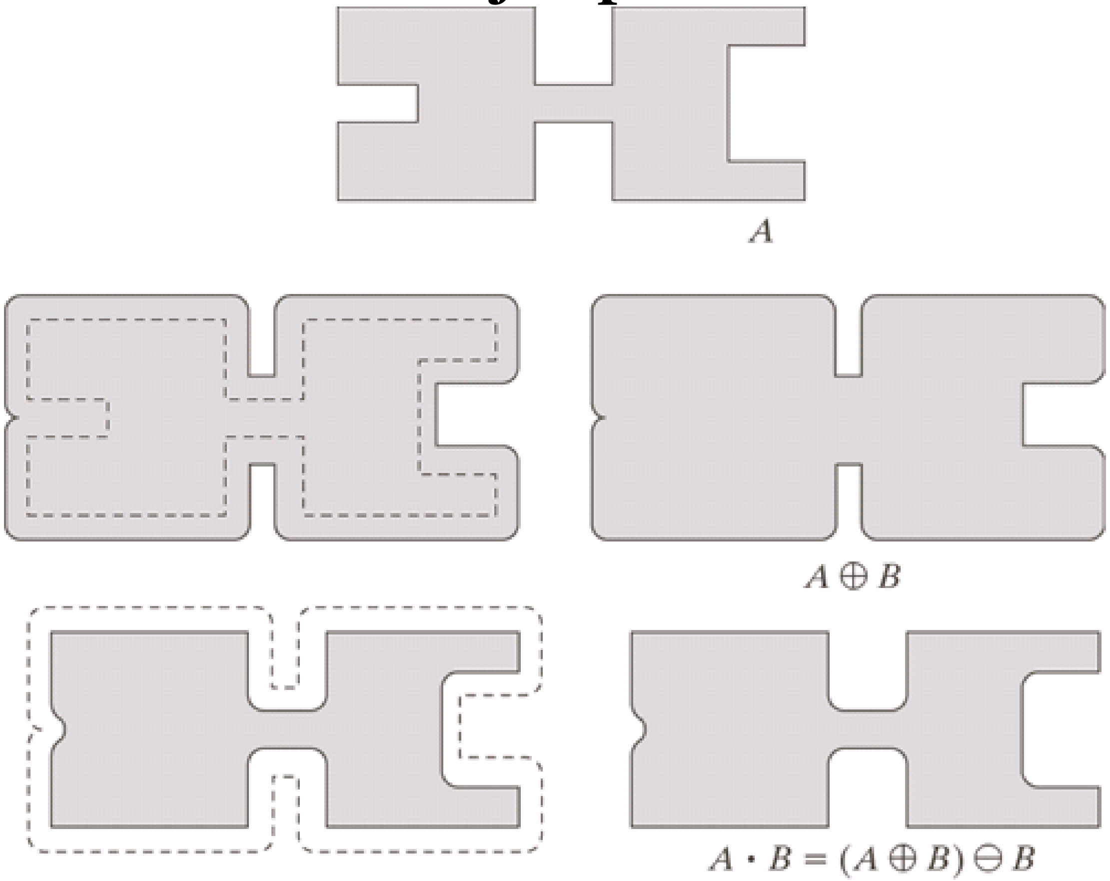


- **APERTURA Y CLAUSURA: Ejemplo**

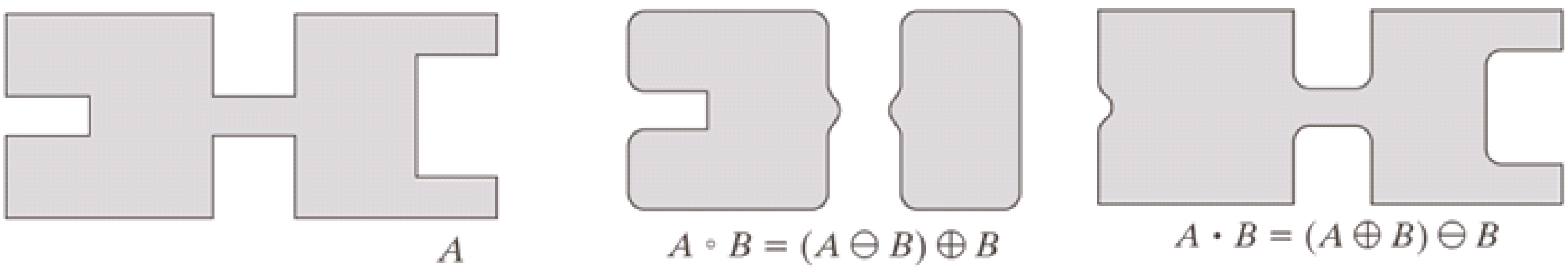


Tema 4: Morfología

- **APERTURA Y CLAUSURA: Ejemplo**



- **APERTURA Y CLAUSURA: Ejemplo**



La apertura suaviza los contornos, rompe uniones estrechas entre partes de conjuntos y elimina salientes estrechos.

La clausura tiende a suavizar las secciones de contornos pero en sentido inverso: une separaciones estrechas, elimina golfos estrechos y elimina huecos.

- **Aplicación 1: FILTRO MORFOLÓGICO**

Filtro morfológico para la eliminación de ruido sal y pimienta:

$$(A \circ B) \bullet B$$

El elemento de estructural B debe ser físicamente mayor que todos los elementos de ruido.

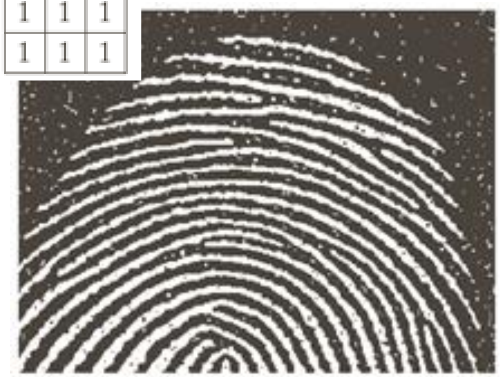
Tema 4: Morfología

1	1	1
1	1	1
1	1	1

A

Tema 4: Morfología

1	1	1
1	1	1
1	1	1



A

$A \ominus B$

(+) El ruido del fondo se ha eliminado completamente al erosionar.

(-) El ruido contenido en las huella dactilar (puntos negros) aumenta de tamaño al erosionar.

Tema 4: Morfología

1	1	1
1	1	1
1	1	1

A $\qquad$ $A \ominus B$ $\qquad$ $(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$

(+) Reducimos o incluso eliminamos el ruido de la huella aplicando una dilatación a la imagen erosionada (apertura).

(-) Nuevas separaciones en las huellas dactilares han sido creadas.

Tema 4: Morfología

1	1	1
1	1	1
1	1	1

A

$A \ominus B$

$(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$

$(A \circ B) \oplus B$

(+) Los cortes de las huellas se han restaurado.

(-) Engrosamiento.

Tema 4: Morfología

1	1	1
1	1	1
1	1	1

A

$A \ominus B$

$(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$

$(A \circ B) \oplus B$

$[(A \circ B) \oplus B] \ominus B = (A \circ B) \bullet B$

(+) Adelgazamos la huella con la erosión de la dilatación (clausura).

Tema 4: Morfología

a b
c
d
e f

FIGURE 9.11
(a) Noisy image. (b) Structuring element. (c) Eroded image. (d) Opening of A. (e) Dilation of the opening. (f) Closing of the opening. (Original image courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

Tema 4: Morfología

- **Bibliografía básica:**

R.C. González, R.E. Woods, Digital Image Processing, Pearson, 2018