

# Niezawodność i bezpieczeństwo 2018

## Skrypt do zajęć ćwiczeniowych.

### Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, kierunek Transport, studia drugiego stopnia, semestr I

Dr inż. Rafał Kucharski

Zakład Systemów Komunikacyjnych, Politechnika Krakowska

rkucharski@pk.edu.pl

### Organizacja i warunki zaliczenia

- Ćwiczenia odbywają się co dwa tygodnie w formie audytoryjnej.
- Ćwiczenia wykonywane są w grupach trzyosobowych.
- Ćwiczenie jest zaliczone po wykonaniu go na zajęciach, zaakceptowaniu przez prowadzącego i oddaniu sprawozdania (wykonywane na bieżąco w trakcie zajęć).
- Każda grupa ćwiczeniowa oddaje jedno sprawozdanie (wzory załączone poniżej).
- Dopuszczalna jest jedna nieobecność na ćwiczeniu. Za nieobecność uznaje się brak przekazanego sprawozdania.
- Do przeprowadzenia ćwiczenia wymagany jest własny komputer (jeden na grupę ćwiczeniową) i model podróży (wykonany na semestrze 6 w ramach ćwiczeń projektowych z przedmiotu PST).

tygodnie nieparzyste			tygodnie parzyste		
1	28 luty	Wprowadzenie	1	7 marzec	Wprowadzenie
2	14 marzec	Ćwiczenie 1	2	21 marzec	Ćwiczenie 1
3	28 marzec	Ćwiczenie 2	3	4 kwiecień	Ćwiczenie 2
4	11 kwiecień	Ćwiczenie 3	4	18 kwiecień	Ćwiczenie 3
5	25 kwiecień	Ćwiczenie 4	5	2 maj	Ćwiczenie 4
6	9 maj	Ćwiczenie 5	6	16 maj	Ćwiczenie 5
7	23 maj	Ćwiczenie 6	7	30 maj	Ćwiczenie 6
8	6 czerwiec	termin zapasowy	8	13 czerwiec	termin zapasowy

## Wstęp teoretyczny i dane wejściowe

- Skrypt zawiera wstęp teoretyczny i ćwiczenia.
- Ćwiczenia wykonywane będą przez studentów w trakcie zajęć.
- Poniższe ćwiczenia dotyczą niezawodności na przykładzie miejskich sieci transportowych. Tematyka bezpieczeństwa poruszana jest na zajęciach projektowych, na ćwiczeniach tematyką jest niezawodność.
- Do ćwiczeń wymagany jest Modelu Ruchu wykonany na przedmiocie PST na semestrze 6.

### Def. 1. Sieć transportowa

Siecią transportową nazywamy zbiór węzłów  $n \in N$ , oraz odcinków  $a \in A$ , tworzących graf skierowany  $G(N,A)$ . W odniesieniu do sieci drogowej węzły reprezentują skrzyżowania (*Nodes*), a odcinki to odcinki uliczne łączące węzły (*Links*).

### Def. 2. Model ruchu

Model ruchu  $M$  składa się z:

- sieci transportowej  $G(N,A)$ ,
- więźby ruchu  $Q_{ij}$
- wyników rozkładu ruchu wyrażonych w postaci:
  - a. potoków pojazdów na ścieżkach  $q_k$ , i/lub
  - b. potoków pojazdów na każdym z odcinków  $q_a$

Oznaczać go będziemy jako  $q=M(G,Q)$  i rozumieć jako obliczenie działające na sieci  $G$  i więźbie ruchu  $Q$ , dostarczające informacje o obciążeniu sieci ruchem  $q$ .

Model ruchu  $M$  to plik *.ver* przygotowany na zajęciach z PST, graf  $G$  to układ drogowy, a więźba  $Q$  to obliczona na podstawie modelu popytu więźba ruchu używana w programie. Wyniki modelowania, czyli potoki  $q$  otrzymujemy na podstawie procedury rozkładu ruchu *PrT Assignment*, każda zmiana w grafie, lub w więźbie wymaga obliczenia ścieżek na nowo procedurą rozkładu ruchu.

Dane wejściowe do obliczeń otrzymujemy z modelu na podstawie atrybutów elementów sieci dla odcinków *links*, lub ścieżek *PrTPaths*:

- potoki pojazdów  $q_a$  otrzymujemy z parametru *VolVehPrT(AP)* (w ciągu godziny szczytu popołudniowego)
- długość odcinka to parametr *Length*,
- prędkość w ruchu swobodnym to  $v0$ , po obciążeniu potokiem  $q_a$  to  $vcur$
- prędkość w ruchu swobodnym to  $t0$ , po obciążeniu potokiem  $q_a$  to  $tcur$

## Ćwiczenie 1. Odczytanie wskaźników sieciowych. Minimalne cięcie grafu.

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

### A. Analiza wyników rozkładu ruchu

odcinek:	atrybut	nr	wartość
o największym potoku	$VolVehPrT(AP)$		
o największym stopniu wykorzystania przepustowości	$VolCapRatio$		
o najdłuższym czasie przejazdu	$tCur(C)$		
o najniższej prędkości	$vCur(C)$		

liczba odcinków o stopniu wykorzystania przepustowości powyżej 75%

węzeł:	atrybut	nr	wartość
o największym potoku	$VolVehPrT(AP)$		

relacja skrotna:	atrybut	nr (From, Via, To)	wartość
o największym potoku	$VolVehPrT(AP)$		

element:	Z	Do	Wartość
więźby ruchu o największym potoku			
macierzy kosztów o najdłuższym czasie przejazdu			
macierzy kosztów o najdłuższym wydłużeniu czasu przejazdu			
macierzy kosztów o największej pracy przewozowej			

## Wyznaczanie całkowitych kosztów podróży w sieci transportowej: czasu (pojazdo-godzin) i przemieszczenia (pojazdo-kilometrów)

Dla modelu ruchu  $q=M(G,Q)$  oblicz całkowite koszty przemieszczeń  $C$  wyrażone w:

- pojazdo-godzinach, wyrażają całkowity czas przemieszczeń;
- pojazdo-kilometrach, wyrażają całkowite przemieszczenie (pokonany dystans).

Koszty te mogą być obliczone na dwa równoważne sposoby:

- jako suma kosztów wszystkich ścieżek  $k \in K$ :  $C = \sum_{k \in K} q_k \cdot c(k)$

, gdzie  $c(k)$  to koszt danej ścieżki, np. jej czas  $t_a$ , lub długość  $l_a$ , a  $q_k$  to potok pojazdów na tej ścieżce.

- jako suma kosztów wszystkich odcinków w sieci  $a \in A$ :  $C = \sum_{a \in A} q_a \cdot c_a$ ,

, gdzie  $c_a$  to koszt przejazdu danego odcinka, np. czas  $t_a$ , lub długość  $l_a$ , a  $q_a$  to potok pojazdów na tym odcinku.

Na podstawie prac przewozowych i liczby podróży  $N$  określ podstawowe wskaźniki dla sieci:

Parametr	symbol	wartość
liczba podróży	$N$	
pojazdokilometry	$D_{tot}$	
pojazdogodziny	$T_{tot}$	
średnia prędkość	$D_{tot}/T_{tot}$	
średnia długość podróży	$D_{tot}/N$	
średni czas podróży	$T_{tot}/N$	

### Minimalne cięcie grafu

Cięciem grafu nazywamy podzbiór odcinków grafu, który dzieli graf na dwie rozłączne części (podgrafy). W odniesieniu do sieci transportowej, cięciem będzie taki zbiór odcinków, który dzieli sieć na dwie części pomiędzy którymi nie ma połączeń (metoda szukania najkrótszej ścieżki nie znajduje połączeń). W ćwiczeniu tym należy zidentyfikować linie cięcia sieci na dwa rozłączne grafy i wybrać cięcia najmniejsze (wąskie gardła). Naturalnymi cięciami sieci transportowej są przeszkody przestrzenne: rzeki, kolej, autostrady, które przecina niewielka ilość połączeń (mostów/tuneli/przejazdów).

W sieci transportowej cięcia rozpatruje się z punktu widzenia pary źródło-cel  $ij$  i jej ścieżek  $k_{ij}$ . Cięciem, w tym ćwiczeniu, niech będzie taki podzbiór  $c_{ij}=\{a:a \in A\}$  odcinków grafu, który ma niepuste przecięcie z każdą ścieżką  $\forall c \cap k \neq \emptyset$ . Innymi słowy należy znaleźć taki zbiór odcinków,

który przetnie wszystkie ścieżki  $k_{ij}$ . Zbiór wszystkich cięć nazwijmy  $C_{ij}=\{c_{ij}\}$ , w tym zbiorze interesuje nas cięcie minimalne  $c_{ij} \in C_{ij}$ , czyli (w zależności od przyjętej heurystyki):

- a) najmniej liczne (zawierające najmniej odcinków)

$$\min_{c_{ij}} |c_{ij}|$$

- b) o najmniejszej sumarycznej przepustowości

$$\min_{c_{ij} \in C_{ij}} \sum_{a \in c_{ij}} q_a^{\max}$$

Dla zadanego modelu ruchu  $q=M(G,Q)$ , określ parę źródło-cel  $ij$  o największej liczbie podróży  $Q_{ij}^{\max} = \max_{i,j \in Z} Q_{ij}$ . Przeanalizuj możliwe ścieżki  $k_{ij}$  i na ich podstawie określ minimalne cięcie grafu ze względu na parę  $ij$  pod kątem kryterium (a) liczności i (b) przepustowości.

Cięcie grafu	
Odcinki	

## Ćwiczenie 2. Identyfikacja wrażliwych elementów sieci

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

Dla zadanego modelu ruchu  $q=M(G,Q)$  zidentyfikuj odcinki sieci transportowej potencjalnie wrażliwe  $W=\{w\}\subseteq A$ , czyli takie których niesprawność spowoduje znaczne zwiększenie kosztów przemieszczeń  $C$ . Odcinki  $w$  mogą być identyfikowane na podstawie następujących kryteriów (Tampere, 2007):

1. intuicyjnych, wskaż odcinek którego zamknięcie według Ciebie spowoduje największe utrudnienia.

2. Na podstawie warunków ruchu np.:

a. kryterium największego potoku:

$$w_1 = \max_{a \in A} q_a ;$$

b. kryterium największego wydłużenia czasu:

$$w_2 = \max_{a \in A} (q_a / q_a^{\max}), \text{ gdzie } q_a^{\max} \text{ to przepustowość odcinka } a;$$

c. kryterium największego wydłużenia czasu:

$$w_6 = \max_{a \in A} (t_a / t_a^0)$$

3. Na podstawie kryteriów sieciowych np.:

a. kryterium największej liczby ścieżek:

$$w_3 = \max_{a \in A} |k(a)|$$

, gdzie  $|k(a)|$  to liczba ścieżek o dodatnim potoku  $q_k$  przebiegająca przez dany odcinek;

b. kryterium propagacji zatłoczenia. Odcinek którego poprzedniki są wrażliwe z punktu widzenia któregoś z powyższych kryteriów, najczęściej chodzi o kryterium najszybszego zapełnienia się odcinka (7). Kryterium to pozwala uchwycić te odcinki na których łączą się potoki z kilku odcinków wrażliwych, np. łącznica na autostradzie:

$$w_9^a = \max_{a \in A} \left( \sum_{b \in \bar{a}} q_b \right)$$

, gdzie  $\bar{a}$  to zbiór poprzedników odcinka  $a$ , wszystkie odcinki połączone bezpośrednio z odcinkiem  $a$  (za pomocą węzła).

c. centralność (*betweenness centrality*), obciąż sieć macierzą jednostkową ( $q_{od}=1$ ), ustaw dla wszystkich odcinków nieograniczoną przepustowość, wykonaj rozkład ruchu, znajdź odcinek najbardziej obciążony (o największym stopniu *betweenness centrality*) – ten odcinek wskazany jest do zamknięcia. Wróć do wariantu bazowego, obciąż sieć po zamknięciu wskazanego odcinka.

### Analiza wrażliwości kosztów podróży $C$ na zamknięcie odcinków wrażliwych $w$

Dla każdego ze zidentyfikowanych odcinków wrażliwych  $W=\{w\}$  znalezionych w 0 określ całkowite koszty podróży  $C^w$  po usunięciu tego odcinka z sieci i to jak wzrastają one w stosunku do kosztów bazowych  $C$ .

Aby to obliczyć wyrazimy koszt  $C$  jako funkcję modelu  $C(q=M(G,Q))$ , a więc sieci  $G$  i więźby  $Q$ . Więźba będzie stała, natomiast sieć będzie się zmieniać – kolejno wyłączać będziemy z niej odcinki wrażliwe. Dla każdego z odcinków wrażliwych  $w \in W$  określimy modyfikację sieci  $G(N,A) \rightarrow G^w = G(N, A \setminus \{w\})$ , czyli usunięcie odcinka wrażliwego  $w$ . Z siecią tą związany jest nowy model  $q=M(G^w,Q)$ , oraz nowe koszty  $C^w(q=M(G^w,Q))$ , które należy obliczyć (obliczając na nowo rozkład ruchu).

Dla każdego ze zidentyfikowanych odcinków wrażliwych  $w \in W$  określ:

- koszty  $C^w$  wyrażone w pojazdo-godzinach i pojazdo-kilometrach związane z zamknięciem tego odcinka
- wrażliwość sieci na zamknięcie odcinka  $w$ :  $\Delta C^w = 1 - C^w / C$  [%]

Określ odcinek najbardziej wrażliwy  $w_{\max} = \max_{w \in W} \Delta C^w$ .

grupa	kryterium (nr)	odcinek (nr)	$D_{tot}^w [poj.km]$	$T_{tot}^w [poj.H]$	$\Delta D$ [%]	$\Delta T$ [%]
<i>intuicyjne</i>						
wybrane z grupy 2.						
wybrane z grupy 2.						
wybrane z grupy 3.						
wybrane z grupy 3.						
Odcinek najbardziej wrażliwy:						

### Ćwiczenie 3. Zmniejszenie wrażliwości sieci

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

Dla najbardziej wrażliwego odcinka sieci  $w_{\max}$  znalezionej w poprzednim ćwiczeniu zmodyfikuj sieć transportową  $G \rightarrow G'$  dodając węzły, lub odcinki tak, żeby zminimalizować wrażliwość sieci  $\Delta C^w$ . Należy określić wrażliwość sieci  $G'$  na zamknięcie odcinka  $w$  ( $\Delta C^w(G')$ ) oraz porównać z wrażliwością sieci bazowej  $G$  na zamknięcie tego odcinka  $\Delta C^w(G)$ . Należy zaproponować 3 rozwiązania (3 modyfikacje sieci  $G$ ) i wybrać to, dla którego wrażliwość jest najmniejsza.

Zmiana wrażliwości sieci (mierzona poprzez zmianę pojazdgodzin $T_{tot}$ )			
modyfikacja	sieć pełna	sieć bez odcinka $w$	$\Delta T$
$G$			
$G'$			
$G''$			
$G'''$			

#### Ćwiczenie 4. Krzywa zmiany pracy przewozowej wraz ze zmianą popytu

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

Dla zadanej więźby ruchu w modelu  $Q$  odczytaj pracę przewozową w pojazdo-kilometrach  $D_{tot}$  i pojazdo-godzinach  $T_{tot}$ . Narysuj funkcję zmiany tych prac przewozowych od zmian w więźbie  $\Delta C(Q)$ . Dla każdej pary źródło cel w więźbie  $q_{od}$  zwiększ/zmniejsz ją odpowiednio  $q_{od} \rightarrow k \cdot q_{od}$ . Określ przebieg zmienności dla przedziałów:

a)  $k \in (0.8, 1.2)$  – małe wahania systematyczne

$k$	$D_{tot}$	$T_{tot}$
0.8		
0.9		
1		
1.1		
1.2		

b)  $k \in (0.1, 1)$  – wrażliwość kosztów na znaczny spadek potoków

$k$	$D_{tot}$	$T_{tot}$
0.1		
0.2		
0.3		
0.5		
1		

c)  $k \in (1, 5)$  – wrażliwość kosztów na znaczny wzrost potoków

$k$	$D_{tot}$	$T_{tot}$
1		
2		
3		
4		
5		

Wyniki przedstaw na wykresach:  $C(Q)$ ,  $\Delta C(Q)$ , lub  $\Delta C(k)$



## Ćwiczenie 5. Konsekwencje chwilowego zakłócenia (np. wypadku) na odcinku w dynamicznym modelu ruchu.

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

W ćwiczeniu tym określimy konsekwencje zakłócenia – chwilowej niesprawności odcinka sieci drogowej. Opis taki możliwy jest w modelu dynamicznym, gdzie charakterystyki modelu  $M$  są wyrażone jako funkcja czasu  $\tau$ , np. potok na odcinku  $q_a$  staje się funkcją czasu  $q_a(\tau)$ . Pozwala to na bardziej realistyczny opis przepływu pojazdów, oraz pokazanie dodatkowych charakterystyk w formie wykresu zmienności w czasie:

- czas przejazdu dla pojazdów wjeżdżających w danym momencie  $t_a(\tau)$ ;
- liczba pojazdów na odcinku  $N_a(\tau)$ ;
- długość kolejki, w pojazdach  $Q_a(\tau)$ ;
- liczba pojazdów wjeżdżających  $e_a(\tau)$  i wyjeżdżających  $f_a(\tau)$  z odcinka.

W tym ćwiczeniu w dynamicznym modelu ruchu  $M(\tau)$  zamodelujemy zakłócenie (np. wypadek, awarię, blokadę) jako zmianę w sieci  $G(\tau) \rightarrow G'(\tau)$ . Sieć jest funkcją czasu, bo parametry odcinków zmieniają się w czasie. Zakłócenie zamodelujemy poprzez zmianę parametrów odcinka  $a$  na pewien czas, co pozwoli zasymulować zakłócenie (np. wypadek, zwężenie, awarię) i jego konsekwencje na przepływ pojazdów. W szczególności dla zadanego okresu  $\tau_{awarii} = [\tau_-; \tau_+]$  spadnie (1) przepustowość  $q_a^{\max}(\tau_{awarii}) < q_a^{\max}$ , lub (2) prędkość  $v0_a(\tau_{awarii}) < v0_a$ . Dla takiej zmodyfikowanej sieci symulujemy przepływ pojazdów na z góry przypisanych ścieżkach (procedura: *Dynamic Network Loading*) w wyniku czego otrzymujemy opis przepływu pojazdów przez sieć z zakodowanym zdarzeniem (wypadkiem) i warunki tego przepływu (np. czasy przejazdu).

Należy opisać efekty zdarzenia podając:

charakterystyka	wartość
okres awarii;	
moment w którym kolejka jest najdłuższa, ile pojazdów obejmuje	
moment w którym kolejka znika i stan wraca do normy	
jeśli kolejka rozlała się na inne elementy w sieci podać maksymalny zasięg zakłócenia;	
liczbę pojazdów które odczują zakłócenia	
maksymalny czas przejazdu odcinka z zakłóceniem	

## Zawodność i niezawodność elementów

Zdefiniujmy zawodność odcinka  $F_a$  jako prawdopodobieństwo wystąpienia awarii, czyli zdarzenia (np. zatoru drogowego), które powoduje nieprzejezdność (niesprawność). Założymy tu, że p-wo awarii na jeden pojazdokilometr jest stałe i wynosi  $\pi^1$ , niezależnie od odcinka  $a$ . Pozwala to wyrazić zawodność odcinka formułą  $F_a(q_a) = \pi \cdot q_a \cdot l_a$ .

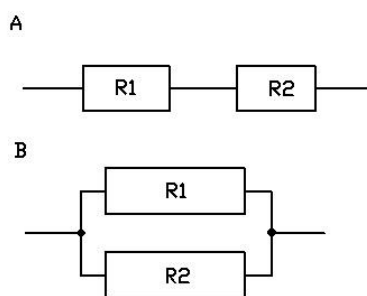
Z kolei niezawodność odcinka  $R_a$  to p-wo, że na danym odcinku nie będzie miało miejsce zdarzenie powodujące nieprzejezdność/niesprawność. Zakładamy dwa możliwe stany odcinka: sprawność  $R_a$  i niesprawność  $F_a$ , co pozwala zastosować jedynekę prawdopodobieństwa:  $F_a + R_a = 1$ , a więc  $R_a(q_a) = 1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a$ .

### Odcinek o największym prawdopodobieństwie wystąpienia zdarzenia

Znajdź odcinek o największym prawdopodobieństwie wystąpienia zdarzenia  $F_a(q_a) = \pi \cdot q_a \cdot l_a$  i sprawdź jak jego awaria wpłynie na koszty.

## Zawodność i niezawodność układów

Wzory powyższe ( $F_a, R_a$ ) zachodzą dla pojedynczych elementów, zazwyczaj jednak systemy, których niezawodność badamy są złożone. Wyróżniamy dwa podstawowe układy: szeregowy (A) i równoległy (B) (rys. 1).



Rysunek 1 Układ szeregowy (A) i równoległy (B)

W ogólności:

- układ szeregowy (oznaczony we wzorach  $U/$ ) jest:
  - a. niesprawny jeśli niesprawny jest co najmniej jeden element
  - b. sprawny tylko jeśli sprawne są wszystkie elementy
- układ równoległy (oznaczony we wzorach  $U//$ ), jest:
  - a. niesprawny tylko jeśli niesprawne są wszystkie elementy
  - b. sprawny jeśli sprawny jest co najmniej jeden element

Dla obliczenia zawodności i niezawodności układów użyjemy prawdopodobieństwa następujących zdarzeń.

Układ szeregowy  $U/$  jest sprawny ( $R$ ) tylko wtedy, gdy sprawne są wszystkie jego elementy. Co można przedstawić w formie iloczynu  $R_{U/} = \prod_{a \in U/} R_a = \prod_{a \in U/} (1 - F_a) = \prod_{a \in U/} (1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a)$  wyrażającego

niezawodność układu szeregowego. Stosując jedynekę prawdopodobieństwa  $F_a + R_a = 1$  możemy określić p-wo niesprawności układu jako  $F_{U/} = 1 - \prod_{a \in U/} (1 - \pi \cdot q_a \cdot l_a)$ .

Układ równoległy  $U//$ , z kolei, jest niesprawny ( $F$ ) wtedy gdy niesprawne są wszystkie jego elementy, co można wyrazić w formie iloczynu:  $F_{U//} = \prod_{a \in U//} F_a = \prod_{a \in U//} (\pi \cdot q_a \cdot l_a)$ . Stosując jedynekę

prawdopodobieństwa  $F_a + R_a = 1$  możemy określić p-wo niesprawności układu jako  $R_{U//} = 1 - \prod_{a \in U//} (\pi \cdot q_a \cdot l_a)$

Dla dowolnego układu zachodzi jedyneką prawdopodobieństwa, czyli  $F_a + R_a = 1$ .

<sup>1</sup> rzeczywisty wskaźnik wypadkowości jest zależny od wielu czynników wpływających na bezpieczeństwo i powinien być obliczony osobno na podstawie odrębnej analizy.

**Ćwiczenie 6. Niezawodność układu szeregowego i równoległego przy zadanym stałym prawdopodobieństwie zdarzenia na pojazdokilometrze.**

Imię i nazwisko	Imię i nazwisko	Imię i nazwisko

**Układ szeregowy (ścieżka)**

Dla pary źródło-cel  $ij$  o największym potoku w więźbie  $Q_{ij}$  określ ścieżkę najkrótszą  $k_{ij}$ . Przedstaw ją w formie układu szeregowego  $U/$  i określ zawodność  $F_a$  i niezawodność każdego z elementów  $R_a$  na podstawie pojazdokilometrów na każdym odcinku  $q_a l_a$  i zadanego p-wa zdarzenia  $\pi$  (np. 0.00005). Określ zawodność  $F_{U/}$  i niezawodność układu  $R_{U/}$ .

Układ szeregowy	
Zawodność $F$	Niezawodność $R$

**Układ równoległy (ekran)**

Przedstaw minimalne cięcie grafu (określone w Ćwiczeniu 1) w formie połączenia równoległego  $U//$  i określ prawdopodobieństwo, że dwa podgrafy na które dzielona jest sieć będą niepołączone, czyli zawodność  $F_{U//}$  i niezawodność  $R_{U//}$  układu równoległego.

Układ szeregowy	
Zawodność $F$	Niezawodność $R$