

Zadanie nr 2

Rafał Leja

340879

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

29 kwietnia 2025

Dane:

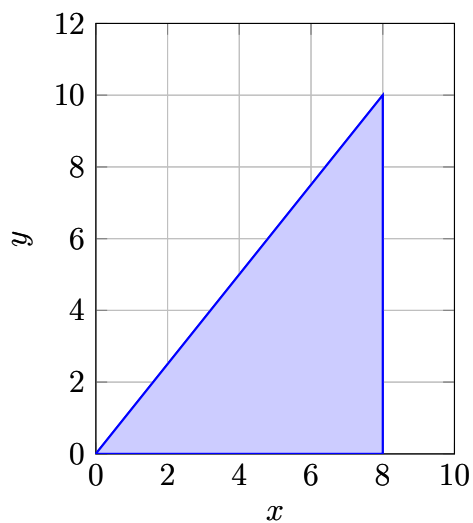
$$n = 8$$

$$m = 10$$

Trójkąt:

Rozpatrujemy następujący trójkąt:

Trójkąt jest ograniczony prostymi:



$$1. x = 0,$$

$$2. y = 0,$$

$$3. y = ax + b$$

$$\begin{cases} 0 = a * 0 + b \\ 10 = a * 8 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Funkcja gęstości (X,Y):

$f(x, y) = C$ na obszarze trójkąta, gdzie C jest stałą.

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dy dx &= 1 \\ \int_0^8 \int_0^{\frac{5}{4}x} C dy dx &= 1 \\ \int_0^8 C \cdot \frac{5}{4}x dx &= 1 \\ C \cdot \frac{5}{8}x^2 \Big|_0^8 &= 1 \\ C \cdot \frac{5}{8} \cdot 64 &= 1 \\ C &= \frac{1}{40} = f(x, y)\end{aligned}$$

Zamiana zmiennych:

Zamieniamy zmienne:

$$\begin{cases} T = X + 2Y \\ U = Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = T - 2U \\ Y = U \end{cases}$$

Obliczamy wyznacznik Jacobiego:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial T} & \frac{\partial X}{\partial U} \\ \frac{\partial Y}{\partial T} & \frac{\partial Y}{\partial U} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\begin{aligned}f_{T,U}(t, u) &= f_{X,Y}(x, y) \cdot |J| \\ &= \frac{1}{40} \cdot 1 = \frac{1}{40}\end{aligned}$$

Funkcja gęstości (T,U):

$$\begin{aligned}f_{T,U}(t, u) &= \frac{1}{40} \\ t &= x + 2y \\ u &= y\end{aligned}$$