

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”

---

Факултет по математика и информатика  
Катедра „Математически анализ”

*КУРСОВА РАБОТА*

ПО  
МАТЕМАТИЧЕСКИ АНАЛИЗ  
2021/2022

Студент	
Специалност	
Фак. №	
Точки	

Подпис на студента: .....

Преподаватели:

проф. дмн Боян Златанов  
гл. ас. д-р Ат. Илчев

дата: .....

гр. Пловдив

### Основни формули за диференциране:

1) $(const)' = 0$	3a $u = u(x)$
2) $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$	2) $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$
3) $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ , <span style="color: green;"><math>0 &lt; a \neq 1</math></span>	3) $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>0 &lt; a \neq 1</math></span>
4) $(e^x)' = e^x$	4) $(e^u)' = e^u \cdot u'$
5) $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ , <span style="color: green;"><math>x &gt; 0, 0 &lt; a \neq 1</math></span> $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ , <span style="color: green;"><math>x &gt; 0</math></span>	5) $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u &gt; 0, 0 &lt; a \neq 1</math></span> $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u &gt; 0</math></span>
6) $(\sin x)' = \cos x$	6) $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$
7) $(\cos x)' = -\sin x$	7) $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
8) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ , <span style="color: green;"><math>x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></span>	8) $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></span>
9) $(\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ , <span style="color: green;"><math>x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></span>	9) $(\operatorname{cotg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></span>
10) $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ , <span style="color: green;"><math>x \in (-1,1)</math></span>	10) $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u \in (-1,1)</math></span>
11) $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ , <span style="color: green;"><math>x \in (-1,1)</math></span>	11) $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$ , <span style="color: green;"><math>u \in (-1,1)</math></span>
12) $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$	12) $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
13) $(\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	13) $(\operatorname{arccotg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$

### Основни правила за диференциране:

- $(c \cdot f)' = c \cdot f'$  , където  $c = const$ .
- $(f \pm g)' = f' \pm g'$  .
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$  .
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$  .
- $(f(g))' = f' \cdot g'$  , където  $g = g(x)$  .

# ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

## За Първи курс Информатика

**Задача 1:** Намерете границите на числовите редици:

1.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + n - 3}{8n^2 - n + 1}$ ; 1.2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - n^2 + 4n^4}{2 + n + 3n^2 + 2n^4}$ ; 1.3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 8n - 2}{2n^2 + 3n - 1}$ ; 1.4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - 3}{n^3 + 2}$ ;

1.5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^6}{(n+1)^7 - n^7}$ ; 1.6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_0}{b_l n^l + b_{l-1} n^{l-1} + \dots + b_0}$ ,  $a_k \neq 0, b_l \neq 0$ ; 1.7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 4^{n+1}}{6^{n+2} + 5^n}$ ;

1.8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+3}}{4^n + 3^{n+2}}$ ; 1.9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-7}{n+3} \right)^n$ ; 1.10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-4}{n+6} \right)^{n+1}$ ; 1.11.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 5n + 6}{n^2 - 6n + 5} \right)^n$ ;

1.12.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n + 3}{2n^2 - n + 5} \right)^n$ ; 1.13.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 7n + 12}{n^2 + 5n + 4} \right)^{n/2}$ ; 1.14. Докажете, че  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n^n} = 0$ ;

1.15.  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = ?$ , където  $c_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}}$ .

**Задача 2:** Да се намерят границите на функциите:

2.1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$ ; 2.2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 2x - 3}$ ; 2.3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 4}$ ; 2.4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^5 - 2x - 1}$ ;

2.5.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 - x + 5}$ ; 2.6.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4 - 2x^2 + x - 4}{x^2 + 3x - 7}$ ; 2.7.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 - 7x + x^2}{4 - 8x + x^2 - x^3}$ ;

2.8.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 7^x}{7^{x+2} - 5^x}$ ; 2.9.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 7^x}{7^{x+2} - 5^x}$ ; 2.10.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2^x + 4^{x+1}}{4^x + 2^{x+1}}$ ; 2.11.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$ ;

2.12.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$

**Задача 3:** Да се намерят границите на функциите чрез еквивалентни безкрайно малки функции:

$$\begin{aligned}
& \text{3.1. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x}; \quad \text{3.2. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{\ln(2x^2 + 1)}; \quad \text{3.3. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{\operatorname{arctg}(x^2 + x - 2)}; \quad \text{3.4. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} x)}{e^{\arcsin x} - 1}; \\
& \text{3.5. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\operatorname{arctg} 2x}; \quad \text{3.6. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\operatorname{tg} x^2}; \quad \text{3.7. } \lim_{x \rightarrow 0} (2x^3 + 1)^{\operatorname{cotg}^3 2x}; \quad \text{3.8. } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\
& \text{3.9. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \arcsin^2 x}{\sin x \cdot (1 - \cos 4x)}.
\end{aligned}$$

**Задача 4:** Намерете производните на функциите:

$$\begin{aligned}
& \text{4.1. } y = 6x^2 - 7x + 1; \quad \text{4.2. } y = 4x^3 + 5x - \frac{1}{x^2} + 1; \quad \text{4.3. } y = x^5 - 2\sqrt[4]{x^3} + \frac{3}{\sqrt{x}} + 2; \\
& \text{4.4. } y = \frac{3-x}{x^2}; \quad \text{4.5. } y = \sin x + \arccos x + 2^x \cdot x; \quad \text{4.6. } y = \cos(6x^2) - \cos^2 3x; \\
& \text{4.7. } y = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \cos x}; \quad \text{4.8. } y = (3x^2 - x + 1) \ln(x + 1); \quad \text{4.9. } y = e^x (\operatorname{tg} x + \cot g 3x); \\
& \text{4.10. } y = \frac{\sin 2x + 1}{2x^2 - 1}; \quad \text{4.11. } y = \frac{\operatorname{arctg}(2x + 1)}{1 + 3x}; \quad \text{4.12. } y = 5^{x^2} + e^{-x} + \ln(-x); \\
& \text{4.13. } y = \ln(\cos 4x + 1) + \operatorname{arctg}(\ln 2x); \quad \text{4.14. } y = \sin^6(12x^3 + \operatorname{tg}(4x)) + 6x^2 \cdot \ln^3(\sin 2x); \\
& \text{4.15. } y = 2^{3x} + \frac{3x^2 + \sqrt{x} + 3}{\sin^4 3x} + (\arcsin 7x)^{5x}; \quad \text{4.16. } y = \frac{\arcsin 3x}{x^2} + 5 \ln^3 x - e^{\sqrt{5x^2}} + (\operatorname{arctg} x)^{\cos 2x}.
\end{aligned}$$

**Задача 5:** Да се изчисли приближено стойността на:

$$\begin{aligned}
& \text{5.1. } \sqrt{1620} \text{ с точност до } 10^{-1}; \quad \text{5.2. } \sqrt[3]{250} \text{ с точност до } 10^{-3}; \quad \text{5.3. } \sqrt[3]{1,02} \text{ с точност до } 10^{-4}; \\
& \text{5.4. } \sin 85^\circ \text{ с точност до } 10^{-3}; \quad \text{5.5. } \cos 72^\circ \text{ с точност до } 10^{-3}; \quad \text{5.6. } \sin 1^\circ \text{ с точност до } 10^{-6}; \\
& \text{5.7. } e \text{ с точност до } 10^{-7}; \quad \text{5.8. } \ln 3 \text{ с точност до } 10^{-3}; \quad \text{5.9. } \ln 11 \text{ с точност до } 10^{-4}.
\end{aligned}$$

**Задача 6:** Намерете границите на функциите чрез теоремите на Лопитал:

$$\begin{aligned}
& \text{6.1. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cotg} 4x}{\operatorname{cotg} 3x}; \quad \text{6.2. } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{\cos 3x}; \quad \text{6.3. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \sin x} - 1}{\arcsin x}; \quad \text{6.4. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}; \\
& \text{6.5. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}; \quad \text{6.6. } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\arcsin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}; \quad \text{6.7. } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^{\ln x}; \quad \text{6.8. } \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x)^{\operatorname{cotg} x};
\end{aligned}$$

**Задача 7:** Докажете тъждествата и неравенствата:

$$7.1. \arccos x = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & 0 < x \leq 1 \\ \pi + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, & -1 \leq x < 0 \end{cases} \quad 7.2. 2\operatorname{arctg} x = \begin{cases} -\pi - \arcsin \frac{2x}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1] \\ \pi - \arcsin \frac{2x}{1+x^2}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

$$7.3. \ln(1+x^2) \leq x^2, \quad x \in (-\infty, +\infty);$$

$$7.4. x - \frac{x^3}{3} \leq \operatorname{arctg} x \leq x - \frac{x^3}{6}, \quad x \in (0, 1).$$

**Задача 8:** Изследвайте функциите за монотонност и локални екстремуми:

$$8.1. y = x^3 - 4x^2; \quad 8.2. y = \frac{x}{x^2 + 4}; \quad 8.3. y = \frac{x^3}{x^2 - 2}; \quad 8.4. y = xe^{-\frac{x^2}{2}};$$

$$8.5. y = \frac{e^x}{1+x}; \quad 8.6. y = x - 2\operatorname{arctg} x; \quad 8.7. y = \sqrt{e^{x^2} - 1}.$$

**Задача 9:** Изследвайте за изпъкналост, вдлъбнатост и инфлексни точки функциите:

$$9.1. y = 2e^x + 3x; \quad 9.2. y = \frac{x^3}{1-x^2}; \quad 9.3. y = \frac{\ln x}{x}; \quad 9.4. y = \sin x - \cos x.$$

**Задача 10:** Намерете най-голямата и най-малката стойност на функциите:

$$10.1. y = x^4 - 8x^2 + 3, \text{ за } x \in [-1, 2]; \quad 10.2. y = 2 \sin x + \cos 2x, \text{ за } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right];$$

$$10.3. y = \arccos x^2, \text{ за } x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right].$$

**Задача 11:** Да се изследва функцията и да се построи графиката ѝ:

$$11.1. y = \frac{x^2}{1-x}; \quad 11.2. y = \frac{x^4}{x^3-1}; \quad 11.3. y = \frac{x^2}{x^2-2x+2}; \quad 11.4. y = \frac{x^3-4}{x^2};$$

$$11.5. y = \frac{x}{\ln x}; \quad 11.6. y = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}; \quad 11.7. y = \ln(x^2-4); \quad 11.8. y = 2\operatorname{arctg} x - x;$$

$$11.9. y = (x-1)\sqrt{x}; \quad 11.10. y = \frac{x^2}{e^x}; \quad 11.11. y = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x};$$

**Таблица на основните неопределени интеграли**

1.	$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$x \in \mathbb{R}, \alpha \neq -1$
2.	$\int x^{-1} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$x \neq 0$
3.	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ $\int e^x dx = e^x + C$	$x \in \mathbb{R}, (0 < a \neq 1)$
4.	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$x \in \mathbb{R}$
5.	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$x \in \mathbb{R}$
6.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
7.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x + C$	$x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \begin{cases} \arcsin \frac{x}{a} + C \\ -\arccos \frac{x}{a} + C \end{cases}$	$x \in (-a, a), (a > 0)$
9.	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \\ -\frac{1}{a} \operatorname{arccotg} \frac{x}{a} + C \end{cases}$	$x \in \mathbb{R}, (a > 0)$
10.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + C$	$ x  > a, \text{ при } "-"$
11.	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$	$x \neq \pm a$

В таблицата  $C = \text{const}$

## Основни свойства на неопределения интеграл

- $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx, \left(\int \int f(x)dx\right)' = f(x).$
- $\int dF(x) = F(x) + C, \quad \text{ч. сл. } \int dx = x + C.$
- $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$
- $\int K f(x)dx = K \int f(x)dx, \quad \text{където } K = \text{const}.$

**Задача 12:** Да се пресметнат следните неопределени интеграли:

12.1  $\int (3x^2 + 2x + 1)dx$ ; 12.2.  $\int \left(\cos x + 2\sqrt[5]{x} + \frac{1}{2x}\right)dx$ ; 12.3.  $\int \left(\frac{5}{\cos^2 3x} + \frac{3}{\sqrt{1-4x^2}}\right)dx$ ;  
12.4.  $\int \frac{x^4}{x^2-1}dx$ ; 12.5.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x}dx$ ; 12.6.  $\int \sqrt{1-\cos 2x}dx$ ; 12.7.  $\int \frac{\sqrt{1+x^2}-3\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}}dx$ ;  
12.8.  $\int \cos(5x-2)dx$ ; 12.9.  $\int \cos^2 x dx$ ; 12.10.  $\int (15x-18)^6 dx$ ; 12.11.  $\int \frac{dx}{\sin^2(x-3)}$ ;  
12.12.  $\int \frac{\sin x}{\cos^4 x}dx$ ; 12.13.  $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}dx$ ; 12.14.  $\int \cot g x dx$ ; 12.15.  $\int \frac{1}{\cos x}dx$ ;  
12.16.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4+\ln x}}$ ; 12.17.  $\int \frac{4x-\arctg^3 5x}{1+25x^2}dx$ ; 12.18.  $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$ ;  
12.19.  $\int \frac{\cos x}{1+3\cos^2 x}dx$ ; 12.20.  $\int \frac{\tg x + 7}{\cos^2 x}dx$ ; 12.21.  $\int \frac{dx}{1-\cos 4x}$ ; 12.22.  $\int \frac{dx}{7+3x^2}$ ;  
12.23.  $\int \frac{4x-\arctg^3 5x}{1+25x^2}dx$ ; 12.24.  $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt[3]{\sin x + \cos x}}dx$ ; 12.25.  $\int \frac{dx}{x^2 \tg(1/x)}.$

**Задача 13:** Да се пресметнат следните неопределени интеграли:

13.1.  $\int 3x \sin x dx$ ; 13.2.  $\int x^2 \ln^2 x dx$ ; 13.3.  $\int (4x^2 + 8x - 7)e^{2x}dx$ ; 13.4.  $\int \arcsin x dx$ ;  
13.5.  $\int x^3 \arctg x dx$ ; 13.6.  $\int (2x+1)\sin 3x dx$ ; 13.7.  $\int x^2 \ln \frac{1-x}{1+x}dx$ ; 13.8.  $\int e^{3x} \cos 4x dx$ ;  
13.9.  $\int \sqrt{9-x^2}dx$ ; 13.10.  $\int \frac{5x+4}{x^2+2x+5}dx$ ; 13.11.  $\int \frac{6-8x}{2x^2-3x+1}dx$ ; 13.12.  $\int \frac{x}{(x+1)(x-3)}dx$ ;

$$\begin{aligned}
 & \text{13.13. } \int \frac{dx}{(x-2)(x-3)(x-4)}; & \text{13.14. } \int \frac{dx}{x^3-1}; & \text{13.15. } \int \frac{1}{(x-1)(x^2-x+3)}dx; \\
 & \text{13.16. } \int \frac{x^2+1}{(x-1)(x+1)^2}dx; & \text{13.17. } \int \frac{x}{x^3-1}dx; & \text{13.18. } \int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}dx.
 \end{aligned}$$

**Задача 14:** Да се пресметнат следните неопределени интеграли:

$$\begin{aligned}
 & \text{14.1. } \int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx; & \text{14.2. } \int \frac{\cos^3 x}{\sin x-3}dx; & \text{14.3. } \int \frac{dx}{\sin^4 x+\cos^4 x}; & \text{14.4. } \int \frac{x}{\sqrt{x+9}}dx; \\
 & \text{14.5. } \int \frac{1}{x}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}dx; & \text{14.6. } \int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2}dx; & \text{14.7. } \int \frac{dx}{x^2\sqrt[3]{(1+x^3)^5}}; & \text{14.8. } \int \sqrt[3]{x}\sqrt[7]{1+\sqrt[3]{x^4}}dx.
 \end{aligned}$$

**Задача 15:** Да се пресметнат следните определени интеграли:

$$\begin{aligned}
 & \text{15.1. } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}dx; & \text{15.2. } \int_{-2}^{-1} \frac{1}{(5+2x)^4}dx; & \text{15.3. } \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}; & \text{15.4. } \int_0^1 \frac{\arctg x}{1+x^2}dx; & \text{15.5. } \int_1^e \frac{\ln^4 x}{x}dx; \\
 & \text{15.6. } \int_{-1}^1 x(1-x)^{100}dx; & \text{15.7. } \int_{-1}^1 |x|dx; & \text{15.8. } \int_0^1 x \arctg x dx; & \text{15.9. } \int_0^{\pi/2} 2x \cos x dx; & \text{15.10. } \int_{-\pi}^{\pi} x \sin x dx; \\
 & \text{15.11. } \int_{-1}^0 (2x+3)e^{-x}dx; & \text{15.12. } \int_{-5}^{-1} \frac{dx}{x^2+6x+13};
 \end{aligned}$$

**Задача 16:** Приложения на определен интеграл:

**16.1.** Намерете лицето на областта  $D$ , където  $D = \begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$ .

**16.2.** В какво отношение разделя параболата  $2y = x^2$  лицето на кръга  $x^2 + y^2 = 8$ ?

**16.3.** Намерете дължината на кривата  $L$ , където  $L = \begin{cases} y = x^2 / 4 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ .

**16.4.** Намерете обема на тяло, ограничено от повърхнината, която се получава при въртенето на кривата  $y = \sin x$  за  $0 \leq x \leq \pi$  около  $Ox$ .