

МОДЕЛИ НА РЕАЛНИ ПРОЦЕСИ
Информатика, 2023/2024

Курсова работа 1.1

Да се реши по една подточка от всяка задача.

Задача 1. Съставете диференциално уравнение, което описва дадената зависимост, и намерете общото му решение:

- а) Частича се движи по права линия, като скоростта ѝ е обратнопропорционална на квадрата на разстоянието S , което е изминала.
- б) Едно местообитание на прерийни кучета може да поддържа най-много m кучета. Популацията p в местообитанието расте със скорост, пропорционална на произведението от числеността на популацията в даден момент и разликата между m и p в този момент.
- в) Интравенозна система инжектира медикамент в кръвотока на пациент със скорост $3 \text{ cm}^3/\text{ч}$. Едновременно с това, във всеки един момент органите на пациента изчистват медикамента от кръвотока на пациента със скорост, която е правопропорционална на обема V на медикамента, намиращ се в кръвотока му в този момент.
- г) Един химикал се съхранява в резервоар и се източва от него след разреждане по следния начин: в резервоара се напompва чиста вода, а съществуващият разтвор се изпompва, така че обемът във всеки един момент t е $20 + 2t$. Количеството z на химикала в резервоара намалява със скорост, която е правопропорционална на z и обратнопропорционална на обема на разтвора в резервоара.

Задача 2. Да се решат уравненията:

- а) $y' \cos x + y(1 + y) \sin x = 0$
- б) $(x^2 + 1)y' - (2x + 1)y = 0$
- в) $ye^x dy + xe^{y^2} dx = 0$
- г) $(1 + y^2) \sin x dx - (1 + \cos x)y dy = 0$.

Задача 3. Да се решат уравненията:

- а) $y' = (x + y - 1)^2$
- б) $y' = \cos(x - y + 1)$
- в) $(y - 3x + 2) dx + (3x - y - 1) dy = 0$
- г) $(2y - x + 1) dx + (4y - 2x + 6) dy = 0$.

Задача 4. Да се решат уравненията:

- а) $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$
- б) $xy' = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$
- в) $x dy = \left(y - \sqrt{x^2 + y^2}\right) dx, \quad x \geq 0$

г) $xy \, dx = (x^2 - y^2) \, dy$.

Задача 5. Да се решат уравненията:

а) $(2x + y)y' = x + 2y$

б) $(y - x)y' = x + y$

в) $(x + y - 2)y' + x - y = 0$

г) $(2x - y - 2) \, dx + (x + y - 4) \, dy = 0$.

Задача 6. Да се решат уравненията:

а) $2x^3y' = 2x^2y - 3$

б) $y \, dx = (3x - y^2) \, dy$

в) $y' = y + 2xe^x$

г) $x^3y' + 2x^2y = 2 \ln x$.

Задача 7. Да се решат уравненията:

а) $4xy' + (4x + 1)y^2 - 4y = 0$

б) $2xy' = 3y - 4xy^3$

в) $5xy^4y' = y^5 + 4$

г) $y \, dx + (2x^2y - 3x) \, dy = 0$.