Дискретна математика

проф. д-р Тодорка Глушкова,
Катедра „Компютърни технологии“, ФМИ

12

КРАЙНИ АВТОМАТИ ПРЕОБРАЗУВАТЕЛИ

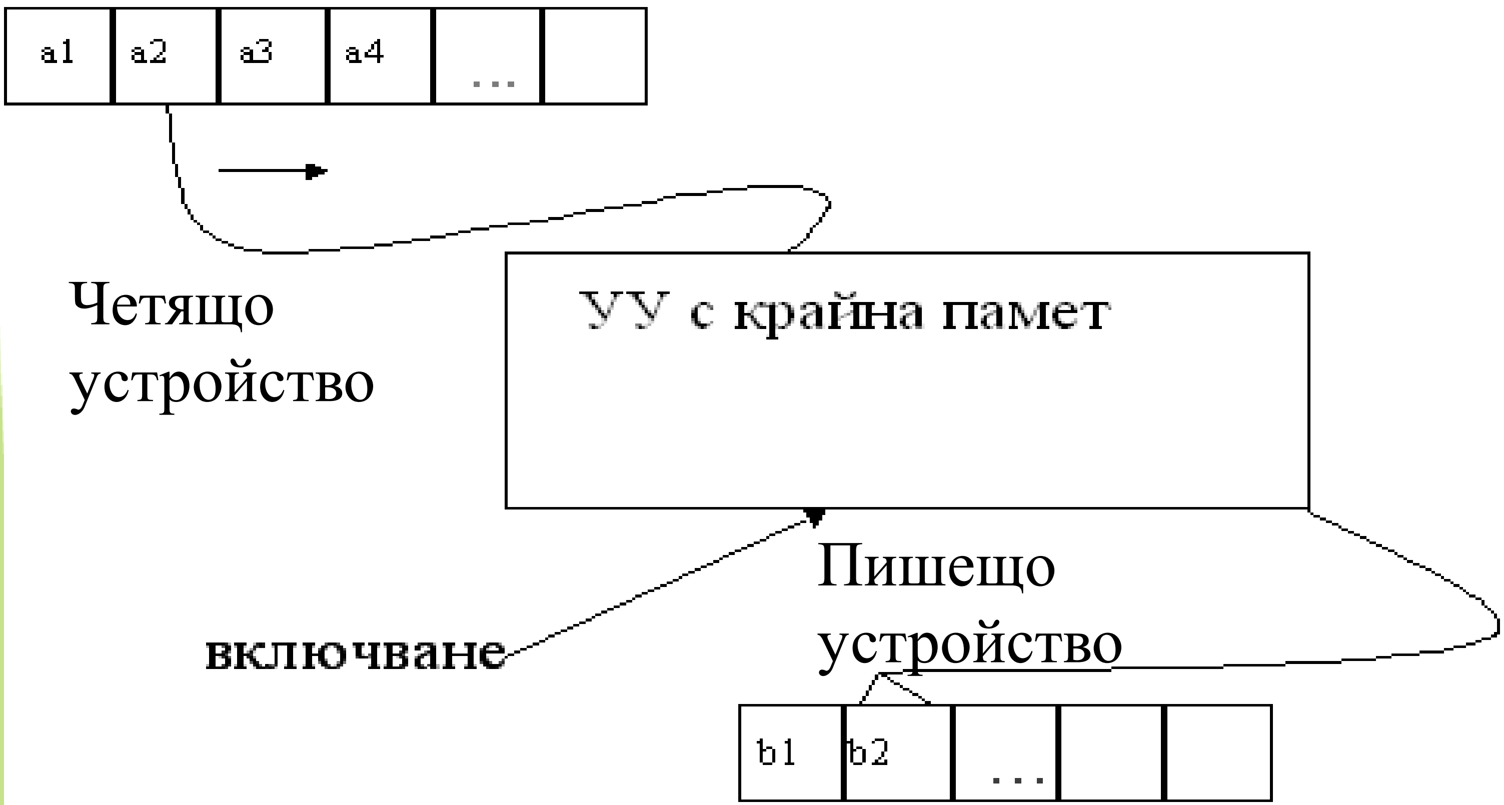
Съдържание

- Автоматите като преобразуватели
- Автомат на Мили
- Автомат на Мур
- Примери

Крайните автомати като преобразуватели

- Крайните автомати можем да определим и като преобразуватели на формални езици.
- Ще разгледаме два вида крайни автомати-преобразуватели: автоматът на Мили и автоматът на Мур.

Принципна схема:



Крайните автомати като преобразуватели

- Включваме устройството и автоматът попада във фиксирано вътрешно състояние, прочита най-левия символ от входната лента, преминава в ново състояние и записва изходящия символ върху изходната лента и т.н.
- Той спира да работи когато е неопределен или когато изчерпи символите на думата.

Крайните автомати като преобразуватели

- Резултатът от работата му е думата, изписана на изходната лента. Казваме, че автоматът преобразува входната дума в изходна.
- Ако входните думи са от някакъв формален език, автоматът преобразува този език в езика, съставен от изходните думи.

Автомат на Мили

- <u>Дефиниция</u>: Автомат на Мили с входна азбука V и изходна азбука W наричаме наредената шесторка: $M=<K,V,W, \delta, \lambda, q_0>$, където:
- $K \neq \emptyset$ е множество от вътрешни състояния
- V-крайно множество (входна азбука)
- W-крайно множество от изходни символи (изходна азбука)
- δ - функция на преходите.
- λ - изходна функция с дефиниционна област $(D(\lambda):D(\lambda)) \subseteq KxV$ и област на стойностите $R(\lambda):R(\lambda) \subseteq W$

Автомат на Мили

- Как работи?

- Нека е дадена стартова дума $\alpha = a_1 a_2 \ldots a_n \in V^*$. Включваме напрежението и УУ застава на първа позиция.

  $\delta(q_0,a_1) = p_1;$

  $\delta(p_1,a_2) = p_2;\ldots$

  $\delta(p_{k-1},a_k) = p_k.$

  $\lambda(q_0,a_1)=b_1;$

  $\lambda(p_1,a_2)=b_2\ldots\ \lambda(p_{k-1},a_k)=b_k$

Автомат на Мили

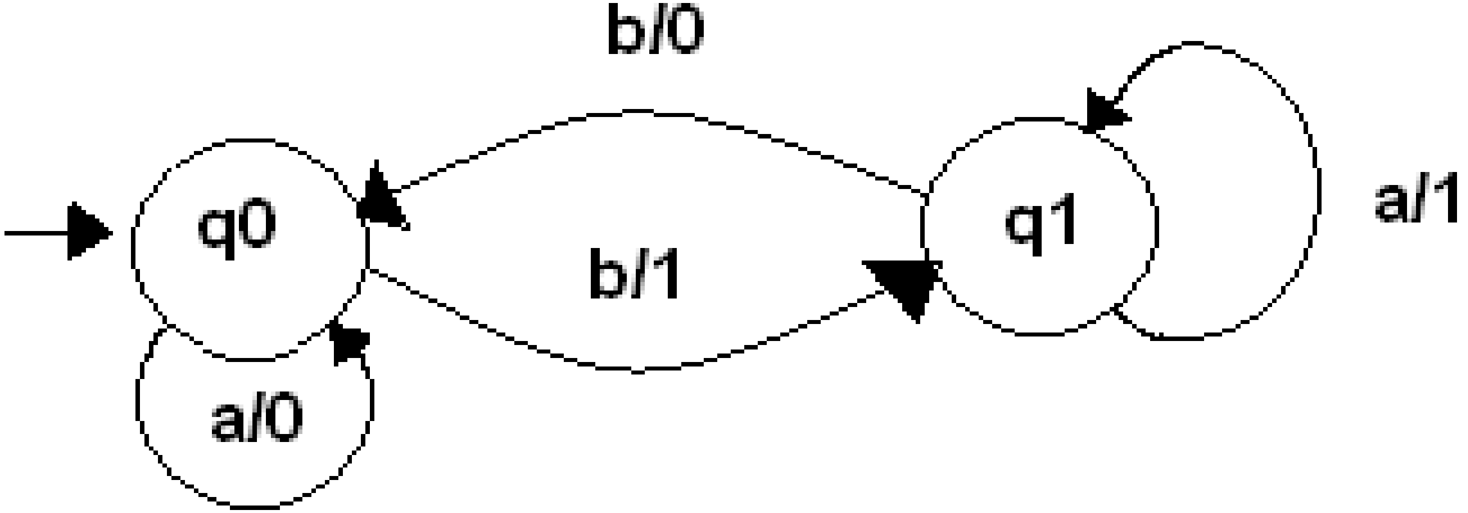
- Думата $\beta = b_1 b_2 \ldots b_k \in W^*$ е резултат от действието на автомата M върху α, т.е. $\beta = M(\alpha)$.
- ***Пример 5***: За автомата

$M = <\{q0,q1\},\{a, b\},\{0,1\}, \delta, \lambda, q_0>$

- $\delta(q_0,a)=\{q_0\}$ $\lambda(q_0,a)=0$
- $\delta(q_0,b)=\{q_1\}$ $\lambda(q_0,b)=1$
- $\delta(q_1,a)=\{q_1\}$ $\lambda(q_1,a)=1$
- $\delta(q_1,b)=\{q_0\}$ $\lambda(q_1,b)=0$

Автомат на Мили

- Графично:



Автомат на Мур

- Дефиниция: Наредена шесторка от вида: $N = <K, V, W, \delta, \lambda, q_0>$, където:
- $K \neq \emptyset$ е множество от вътр. състояния
- V-крайно множество (входна азбука)
- W-крайно множество от изходни символи (изходна азбука)
- δ - функция на преходите.
- λ - изходна функция $\lambda: K \to W$, т.е. при всяко включване на напрежението в лявата долна клетка се изписва една и съща буква от W.

Автомат на Мур

- Следователно изходната дума е с един символ повече от входната.
- Как работи?
- Нека $\alpha = a_1 a_2 \ldots a_к \in V^*$ е входна дума. $\lambda(q0)=b0$; $\delta(q0,a1)=p1$; $\lambda(p1)=b1$; $\delta(p1,a2)=p2$; $\lambda(p2)=b2$; $\delta(pk-1,ak)=pk$; $\lambda(pk)=bk$.
- Изходната дума е $\beta=b_0 b_1 b_2 \ldots b_k$, т.е. $\beta=N(\alpha)$.

Автомат на Мур

Пример 6: За автомата

$N = \langle\{q_0,q_1,q_2\},\{a,b\},\{0,1\}, \delta, \lambda, q_0\rangle$

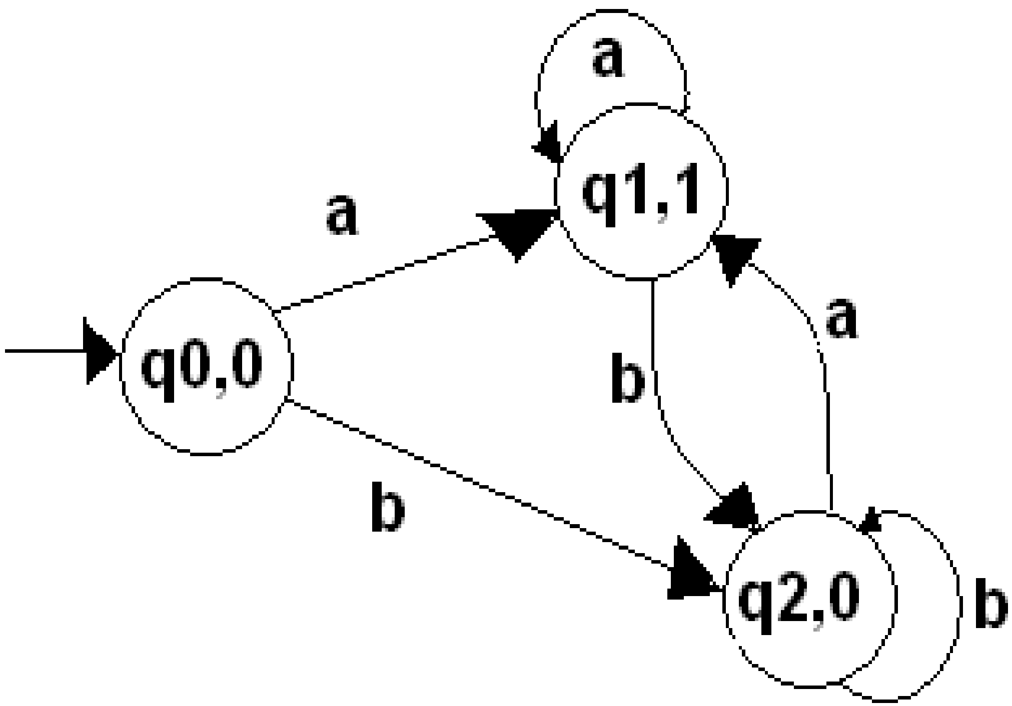
- $\delta(q_0,a)=\{q_1\}$
- $\delta(q_0,b)=\{q_2\}$
- $\delta(q_1,a)=\{q_1\}$
- $\delta(q_1,b)=\{q_2\}$
- $\delta(q_2,a)=\{q_1\}$
- $\delta(q_2,b)=\{q_2\}$

$\lambda(q_0)=0$

$\lambda(q_1)=1$

$\lambda(q_2)=0$

Автомат на Мур



Пускаме през автомата думата

α = aaaba.

N(α)= 011101.

Автомати на Мили и Мур

- **Дефиниция:** Казваме, че автоматът на Мили и автоматът на Мур са еквивалентни, ако $M(\alpha) = N(\alpha)$ за всяко α от V^*.
- **Теорема:** За всеки автомат на Мили съществува еквивалентен автомат на Мур и обратно.
- **Теорема:** Нека M е автомат на Мили, а L е автоматен език над V. Тогава M(L) е също автоматен език.

Използвана литература в курса

- D. W. Hoffmann, Theoretische Informatik, Hansen Verlag, 2009
- H. P. Gumm, M. Sommer, Einfuehrung in die Informatik, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2004
- J. W. Grossman, Discrete Mathematics, Macmillan Pub. Co., 1990
- К. Манев, Увод в дискретната математика, КЛМН, 2005
- Й. Денев, Р. Павлов, Я. Демирович. Дискретна математика. Наука и изкуство, София, 1984.

Използвана литература в курса

- Д. Байнов, С. Костадинов, Р. Павлов, Л. Луканова. Ръководство за решаване на задачи по дискретна математика. Университетско издателство “Паисий Хилендарски”, Пловдив, 1990.
- В.А. Успенский, Машина Поста, Москва, Наука, 1988, ISBN 5-02-013735-9.
- L. Lovasz, J. Pelikan, K. Vesztergombi, Discrete Mathematics – Elementary and Beyond, Springer Verlag, New York, 2003, ISBN 0-387-95584-4.

Използвана литература в курса

- E. Bender, S. Williamson, A Short Course in Discrete Mathematics, Dover, 2006, ISBN 0-486-43946-1.
- P. Linz, An Introduction to Formal Languages and Automata, Jones and Bartlett Publishers, 6-th edition, Jones & Bartlett Publishers, ISBN-13: 9781284077247, 2016
- Kenneth H. Rosen, Kamala Krithivasan, Discrete mathematics and its application, McGraw-Hill Companies, 7-th edition, ISBN 978-0-07-338309-5, 2012

Използвана литература в курса

- Owen D. Byer, Deirdre L. Smeltzer, Kenneth L. Wantz, Journey into Discrete Mathematics, AMS, MAA Press, Providence Rhode Island, ISBN 9781470446963, 2018
- Christopher Rhoades, Introductory Discrete Mathematics, Willford Press, ISBN 1682854922, 9781682854921, 2018
- David Liben-Nowell, Discrete Mathematics for Computer Science, Wiley, 2017, ISBN 1119397197, 9781119397199, 2017.
- [***http://www.jflap.org/***](http://www.jflap.org/) - софтуерна среда