

Дискретна математика

проф. д-р Тодорка Глушкова,
Катедра „Компютърни технологии“, ФМИ

Полином на Жигалкин

Опр. *Елементарна конюнкция* е израз от вида:
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_k$, $k=1,2,3,\dots,n$ за всяко $n \in \mathbb{N}$ без повтарящи се множители.

Полином на Жигалкин е израз от вида:
 $E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_k$ без повтарящи се събираеми, където
 $k=1,2,3,\dots,n$ и $E_k=1$ или E_k е елементарна конюнкция.

Напр. $\text{ПЖ} = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + 1$

Теорема на Жигалкин

Теорема на Жигалкин: Всяка двоична функция се представя с точно един Полином на Жигалкин, т.е.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = & a_1 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n + \\ & b_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n + b_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_n + \dots b_n \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{n-1} + \\ & c_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \dots x_n + c_2 \cdot x_1 \cdot x_4 \dots x_n + \dots + \\ & d_1 \cdot x_1 + d_2 \cdot x_2 + \dots d_n \cdot x_n + e \end{aligned}$$

Всички ПЖ са 2 на степен 2^n

Пример 1

Да се намери ПЖ за функцията:

x1	x2	f
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$$f = a \cdot x_1 \cdot x_2 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + c$$

$$f(0,0) = 0 + 0 + 0 + c = 1. \text{ Тогава } c = 1$$

$$f(0,1) = b_2 \cdot 1 + 1 = 0. \text{ Тогава } b_2 = 1$$

$$f(1,0) = b_1 \cdot 1 + 1 = 1. \text{ Тогава } b_1 = 0$$

$$f(1,1) = a \cdot 1 \cdot 1 + 0 + 1 \cdot 1 + 1 = 0. \text{ Тогава } a = 0$$

$$f(x_1, x_2) = x_2 + 1$$

Пример 2

Намерете ПЖ за $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) + \neg x_3$

Решение:

А) Аналитично:

$$\begin{aligned}(x_1 \vee x_2) + \neg x_3 &= \neg(\neg x_1 \cdot \neg x_2) + \neg x_3 = \\&= ((x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) + 1) + (x_3 + 1) = \\&= x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 + 1 + x_3 + 1 = \\&= \mathbf{x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + x_3 + 1}\end{aligned}$$

Пример 2

Б) Таблично – изчисляваме f за различните стойности на x_1, x_2 и x_3 :

$$f = a \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + b_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_3 + b_3 \cdot x_1 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + d$$

От таблицата определяме $a=0$;
 $b_1=0$; $b_2=0$; $b_3=1$; $c_1=1$; $c_2=1$;
 $c_3=1$; $d=1$.

Тогава: **$f = x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + x_3 + 1$**

x1	x2	x3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Използвана литература в курса

- D. W. Hoffmann, Theoretische Informatik, Hansen Verlag, 2009
- H. P. Gumm, M. Sommer, Einfuehrung in die Informatik, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2004
- J. W. Grossman, Discrete Mathematics, Macmillan Pub. Co., 1990
- К. Манев, Увод в дискретната математика, КЛМН, 2005
- Й. Денев, Р. Павлов, Я. Демирович. Дискретна математика. Наука и изкуство, София, 1984.

Използвана литература в курса

- Д. Байнов, С. Костадинов, Р. Павлов, Л. Луканова. Ръководство за решаване на задачи по дискретна математика. Университетско издателство "Паисий Хилендарски", Пловдив, 1990.
- В.А. Успенский, Машина Поста, Москва, Наука, 1988, ISBN 5-02-013735-9.
- L. Lovasz, J. Pelikan, K. Vesztergombi, Discrete Mathematics – Elementary and Beyond, Springer Verlag, New York, 2003, ISBN 0-387-95584-4.

Използвана литература в курса

- E. Bender, S. Williamson, A Short Course in Discrete Mathematics, Dover, 2006, ISBN 0-486-43946-1.
- P. Linz, An Introduction to Formal Languages and Automata, Jones and Bartlett Publishers, 6-th edition, Jones & Bartlett Publishers, ISBN-13: [9781284077247](https://www.jonesandbartlett.com/9781284077247), 2016
- Kenneth H. Rosen, Kamala Krithivasan, Discrete mathematics and its application, McGraw-Hill Companies, 7-th edition, ISBN 978-0-07-338309-5, 2012

Използвана литература в курса

- Owen D. Byer, Deirdre L. Smeltzer, Kenneth L. Wantz, Journey into Discrete Mathematics, AMS, MAA Press, Providence Rhode Island, ISBN 9781470446963, 2018
- Christopher Rhoades, Introductory Discrete Mathematics, Willford Press, ISBN 1682854922, 9781682854921, 2018
- David Liben-Nowell, Discrete Mathematics for Computer Science, Wiley, 2017, ISBN 1119397197, 9781119397199, 2017.
- <http://www.jflap.org/> - софтуерна среда