

Рафи Христов Цигаров Факултетен номер: 2201261077

1.задача а)решена б)решена в)решена

2.Задача а)решени,но несигурно дали е вярно б) същото като а)

3. Задача Решена

5. Задача Решена

7. Задача а) решена б) решена в) решена г)решена

8. Задача а)решена б)решена в) решена г) **решена несиген**

9. Задача а) решена б) решена в) решена

10. Задача а) решена б) решена

14. Задача а) решена б) решена в) решена



Задача 1. Относно координатната система K в равнината са дадени точките $A(1, -3)$, $B(8, 0)$, $C(4, 8)$ и $D(-3, 5)$.

a) да се провери дали A, B и C са колинеарни.

b) да се докаже, че четириъгълник $ABCD$ е успоредник.

c) да се намерят координатите на медицентъра G на $\triangle ABC$.

$$\vec{AB} = B - A = (8, 0) - (1, -3) = (7, 3)$$

$$\vec{AC} = C - A = (4, 8) - (1, -3) = (3, 11)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \lambda \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \text{ и } \vec{AC} \text{ са колинеарни}$$

$$\vec{AB} = (7, 3)$$

$$\vec{DC} = C - D = (4, 8) - (-3, 5) = (7, 3)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \lambda \cdot \vec{DC} \Rightarrow \vec{AB} \text{ и } \vec{DC} \text{ са колинеарни}$$

$$\vec{AD} = D - A = (-3, 5) - (1, -3) = (-4, 8)$$

$$\vec{BC} = C - B = (4, 8) - (8, 0) = (-4, 8)$$

$$\vec{AD} = \lambda \vec{BC} \Rightarrow \vec{AD} \text{ и } \vec{BC} \text{ са колинеарни}$$

$$\Rightarrow \text{от 1) и 2)} \Rightarrow \text{че } ABCD \text{ е успоредник}$$

$$\{A(1, -3), B(8, 0), C(4, 8)\}$$

$$b) G = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3} ; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

$$G = \left(\frac{1+8+4}{3} ; \frac{-3+0+8}{3} \right) = \left(\frac{13}{3} ; \frac{5}{3} \right)$$

Задача 2 Установете за всяка от следните системи вектори дали е линейно зависима или линейно независима.

$$a) \underbrace{(1, -1, 1)}_{\vec{a}_1}, \underbrace{(1, 0, 5)}_{\vec{a}_2}, \underbrace{(2, -1, 6)}_{\vec{a}_3} \quad b) \underbrace{(2, 1, 0)}_{\vec{a}_1}, \underbrace{(0, -2, 4)}_{\vec{a}_2}, \underbrace{(1, 0, 1)}_{\vec{a}_3}$$

$$a) \lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 = \vec{0}$$

$$\lambda_1 (1, -1, 1) + \lambda_2 (1, 0, 5) + \lambda_3 (2, -1, 6) = (0, 0, 0)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ -\lambda_1 + 0\lambda_2 + (-1)\lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + 5\lambda_2 + 6\lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ -\lambda_1 = \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + 5\lambda_2 + 6\lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ &-\lambda_1 = \lambda_3 \Rightarrow -\lambda_1 = \lambda_3 = -\lambda_2 \\ &0 + 5\lambda_2 + 6\lambda_3 = 0 \quad | \cdot (-5, -6) | \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \\ &\lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 + 6 \cdot (-\lambda_1) = 0 \quad 5 \cdot \lambda_2 - 5 \cdot \lambda_1 = 0 \quad \lambda_1 = \lambda_2 \\ &-\lambda_2 + \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \Rightarrow 0\lambda_2 = 0 \Rightarrow \\ &-\lambda_1 = \lambda_3 = -\lambda_2 \end{aligned}$$

За $\forall \lambda_3$
 $\Rightarrow (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ е
 линейно зависима

$$\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 = \vec{0}$$

$$\lambda_1 (2, 1, 0) + \lambda_2 (0, -2, 4) + \lambda_3 (1, 0, 1) = (0, 0, 0)$$

$$\begin{array}{l} 2\lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + (-2)\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad |(-2)| \Rightarrow \\ 0\lambda_1 + 4\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad |(4)| \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2\lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 = -\lambda_2 \\ \lambda_2 = -\lambda_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -\lambda_2 + 2\lambda_1 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow 0\lambda_2 = 0 \Rightarrow \\ \lambda_1 = -\lambda_2 = \lambda_3 \end{array}$$

за λ_3
 $\Rightarrow (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ е
 линейно независима

Задача 7 Да се пресметнат детерминантите:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$a) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$$

$$\begin{array}{l} б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot (-3) + 2 \cdot 7 \cdot 2 + 3 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot 0 \cdot 3 - 1 \cdot 7 \cdot 1 - 3 \cdot 0 \cdot 2 \\ = 28 - 7 = 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ & 2 & 0 & -5 & 8 \\ & 4 & 1 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ & 3 & 6 & 9 & 12 \\ & 7 & 4 & 2 & 1 \\ & 3 & 5 & 6 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 18 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2 & 0 & -5 & 8 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4 & 1 & 0 & 2 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$= 1 \cdot 0 \cdot (-5) \cdot 2 + 0 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 4 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 +$$

$$1 \cdot (-5) \cdot 3 \cdot 1 + 0 \cdot 8 \cdot (-1) \cdot 0 =$$

$$= 18 + 15 = 33$$

$$\begin{array}{c|cccc|cccc} 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & -12 & 54 & 1260 & 432 \\ & 3 & 6 & 9 & 12 & 3 & 6 & 5 & 2 & 12 & 1 \\ & 7 & 4 & 2 & 1 & 7 & 4 & 3 & 2 & 5 & 2 \\ & 3 & 5 & 6 & -1 & 3 & 5 & 6 & -1 & 3 & 5 \end{array}$$

$$= 1 \cdot 6 \cdot 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 5 - 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 4 +$$

$$5 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 1 + 6 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 = -12 + 54 + 1260 + 432$$

$$+ 120 + 36 = 1302 - 588 = 714$$

Задача 8 Да се намери обратната матрица A^{-1} на A ако съществува.

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad b) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad c) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad d) A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$a) \det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = -7 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$a_{11} \ a_{12} \ a_{13}$
 $a_{21} \ a_{22} \ a_{23}$
 $a_{31} \ a_{32} \ a_{33}$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 \cdot 1 = -1 + 1 + 1 - (-1) + (-1) + (-1) = -1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 = -2 \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 6 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24 + 30 + 30 - 36 + 25 + 24 = 84 - 85 = -1 \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$$

$$a_{11} = 1 \Rightarrow A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 24 - 25 = -1$$

$$a_{12} = 2 \Rightarrow A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 15 = -3$$

$$a_{13} = 3 \Rightarrow A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 12 = -2$$

$$a_{21} = 2 \Rightarrow A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 15 = -3$$

$$a_{22} = 4 \Rightarrow A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 9 = -3$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$a_{23} = 5 \Rightarrow A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 6 = -1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -2 & -4 & -5 \\ -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$a_{31} = 3 \Rightarrow A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 12 = -2$$

$$a_{32} = 5 \Rightarrow A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 6 = -1$$

$$a_{33} = 6 \Rightarrow A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$$

$$2) |A| = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 9 \cdot 3 + 7 \cdot 4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot 5 - 1 \cdot 9 \cdot 3 + 5 \cdot 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 7 = 54 + 28 + 45 - 27 + 40 + 63 = 127 - 27 = 100 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Задача 9. Да се намери рангът на матриците:

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 8 & -12 \end{pmatrix} \quad b) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 8 & -12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} (-2) \cdot R_1 \rightarrow R_2 \\ (-4) \cdot R_1 \rightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{rg } A = 2$$

(независими редове)

$$b) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} (-1) \cdot R_1 \rightarrow R_2 \\ (-1) \cdot R_1 \rightarrow R_4 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{rg } A = 3$$

(независими редове)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot (-2)$$

Задано 3. Установите кое от следните множества е векторно пространство:

2) а) $(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (5, 7, 9)$

$$= (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

$$= (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) + (z_1 + z_2) = \textcircled{1}$$

$$(x_1 + y_1 + z_1) + (x_2 + y_2 + z_2) = 0$$

$$(x_1 + x_2) - (y_1 + y_2) - (z_1 + z_2) = (x_1 - y_1 - z_1) + (x_2 - y_2 - z_2) = 0 \textcircled{2}$$

По $\textcircled{2} \Rightarrow$ Сумата на (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) е в M

б) 2. $(x_1, y_1, z_1) = (2 \cdot x_1, 2 \cdot y_1, 2 \cdot z_1)$

$$x_1 + y_1 + z_1 = 0$$

$$x_1 - y_1 - z_1 = 0$$

$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot y_1 + 2 \cdot z_1 = 2 \cdot (x_1 + y_1 + z_1) = 2 \cdot 0 = 0 \textcircled{3}$$

$$2 \cdot x_1 - 2 \cdot y_1 - 2 \cdot z_1 = 2 \cdot (x_1 - y_1 - z_1) = 2 \cdot 0 = 0 \textcircled{4}$$

Значи $\textcircled{4} \Rightarrow 2 \cdot (x_1, y_1, z_1) \in M \Rightarrow M \Rightarrow M$ е векторно пространство

5) Множество ~~на~~ на подпространство от вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a+c \end{pmatrix}$, $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$

$$d) A_1 \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ 2b_1 & a_1+c_1 \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ 2b_2 & a_2+c_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ 2b_1+2b_2 & a_1+a_2+c_1+c_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Сумата от (1) } A_1 \text{ и } A_2 \text{ е}$$

~~в същото~~ ~~множество~~

$$1. A_1 = \lambda \cdot \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ 2b_1 & a_1+c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 & \lambda b_1 \\ 2\lambda b_1 & \lambda a_1 + \lambda c_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda A_1 \text{ е от същото}$$

множество (2)

а) и б) \Rightarrow това е векторно пространство

$$в) \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & a-c \end{pmatrix}$$

$$в) A_1 \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ 2 & a_1-c_1 \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ 2 & a_2-c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ 4 & a_1+a_2-c_1-c_2 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow Сумата на A_1 и A_2 не е от
същото множество

$\neq 2$ не е векторно
пространство

Задача 5. Ако $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, да се пресметнат
 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, \vec{a}^2 , \vec{b}^2 , $(\vec{a} - \vec{b})^2$, $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b})$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\vec{b}^2 = |\vec{b}|^2 = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2(\vec{a} \cdot \vec{b}) + \vec{b}^2 = 4 - 6 + 9 = 7$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$$

$$\begin{aligned} (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) &= \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot (-3\vec{b}) - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot (-3\vec{b}) = \\ &= \vec{a}^2 - 3(\vec{a} \cdot \vec{b}) - (\vec{a} \cdot \vec{b}) - 3\vec{b}^2 = \\ &= 2^2 - 3 \cdot 3 - 3 - 3 \cdot 3^2 = 4 - 9 - 3 - 27 = -20 \end{aligned}$$

3. Aufgabe 9-b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} (-2) & (-1) \\ \leftarrow + \\ \\ \leftarrow + \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & -6 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -6 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \cdot (-1) \\ \leftarrow + \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -6 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \text{rg } A = 3$

Задача 10 Да се решат следните системи линейни уравнения

$$a) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot -1 \quad 1 \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ \leftarrow \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_3 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 \\ 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 0 - 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 5 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot -\frac{1}{3} \quad -2 \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 5/3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ -3 \\ \leftarrow \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1/3 & -1/3 & 5/3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{array} \right)$$

\Rightarrow няма решение

143090000 Относно декартовата координатна система дадени точките $A(1,1)$, $B(3,1)$ и $M(2,-1)$. Да се намерят:
 а) правата p минаваща през точките A и B
 б) ортогонално сечение на правата p на M с правата q ;
 в) върховете и лицето на триъгълник ABC .

а) $p: \begin{cases} z \in T. A(1,1) \\ z \in T. B(3,1) \end{cases}$ б) $q: \begin{cases} z \in T. M(2,-1) \\ p: -2y+2=0 = N_p(0;-2) \\ N_q(2,0) \end{cases}$

$$AB = B - A = (2, 0)$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{0}$$

$$p: 0 = 2(y-1)$$

$$p: -2y+2=0$$

$$q: 4+C=0$$

$$C=-4$$

$$q: 2x-4=0$$

Где A_1 пресича p и q на правата

$$A_1 = (p \cap q)$$

$$2x-4=0$$

$$2x=4$$

$$x=2$$

$$-2y+2=0$$

$$-2y=-2$$

$$y=1$$

$$T. A_1(2,1)$$

$T. A_1$ среда на CM $T. C(x,y)$

$$(2,1) = \frac{2+x}{2}; \frac{-1+y}{2}$$

$$(4,2) = 2+x; -1+y$$

$$4=2+x$$

$$2=y-1$$

$$x=2$$

$$y=3$$

$$T. C=(2,3)$$

$$\vec{AB} = B - A = (2, 0)$$

$$\vec{BC} = C - B = (-1, 2)$$

$$\vec{AC} = C - A = (1, 2)$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$|AB| = \sqrt{4} = 2$$

$$|BC| = \sqrt{5}$$

$$|AC| = \sqrt{5}$$

$$\cos \gamma = \frac{\vec{BC} \cdot \vec{AC}}{|\vec{BC}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{|AB \times AC|}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} =$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$0, 0, 4$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$S_{ABC} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\cos \beta = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{-2}{2\sqrt{5}} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$$