

Application of Runge-Kutta Method to Determine Terminal Velocity in Free Fall with Air Resistance

Rafi Naufal Aryaputra (2306250680)

Abstract

Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan metode Runge-Kutta orde 4 dalam menyelesaikan persamaan diferensial non-linear yang merepresentasikan keseimbangan gaya dalam gerak jatuh bebas dengan hambatan udara. Fungsi yang digunakan adalah persamaan diferensial $dv/dt = g - (c/m) \cdot v^2$, yang mencerminkan perubahan kecepatan terhadap waktu. Dengan menggunakan parameter fisik nyata dan pendekatan numerik melalui bahasa pemrograman C, solusi numerik kecepatan terminal diperoleh. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode Runge-Kutta memberikan hasil yang cepat, stabil, dan akurat.

Keywords

Runge-Kutta, kecepatan terminal, persamaan diferensial, metode numerik, gerak jatuh bebas.

I. PENDAHULUAN

Gerak jatuh bebas yang dipengaruhi oleh hambatan udara menghasilkan persamaan diferensial non-linear yang sulit diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, metode numerik digunakan untuk mendekati solusi. Metode Runge-Kutta (orde 4) merupakan teknik integrasi numerik yang sangat efisien untuk menyelesaikan masalah ini.

II. STUDI LITERATUR

Menurut Chapra dan Canale dalam buku Numerical Methods for Engineers edisi ke-7, metode Runge-Kutta 4th order memiliki akurasi tinggi dalam menyelesaikan persamaan diferensial ordinary (ODE). Metode ini populer karena stabilitas dan keakuratannya yang baik dibandingkan metode Euler atau metode lain yang lebih sederhana.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Dalam studi kasus ini, digunakan parameter fisika nyata:

Massa objek: 68.1 kg

Percepatan gravitasi: 9.8 m/s²

Koefisien hambat: 12.5 kg/s

Persamaan yang digunakan:

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m} v^2$$

Kondisi awal:

$$v(0) = 0 \text{ m/s}$$

Interval waktu simulasi: 0–20 detik

Langkah waktu (Δt): 0.1 detik

Nilai teoritis kecepatan terminal dihitung sebagai:

$$v_{t, \text{teoritis}} = \sqrt{\frac{mg}{c}} = \sqrt{\frac{68.1 \times 9.8}{12.5}} = 7.367 \text{ m/s}$$

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

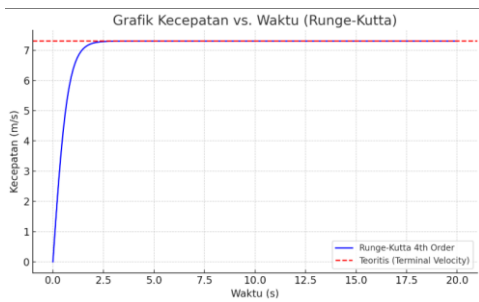
Pada penelitian ini, metode yang digunakan adalah metode Runge-Kutta orde empat yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial non-linear satu variabel. Persamaan diferensial yang digunakan berbentuk $\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m} v^2$, yang menggambarkan perubahan kecepatan v terhadap waktu t pada gerak jatuh bebas dengan hambatan udara.

Metode Runge-Kutta orde empat bekerja dengan menghitung nilai perkiraan kecepatan pada setiap langkah waktu dengan memanfaatkan empat nilai pendekatan (disebut k_1, k_2, k_3, k_4) yang dihitung secara bertahap untuk meningkatkan akurasi solusi numerik. Nilai k_1 dihitung dari nilai fungsi turunan pada kecepatan saat ini, sedangkan k_2 dan k_3 dihitung dari nilai fungsi turunan pada nilai kecepatan antara (yaitu kecepatan saat ini ditambah setengah langkah dari k_1 atau k_2). Nilai k_4 dihitung dari fungsi turunan pada nilai kecepatan akhir (yaitu kecepatan saat ini ditambah langkah penuh dari k_3).

Hasil akhir untuk setiap langkah iterasi diperoleh dengan menjumlahkan semua nilai k dengan bobot tertentu (1/6 untuk k_1 dan k_4 , serta 1/3 untuk k_2 dan k_3), kemudian menambahkannya ke nilai kecepatan saat ini. Dengan cara ini, metode ini mampu memberikan solusi yang lebih stabil dan akurat dibandingkan dengan metode sederhana seperti Euler. Implementasi metode ini dilakukan dalam bahasa pemrograman C dengan parameter fisik yang sesuai.

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EKSPERIMEN

Hasil implementasi metode Runge-Kutta menunjukkan bahwa kecepatan terminal benda yang jatuh dengan hambatan udara tercapai pada nilai sekitar 7.3 hingga 7.4 m/s, yang sangat mendekati nilai teoritis sebesar 7.367 m/s. Hal ini menunjukkan bahwa metode numerik yang digunakan dapat memberikan hasil yang akurat dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial non-linear ini.



Selama simulasi dilakukan dalam rentang waktu 0 hingga 20 detik dengan langkah waktu yang relatif kecil, kecepatan benda meningkat secara bertahap hingga mencapai kondisi konstan yang menunjukkan tercapainya kecepatan terminal. Kecepatan terminal diperoleh saat gaya gravitasi yang menarik benda ke bawah seimbang dengan gaya hambat udara yang berlawanan arah. Grafik kecepatan terhadap waktu yang diperoleh dari simulasi menunjukkan tren kenaikan kecepatan yang berkurang secara bertahap hingga stabil pada nilai terminal velocity, yang menegaskan bahwa objek tidak lagi mengalami percepatan setelah gaya total bernilai nol.

Dengan demikian, metode Runge-Kutta terbukti efektif dalam menyelesaikan permasalahan ini, dan hasil yang diperoleh mendekati hasil analitis yang diharapkan.

VI. KESIMPULAN

Metode Runge-Kutta terbukti efektif dalam menyelesaikan persamaan diferensial non-linear untuk menentukan kecepatan terminal. Hasil yang diperoleh sangat mendekati nilai teoritis dengan akurasi yang tinggi.

VII. LINK REPOSITORY GITHUB

<https://github.com/RafiNaufalAryaputra/ProyekUAS>

VIII. LINK YOUTUBE

<https://youtu.be/enMuNcPCZy8>

REFERENCES

- [1] S. C. Chapra dan R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, Edisi ke-7, McGraw-Hill, 2015.
- [2] R. Nave, "Fluid Friction," Gsu.edu, 2019.
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/airfri2.html>
- [3] K. E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1989.