MTKU 3.1/4.1/5/1 - 20

# **UKBM** 2.0

# Jarak Dalam Ruang Dimensi Tiga

#### **IDENTITAS UKBM**

a. Nama Mata Pelajaran : Matematika Umum

b. Semester : 3 (Ganjil) c. Kompetensi Dasar : 3.1 / 4.1

#### **KOMPETENSI DASAR:**

3. 1 Mendeskripsikan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis dan titik ke bidang).

4. 1 Menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang).

#### **INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI:**

- 3.1.1 mengidentifikasi ruas garis yang mewakili jarak antar titik dalam ruang.
- 3.1.2 mendeskripsikan jarak antara titik dalam ruang.
- 4.1.1 menentukan jarak antar titik dalam ruang.

d. Materi Pokok : Dimensi Tiga

e. Alokasi Waktu : 6 PERTEMUAN (12 x 45 JP)

f. Tujuan Pembelajaran



Apa sich tujuan kita belajar "JARAK DALAM RUANG?"

Melalui diskusi, tanya jawab, penugasan, presentasi dan analisis, peserta didik dapat Mendeskripsikan dan Menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis dan titik ke bidang), sehingga peserta didik dapat menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya, mengembangkan sikap jujur, peduli, dan bertanggungjawab, serta dapat mengembangankan kemampuan berpikir kritis, berkomunikasi, berkolaborasi, berkreasi (4C).



#### g. Materi Pembelajaran

- Faktual:
  - o Titik
  - o Garis
  - o Bidang
- Konseptual:
  - o DefinisiJarak Antar Titik
  - o Definisi Jarak Titik Ke Garis
  - o Definisi Jarak Titik Ke Bidang
- Prosedural:
  - o Langkah-langkah dalam menggambar jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis dan titik ke bidang).
  - o Langkah-langkah menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis dan titik ke bidang).

#### **PETA KONSEP**



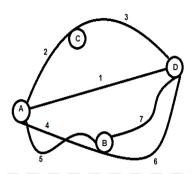
### PETUNJUK KEGIATAN





#### JARAK ANTAR TITIK PADA BANGUN RUANG

#### Kegiatan 1



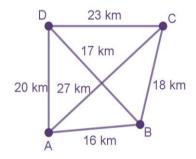
Perhatikan gambar di samping!

Gambar tersebut merepresentasikan rute yang menghubungkan Kota A, B, C dan D. Dari gambar tersebut, coba kamu tuliskan rute-rute yang dapat dilalui dari kota A ke kota D ?

Jika kamu dari kota A akan menuju kota D, rute manakah yang akan kamu pilih? mengapa?

#### Kegiatan 2

Bangun berikut merepresentasikan kota-kota yang terhubung dengan jalan. Titik merepresentasikan kota dan ruas garis merepresentasikan jalan yang menghubungkan kota. Nasyitha berencana menuju kota C berangkat dari kota A.



- a. Ada berapa rute perjalanan yang mungkin ditempuh oleh Nasyitha?
- b. Berapakah panjang masing-masing rute?
- c. Rute manakah yang terpendek?

Dari kegiatan 1 dan 2, apa yang dapat kamu simpulkan tentang jarak?



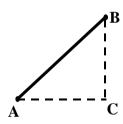
#### Untuk lebih memahami jarak titik ke titik, isilah tabel berikut ini.

No.	Bangun Ruang	Pertanyaan	Rumuskan panjang ruas garisnya	
1.	E G C	<ul><li>a. Manakah yang merupakan jarak antara titik F danC?</li><li>b. Manakah yang merupakan jarak antara titik B danH?</li></ul>		
4.	D C C	a. Manakah yang merupakan jarak antara titik T dan D?		

#### Dari kegiatan 3, dapatkah kamu merumuskan jarak antara dua titik?



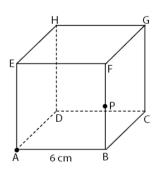
Dari kegiatan3, dapatkah kamu merumuskan jarak antara dua titik berikut:



 $\overline{AB}$  =

### AYO BERLATIH KEGIATAN BELAJAR 1

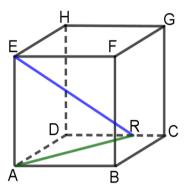
#### Masalah 1



Perhatikan gambar di samping. Jika titik P berada pada tengah-tengah garis BF maka berapakah jarak antara titik A dan P?

Penyelesaian:

#### Masalah 2



Sebuah kubus ABCD.EFGH memiliki panjang rusuk 6 cm. Jika CR: DR = 1:2 adalah titik tengah CD. Tentukan panjang ER! **Penyelesaian:** 

#### Masalah 3



Dalam suatu ruangan berukuran  $4m \times 4m \times 4m$  dipasang lampu tepat ditengah-tengah atap kamar. Berapakah jarak lampu ke salah satu sudut lantai kamar?

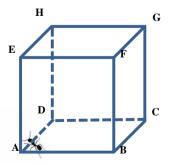
#### Penyelesaian:

#### Masalah 4

Sebuah balok ABCD.EFGH dengan panjangrusuk AB = 8 cm, BC = 6 cm dan C G = 10 cm. Jika titik O adalah titik tengah ruas garis EG, tentukan jarak antara titik A dan titik O!

#### Masalah 5

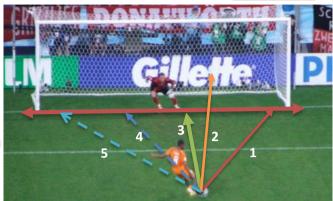
Seekor semut terjebak dalam sebuah kotak berbentuk kubus yang memiliki panjang rusuk 10cm seperti pada gambar berikut.



Jika semut tersebut berada pada titik A dan lubang keluar berada pada titik G, maka tentukan jarak terpendek yang dapat dilalui semut untuk mencapai lubang tersebut Kegiatan Inti Kegiatan Belajar 2



# Jarak Titik ke Garis dalam Ruang



Berdasarkan ilustrasi gambar, manakah yang merupakan jarak terdekat titik putih penalti ke garis garis gawang? Jelaskan!



Untuk memahami permasalahan di atas, mari kita *Lakukan percobaan* di bawah ini!



### **MATERI 2** Mengidentifikasi Jarak titik ke Garis

### Kegiatan 1



Buatlah garis dan sebuah titik sembarang di luar garis tersebut, kemudian beri simbol!

Hubungkan titik ke garis tersebut dengan menggunakan penggaris, lalu ukur panjangnya! Lakukan percobaan sebanyak mungkin, sehingga memperoleh lintasan mana yang paling pendek!

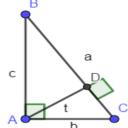
Jadi, Jarak titik ke garis adalah......



**Kegiatan 2** Menemukan Jarak Titik Ke Garis dalam Ruang

Setelah kita mendefinisikan jarak titik ke garis, avo kita diskusi menemukan tinggi suatu segitiga?

#### 1. Segitiga Siku-Siku (Perbandingan luas daerah)

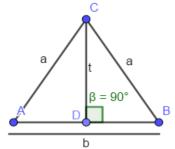


Karena  $\triangle ABC$  siku-siku di A dan  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  di D, maka berlaku rumus luas derah ΔABC adalah

$$L\Delta ABC = \frac{1}{2} alas \cdot tinggi$$
, sehingga

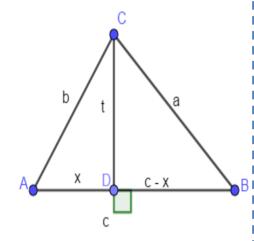
 $t = \dots$ 

2. Segitiga sama kaki



Karena segitiga ABC sama kaki, maka t = ....

3, Segitiga Sembarang



Karena segitiga ABC sembarang, maka untuk menentukan t, kita harus menentukan panjang x. Dengan menggunakan teorema phyitagoras, yaitu:

Δ ....

$$t = \sqrt{ }$$
 ......(1) atau

Δ ....

$$t = \sqrt{ }$$
 ......(2)

Berdasarkan (1) dan (2), maka

$$x = \frac{\phantom{a}}{\phantom{a}}$$

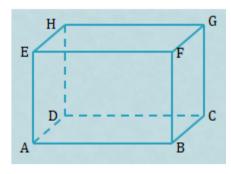


Kegiatan 3 Memahami contoh Jarak Titik ke Garis dalam Ruang

- 1. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan AB = 4 cm, AD = 3 cm dan AE = 5 cm. Tentukan jarak titik F ke garis :
  - a. AB
  - b. DE
  - c. DG



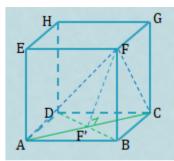
Jawab:



- a. Karena FB tegak lurus AB, maka jarak F ke AB adalah FB = 5 cm.
- b. Karena FE tegak lurus DE, maka jarak F ke DE adalah FE = 4 cm.
- c. Karena FG tegak lurus DG, maka jarak F ke DG adalah FG = 3 cm.

2. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 4 cm. Tentukan jarak titik F ke garis AC.





Karena panjang rusuk 4 cm, maka

$$AC = AF = FC = 4\sqrt{2}$$
 cm

Sehingga segitiga AFC adalah segitiga samasisi.

$$AF' = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$FF' = \sqrt{AF^2 - A{F'}^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2}$$

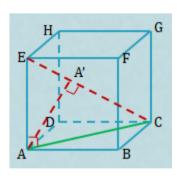
$$FF' = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Jadi, jarak titik F ke garis AC adalah  $2\sqrt{6}$  cm.

3. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 6 cm. Tentukan jarak titik A ke garis CE.



Iawab:



Karena panjang rusuk 6 cm, maka diagonal AC =  $6\sqrt{2}$  cm dan diagonal ruang CE =  $6\sqrt{3}$  cm.

Dengan menggunakan konsep luas daerah segitiga,

$$AA' \cdot CE = AE \cdot AC$$

$$AA' \cdot 6\sqrt{3} = 6 \cdot 6\sqrt{2}$$

$$AA' = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

Jadi, jarak titik A ke garis EC adalah  $2\sqrt{6}$  cm.



Kegiatan 4 Menentukan Jarak Titik Ke Garis dalam Ruang

#### MASALAH 1

- 1. Diketahui kubus ABCD.EFGH panjang rusuk 6 cm. Tentukan jarak titik ke garis dalam ruang
  - a. G ke DB
  - b. A ke HB.

#### Penyelesaian:

- i) Gambarkan ilustrasi permasalahan tersebut di kertas berpetak!
- ii) Gambarkan segitiga yang memuat titik dan ruas garis, kemudian tentukan jaraknya!

8

#### **MASALAH 2**

- 1. Diketahui balok PQRS.TUVW dengan panjang PQ = 8 cm, RS = 6 cm, dan PT = 30 cm. Jika titik M pada PT, sehingga PM: MT = 4 : 1, maka jarak jarak titik P ke RM adalah....
  - i) Gambarkan ilustrasi permasalahan tersebut di kertas berpetak!
  - ii) Gambarkan segitiga yang memuat titik dan ruas garis, kemudian tentukan jaraknya!



#### AYO BERLATIH KEGIATAN BELAJAR 2

#### Kerjakan latihan soal berikut dengan cara penyelesaiannya!

- 1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Titik P adalah titik tengah GC.
  - a. Tentukan jarak titik A ke FG
  - b. Tentukan jarak titik P ke DB
- 2. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang 8 cm, lebar 6 dan tinggi 10 cm. Titik P adalah tepat ditengah CG.
  - a. Tentukan jarak titik G ke BC
  - b. Tentukan jarak titik C ke garis AP
- 3. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. titik M adalah titik tengah BC. Jarak titik M ke EG adalah....
- 4. balok ABCD.EFGH dengan rusuk AB = 4 cm, BC = 3 cm, dan AE = 5 cm. Jarak titik D ke garis BH adalah...
- 5. Limas segitiga beraturan T.ABC dengan rusuk AB = 4 cm dan rusuk tegak TA = 6 cm, maka jarak titik A ke garis TB adalah....
- 6. Diketahui balok KLMN.OPQR dengan KL = LM = 9 cm dan LP = 12 cm.

Tentukan jarak pasangan titik berikut.

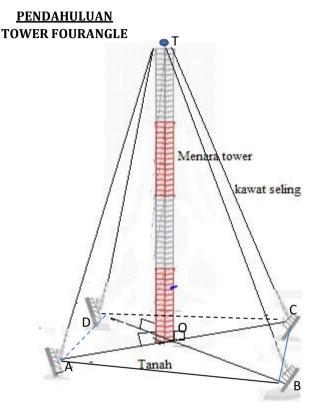
- a. Titik O dan titik M
- b. Titik P dan titik S jika S pada ON dengan OS: SN = 1:2.

Kegiatan Inti Kegiatan Belajar 3



# Jarak Titik ke Bidang dalam Ruang





Gambar 1 Gambar 2

Jika anda ingin memasang internet pada daerah terpencil atau pegunungan. anda pasti akan disarankan oleh I*SP* untuk menggunakan wireless yang biasanya menggunakan *konsep point-to-point*.

**TOWER** *FOURANGLE* adalah sebuah alat yang sering kita jumpai di sekitar kita. alat ini biasa kita jumpai di gedung -gedung tinggi maupun perkantoran, selain itu bisa juga kita jumpai di sekolah-sekolah maupun warnet. Tower *Fourangle* sendiri mempunyai fungsi yang sangat banyak. selain bisa kita gunakan untuk meletakkan atau sebagai tempat pendukung dalam instalasi jaringan internet, tower triangle juga bisa juga digunakan untuk antena radio amatir maupun antena lainnya.



## Ayo diskusi 1 Mengidentifikasi Jarak titik ke Bidang

#### Perhatikan gambar 2!

- Berdasarkan konsep jarak, mana yang merupakan jarak titik puncak T Ke bidang tanah?
   Jelaskan alasanmu!
- Bagaimana sudut yang dibentuk dengan ruas garis yang terletak pada bidang tanahnya?



Jadi, Jarak titik ke bidang adalah...



# Ayo diskusi 2 Mendeskripsikan Jarak titik ke Bidang

No.	Bangun Ruang	Keterangan
1.	E F C	<ul> <li>Jarak titik B ke bidang DCGH adalah</li> <li>Jarak titik titik C ke ADHE adalah</li> </ul>
2.	Q Q Q Q M M M	<ul> <li>Jarak titik K ke bidang OPQR adalah</li> <li>Jarak titik titik O ke PQML adalah</li> </ul>

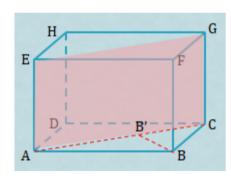


Contoh Soal Menentukan Jarak Titik Ke Bidang dalam Ruang

Panjang rusuk-rusuk balok ABCD.EFGH adalah AB = 4 cm, AD = 3 cm dan AE = 5 cm. 1. TentukaN jarak titik B ke bidang ACGE.



Jawab:



Bidang ABCD adalah bidang yang melalui B dan tegak lurus terhadap AE (salah satu rusuk bidang ACGE). Garis AC merupakan perpotongan bidang ACGE dengan bidang ABCD. Sehingga d(B, ACGE) = d(B, AC).maka:

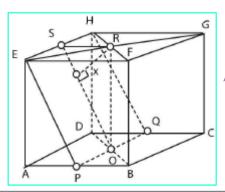
$$BB' \cdot AC = AB \cdot BC$$

$$BB' \cdot 6\sqrt{2} = 6 \cdot 6$$

$$BB' = \frac{36}{6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Jadi, jarak titik B ke garis ACGE adalah  $3\sqrt{2}$  cm.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a satuan. P dan Q masing-masing



merupakan titik tengah AB dan CD, sedangkan R merupakan titik poting EG dan FH. Jarak titik R ke bidang EPQH adalah...

Jawab: 
$$\Leftrightarrow$$
 Perhatikan  $\triangle$ SRO!  
 $SR = \frac{1}{2}a$ ,  $RO = a$   
 $SO = \sqrt{(SR)^2 + (RO)^2}$ 

$$R = \frac{1}{2}a, RO = a$$

$$O = \sqrt{(SR)^2 + (RO)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + a^2}$$

$$= \frac{1}{2}a\sqrt{5}$$

$$x = \frac{SR.RO}{SO}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2}a)(a)}{\frac{1}{2}a\sqrt{5}} = \frac{1}{5}a\sqrt{5}$$



### Ayo Diskusi 3 Menentukan Jarak titik ke Bidang

Diketahui kubus ABCD.EFGH yang mempunyai panjang rusuk 6 satuan. Berapa jarak titik B ke bidang AFGD?



# Ayo diskusi 4 Menentukan Jarak titik ke Bidang

Diberikan kubus ABCD.EFGH yang mempunyai panjang rusuk 8 satuan, dengan alasnya bidang ABCD. Tentukan Jarak titik C ke bidang BDG!



# Ayo diskusi 5 Menentukan Jarak titik ke Bidang

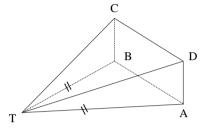
Diberikan limas T.ABCD dengan alas persegi. Titik O adalah perpotongan diagonal AC dan BD. Jika AB = BC = CD = AD = 6 cm,  $TA = TB = TC = TD = 3\sqrt{6}$  dan tinggi limas 6 cm, berapa jarak titik O ke bidang TBC?



#### AYO BERLATIH KEGIATAN BELAJAR 3

#### Kerjakan latihan soal berikut dengan Cara Penyelesaiannya!

- 1. Pada kubus PQRS.TUVW panjang rusuk 8 cm, jarak titik T ke bidang QSV adalah...
- 2. Diketahui kubus ABCD. EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. titik M adalah titik tengah AD. Jarak titik M ke bidang ACGE adalah...
- 3. Diketahui ABCD sebuah perseggi panjang.  $\Delta$ TAB sama kaki dengan alas AB.  $\Delta$ TAB tegak lurus pada ABCD. Jika AB = 12, AD = 7 dan TD = 25 maka jarak T ke bidang ABCD adalah ....



- 4. Diberikan limas T.ABC dengan panjang rusuk AB = 2 cm, AC = 4 cm, dan AT = 8 cm yang saling tegak lurus di A. jarak titik A ke bidang BCT adalah...
- 5. Diberikan balok MATH.CLUB dengan panjang MA = 4 cm, AT = 3 cm, dan MC = 6 cm. jarak titik H ke bidang MTB adalah...

Kegiatan Inti Kegiatan Belajar 4



# Jarak Dua Garis dalam Ruang

#### PENDAHULUAN



Dalam pembangunan sebuah jembatan. Arsitek ingin mengukur jarak antar garis tepi sungai untuk menentukan panjang jembatan yang harus dibuat.

Bagaimanakah kondisinya agar panjang jembatan seminimal mungkin?

https://nasional.republika.co.id/

Untuk memahami materi ini silahkan kalian scan barcode berikut:



Rarcode 1

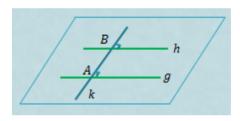


Rarcode 2



# MATERI 4 Jarak Antara Dua Garis

#### 1. Jarak Antara Dua Garis Sejajar

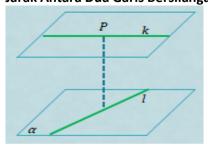




Jika garis g sejajar h, maka jarak kedua garis tersebut dapat ditentukan oleh cara sbb:

- a. Garis g dan h membentuk suatu bidang
- b. Buat garis k yang memotong tegak lurus terhadap garis g dan h di titik A dan B.
- c. Jarak AB adalah jarak garis g dan h.

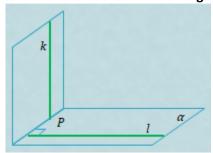
#### 2. Jarak Antara Dua Garis Bersilangan



Jika garis k bersilangan l, maka jarak k dan l menjadi jarak P dan bidang  $\alpha$ :

- a. Lukis bidang  $\alpha$  yang melalui garis l $\,$ dan sejajar garis k.
- b. Pilih titik P yang terletak pada garis k. Akibatnya,  $d(k, l) = d(P, \alpha)$ .

#### 3. Jarak Antara Dua Garis Bersilangan Tegak Lurus



Jika garis k dan l bersilangan tegak lurus, maka jarak antara k dengan l menjadi jarak antara P dengan l:

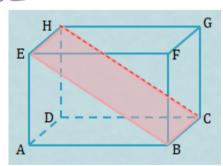
- Lukis bidang α yang melalui garis l dan tegak lurus garis k.
- Lukis titik P yakni titik potong garis k dan bidang α. b. Akibatnya, d(k, l) = d(P, l).



#### Contoh Soal Menentukan Jarak Dua Garis dalam Ruang

1. Panjang rusuk-rusuk balok ABCD.EFGH adalah AB = 10 cm, AD = 3 cm dan AE = 5 cm. Tentukan jarak antara garis BE dan CH.



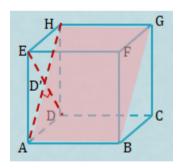


Perhatikan bahwa garis BE dan CH berada pada satu bidang yaitu bidang BCHE.

Garis BC tegak lurus terhadap garis BE dan CH. Sehingga jarak antara garis BE dan CH adalah panjang BC = 3 cm.

2. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 4 cm. Tentukan jarak garis CD dan AH.





Bidang ABGH adalah bidang yang melalui garis AH dan sejajar CD. Titik D terletak pada garis CD.

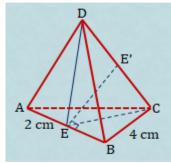
Akibatnya, d(CD, AH) = d(C, ABGH) = d(D, AH) = DD'

$$DD' = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Jadi Jarak CD dan AH adalah  $2\sqrt{2}$  cm.

3. Panjang rusuk bidang empat beraturan D.ABC adalah 4 cm. Tentukan jarak rusuk AB dan CD.





Bidang CDE adalah bidang yang melalui CD dan tegak lurus AB. Titik E adalah titik potong garis AB dan bidang CDE. Akibatnya, d(AB, CD) = d(E, CD) = EE'.

$$DE = CE = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$EE' = \sqrt{CE^2 - CE'^2} = \sqrt{2\sqrt{3}^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Jadi Jarak CD dan Ab adalah  $2\sqrt{2}$  cm.

#### AYO BERLATIH KEGIATAN BELAJAR 4

#### Kerjakan latihan soal berikut dengan Cara Penyelesaiannya!

- 1. Dierikan kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm, maka jarak antara garis AB dan DF adalah....
- 2. Pada balok ABCD. EFGH dengan panjang AB = 3 cm, AD = 5 cm, dan AE = 4 cm. Jika titik P di tengah-tengah garis BE dan titik Q di tengah-tengah garis CH, maka jarak antara PC dan EQ adalah....
- 3. Titik P adalah tengah-tengah GH pada kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 5 cm, maka jarak garis CP dan AD adalah...
- 4. Pada limas T.ABCD, TD tegak lurus bidang alas ABCD. Jika ABCD adalah persegi dengan rusuk alas 6 cm dan TD = 10 cm, maka jarak AD dan TC adalah...

#### Penutup



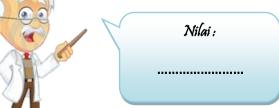
Setelah Anda belajar bertahap dan berlanjut melalui kegiatan belajar 1,2,3, dan 4 berikut diberikan Tabel untuk mengukur diri Anda terhadap materi yang sudah Anda pelajari. Jawablah **dengan jujur** terkait dengan penguasaan materi pada UKBM MTKU - 3.1/4.1/5/1-20 ini pada tabel berikut.

#### Tabel Refleksi Diri Pemahaman Materi

No	Pertanyaan		Tidak
1.	Dapatkah kalian menjelaskan jarak antar dalam ruang dimensi tiga		
2.	Dapatkah kalian mengontruksi rumus jarak anatar titik dalam ruang		
3.	Dapatkah kalian menjelaskan jarak titik ke garis dalam ruang		
4.	Dapatkah kalian menjelaskan jarak titik ke bidang pada dimensi tiga		
5.	Dapatkah kalian menjelaskan jarak antara dua garis dalam ruang		
	dimensi tiga		

Jika menjawab "TIDAK" pada salah satu pertanyaan di atas, maka pelajarilah kembali materi tersebut dalam Buku Teks Pelajaran (BTP) dan pelajari ulang kegiatan belajar 1, 2, 3, dan 4, yang sekiranya perlu Anda ulang dengan bimbingan Guru atau teman sejawat. **Jangan putus asa untuk mengulang lagi!** Apabila Anda menjawab "YA" pada semua pertanyaan, maka lanjutkan kegiatan berikut!.

**Ukurlah diri Anda** dalam menguasai materi tentang **Jarak Dalam Ruang** dalam rentang **0 – 100**, tuliskan ke dalam kotak yang tersedia.



#### **SELAMAT BELAJAR**

Ini adalah bagian akhir dari UKBM **(MTKU/3.1/4.1/5/1 – 20 )**. Mintalah tes Formatif kepada guru kalian sebelum kalian melanjutkan ke UKBM berikutnya **(MTKU/3.1/4.1/1/1 – 21 )**. Sukses untuk kalian!!!

Komentar Guru atas hasil pekerjaan siswa						
	••••••			•••••	•••••	•••••
	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••



#### TINDAK LANJUT

Apabila kalian sudah mampu menyelesaikan soal ini, maka kalian bisa melanjutkan pada kode UKBM selanjutnya.



#### REFERENSI

Rahman dkk. BSE Matematika untuk SMA Kelas XII semester 1 Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Edisi Revisi 2018

Sukino, MATEMATIKA untuk SMA/MA Kelas XII semester 1 Kelompok Wajib 3A. Penerbit Jakarta: Erlangga.