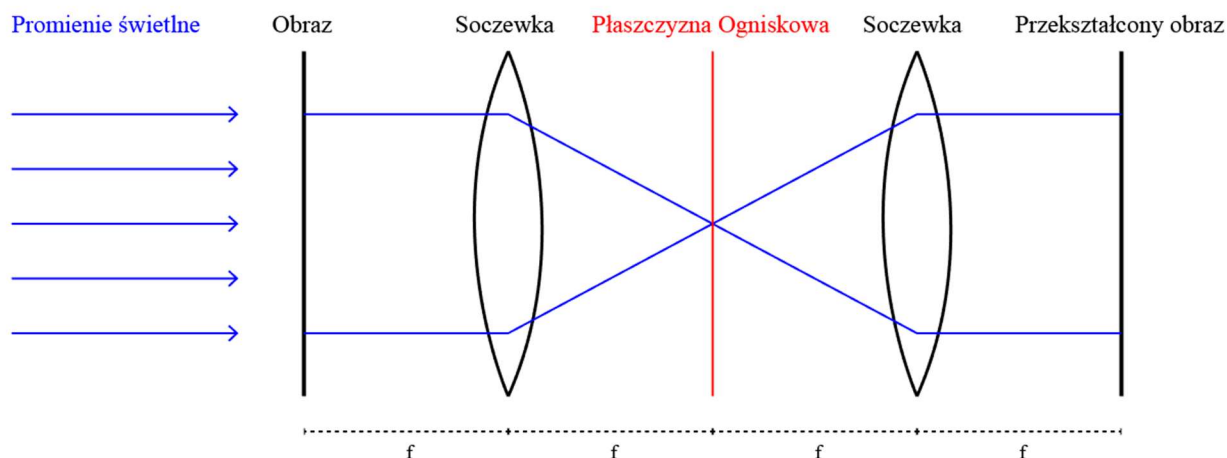


Rozmycie i wyostrenie funkcją otworową

15 I 2022 RW

Wprowadzenie

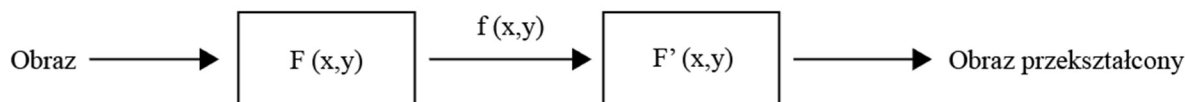
Optyka Fourierowska to dziedzina zajmująca się przetwarzaniem sygnałów świetlnych w dziedzinie częstotliwości przestrzennych. Zachodzące zjawiska dyfrakcji oraz interferencji można wyjaśnić na gruncie optyki falowej. Dwuwymiarowe przekształcenie Fouriera dokonywane jest chociażby przez układ dwóch soczewek oraz padającej na nie fali świetlnej. W płaszczyźnie ogniskowej pierwszej soczewki zachodzi wówczas rozkład sygnału na składowe fale płaskie, których zbiór tworzy widmo przestrzenne. Proces znajduje zastosowanie obliczeniowe, gdyż w odróżnieniu do tradycyjnych systemów logicznych soczewka wykonuje operacje z prędkością światła.



Schemat 1 - Układ dwóch soczewek (ang. 4-f coherent optical processor)

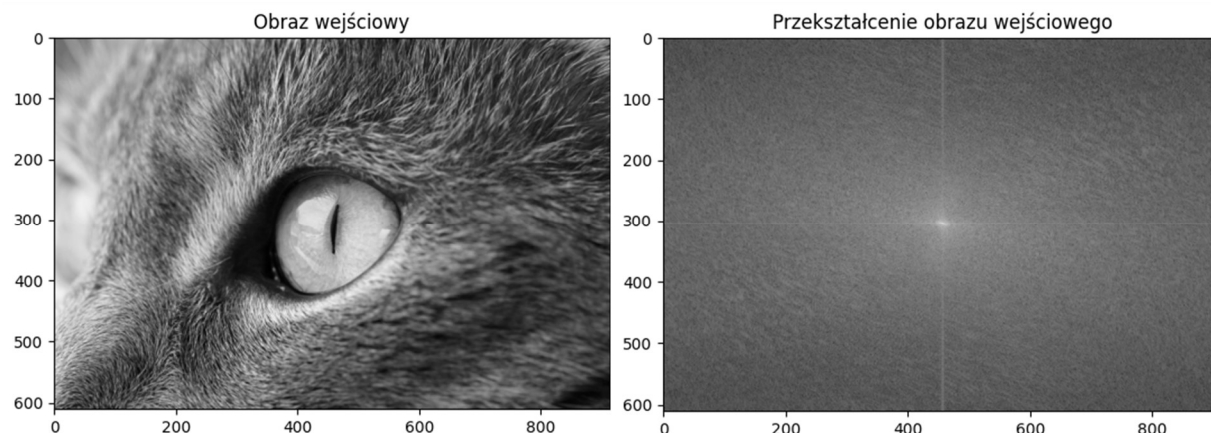
Obróbka obrazu

Przypuśćmy możliwość umieszczenia filtra w płaszczyźnie ogniska powyższego układu. Dla każdej fali świetlnej przechodzącej przez płaszczyznę zachodzi wówczas modyfikacja widma częstości przestrzennych zgodnie z zadaną funkcją $f(x, y)$. Funkcja f nazywana jest funkcją otworową. Okazuje się, że umieszczenie filtra w tym specyficznym miejscu pozwala na uzyskanie interesujących efektów. Proces można również zasymulować wykonując poniższy program:



Schemat 2 - Program

Zasada działania programu polega na przyjęciu obrazu w postaci dwuwymiarowej listy zawierającej natężenie światła w skali szarości, która następnie zostaje przekształcona w przestrzeń częstotliwościową. Odpowiada za to funkcja $F(x, y)$ z powyższego schematu. Część procesu oznaczona pierwszą strzałką jest widoczna na dwóch wykresach poniżej. Pierwszy z nich to obraz wejściowy, drugi jest jego przekształceniem Fouriera. Dwie charakterystyczne linie w płaszczyznach XY przecinające się na środku pod kątem prostym wskazują na prostokątny charakter poszczególnych części w płaszczyźnie obrazu. Wskazuje to na cyfrowy charakter obrazu wejściowego. Częstotliwość na wykresie przekształcenia rośnie wraz z oddalaniem się od środka wykresu.

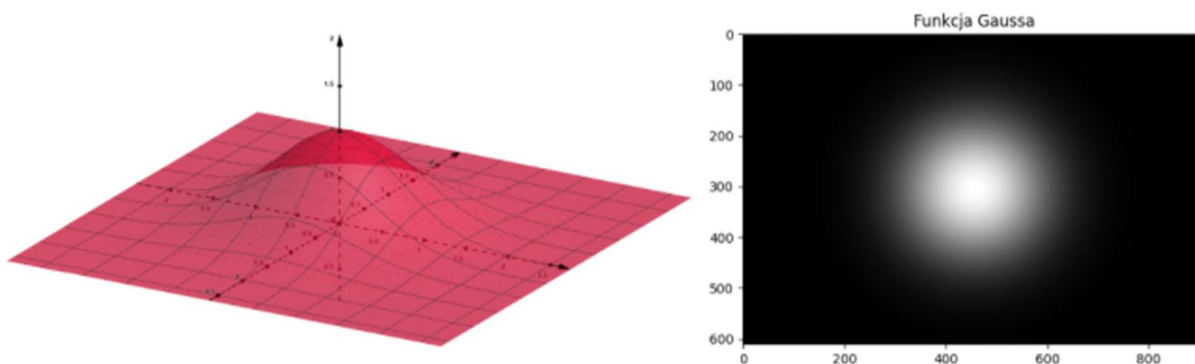


Symulacja rozmycia

Rozmycie obrazu można osiągnąć osłabiając wysokie częstotliwości w przekształceniu obrazu wejściowego. Wycinanie wysokich częstotliwości spowoduje znaczne zmniejszenie szczegółowości obrazu. Filtr w tym przypadku nazywany jest filtrem dolnoprzepustowym.

Zasadniczą częścią symulacji jest opracowanie funkcji otworowej, która będzie w sposób odpowiedni filtrować przekształcone widmo. Przykładem takiej funkcji jest funkcja Gaussa dla przestrzeni dwuwymiarowych. Dana jest wzorem:

$$f(x, y) = \exp\left(-\left(\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right)$$



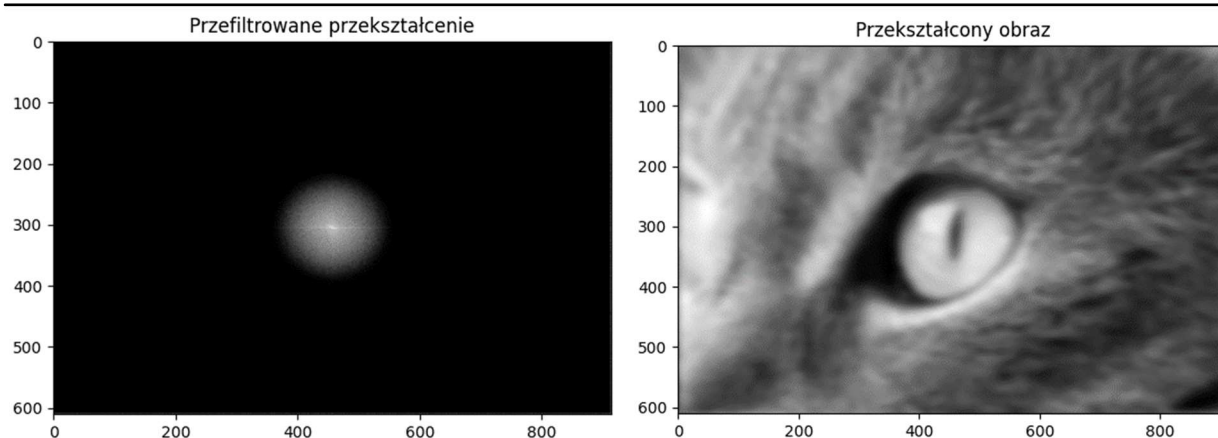
Schemat 3 - Funkcja Gaussa

Dla obrazu o rozdzielczości $O(a, b) = O(914, 610)$ przyjęte zostały następujące wartości:

$$x_0 = \frac{a}{2}, y_0 = \frac{b}{2}, \sigma_x = \frac{a}{b}, \sigma_y = 20$$

Zadana funkcja prezentuje następujące wyniki. Przekształcony obraz O jest utworzony według następującej funkcji. Dla każdego punktu obrazu zachodzi przekształcenie odwrotne F' iloczynu przekształcenia F z funkcją otworową f .

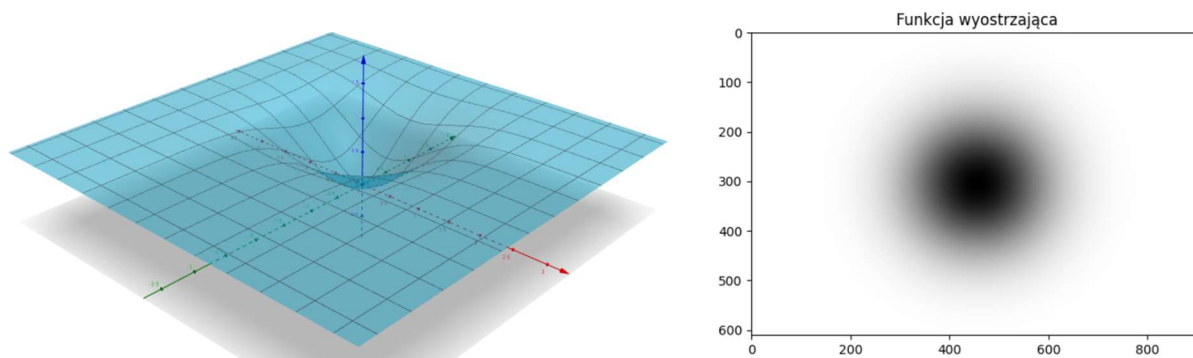
$$O = F'(F \cdot f)$$



Symulacja wyostrenienia

Bezpośrednim przeciwieństwem rozmycia jest wyostrenienie. Wyostrenienie polega na wycięciu niskich częstotliwości z przekształcenia obrazu wejściowego. Funkcja otworowa $g(x, y)$ filtra wyostrającego będzie wyglądać następująco:

$$g(x, y) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right)$$



Schemat 4 - Wyostrająca funkcja Gaussa

