Correction Baccalauréat – Mathématiques série S – Session 2025

Exercice 2 :

1. Équations paramétriques de la droite (D)

$(D)\, a\ pour\ coefficient\ directeur\ \vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix} et\ passe\ par\ le\ point\ A\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$

$(D): X=\vec{u}t+A\ avec\ X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \Rightarrow (D):\begin{cases}x=3t+2\\y=-2t-1\\z=t+3\end{cases}$

$$\boxed{(D):\begin{cases}x=3t+2\\y=-2t-1\ ,t\in\mathbb{R}\\z=t+3\end{cases}}$$

2.a. Montrons que les droites (D) et (D’) sont orthogonaux

$(D'):\begin{cases}x=4t+1\\y=5t-8\quad ,t\in\mathbb{R}\\z=-2t+6\end{cases}$

$(D'): X=\vec{a}t+A_0\ avec\ \vec{a}=\begin{pmatrix}4\\5\\-2\end{pmatrix} (D)\perp(D')\ si\ et\ seulement\ si\ \vec{a}\begin{pmatrix}4\\5\\-2\end{pmatrix}\times\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}=0$

$\vec{a}\begin{pmatrix}4\\5\\-2\end{pmatrix}\times\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}=12-10-2=0\ Alors\ (D)\perp(D')$

$$\boxed{(D)\perp(D')}$$

b. Les coordonnées du point I intersection de (D) et (D’)

$I=(D)\cap(D')\Leftrightarrow\begin{cases}x=3t+2=4t+1\\y=-2t-1=5t-8\\z=t+3=-2t+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases} Pour\ t=1, (D)\cap(D')$

$I\begin{pmatrix}x=3+2\\y=-2-1\\z=-2+6\end{pmatrix}\Leftrightarrow I\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}$

$$\boxed{I\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}}$$

3. Une équation cartésienne du plan (P) contenant les deux droites (D) et (D’)

$Soit\ \vec{n}\ \ un\ \ vecteur\ normal\ de\ (P)\ alors\ \vec{n}\ est\ perpendiculaire\ aux\ vecteurs\ directeurs\ de\ (D)\ et\ (D')$

$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\times\vec{a}\begin{pmatrix}4\\5\\-2\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow 4a+5b-2c=0\ et\ \vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\times\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}=0\Leftrightarrow 3a-2b+c=0\quad\Leftrightarrow\quad 6a-4b+2c=0$

$10a+b=0\quad\Leftrightarrow\quad b=-10a,\quad prenons\quad a=1\quad alors\quad b=-10,\quad c=2(-10)-3(1)=-23$

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-10\\-23\end{pmatrix}$

$\forall \quad M(x, y, z) \in (P), \quad \overrightarrow{IM} \times \vec{n} = 0$

$\begin{pmatrix} x-5 \\ y+3 \\ z-4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -10 \\ -23 \end{pmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x-5-10(y+3)-23(z-4)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x-5-10y-30-23z+92=0$

$(P): x-10y-23z+57=0$

$$\boxed{(P): x-10y-23z+57=0}$$