PENANGANAN KEHETEROGENAN RAGAM MENGGUNAKAN TRANSFORMASI BOX-COX DAN GARCH PADA MODEL DERET WAKTU ARIMA

LUCKY LESTARI

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2022

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Penanganan Keheterogenan Ragam Menggunakan Transformasi Box-Cox dan GARCH pada Model Deret Waktu ARIMA” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Januari 2022

Lucky Lestari
NIM G94160051

ABSTRAK

LUCKY LESTARI. Penanganan Keheterogenan Ragam Menggunakan Transformasi Box-Cox dan GARCH pada Model Deret Waktu ARIMA. Dibimbing oleh RETNO BUDIARTI dan WINDIANI ERLIANA.

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) merupakan sebuah metode peramalan yang menggunakan sifat dan karakteristik dari data masa lalu untuk meramalkan data deret waktu selanjutnya. Namun, diperlukan penyelesaian keheterogenan ragam pada data dengan melakukan transformasi Box-Cox atau *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) pada model ARIMA, sehingga diperoleh model ARIMA-GARCH. Selanjutnya dilakukan perbandingan antara model ARIMA yang melalui transfomasi Box-Cox dengan model ARIMA-GARCH dengan melihat besar *error* dari masing-masing model untuk kemudian dilakukan peramalan menggunakan salah satu model tersebut. Data yang digunakan adalah harga saham harian PT Telkom Indonesia Tbk tanggal 2 Januari 2018 hingga 28 Desember 2018, yang kemudian dilakukan peramalan untuk 6 periode mendatang. Model akhir yang diperoleh adalah ARIMA(2,1,2) untuk model dengan transformasi Box-Cox dengan MAPE sebesar 1.55%, yang mana lebih kecil dari model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) dengan MAPE sebesar 53.93%. Hasil peramalan untuk 6 periode berikutnya menghasilkan nilai MAPE sebesar 1.01%, di mana tingkat kesalahan yang dihasilkan cukup rendah.

Kata kunci: ARIMA, Box-Cox, deret waktu, GARCH, peramalan.

ABSTRACT

LUCKY LESTARI. Handling Variation Heterogeneity Using Box-Cox Transformation and GARCH on ARIMA Time Series Model. Supervised by RETNO BUDIARTI and WINDIANI ERLIANA.

Autoregressive Integrated Moving Average model (ARIMA) is a forecasting method that uses characteristics of past data to predict future time series data. However, it is necessary to solve the heterogeneity of variance in the data by performing a Box-Cox transformation or Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) on the ARIMA model, so that the ARIMA-GARCH model is obtained. Furthermore, a comparison is made between the ARIMA model through the Box-Cox transformation and the ARIMA-GARCH model by looking at the error size of each model and then forecasting using one of these models. The data used is the daily share price of PT Telkom Indonesia Tbk from January 2, 2018 to December 28, 2018, which is then forecasted for the next 6 periods. The final model obtained is ARIMA(2,1,2) for the model with Box-Cox transformation with a MAPE of 1.55%, which is smaller than the ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) model with a MAPE of 53.93%. Forecasting results for the next 6 periods produce a MAPE value of 1.01%, in which the error rate is quite low.

Keywords: ARIMA, Box-Cox, forecasting, GARCH, time series.

PENANGANAN KEHETEROGENAN RAGAM MENGGUNAKAN TRANSFORMASI BOX-COX DAN GARCH PADA MODEL DERET WAKTU ARIMA

LUCKY LESTARI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Aktuaria
pada
Departemen Matematika

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2022

Judul Skripsi : Penanganan Keheterogenan Ragam Menggunakan Transformasi Box-Cox dan GARCH pada Model Deret Waktu ARIMA
Nama : Lucky Lestari
NIM : G94160051

Disetujui oleh

digitally signed
disign.ipb.ac.id
Dr Ir Retno Budiarti, MS
Pembimbing I

digitally signed
disign.ipb.ac.id
Windiani Erliana, MSi
Pembimbing II

Diketahui oleh

digitally signed
disign.ipb.ac.id
Dr Ir Endar Hasafah Nugrahani, MS
Ketua Departemen

Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanaahu wa ta'ala atas segala karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah yang berjudul "Penanganan Keheterogenan Ragam Menggunakan Transformasi Box-Cox dan GARCH pada Model Deret Waktu ARIMA".

Penyusunan karya ilmiah ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses penyusunan karya ilmiah ini, antara lain:

1. kedua orang tua saya yaitu Bapak Suharto dan Ibu Ponidjah, serta kakak-kakak saya yaitu Dian Asriaty Dewi dan Estu Kasih Haryanto atas semua doa serta dukungannya.
2. Ibu Dr Ir Retno Budiarti, MS selaku dosen pembimbing pertama dan Ibu Windiani Erliana, MSi selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan banyak ilmu, motivasi, saran, bantuan, serta kesabarannya pada saya.
3. Bapak Dr Ir I Gusti Putu Purnaba, DEA dan Ibu Dr Berlian Setiawaty, MS selaku dosen penguji atas semua saran dan kritik untuk perbaikan karya ilmiah ini.
4. seluruh dosen Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua ilmu yang telah diberikan kepada penulis.
5. seluruh staf Departemen Matematika FMIPA IPB atas semua bantuan selama perkuliahan serta proses penyelesaian karya ilmiah ini.
6. Pipih, Octaviani, Ibnu, Insan, Luqman, dan teman-teman Aktuaria 53 atas bantuan, semangat, doa, dan dukungannya selama perkuliahan dan proses penyusunan karya ilmiah.
7. Yusup atas bantuannya selama proses penyelesaian karya ilmiah.
8. pihak-pihak lain yang telah membantu proses penyelesaian karya ilmiah ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Januari 2022

Lucky Lestari

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Peramalan (*forecasting*) adalah ilmu untuk memperkirakan kejadian di masa depan. Peramalan dilakukan dengan melibatkan pengambilan data historis dan memproyeksikannya ke masa mendatang dengan suatu bentuk model matematis. Pada perekonomian dan bisnis, peramalan terhadap kejadian di masa depan digunakan dan penting untuk mengambil suatu keputusan manajemen, di mana keputusan ini dapat mempengaruhi keadaan perusahaan di masa mendatang.

Salah satu instrumen keuangan yang memerlukan proses peramalan dalam suatu perusahaan adalah saham. Sebagai salah satu instrumen keuangan yang banyak diminati untuk berinvestasi, selain karena harganya yang terjangkau, berinvestasi saham juga mudah dilakukan karena bersifat fleksibel. Profit yang diperoleh ketika berinvestasi saham akan maksimal ketika pasar dianalisa dengan baik dan saham yang dipilih pun tepat. Namun, akibat harga saham yang selalu berfluktuasi, para investor perlu memperhatikan dan mempelajari keadaan dan data masa lalu perusahaan. Hal tersebut dilakukan agar investor dapat menganalisa prospek harga saham suatu perusahaan di masa depan, sehingga peramalan pada harga saham sangat diperlukan.

Proses peramalan harga saham suatu perusahaan dapat dilakukan dengan menggunakan model ARIMA (*Autoregressive-Integrated Moving Average*). Model ARIMA merupakan sebuah metode peramalan yang menggunakan sifat dan karakteristik dari data masa lalu untuk meramalkan data deret waktu selanjutnya. Namun, dalam menyelesaikan peramalan tersebut diperlukan penyelesaian terhadap keheterogenan ragam yang terjadi pada data. Penyelesaian heterogenitas ragam pada suatu data dapat dilakukan dengan melakukan transformasi Box-Cox atau menggunakan model GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) pada model ARIMA, sehingga diperoleh suatu model ARIMA-GARCH.

Pada karya ilmiah ini akan dilakukan perbandingan antara model ARIMA yang menggunakan transfomasi Box-Cox dengan model ARIMA-GARCH. Kedua model tersebut akan dibandingkan dengan cara melihat besar kesalahan atau error yang dihasilkan dari masing-masing model. Selanjutnya, akan dilakukan peramalan harga saham harian PT Telkom Indonesia Tbk dengan menggunakan salah satu model tersebut.

Tujuan

Karya ilmiah ini bertujuan untuk membandingkan model ARIMA yang menggunakan transfomasi Box-Cox dengan model ARIMA-GARCH. Kemudian akan dilakukan peramalan harga saham harian PT Telkom Indonesia Tbk dengan menggunakan salah satu dari model yang dibandingkan.

LANDASAN TEORI

Peubah Acak

Ruang Contoh

Himpunan semua hasil dari suatu percobaan acak disebut ruang contoh (ruang sampel), dinotasikan dengan Ω (Mangku 2017).

Medan-σ

Medan-σ adalah suatu himpunan $\mathcal{F}$ yang anggotanya adalah himpunan bagian dari ruang contoh Ω serta memenuhi syarat-syarat berikut (Mangku 2017)
(i) $\emptyset \in \mathcal{F}$.
(ii) Jika $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ maka $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$.
(iii)Jika $A \in \mathcal{F}$ maka $A^c \in \mathcal{F}$, dengan A^c menyatakan komplemen A.

Peubah Acak

Misalkan Ω adalah ruang contoh suatu percobaan acak dan $\mathcal{F}$ adalah suatu medan-σ dari Ω. Peubah acak (*random variable*) dari percobaan tersebut adalah suatu fungsi bernilai real $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ dengan sifat bahwa untuk setiap $x \in \mathbb{R}, \{\omega \in \Omega; X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}$ (Mangku 2017).

Peubah Acak Kontinu dan Fungsi Kepekatan Peluang

Peubah acak X dikatakan kontinu jika fungsi sebarannya dapat diekspresikan sebagai

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du \quad (1)$$

untuk suatu fungsi $f : \mathbb{R} \longrightarrow [0, \infty)$ yang terintegralkan. Selanjutnya fungsi $f = f_X$ disebut fungsi kepekatan peluang (*probability density function*) bagi X.
Syarat agar suatu fungsi f merupakan fungsi kepekatan peluang adalah $f(x) \geq 0$, untuk semua x bilangan real dan $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$ (Mangku 2017).

Nilai Harapan

Jika X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi kepekatan peluang f_X, maka nilai harapan dari X didefinisikan sebagai

$$\mathrm{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx \quad (2)$$

jika integral di atas konvergen. Jika integral di atas divergen, maka nilai harapan dari X tidak ada.
Sifat-sifat nilai harapan untuk peubah acak kontinu, yakni sebagai berikut (Mangku 2017):
(i) Untuk sembarang fungsi $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ maka berlaku

$$\mathrm{E}\big(h(X)\big) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) f_X(x)dx. \quad (3)$$

(ii) Jika $h_1, h_2, \dots, h_n$ adalah barisan fungsi bernilai real dan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ adalah barisan konstanta bilangan real, maka berlaku

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}\big(\alpha_1 h_1(X) + \alpha_2 h_2(X) + \cdots + \alpha_n h_n(X)\big)\\ &\quad = \alpha_1 \mathrm{E}\big(h_1(X)\big) + \alpha_2 \mathrm{E}\big(h_2(X)\big) + \cdots + \alpha_n \mathrm{E}\big(h_n(X)\big). \qquad (4)\end{aligned}$$

(iii) Untuk setiap peubah acak kontinu X dengan fungsi sebaran F_X dan fungsi kepekatan peluang f_X berlaku

$$\mathrm{E}(X) = \int_0^\infty \big(1 - F_X(x)\big)dx - \int_0^\infty F_X(-x)dx. \qquad (5)$$

Bukti:

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx\\ &= \int_{-\infty}^{0} x f_X(x)dx + \int_0^\infty x f_X(x)dx\\ &= -\int_{-\infty}^{0}\Big(\int_0^{-x} dt\Big) f_X(x)dx + \int_0^\infty \Big(\int_0^x dt\Big) f_X(x)dx\\ &= -\int_0^\infty \left(\int_{-\infty}^{-t} f_X(x)dx\right)dt + \int_0^\infty \Big(\int_t^\infty f_X(x)dx\Big)dt\\ &= -\int_0^\infty F_X(-t)dt + \int_0^\infty \big(1 - F_X(t)\big)dt.\end{aligned}$$

Ragam

Jika X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi kepekatan peluang f_X, maka ragam dari X didefinisikan sebagai

$$Var(X) = \mathrm{E}(X - \mathrm{E}(X))^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathrm{E}(X))^2 f_X(x)dx \qquad (6)$$

jika integral di atas konvergen. Jika integral di atas divergen, maka ragam X tidak ada.

Sifat-sifat ragam untuk peubah acak diskret juga berlaku untuk peubah acak kontinu, yakni sebagai berikut (Mangku 2017).

(i) $Var(X) = \mathrm{E}(X^2) - \big(\mathrm{E}(X)\big)^2$.

(ii) Untuk setiap konstanta bilangan real α dan β berlaku $Var(\alpha X + \beta) = \alpha^2 Var(X)$.

Kovarian

Jika X dan Y adalah dua peubah acak yang menyebar bersama, maka kovarian dari X dan Y, ditulis $Cov(X, Y)$, didefinisikan sebagai

$$Cov(X,Y) = \mathrm{E}\big[\big(X - \mathrm{E}(X)\big)\big(Y - \mathrm{E}(Y)\big)\big] = \mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y). \qquad (7)$$

Sifat-sifat kovarian adalah sebagai berikut (Mangku 2017).

(i) Jika X dan Y adalah dua peubah acak serta a, b, c, d adalah konstanta bilangan real, maka $Cov(aX + b, cY + d) = acCov(X, Y)$.

(ii) Secara umum, jika $X_1, X_2, \dots, X_n$ dan $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ adalah barisan-barisan peubah acak serta $a_1, a_2, \dots, a_n$ dan $b_1, b_2, \dots, b_m$ adalah konstanta bilangan real, maka

$$Cov\Big(\sum_{i=1}^n a_i X_i, \sum_{j=1}^m b_j Y_j\Big) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j Cov\big(X_i, Y_j\big). \qquad (8)$$

Korelasi

Misalkan X dan Y adalah dua peubah acak dengan $0 < Var(X) = \sigma_X{}^2 < \infty$ dan $0 < Var(Y) = \sigma_Y{}^2 < \infty$. Kovarian antara peubah acak X yang dibakukan dengan peubah acak Y yang dibakukan disebut koefisien korelasi antara X dan Y yang dilambangkan dengan $\rho = \rho(X, Y)$. Jadi

$$\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \tag{9}$$

Untuk sembarang peubah acak X dan Y dengan koefisien korelasi $\rho(X, Y)$ berlaku sifat-sifat sebagai berikut (Mangku 2017).

(i) $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$

(ii) Dengan peluang 1, $\rho(X, Y) = 1$ jika dan hanya jika $Y = aX + b$ untuk suatu konstanta a dan b dengan $a > 0$.

(iii) Dengan peluang 1, $\rho(X, Y) = -1$ jika dan hanya jika $Y = aX + b$ untuk suatu konstanta a dan b dengan $a < 0$.

Deret Waktu

Deret Waktu

Deret waktu (*time series*) adalah serangkaian nilai pengamatan (observasi) yang diambil dari waktu ke waktu. Analisis deret waktu dilakukan untuk memperoleh pola data deret waktu dengan menggunakan data masa lalu yang akan digunakan untuk meramalkan (*forecasting*) suatu nilai pada masa yang akan datang. Asumsi yang mendasari analisis deret waktu adalah kestasioneran terhadap rataan dan ragam.

Kestasioneran

Kestasioneran data dapat dilihat dari waktu dan fluktuasi data, dikatakan stasioner jika data berfluktuasi pada nilai yang konstan dan tidak bergantung pada waktu (Montgomery *et al* 2015). Penggunaan data yang tidak stasioner dalam model pendugaan ekonometrika dapat membuat kekeliruan pada kesimpulan yang akan diambil, maka sangat penting untuk menguji kestasioneran data terlebih dahulu. Data deret waktu dikatakan stasioner jika rata-rata dan ragamnya konstan, tidak ada unsur *trend* dalam data, dan tidak ada unsur musiman.

Strict Stationarity

Data deret waktu $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ merupakan *strictly stationary* jika sebaran $(Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n})$ sama dengan sebaran dari $(Y_{t_1+k}, \dots, Y_{t_n+k})$ dengan $t_1, \dots, t_n, k \in \mathbb{Z}$ dan $n \in \mathbb{N}$ (McNeil *et al* 2015).

Covariance Stationarity

Data deret waktu $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ merupakan *covariance stationary* (atau *weakly or second-order stationary*) jika dua keadaan berikut terpenuhi, yaitu (McNeil *et al* 2015):

$$\mu = E(Y_t), \qquad t \in \mathbb{Z}$$
$$\gamma(t,s) = \gamma(t+k, s+k), \quad t,s \in \mathbb{Z}$$

Power Transformation

Transformasi Box-Cox berguna untuk menstabilkan ragam data yang tidak konstan. Selain itu, transformasi Box-Cox dapat digunakan untuk mengubah data agar sebaran data mendekati sebaran normal. Box-Cox *power transformation* didefinisikan sebagai berikut

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^{\lambda}-1}{\lambda} & ,\lambda \neq 0 \\ \ln(y) & ,\lambda = 0 \end{cases} \tag{10}$$

dengan $y^{(\lambda)}$ kontinu di λ dan diasumsikan menyebar normal. Nilai λ dipilih dengan melihat nilai λ yang memaksimumkan fungsi likelihood. Jika data deret waktu memiliki $\lambda = 1$ maka dapat dikatakan bahwa data tersebut tidak memerlukan transformasi. Jika data memiliki nilai $\lambda < 1$ maka λ dapat mengecilkan nilai y yang besar, sehingga berguna untuk mentransformasikan data yang condong ke kanan. Sedangkan nilai $\lambda > 1$ berguna untuk mentransformasikan data yang condong ke kiri.

White Noise

Hal dasar yang diperlukan pada model deret waktu adalah *white noise*. Dikatakan *white noise* jika $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ merupakan *covariance stationary* dengan fungsi autokorelasi

$$\rho(h) = \begin{cases} 1, & h = 0, \\ 0, & h \neq 0. \end{cases}$$

Proses *white noise* yang memiliki rataan 0 dan ragam $\sigma^2 = var(Y_t)$ akan dilambangkan dengan $WN(0, \sigma^2)$ (McNeil *et al* 2015).

Strict White Noise

$(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ adalah *strict white noise* jika data $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ independen dan terdistribusi identik (*iid*) dengan ragam terbatas. Proses *strict white noise* (SWN) yang memiliki rataan 0 dan ragam $\sigma^2 = var(Y_t)$ akan dilambangkan dengan $SWN(0, \sigma^2)$ (McNeil *et al* 2015).

Model *Autoregressive*

Pada proses *Autoregressive* ordo p, y_t merupakan rata-rata tertimbang dari data masa lalu selama p periode dan *error* pada periode saat ini. Proses ini ditunjukkan sebagai AR(p) dan menulis persamaannya sebagai

$$y_t = \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t, \tag{11}$$

di sini δ merupakan konstanta yang berhubungan dengan rataan dari proses stokastik dan ε_t diasumsikan *white noise* (Pindyck dan Rubinfeld 1997).

Model *Moving Average*

Diberikan $(\varepsilon_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ adalah $WN(0,\sigma_\varepsilon^2)$. Proses $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ dikatakan proses *Moving Average* ordo q, ditulis MA(q), dengan rataan μ jika merupakan proses *covariance stationary* yang memenuhi persamaan

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q} \tag{12}$$

di mana parameter $\theta_1, \dots, \theta_q$ dapat bernilai positif ataupun negatif (McNeil *et al* 2015).

Pada model *Moving Average* (dan model *Autoregressive*), *error* diasumsikan *white noise*. Secara khusus, ε_t diasumsikan sebagai peubah acak berdistribusi normal dengan rataan 0, ragam ${\sigma_\varepsilon}^2$ dan kovarian $\gamma_k = 0$ untuk $k \neq 0$.

Rataan dari proses *Moving Average* bersifat independen terhadap waktu, $E(y_t) = \mu$. Masing-masing ε_t diasumsikan dari proses *white noise* yang sama, sehingga $E(\varepsilon_t) = 0, E({\varepsilon_t}^2) = \sigma_\varepsilon^2$, dan $E(\varepsilon_t\varepsilon_{t-k}) = 0$ untuk $k \neq 0$ (Pindyck dan Rubinfeld 1997).

Fungsi Autokorelasi

Misalkan $\{Y_t\}$ adalah proses *covariance stationary*. Kovarian antara Y_t dan Y_{t+k} disebut dengan autokovarian pada *lag* k yang didefinisikan dengan

$$\begin{aligned}\gamma_k &= Cov(Y_t, Y_{t+k})\\ &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)], \text{ untuk } k = 0,1,2,\dots.\end{aligned}$$

Kumpulan nilai dari $\gamma_k, k = 0,1,2,\dots$ disebut sebagai fungsi autokovarian. Perhatikan bahwa autokovarian pada *lag* $k = 0$ adalah ragam dari deret waktu itu sendiri yaitu $\gamma_0 = E[(Y_t - \mu)^2] = \sigma^2$ bersifat konstan pada setiap t. Koefisien autokorelasi pada *lag* k suatu deret waktu adalah

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{Var(Y_t)}, \text{ untuk } k = 0,1,2,\dots. \tag{13}$$

Kumpulan nilai dari $\rho_k, k = 0,1,2,\dots$ disebut sebagai fungsi autokorelasi (ACF) (Montgomery *et al.*, 2015). Jika dikaitkan dengan model *Moving Average* dengan ordo q, secara umum fungsi autokorelasinya, ρ_k, adalah sebagai berikut.

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases}\dfrac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2} & , k = 1,2,\dots,q\\ 0 & , k > q\end{cases} \tag{14}$$

Berdasarkan persamaan (14), ordo MA(q) dapat diidentifikasi dengan melihat ACF yang *cut off* setelah *lag* q (Pindyck dan Rubinfeld 1997).

Sebagai contoh proses MA(1) memiliki ACF berikut,

$$\rho_k = \begin{cases}\dfrac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} & , k = 1\\ 0 & , k > 1.\end{cases}$$

Fungsi Autokorelasi Parsial

Misalkan diberikan tiga peubah acak X, Y, dan Z. Didefinisikan persamaan regresi linier sederhana dari X pada Z dan Y pada Z, sebagai berikut

$$\hat{X} = a_1 + b_1 Z, \text{ di mana } b_1 = \frac{Cov(Z,X)}{Var(Z)},$$

$$\hat{Y} = a_2 + b_2 Z, \text{ di mana } b_2 = \frac{Cov(Z,Y)}{Var(Z)}.$$

Nilai galat dapat ditentukan dari

$$X^* = X - \hat{X} = X - (a_1 + b_1 Z),$$
$$Y^* = Y - \hat{Y} = Y - (a_2 + b_2 Z).$$

Autokorelasi parsial antara X dan Y setelah disesuaikan untuk Z didefinisikan sebagai korelasi antara X^* dan Y^* di mana $Corr(X^*, Y^*) = Corr(X - \hat{X}, Y - \hat{Y})$. Oleh karena itu, korelasi parsial dapat dipandang sebagai korelasi antara dua peubah setelah disesuaikan dengan faktor umum yang mungkin mempengaruhi mereka.

Jika dikaitkan dengan model *Autoregressive* secara umum, maka persamaan Yule-Walker untuk ACF dari model AR(p) adalah

$$\rho_j = \sum_{i=1}^{k} \phi_i \rho_{j-1}, \qquad j = 1,2, \dots, k. \tag{15}$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk notasi matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_3 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

atau $\mathbf{P}_k \Phi_k = \boldsymbol{\rho}_k$. Untuk mencari Φ_k, diperoleh

$$\Phi_k = \mathbf{P}_k^{-1} \boldsymbol{\rho}_k.$$

Untuk suatu *lag* , $k = 1,2, \dots$, koefisien ϕ_k disebut sebagai fungsi autokorelasi parsial (*Partial AutoCorrelation Function* (PACF)) dari suatu proses dengan *lag k* (Montgomery *et al.* 2015).

Model *Autoregressive-Moving Average*

Beberapa proses acak stasioner tidak dapat dimodelkan hanya dengan *Moving Average* atau *Autoregressive* saja, saat data pengamatan memiliki ciri-ciri dari dua proses tersebut. Campuran dari kedua model tersebut adalah proses *Autoregressive-Moving Average* dengan ordo (p,q). Proses tersebut disebut dengan ARMA(p,q) dan persamaannya dituliskan sebagai

$$y_t = \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{16}$$

Jika diasumsikan proses tersebut stasioner, rataannya konstan sepanjang waktu. Namun, apabila model tidak stasioner dan ditransformasi menjadi bentuk stasioner dengan melakukan pembedaan (*differencing*), dapat dikatakan y_t merupakan non stasioner homogen ordo d jika $w_t = \Delta^d y_t$ stasioner. Di mana Δ merupakan simbol pembedaan, seperti

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \qquad\qquad \Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$$

Jika $w_t = \Delta^d y_t$ dan w_t adalah proses ARMA(p,q), maka dapat dikatakan bahwa y_t adalah proses *Autoregressive Integrated Moving Average* dengan ordo (p,d,q) atau ARIMA(p,d,q). Sehingga diperoleh persamaan ARIMA(p,1,q) sebagai (Pindyck dan Rubinfeld 1997)

$$w_t = \emptyset_1 w_{t-1} + \emptyset_2 w_{t-2} + \cdots + \emptyset_p w_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (17)$$

$$y_t = (1+\emptyset_1) y_{t-1} + (\emptyset_2 - \emptyset_1) y_{t-2} + \cdots + (\emptyset_p - \emptyset_{p-1}) y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (18)$$

Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

Diberikan $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ yang merupakan proses *strict white noise* $SWN(0,1)$. Proses $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ merupakan proses *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* ARCH(r) jika *strictly stationary*, $\forall t \in \mathbb{Z}$ dan untuk suatu proses $(\sigma_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ yang bernilai positif, memenuhi persamaan

$$Y_t = \sigma_t Z_t,$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i Y_{t-1}^2 \quad (19)$$

dengan $\omega > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, r$ (McNeil *et al.* 2015).

Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) merupakan pengembangan dari model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) yang ditemukan oleh Bollerslev pada tahun 1986. Model GARCH diperlukan untuk mengatasi ketidakstasioneran terhadap ragam. Secara spesifik, model GARCH dengan orde (r,*s*) atau GARCH (*r*,*s*) dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (20)$$

dengan $\omega > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$.

Uji-Uji Statistik

Uji Breusch Pagan Godfrey

Misalkan terdapat model regresi linier dengan n variabel independen yang ditulis

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_n X_{ni} + \varepsilon_i \quad (21)$$

dengan asumsi galat ragam σ_i^2 adalah

$$\sigma_i^2 = f(\alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_m Z_{mi})$$
$$\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_m Z_{mi} \quad (22)$$

dengan σ_i^2 merupakan fungsi linier dari Z. Jika $\alpha_2 = \cdots = \alpha_m = 0$, maka $\sigma_i^2 = \alpha_1$ merupakan suatu konstanta, sehingga ragam homogen. Jadi hipotesis yang digunakan adalah

H_0 : $\alpha_2 = \cdots = \alpha_m = 0$ (ragam homogen)
H_1 : Paling sedikit ada satu i di mana $\alpha_i \neq 0$.

Sehingga apabila diperoleh *p-value* yang lebih dari taraf nyata, maka dapat disimpulkan bahwa ragam telah homogen.

Uji Dickey-Fuller

Uji ini dikembangkan oleh Dickey dan Fuller untuk menguji kestasioneran data terhadap rataan (*mean*). Beberapa model yang dipilih untuk melakukan Uji Dickey Fuller (DF):

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{23}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{24}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \tag{25}$$

dengan $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. Perbedaan antara ketiga regresi tersebut hanya terletak pada keberadaan elemen-elemen deterministik a_0 dan $a_2 t$. Parameter yang menjadi perhatian pada model tersebut adalah a_1. Jika $a_1 = 1$, maka y_t tidak stasioner. Jika $a_1 < 1$, maka y_t stasioner. Jadi hipotesis

$H_0 : a_1 = 1$

$H_1 : a_1 < 1$

dapat diuji menggunakan statistik-*t* untuk mengetahui kestasioneran y_t. Model persamaan (23), (24), dan (25) dapat dilakukan reparameterisasi sebagai berikut

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{26}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{27}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \tag{28}$$

dengan $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ dan $\gamma = a_1 - 1$. Ketiga model regresi ini dikenal sebagai regresi *Dickey-Fuller*. Parameter yang menjadi perhatian pada ketiga model regresi *Dickey-Fuller* ini sekarang adalah γ. Jika $\gamma = 0$, yang berarti $a_1 = 1$, maka y_t tidak stasioner. Jadi hipotesis

$H_0 : \gamma = 0$

$H_1 : \gamma < 0.$

Uji hipotesis $H_0 : \gamma = 0$ pada persamaan (26) di atas dapat dilakukan dengan menggunakan statistik-*t* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\tau = \frac{\hat{\gamma} - \gamma}{Se(\widehat{\gamma})}$$

dengan $\hat{\gamma}$ adalah penaksir dari γ dan se($\hat{\gamma}$) adalah kesalahan standar (*standar error*) dari $\hat{\gamma}$, serta $\tau \sim t - student$. Nilai statistik-*t* dibandingkan dengan nilai kritis DF untuk menentukan apakah menerima atau menolak hipotesis nol. Aturan keputusan diambil berdasarkan kriteria berikut:

(i) Jika statistik-*t* lebih besar dari nilai kritis DF atau *p-value* lebih kecil dari taraf nyata maka tolak H_0 dan disimpulkan y_t stasioner.

(ii) Jika statistik-*t* kurang dari nilai kritis DF atau *p-value* lebih besar dari taraf nyata maka tidak tolak H_0 dan disimpulkan y_t tidak stasioner.

Uji *Ljung-Box*

Ljung-Box adalah uji untuk memverifikasi apakah terdapat autokorelasi pada data deret waktu. Jika data deret waktu saling bebas, maka koefisien autokorelasi ρ_k adalah nol untuk $= 1,2, \ldots$. Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0: \rho_k = 0, \qquad \forall k \in \mathbb{N}$$

$$H_1: \rho_k \neq 0, \qquad \forall k \in \mathbb{N}.$$

Hipotesis nol menyatakan bahwa data deret waktu saling bebas atau tidak terdapat autokorelasi (Cromwell *et al* 1994).

Uji *Lagrange Multiplier*

Lagrange Multiplier (LM) merupakan uji formal untuk mendeteksi kehomogenan ragam. Menurut Enders (2004) ada dua tahapan yang dilakukan dalam pengujian ini, yaitu:

1. Tentukan model yang cocok dari data deret waktu, kemudian cari sisaan ε_t.
2. Hitung kuadrat sisaan ${\varepsilon_t}^2$, kemudian regresikan kuadrat sisaan tersebut terhadap nilai $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$ sehingga diperoleh persamaan regresi

$${\varepsilon_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q\varepsilon_{t-q}^2. \quad (29)$$

Jika nilai dugaan α_1 hingga α_q bernilai nol, maka dapat disimpulkan bahwa ${\varepsilon_t}^2$ tidak memiliki autokorelasi yang nyata atau dengan kata lain ragam homogen. Sehingga hipotesis yang digunakan dalam pengujian ini adalah :

H_0: $\alpha_1 = \cdots = \alpha_q = 0$ (ragam homogen)

H_1: Paling sedikit ada satu i di mana $\alpha_i \neq 0$

dengan statistik uji LM sebagai berikut:

$$LM \ = \ nR^2 \quad (30)$$

di mana n merupakan banyaknya amatan dan R^2 merupakan koefisien determinasi dari model regresi kuadrat sisaan di atas. Statistik uji LM ini mengikuti sebaran khi-kuadrat dengan derajat bebas q yang merupakan ordo dari model. Hipotesis H_0 akan ditolak jika statistik uji LM lebih besar dari nilai χ_q^2 dengan taraf nyata tertentu.

Evaluasi Keakuratan

Akaike's Information Criterion

Metode *Akaike's Information Criterion* (AIC) adalah metode yang dapat digunakan untuk memilih model regresi terbaik. Metode tersebut didasarkan pada metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk menghitung nilai AIC digunakan rumus sebagai berikut:

$$AIC = e^{\frac{2k}{n}} \frac{\sum_{i=1}^{n} {\hat{\varepsilon}_i}^2}{n} \quad (31)$$

dengan:

k = jumlah parameter yang diestimasi dalam model regresi

n = jumlah observasi

e = 2,718

ε = *error*.

Menurut Widarjono dalam Fathurahman (2009), model regresi terbaik adalah model regresi yang memiliki nilai AIC terkecil.

Evaluasi Keakuratan

Menurut Montgomery *et al.* (2015), terdapat berbagai pengukuran dalam statistika yang dapat menjelaskan kesesuaian model terhadap sampel data yang diberikan. *Error* merupakan selisih antara data aktual dengan data peramalan. Ukuran kesalahan yang termasuk ukuran standar statistik adalah *Mean Error*, *Mean Square*

Error, *Mean Percentage Error*, *Mean Absolute Error*, dan *Mean Absolute Percentage Error*. Tingkat keakuratan yang digunakan dalam karya ilmiah ini adalan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dengan persamaan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|re_t| \tag{32}$$

Nilai $re_t = \left(\frac{A(t)-F(t)}{A(t)}\right) \times 100\%$ dengan $A(t)$ adalah nilai aktual pada periode ke-*t*, dan $F(t)$ adalah nilai peramalan pada periode ke-*t*. Semakin kecil persentasi MAPE menunjukkan bahwa hasil peramalan semakin akurat.

METODE

Data Penelitian

Penelitian ini akan menggunakan data harian nilai harga saham PT Telkom Indonesia Tbk tahun 2018 yang dihitung pada hari kerja, yakni dari tanggal 2 Januari 2018 hingga 28 Desember 2018. Data tersebut kemudian akan digunakan untuk meramalkan harga saham harian untuk 6 periode selanjutnya. Data yang digunakan diperoleh dari situs *id.investing.com.*

Prosedur Analisis Data

Model ARIMA dengan Transformasi Data

Berikut adalah langkah-langkah yang akan digunakan pada penelitian dalam karya ilmiah ini:

1. Membuat plot data harian nilai harga saham PT Telkom Indonesia Tbk tahun 2018.
2. Memeriksa kestasioneran data terhadap ragam.
3. Jika data tidak stasioner, lakukan transformasi Box-Cox hingga data stasioner terhadap ragam.
4. Memeriksa kestasioneran data terhadap rataan.
5. Jika data tidak stasioner terhadap rataan, maka dilakukan pembedaan terhadap data hingga data stasioner terhadap rataan.
6. Membuat grafik ACF dan PACF pada data hasil transformasi dan pembedaan untuk kemudian dilakukan pemodelan ARIMA.
7. Evaluasi hasil pendugaan menggunakan MAPE dengan model ARIMA yang dipilih.

Model ARIMA-GARCH

Berikut adalah langkah-langkah yang akan digunakan pada penelitian dalam karya ilmiah ini:

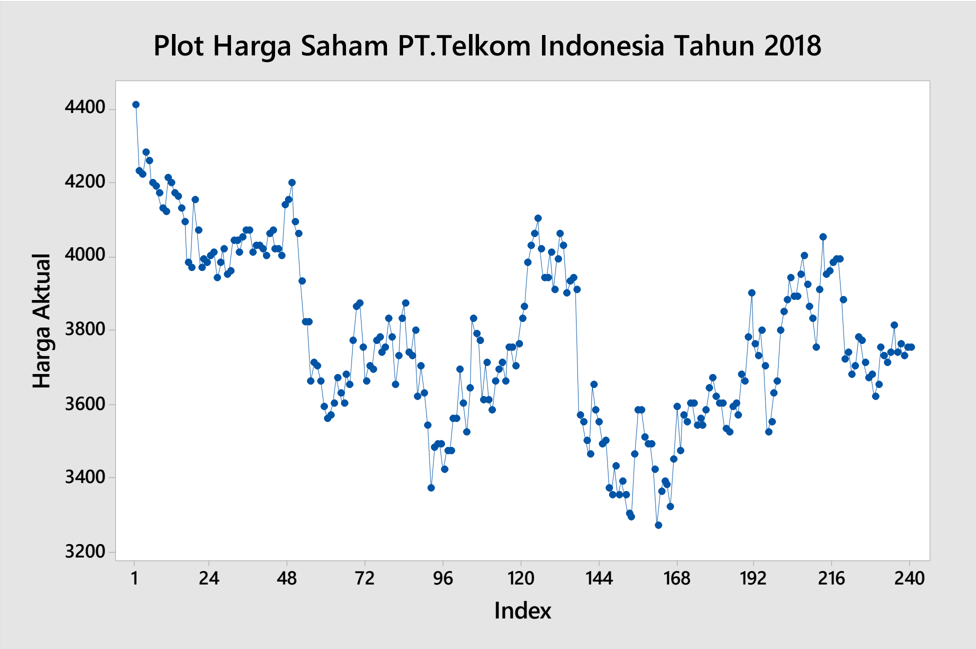
1. Mengidentifikasi kestasioneran data terhadap rataan. Jika data tidak stasioner, maka dilakukan pembedaan terhadap data.
2. Pemodelan ARIMA yang diawali dengan identifikasi ordo melalui plot ACF dan PACF.
3. Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, selanjutnya akan dilakukan uji kehomogenan ragam dengan uji LM. Apabila ragam heterogen, dilakukan pemodelan GARCH.
4. Pemodelan GARCH yang diawali dengan identifikasi ordo melalui plot ACF dan PACF residual kuadrat.
5. Evaluasi model ARIMA-GARCH dengan menggunakan MAPE.
6. Membandingkan model ARIMA-GARCH dengan model ARIMA yang diperoleh dengan transformasi data.
7. Melakukan peramalan dengan salah satu model.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model ARIMA dengan Transformasi Data

Plot Data

Data harga saham PT Telkom Indonesia yang digunakan terdiri atas data harian harga saham selama 240 periode pada tanggal 2 Januari 2018 hingga 28 Desember 2018. Kemudian berdasarkan data tersebut diramalkan data harian harga saham PT Telkom Indonesia selama 60 periode berikutnya. Pada Gambar 1 disajikan plot data harian harga saham PT Telkom Indonesia selama 240 periode pertama.



Gambar 1 Plot data harian harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 (y_t)

Berdasarkan Gambar 1 dapat diketahui bahwa data harga saham PT Telkom Indonesia selama tahun 2018 memiliki tren turun dan tren naik. Harga saham PT Telkom Indonesia tertinggi berada pada Rp 4410,00 dan harga terendah berada pada nilai Rp 3270,00, dengan rata-rata harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 berada pada harga Rp 3772.9,00.

Kestasioneran Terhadap Ragam

Langkah kedua yang perlu dilakukan sebelum mengidentifikasi model ARIMA adalah dengan memeriksa kestasioneran data terhadap ragam. Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 belum stasioner terhadap ragam, sehingga data perlu ditransformasi agar stasioner terhadap ragam.

Transformasi Box-Cox

Cara mengatasi ketidakstasioneran ragam pada data dilakukan dengan mentransformasi data awal y_t menjadi y_t^* menggunakan formula pada transformasi Box-Cox, yaitu

$$y_t^* = \begin{cases} \dfrac{(y_t)^\lambda - 1}{\lambda} & ,\lambda \neq 0 \\ \ln(y_t) & ,\lambda = 0. \end{cases}$$

Transformasi Box-Cox mengasumsikan bahwa sebaran data hasil transformasi, yakni y_t^*, menyebar normal dengan parameter μ dan σ^2. Karena formula y_t^* bergantung pada nilai λ, maka nilai λ yang dipilih adalah nilai λ yang memaksimumkan fungsi *log likelihood* dengan formula sebagai berikut

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma^2) &= \prod_{t=1}^{240} f(y_t^*; \mu, \sigma^2) \\ &= \prod_{t=1}^{240} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y_t^* - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

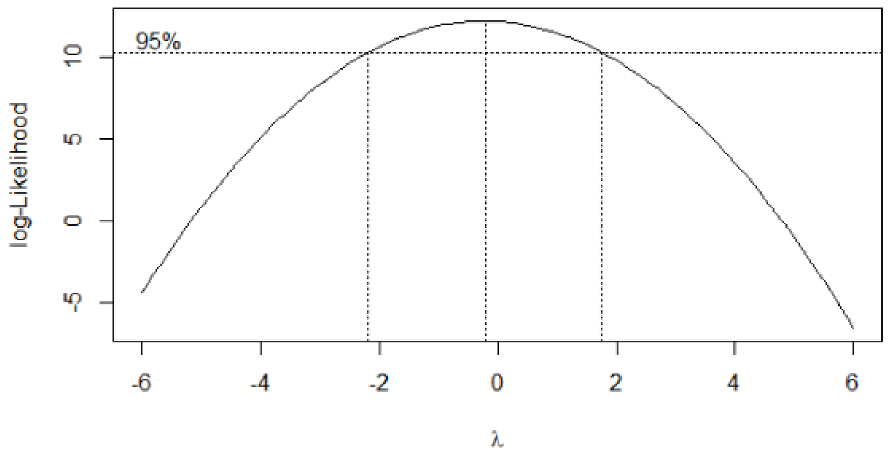
$$\begin{aligned} \ln L(\mu, \sigma^2) &= \ln\left(\prod_{t=1}^{240} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y_t^* - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\ &= \sum_{t=1}^{240} \ln\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y_t^* - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)\right) \\ &= -240 \ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^{240} (y_t^* - \mu)^2 \,. \end{aligned}$$

Selanjutnya, sebagai ilustrasi dicoba beberapa nilai λ, yaitu $\lambda = 0$ dan $\lambda = 1$, untuk menghitung nilai *log likelihood* hingga diperoleh nilai *log likelihood* maksimum dari hasil transformasi tersebut. Nilai *log likelihood* dari ilustrasi tersebut disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai *log likelihood* dari hasil transformasi dengan λ

	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$
y_t^*	$\ln(y_t)$	$y_t - 1$
Rata-rata dari y_t^* (μ)	8.2337	3771.9
Standar deviasi dari y_t^* (σ)	0.06149	232.24
Ragam dari y_t^* (σ^2)	0.00378	53935.42
$\ln L\,(\mu, \sigma^2)$	329	-1647.51

Berdasarkan ilustrasi pada Tabel 1, nilai *log likelihood* yang dimiliki $\lambda = 0$ lebih besar daripada nilai *log likelihood* yang dimiliki $\lambda = 1$. Nilai λ lainnya dapat dicoba dengan memilih nilai λ yang ditunjukkan oleh grafik transformasi Box-Cox pada Gambar 2.

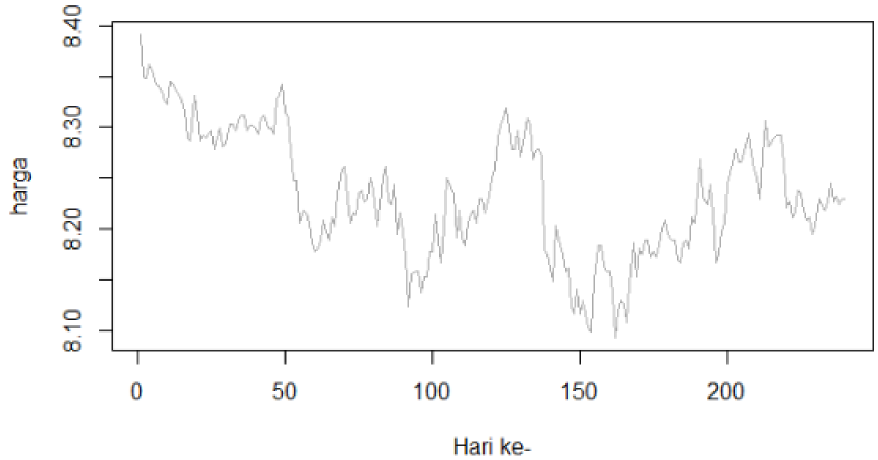


Gambar 2 Grafik Box-Cox harga saham PT Telkom Indonesia pada tahun 2018

Berdasarkan Gambar 2, dari semua nilai λ yang disajikan pada grafik dapat diketahui bahwa nilai *log likelihood* maksimum dimiliki oleh hasil transformasi Box-Cox yang menggunakan nilai $\lambda \approx 0$. Oleh karena itu, $\lambda = 0$ merupakan nilai λ yang dipilih untuk mentransformasi data harga saham PT Telkom Indonesia (y_t).

Kestasioneran Terhadap Rataan

Data hasil transformasi ($y_t^* = \ln(y_t)$) diperiksa kestasionerannya terhadap rataan. Plot data hasil transformasi tersebut disajikan pada Gambar 3.



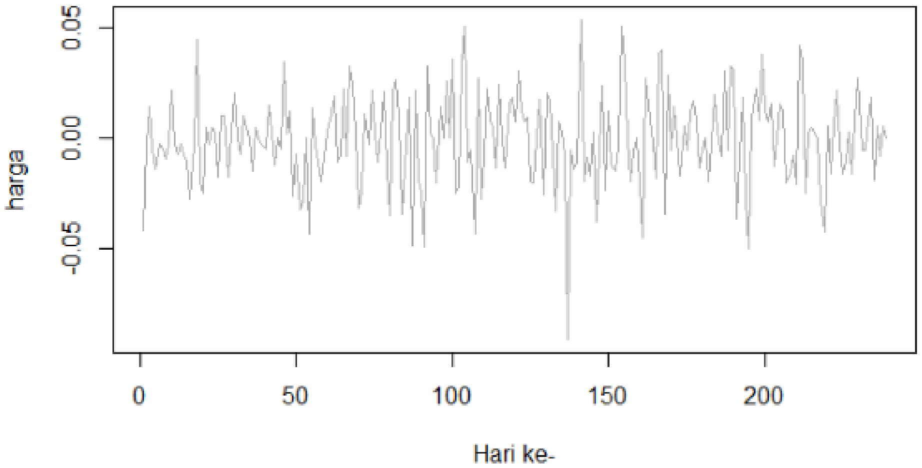
Gambar 3 Plot harga saham PT Telkom Indonesia setelah ditransformasi (y_t^*)

Berdasarkan Gambar 3 dapat diketahui bahwa data hasil transformasi belum stasioner terhadap rataan karena data masih memiliki tren turun dan tren naik. Oleh karena itu, dilakukan proses pembedaan terhadap data hasil transformasi agar didapatkan data yang bersifat stasioner terhadap rataan. Data hasil pembedaan ditulis

$$w_t = y_t^* - y_{t-1}^*.$$

Pembedaan Data Transformasi

Grafik data hasil pembedaan pertama dari data hasil transformasi (y_t^*) disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 Plot harga saham PT Telkom Indonesia setelah satu kali proses pembedaan (w_t)

Pada Gambar 4 diketahui bahwa sudah tidak terdapat tren pada data harga saham PT Telkom Indonesia dan data pada grafik bergerak di sekitar nilai nol. Secara visual, Gambar 4 menunjukkan bahwa data telah stasioner terhadap rataan. Hal tersebut didukung dengan uji formal ADF yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2 Hasil uji kestasioneran data harga saham PT Telkom Indonesia setelah transformasi dan pembedaan satu kali (w_t)

Jenis	ADF *Test*	
	ADF	*p-value*
Harga saham	-12.82	0.01

Hipotesis yang digunakan pada uji ADF adalah data stasioner terhadap rataan jika H_0 ditolak. Berdasarkan Tabel 2 dapat diketahui bahwa nilai *p-value* kurang dari alpha ($\alpha = 0.05$), sehingga hipotesis nol ditolak, artinya data harga saham PT Telkom Indonesia telah stasioner terhadap rataan. Setelah itu dilakukan uji Breusch-Pagan untuk memastikan apakah data masih stasioner terhadap ragam atau tidak. Berdasarkan hasil uji Breusch-Pagan diperoleh *p-value* sebesar 0.3986 yang mana lebih besar dari alpha ($\alpha = 0.05$), sehingga hipotesis H_0 tidak ditolak, artinya data hasil transformasi dan pembedaan (w_t) telah stasioner terhadap ragam.

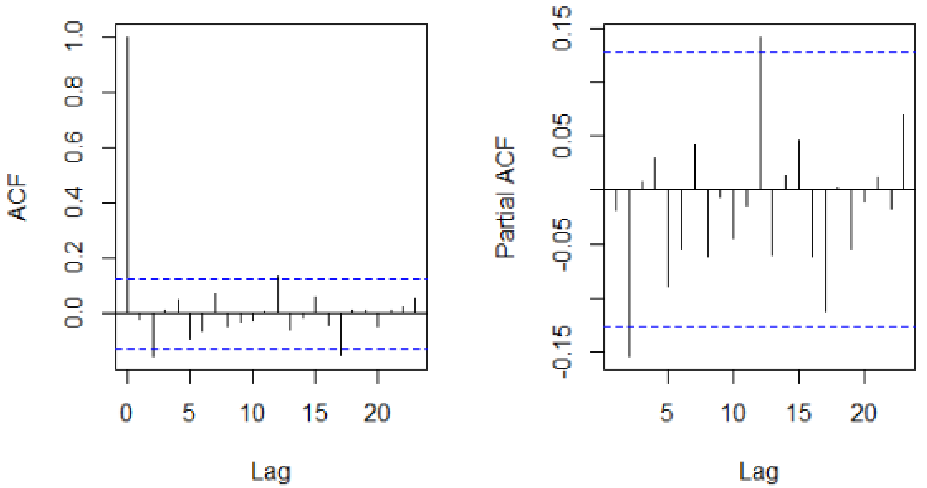
Pemodelan ARIMA

Berikutnya dilihat apakah terdapat autokorelasi pada data harga saham PT Telkom Indonesia. Autokorelasi pada data dapat diketahui dengan melakukan uji Ljung-Box seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3 Hasil uji Ljung-Box harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 setelah stasioner terhadap ragam dan rataan

Lag ke-	1	2	3
p-value	0.7772	0.05429	0.1179

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui bahwa data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 memiliki autokorelasi pada lag ke-2. Selanjutnya, diidentifikasi model AR(p) melalui grafik *Partial Autocorrelation Function* (PACF) dan identifikasi model MA(q) melalui grafik *Autocorrelation Function* (ACF) pada Gambar 5.



Gambar 5 Grafik ACF dan PACF data harga saham PT Telkom Indonesia setelah satu kali pembedaan (w_t)

Berdasarkan Gambar 5, dapat diketahui bahwa pada grafik PACF dan ACF terdapat *cuts off* di lag ke-2. Maka selanjutnya dilakukan *trial and error* untuk model ARIMA(2,1,0) dan ARIMA(2,1,2). Calon model ARIMA diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Model ARIMA tentatif untuk harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018

Model ARIMA	Parameter	Koefisien Parameter	*p-value*		AIC
ARIMA (2,1,0)	AR(1)	-0.020522	0.74984		-1175.55
	AR(2)	-0.154572	0.01605	*	
ARIMA (2,1,2)	AR(1)	-0.0784649	3.99E-12	***	-1179.55
	AR(2)	-0.9904150	<2.2E-16	***	
	MA(1)	0.0440657	0.004398	**	
	MA(2)	0.9999276	<2.2E-16	***	

Taraf nyata: 0.05

Berdasarkan Tabel 4 dapat diketahui bahwa model yang paling baik untuk data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 adalah ARIMA(2,1,2) karena memiliki nilai *p-value* koefisien parameter yang signifikan atau kurang dari $\alpha = 0.05$. Selain itu, nilai AIC yang dimiliki pun lebih kecil dari yang lain. Selanjutnya diperiksa ada tidaknya autokorelasi pada model ARIMA(2,1,2) seperti yang disajikan pada Tabel 5. Berdasarkan Tabel 5, nilai *p-value* uji Ljung-Box yang didapatkan lebih besar dari $\alpha = 0.05$, sehingga tidak tolak H_0, artinya galat tidak berkorelasi atau tidak terdapat autokorelasi.

Tabel 5 Hasil uji Ljung-Box dari model ARIMA(2,1,2)

Lag ke-	1	2	3
p-value	0.8245	0.3037	0.4479

Berikut diberikan persamaan model ARIMA(2,1,2)

$$w_t = -0.0784649w_{t-1} - 0.9904150w_{t-2} + \varepsilon_t - 0.0440657\varepsilon_{t-1} - 0.9999276\varepsilon_{t-2}$$

dengan:

$$w_t = y_t^* - y_{t-1}^*$$
$$y_t^* = \ln(y_t)$$
$$y_t = \exp(y_t^*)$$

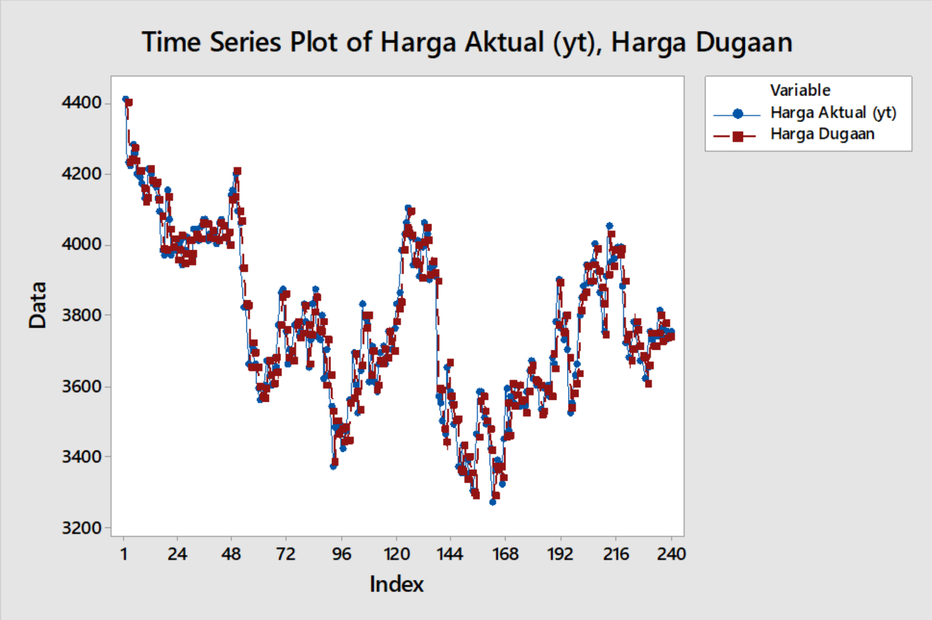
sehingga diperoleh persamaan:

$$y_t^* = 0.921535y_{t-1}^* - 0.91195y_{t-2}^* + 0.990415y_{t-3}^* + \varepsilon_t - 0.0440657\varepsilon_{t-1} - 0.9999276\varepsilon_{t-2}$$

$$y_t = \exp[0.921535y_{t-1}^* - 0.91195y_{t-2}^* + 0.990415y_{t-3}^* + \varepsilon_t - 0.0440657\varepsilon_{t-1} - 0.9999276\varepsilon_{t-2}]\ .$$

Evaluasi Hasil Pendugaan Model ARIMA

Berikutnya dilakukan validasi terhadap data harian harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018. Hasil validasi tersebut disajikan pada Lampiran 1. Berdasarkan Lampiran 1, didapatkan hasil dugaan selama 240 periode dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2) dan diperoleh MAPE sebesar 1.55%. Hasil validasi menunjukkan bahwa nilai dugaan hampir mendekati nilai aktualnya dengan tingkat keakuratan yang tinggi.



Gambar 6 Plot nilai dugaan $(\hat{y}_t)$ harga saham PT Telkom dengan nilai aktualnya (y_t) menggunakan metode transformasi dan ARIMA(2,1,2)

Pada Gambar 6 ditunjukkan plot data nilai dugaan harga saham PT Telkom Indonesia selama 240 periode dengan harga aktualnya. Plot perbandingan harga aktual dengan harga dugaan tersebut menunjukkan bahwa harga dugaan sudah sangat mendekati harga aktualnya.

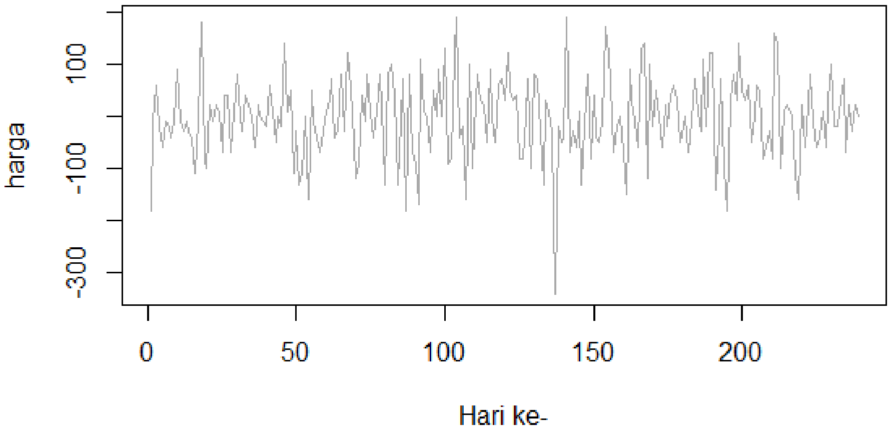
Model ARIMA-GARCH

Metode peramalan suatu harga dapat dilakukan tanpa menggunakan metode transformasi dalam mengatasi ketidakstasioneran terhadap ragam. Sebagai gantinya, untuk menangani masalah ketidakstasioneran tersebut, dapat dilakukan penyelesaian menggunakan model GARCH. Namun, sebelum melanjutkan ke metode GARCH akan dilakukan pendugaan terhadap model ARIMA.

Kestasioneran Terhadap Rataan

Pada Gambar 1 diketahui bahwa data belum stasioner terhadap rataan karena terdapat tren naik dan tren turun pada data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018. Selanjutnya dilakukan pembedaan hingga data menjadi stasioner terhadap rataan. Data hasil pembedaan ditulis

$$x_t = y_t - y_{t-1}.$$



Gambar 7 Plot data harga saham PT Telkom Indonesia dengan satu kali pembedaan (x_t)

Grafik hasil pembedaan pertama disajikan pada Gambar 7, sehingga dapat diketahui bahwa data telah stasioner terhadap rataan. Hal tersebut juga didukung dengan hasil ADF *test* sebagai uji formal yang ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil uji kestasioneran data harga saham PT Telkom Indonesia setelah pembedaan satu kali (x_t)

Jenis	ADF *Test*	
	ADF	*p-value*
Harga saham	-12.85	0.01

Berdasarkan Tabel 6 dapat diketahui bahwa *p-value* yang diperoleh lebih kecil dari alpha ($\alpha = 0.05$), sehingga tolak hipotesis nol yang artinya data harga saham PT Telkom Indonesia telah stasioner terhadap rataan.

Pemodelan ARIMA

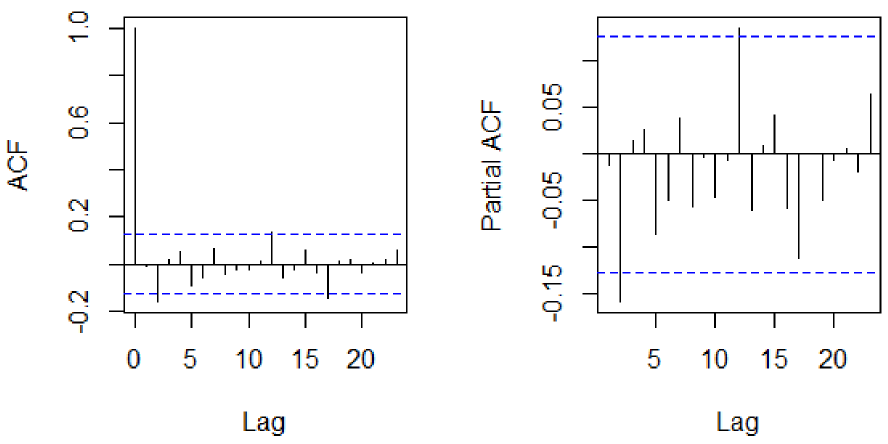
Uji Ljung-Box akan dilakukan pada data harga saham PT Telkom Indonesia yang telah stasioner terhadap rataan. Seperti sebelumnya, uji ini dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya autokorelasi pada data.

Tabel 7 Hasil uji Ljung-Box dari harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018

Lag ke-	1	2	3
p-value	0.8456	0.04756	0.1037

Berdasarkan Tabel 7, *p-value* pada lag ke-2 lebih kecil dari alpha ($\alpha = 0.05$), artinya terdapat autokorelasi di lag ke-2 pada data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018. Selanjutnya, dilakukan pendugaan model ARIMA dengan melihat grafik ACF dan PACF harga saham PT Telkom Indonesia hasil pembedaan

(x_t). Hal tersebut dilakukan untuk menentukan ordo yang mungkin digunakan pada model.



Gambar 8 Grafik ACF dan PACF harga saham PT Telkom Indonesia setelah satu kali pembedaan (x_t)

Berdasarkan Gambar 8, diketahui bahwa pada grafik ACF dan PACF terdapat *cuts off* di lag ke-2. Maka dalam menentukan model ARIMA dilakukan *trial and error* pada ordo 0 dan 2. Hasil pendugaan untuk model ARIMA yang mungkin ditunjukkan pada Tabel 8.

Tabel 8 Model ARIMA tentatif untuk harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 tanpa transformasi data (x_t)

Model ARIMA	Parameter	Koefisien Parameter	*p-value*		AIC
ARIMA (2,1,0)	AR(1)	-0.013880	0.82964		2754.75
	AR(2)	-0.159194	0.01335	*	
ARIMA (2,1,2)	AR(1)	-0.0809436	5.054e-14	***	2750.75
	AR(2)	-0.9906450	<2.2E-16	***	
	MA(1)	0.0461840	0.001242	**	
	MA(2)	0.9983591	<2.2E-16	***	

Taraf nyata: 0.05

Berdasarkan Tabel 8 dapat diketahui bahwa model yang paling baik untuk data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 tanpa menggunakan metode transformasi adalah ARIMA(2,1,2) karena memiliki nilai *p-value* koefisien parameter yang signifikan atau kurang dari $\alpha = 0.05$, serta memiliki nilai AIC yang paling kecil. Berikutnya akan dilihat ada tidaknya autokorelasi pada model ARIMA(2,1,2) seperti yang ditunjukkan pada Tabel 9.

Tabel 9 Hasil uji Ljung-Box dari model ARIMA(2,1,2)

Lag ke-	1	2	3
p-value	0.7132	0.2752	0.4211

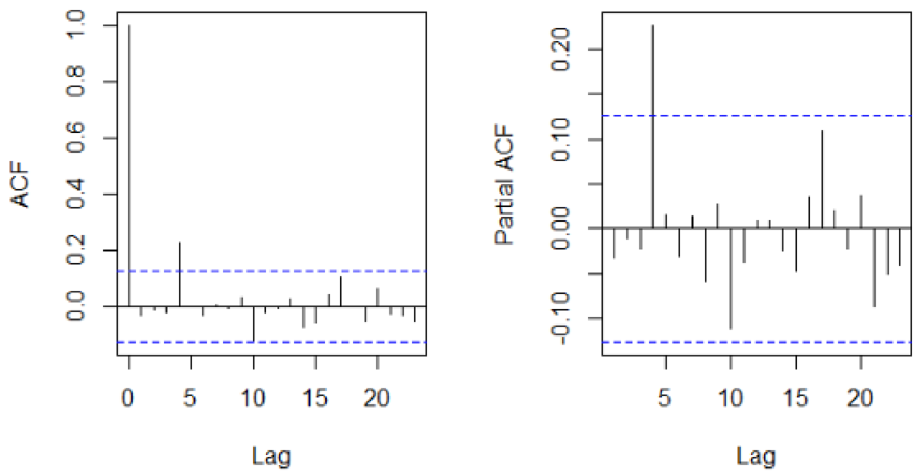
Berdasarkan hasil uji Ljung-Box pada Tabel 9, nilai *p-value* yang didapatkan lebih besar dari $\alpha = 0.05$, sehingga tidak tolak H_0. Penolakan pada H_0 menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi pada model ARIMA(2,1,2).

Kestasioneran Terhadap Ragam

Berikutnya akan dilihat kehomogenan ragam data pada model ARIMA(2,1,2). Kehomogenan ragam tersebut dapat diketahui dengan melakukan uji LM, di mana ketika *p-value* kurang dari alpha ($\alpha = 0.05$) maka ragam tidak homogen. Berdasarkan hasil uji LM pada Lampiran 2, didapatkan *p-value* yang lebih kecil dari alpha, sehingga dapat disimpulkan bahwa data memiliki ragam yang tidak homogen.

Pemodelan ARIMA-GARCH

Selanjutnya akan ditentukan ordo r dan s yang tepat untuk model GARCH(r,s) dengan melihat pada grafik ACF dan PACF *error* kuadrat yang ditunjukkan pada Gambar 9.



Gambar 9 Grafik ACF dan PACF *error* kuadrat PT Telkom Indonesia

Berdasarkan Gambar 9 dapat diketahui bahwa model ARIMA-GARCH yang mungkin adalah model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) dan ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,4). Pendugaan model terbaiknya dapat dilihat pada Tabel 10. Berdasarkan Tabel 10, dapat diketahui bahwa model ARIMA-GARCH terbaik adalah model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) dengan nilai AIC yang lebih kecil daripada model lainnya.

Tabel 10 Model ARIMA-GARCH untuk harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 tanpa transformasi data

Model ARIMA-GARCH	Parameter	Koefisien Parameter	*p-value*		AIC
ARIMA (2,1,2)-GARCH (4,0)	mu	-9.84E-01	0.93707		11.5127
	AR(1)	-3.38E-01	0.16547		
	AR(2)	-5.40E-01	0.00554	**	
	MA(1)	3.27E-01	0.2264		
	MA(2)	4.10E-01	0.06337	.	
	omega	4.22E+03	0.01233	*	
	alpha1	1.00E-08	1		
	alpha2	2.66E-02	0.6884		
	alpha3	1.00E-08	1		
	alpha4	2.20E-01	0.03249	*	
ARIMA (2,1,2)-GARCH (4,4)	mu	-4.50E+00	0.7909		11.5301
	AR(1)	-2.90E-01	0.2154		
	AR(2)	-5.30E-01	0.0671	.	
	MA(1)	2.99E-01	0.2437		
	MA(2)	4.08E-01	2.61E-01		
	omega	4.21E+02	7.49E-01		
	alpha1	1.00E-08	1.00E+00		
	alpha2	1.00E-08	1.00E+00		
	alpha3	1.00E-08	1.00E+00		
	alpha4	1.29E-01	5.99E-01		
	beta1	8.10E-02	5.17E-01		
	beta2	1.00E-08	1.00E+00		
	beta3	1.00E-08	1.00E+00		
	beta4	7.18E-01	1.20E-01		

Taraf nyata: 0.05

Persamaan untuk model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) adalah sebagai berikut:

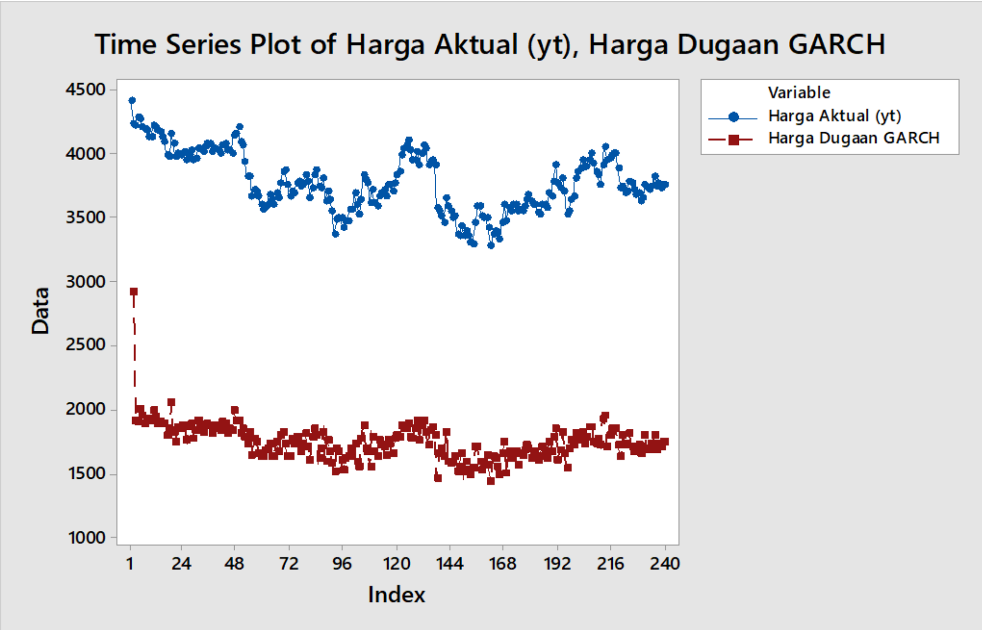
$$x_t = -0.54x_{t-2} + \varepsilon_t$$

dengan $x_t = y_t - y_{t-1}$, sehingga:

$$y_t = y_{t-1} - 0.54y_{t-2} - 0.54y_{t-3} + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = Z_t\,\sigma_t$$
$$\sigma_t^2 = 4224 + 0.2204\varepsilon_{t-4}^2\,.$$

Evaluasi Hasil Pendugaan Model ARIMA-GARCH

Berikutnya dilakukan validasi terhadap data harian harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0). Hasil validasi tersebut disajikan pada Lampiran 3. Berdasarkan Lampiran 3, didapatkan nilai dugaan selama 240 periode dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) dan diperoleh nilai MAPE sebesar 53.93%, yang mana nilai MAPE ini sangat besar. Sehingga hasil validasi menunjukkan bahwa nilai dugaan sangat jauh dari nilai aktualnya, di mana tingkat keakuratan yang diperoleh sangat kecil.



Gambar 10 Plot nilai dugaan $(\hat{y}_t)$ harga saham PT Telkom dengan nilai aktualnya (y_t) menggunakan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0)

Selanjutnya, pada Gambar 10 ditunjukkan plot data nilai dugaan harga saham PT Telkom Indonesia selama 240 periode dengan harga aktualnya. Pada plot tersebut dapat dilihat bahwa terdapat jarak yang sangat jauh antara harga aktual dengan harga dugaannya, sehingga harga dugaan tidak merepresentasikan harga aktualnya.

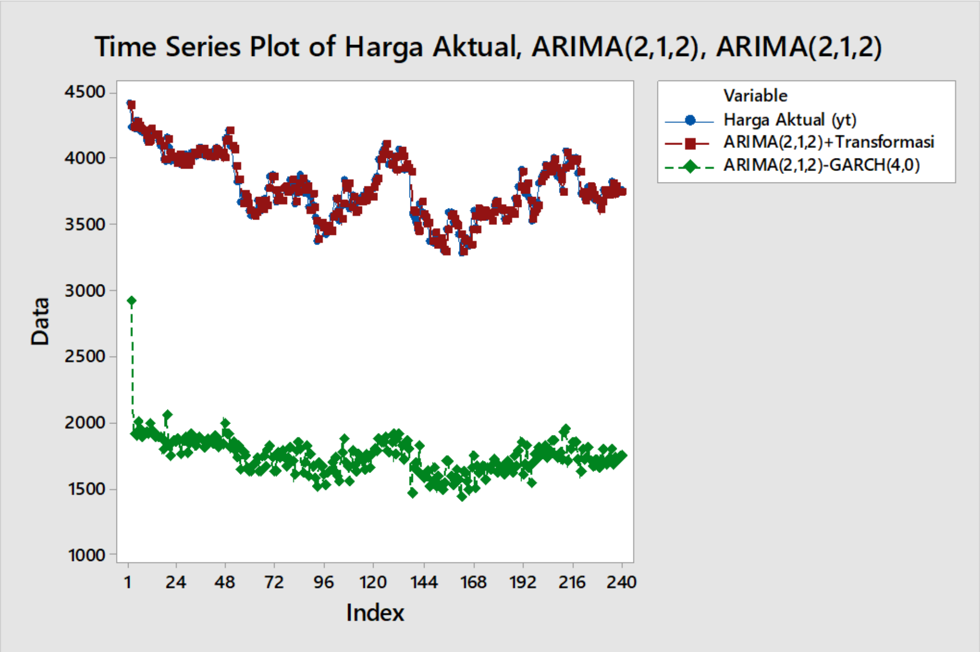
Perbandingan Model

Perbandingan kedua model tersebut dilihat melalui nilai MAPE dari masing-masing hasil dugaan kedua model. Nilai MAPE ini akan menunjukkan tingkat keakuratan dari masing-masing model yang digunakan. Semakin kecil persentasi MAPE yang diperoleh, maka nilai dugaan yang diperoleh semakin akurat dengan nilai aktualnya. Perbandingan model ARIMA(2,1,2) dengan transformasi Box-Cox dan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) diberikan pada Tabel 11.

Tabel 11 Perbandingan MAPE masing-masing model

Metode	MAPE
ARIMA(2,1,2) dengan transformasi	1.55%
ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0)	53.93%

Berdasarkan Tabel 11, terlihat bahwa dugaan nilai harga saham PT Telkom Indonesia dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2) yang melalui proses transformasi data memiliki nilai MAPE yang lebih kecil daripada dugaan nilai harga saham dengan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0). Hal tersebut menunjukkan bahwa dugaan harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018 yang menggunakan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) memiliki tingkat keakuratan yang lebih rendah dibandingkan dengan model ARIMA(2,1,2) dengan transformasi data.



Gambar 11 Plot perbandingan harga saham aktual dengan nilai dugaan harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018

Plot antara harga aktual dengan harga dugaan dari masing-masing model disajikan pada Gambar 11. Perbandingan ketiga plot pada gambar tersebut menunjukkan dengan jelas bahwa plot harga dugaan yang menggunakan model ARIMA(2,1,2) dengan transformasi Box-Cox lebih mendekati plot harga aktualnya daripada plot harga dugaan yang menggunakan model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0). Oleh karena itu, model ARIMA(2,1,2) yang melalui proses transformasi Box-Cox merupakan model terbaik yang dapat digunakan untuk data harga saham PT Telkom Indonesia tahun 2018.

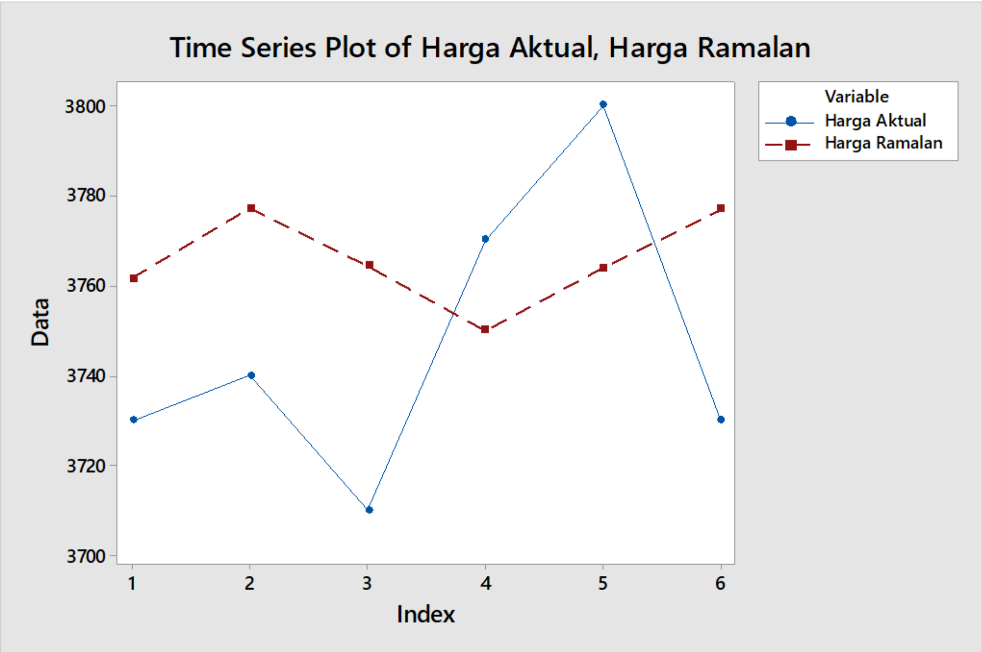
Evaluasi Hasil Peramalan Harga Saham PT Telkom Indonesia

Berikutnya dipilih salah satu model yang digunakan untuk meramalkan harga saham PT Telkom Indonesia pada periode ke-241 hingga periode ke-246. Model yang digunakan untuk melakukan peramalan adalah model ARIMA(2,1,2) yang melalui proses transformasi data. Hasil peramalan dari model tersebut ditunjukkan pada Tabel 12.

Tabel 12 Hasil peramalan nilai harga saham PT Telkom Indonesia selama 6 periode dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2)

Periode	Harga Aktual	Harga Ramalan	Error
241	3730	3761.60	0.85%
242	3740	3777.15	0.99%
243	3710	3764.40	1.47%
244	3770	3750.04	0.53%
245	3800	3763.75	0.95%
246	3730	3776.94	1.26%
	MAPE		1.01%

Berdasarkan Tabel 12, didapatkan hasil ramalan 6 periode berikutnya dengan menggunakan model ARIMA(2,1,2) dan didapatkan nilai MAPE sebesar 1.01%. Nilai MAPE yang diperoleh menunjukkan bahwa harga ramalan dapat menggambarkan harga aktualnya dengan tingkat keakuratan yang tinggi.



Gambar 12 Plot hasil ramalan harga saham PT Telkom Indonesia selama 6 periode dengan data aktualnya menggunakan model ARIMA(2,1,2)

Selanjutnya, pada Gambar 12 ditunjukkan plot data hasil peramalan nilai harga saham PT Telkom Indonesia dengan data harga aktualnya. Berdasarkan

Gambar 12 dapat diketahui bahwa plot harga hasil ramalan sudah hampir mendekati harga aktualnya. Hal tersebut juga dapat dilihat dari selisih harga aktual dengan harga ramalan yang terbilang kecil.

SIMPULAN

Model ARIMA yang menggunakan metode transformasi Box-Cox dalam penanganan heteroskedastisitas merupakan model yang baik untuk digunakan pada data harga saham harian PT Telkom Indonesia jika dibandingkan dengan metode GARCH. Pada pendugaan harga saham harian PT Telkom Indonesia tahun 2018, model ARIMA(2,1,2) yang melalui proses transformasi Box-Cox menghasilkan nilai MAPE sebesar 1.55%, yang mana lebih kecil dan akurat dari nilai MAPE model ARIMA(2,1,2)-GARCH(4,0) dengan MAPE sebesar 53.93%.

Hasil peramalan harga saham PT Telkom Indonesia untuk 6 periode berikutnya menghasilkan nilai MAPE sebesar 1.01%, di mana tingkat kesalahan yang dihasilkan cukup rendah, sehingga tingkat keakuratan dari hasil peramalannya pun cukup tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Andriani S. 2017. Uji Park dan Uji Breusch Pagan Godfrey dalam Pendeteksian Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*. 8(1): 63-72.

Aulia H. 2012. Penerapan Model ARCH/GARCH pada Data Perubahan Curah Hujan Harian di Kabupaten Sambas, Kalimantan Barat, Periode 2010-2011 [skripsi]. Bogor(ID): Institut Pertanian Bogor.

Cromwell JB, Labys WC, Terraza M. 1994. *Univariate Tests for Time Series Models*. United States (US): Sage Publication, Inc.

Enders W. 2004. *Applied Econometric Time Series 2nd edition*. New York (US): John Willey & Sons, Inc.

Fathurahman M. 2009. Pemilihan Model Regresi Terbaik Menggunakan Metode *Akaike's Information Criterion* dan *Schwarz Information Criterion*. *Jurnal Informatika Mulawarman*. 4(3): 37-41.

Hull JC. 2015. *Options, Futures, and Other Derivatives.* University of Toronto (US): Pearson Education Inc.

Mangku IW. 2017. *Pengantar Teori Peluang*. Bogor(ID): PT Penerbit IPB Press.

McNeil AJ, Frey R, Embrechts P. 2015. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. New Jersey: Princeton University Press.

Montgomery DC, Jennings CL, Kulahci M. 2015. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. New Jersey: Wiley.

Nabila M. 2019. Peramalan Harga Saham SM *Entertainment* Menggunakan Metode *Single Exponential Smoothing* dan Model ARIMA [skripsi]. Bogor(ID): Institut Pertanian Bogor.

Pindyck RS, Rubinfeld DL. 1997. *Econometric Models and Economic Forecasts*. Singapore(SG): McGraw-Hill Book Co.

Riyaldi D. 2019. Penentuan Proporsi Optimal Aset Keuangan Pembentuk Portofolio [skripsi]. Bogor(ID): Institut Pertanian Bogor.

Rusdi. 2011. Uji Akar-Akar Unit dalam Model Runtun Waktu Autoregresif. *Jurnal Statistika*. 11(2):67-78.

Sakthivel P, Chittedi KR, Sakyi D, Anand VV. 2017. The Effect of Currency Futures on Volatility of Spot Exchange Rates: Evidence from India. *International Journal of Economic Research*. 14(10):427-435.

Widiyati N. 2009. Penerapan Model GARCH dan Model EGARCH pada Saham Sektor Properti Ketika Krisis Ekonomi Dunia [skripsi]. Bogor(ID): Institut Pertanian Bogor.

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Kota Bogor pada tanggal 28 Juni tahun 1998 sebagai anak ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Suharto dan Ibu Ponidjah. Penulis menempuh pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMA Negeri 6 Bogor dan lulus pada tahun 2016. Pada tahun 2016, penulis diterima sebagai mahasiswa program sarjana (S-1) melalui Ujian Talenta Masuk IPB (UTMI) di Program Studi Aktuaria Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Institut Pertanian Bogor (IPB).

Selama mengikuti program S-1 di Departemen Matematika, penulis aktif di berbagai kegiatan akademik dan non-akademik. Pada bidang akademik, penulis pernah menjadi asisten responsi/praktikum mata kuliah Metode Statistika dan Kalkulus II. Pada bidang non-akademik, dalam berorganisasi penulis pernah diamanahkan sebagai anggota Divisi Informasi dan Komunikasi dalam Gugus Mahasiswa Matematika (Gumatika) tahun 2017-2018. Selain itu, penulis juga aktif mengikuti beberapa kepanitiaan, antara lain Gebyar Nusantara IPB 2017, Welcome Mathematician 2018, Pesta Sains Nasional (PSN) IPB 2018 dan 2019, IPB Mathematic Challenge (IMC) 2018 dan 2019, dan Canadian Team Math Contest IPB 2019. Penulis juga pernah mendapatkan beasiswa READI (Risk Management, Economic Sustainability, and Actuarial Science Development in Indonesia) selama satu tahun.