PENERAPAN MODEL ARIMAX PADA DATA PERMINTAAN IKAN PATIN DI RESTORAN KARIMATA BOGOR

ARIKMADI TRI WIDODO

DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2016

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi berjudul Penerapan Model ARIMAX pada Data Permintaan Ikan Patin di Restoran Karimata Bogor adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2016

Arikmadi Tri Widodo
NIM G14120036

ABSTRAK

ARIKMADI TRI WIDODO. Penerapan Model ARIMAX pada Data Permintaan Ikan Patin di Restoran Karimata Bogor. Dibimbing oleh PIKA SILVIANTI dan LA ODE ABDUL RAHMAN.

Model yang umum digunakan untuk data deret waktu adalah model *autoregressive integrated moving average*(ARIMA). Banyak beberapa kasus dimana model ARIMA belum cukup baik dalam melakukan pemodelan, contohnya adalah data deret waktu yang dipengaruhi efek variasi kalender. Salah satu model yang dapat digunakan untuk mengatasi efek variasi kalender adalah model *autoregressive integrated moving average exogenous* (ARIMAX). Permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor dipengaruhi oleh efek variasi kalender. Model ARIMAX terbaik yang didapatkan adalah model ARIMAX(1,0,1). Model ini belum memenuhi kriteria pemilik restoran, sehingga model ARIMAX(1,0,1) dimodifikasi agar dapat diterapkan di restoran Karimata Bogor.

Kata kunci: ARIMAX, efek variasi kalender

ABSTRACT

ARIKMADI TRI WIDODO. Applied ARIMAX Model for Sales Catfish Data in Karimata Restaurant Bogor. Supervised by PIKA SILVIANTI and LAODE ABDUL RAHMAN

Models that commonly used for time series data is autoregressive integrated moving average (ARIMA) model. Many cases where an ARIMA model is not good enough to do the modeling, for example, is the time series data that influenced by effect of calendar variations. One model that can be used to overcome the effects of calendar variations are autoregressive integrated moving average exogenous (ARIMAX) model. Demand for catfish in the restaurant Karimata Bogor influenced by the effects of calendar variations. ARIMAX models are best obtained ARIMAX models (1,0,1). These models do not meet the criteria of the owner of the restaurant, so the model ARIMAX(1,0,1) to be modified to be applied at the restaurant Karimata Bogor.

Keywords: AIRMAX, the effect of calendar variations

PENERAPAN MODEL ARIMAX PADA DATA PERMINTAAN IKAN PATIN DI RESTORAN KARIMATA BOGOR

ARIKMADI TRI WIDODO

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika
pada
Departemen Statistika

DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2016

Judul Skripsi : Penerapan Model ARIMAX pada Data Permintaan Ikan Patin di Restoran Karimata Bogor
Nama : Arikmadi Tri Widodo
NIM : G14120036

Disetujui oleh

Pika Silvianti, MSi
Pembimbing I

La Ode Abdul Rahman, MSi
Pembimbing II

Diketahui oleh

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Dr Anang Kurnia, MSi
Ketua Departemen

Tanggal Lulus : 26 AUG 2016

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *subhanahu wa ta'ala* atas segala karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini yang berjudul Penerapan Model ARIMAX pada Data Permintaan Ikan Patin di Restoran Karimata Bogor.

Terima kasih penulis ucapkan kepada Ibu Pika Silvianti, MSi dan Bapak La Ode Abdul Rahman, MSi selaku pembimbing skripsi. Di samping itu, penghargaan penulis sampaikan kepada seluruh dosen Statistika IPB atas ilmu yang bermanfaat bagi penulis, Staf Tata Usaha Departemen Statistika atas bantuannya dalam kelancaran administrasi, serta teman-teman Statistika angkatan 49 khusunya Nima atas bantuan dan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Ungkapan terima kasih juga disampaikan kepada ayah, ibu, serta seluruh keluarga, atas segala doa dan kasih sayangnya.

Penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca demi kesempurnaan karya ilmiah ini. Semoga karya ilmiah ini bermanfaat.

Bogor, Agustus 2016

Arikmadi Tri Widodo

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Model yang umum digunakan untuk data deret waktu adalah model *autoregressive integrated moving average* (ARIMA). Pada beberapa kasus, model ARIMA belum cukup baik dalam melakukan pemodelan, contohnya adalah data deret waktu yang dipengaruhi efek variasi kalender. Salah satu model yang dapat digunakan untuk data deret waktu yang dipengaruhi oleh efek variasi kalender adalah model *autoregressive integrated moving average exogenous* (ARIMAX).

Penelitian tentang efek variasi kalender sudah banyak dilakukan, salah satunya oleh Liu (1980). Dalam penelitian Liu (1980) diperkenalkan studi teoritis mengenai identifikasi model deret waktu pada data volume lalu lintas jalan tol di Taiwan yang dipengaruhi oleh efek variasi kalender. Selanjutnya, Lee dan Suhartono (2010) meneliti efek hari raya Idul Fitri pada data permintaan baju muslim anak laki-laki di Indonesia menggunakan model ARIMAX. Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, model ARIMAX akan diterapkan pada data permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor. Model ARIMAX diharapkan dapat mengatasi efek variasi kalender sehingga peramalan untuk permintaan ikan patin dapat lebih baik.

Restoran Karimata Bogor buka setiap hari, kecuali hari Senin. Khusus hari libur nasional, restoran ini tetap buka walaupun hari libur tersebut jatuh pada hari Senin. Adanya variasi kalender seperti perbedaan penanggalan kalender Hijriyah dan Masehi mengakibatkan penentuan beberapa hari libur umat Islam terus berubah. Begitu pula dengan libur nasional lainnya yang berubah-ubah penanggalannya, akibatnya restoran ini tidak selalu buka setiap hari Selasa sampai Minggu (6 periode). Jika ada hari libur nasional yang jatuh pada hari senin, maka restoran ini akan buka dari hari Senin sampai Minggu (7 periode). Libur lebaran ditentukan oleh restoran sebanyak 5 hari (hari Senin sampai Jum’at), maka restoran hanya buka pada hari Sabtu dan Minggu saja (2 periode). Jadi setiap minggu, permintaan di restoran ini tidak selalu sebanyak 6 periode, tetapi bisa sebanyak 7 periode bahkan hanya 2 periode saja. Model ARIMA klasik tidak cukup baik digunakan jika terdapat efek variasi kalender. Salah satu solusi mengatasi efek variasi kalender adalah menggunakan model ARIMAX.

Nilai dugaan dari model ARIMAX diharapkan dapat mencukupi permintaan konsumen dan kelebihan stok ikan patin juga tidak lebih dari 30 ekor patin. Hal ini disebabkan karena keterbatasan luas kolam ikan yang hanya dapat menampung 30 ekor ikan.

Tujuan

Memodelkan data permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor menggunakan model ARIMAX.

METODOLOGI

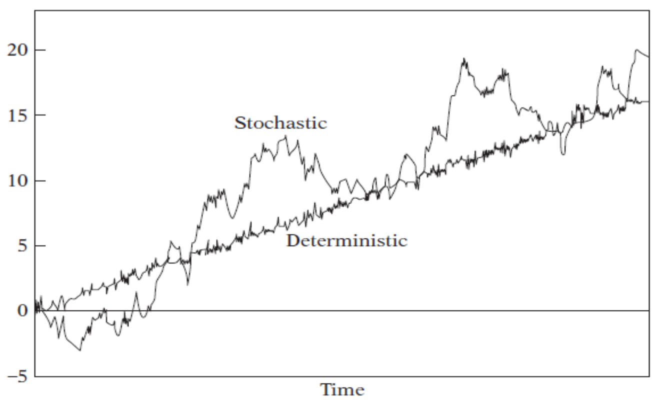
Data

Data yang digunakan adalah data permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor pada saat hari buka restoran. Data dicatat dari tanggal 3 Januari 2012 sampai 28 Februari 2016, sehingga didapat 1.224 data permintaan ikan patin. Data dibagi menjadi dua yaitu data pemodelan dan data validasi. Data pemodelan adalah data yang akan digunakan dalam pembentukan model ARIMAX, sedangkan data validasi digunakan untuk evaluasi kebaikan model ARIMAX. Data pemodelan mencakup data permintaan ikan patin selama 3 tahun (tahun 2012 sampai 2014) dan data validasi mencakup data permintaan ikan patin selama 1 tahun (tahun 2015). Data pemodelan dan validasi berturut-turut ada sebanyak 921 dan 303.

Prosedur Analisis Data

Analisis data dibagi menjadi lima tahap, yaitu eksplorasi data, pembentukan model regresi, identifikasi orde model ARIMA, pembentukan model ARIMAX, dan evaluasi kebaikan model ARIMAX. Analisis data terangkum dalam diagram alir yang dapat dilihat pada Lampiran 1.:

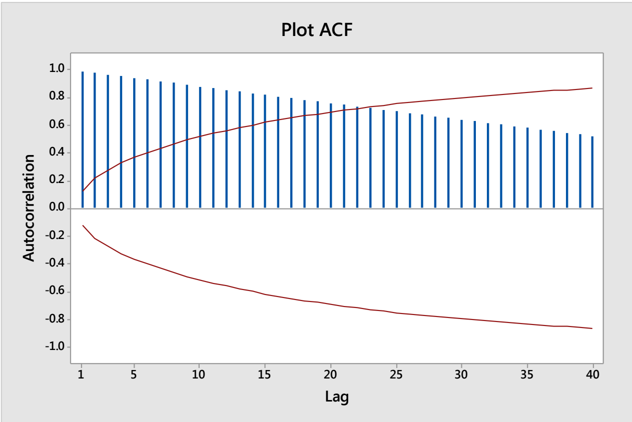
1. Eksplorasi data
   Eksplorasi data dilakukan untuk melihat karakteristik data pemodelan terutama pada hari-hari khusus seperti hari libur nasional dan bulan puasa sehingga dapat ditentukan banyaknya peubah boneka untuk variasi kalender. Setelah itu dilakukan penentuan tipe tren untuk melihat apakah data mengandung faktor tren. Data yang mengandung faktor tren dapat dikelompokkan menjadi dua tipe, yaitu tren deterministik dan tren stokastik. Jika tren pada data deret waktu mudah diprediksi dan tidak terlalu bervariasi, maka dapat disebut sebagai tren deterministik. Jika tren sulit diprediksi dan cukup bervariasi disebut sebagai tren stokastik (Gujarati 2004). Contoh grafik untuk tren deterministik dan tren stokastik dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Contoh grafik tren deterministik dan tren stokastik

2. Pembentukan model regresi
   Model regresi yang digunakan berbeda untuk data yang mengandung faktor tren dan yang tidak menganduk faktor tren. Menurut Lee dan Suhartono (2010) model dengan tren deterministik adalah sebagai berikut:
   $$y_t=\beta_0+\gamma t + \beta_1 V_{1,t}+\beta_2 V_{2,t}+\ldots+\beta_p V_{p,t}+w_t$$
   dan model dengan tren stokastik adalah sebagai berikut:
   $$y_t=\beta_0+\beta_1 V_{1,t}+\beta_2 V_{2,t}+\ldots+\beta_p V_{p,t}+w_t$$
   dengan $V_{p,t}$ adalah peubah boneka untuk efek variasi kalender ke-p. Model dengan tren stokastik sama dengan model regresi boneka. Model untuk data yang tidak mengandung faktor tren adalah model regresi boneka. Pendugaan parameter model regresi boneka menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT). Prinsip dari MKT adalah menentukan nilai parameter-parameter yang tidak diketahui sehingga menghasilkan jumlah kuadrat sisaan yang bernilai seminimal mungkin (Gujarati 2004). Jumlah kuadrat sisaan dibentuk terlebih dahulu sebagai berikut :
   $$S(\beta)=\sum w_t^2=\sum \left(y_t-\beta_0-\beta_1 V_{1,t}-\beta_2 V_{2,t}-\ldots-\beta_p V_{p,t}\right)^2$$
   Nilai $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ dapat diduga dengan cara meminimumkan $S(\beta)$. Peubah boneka diuji dengan uji-t untuk melihat signifikansi peubah-peubah tersebut terhadap model. Menurut Gujarati (2004) statistik uji untuk uji-t adalah:
   $$|t|=\left|\frac{\widehat{\beta_p}}{SE(\widehat{\beta_p})}\right|$$
   dengan
   $\widehat{\beta_p}$: nilai dugaan parameter β_p
   $SE(\widehat{\beta_p})$: standar eror dari nilai dugaan parameter β_p
   Hipotesis yang digunakan untuk uji-t adalah:
   H_0: $\beta_p=0$
   H_1: $\beta_p\neq 0$
   Tolak H_0 jika $|t|> t_{\alpha/2}$. Setelah didapatkan model dengan peubah boneka yang signifikan, dilanjutkan dengan pemeriksaan asumsi *white noise* pada sisaan model regresi w_t . Pemeriksaan asumsi *wihte noise* dapat menggunakan uji Ljung-Box-Pierce (*modified* Box-Pierce). Menurut Wei (2006) statistik uji Ljung-Box-Pierce adalah:
   $$Q=n(n+2)\sum_{k=1}^{K}(n-k)^{-1}\rho_k^2$$
   dengan
   n : banyaknya sampel
   K : banyaknya lag yang diuji
   ρ_1 : autokorelasi pada *lag* k
   Hipotesis yang digunakan untuk uji Ljung-Box-Pierce adalah:
   H_0 : $\rho_1=\rho_2=\cdots=\rho_K=0$
   H_1 : minimal ada satu $\rho_k\neq 0$, untuk k = 1, 2, ..., K
   Tolak H_0 jika $Q > \chi^2_{(q)}$.

3. Identifikasi orde model ARIMA
   Sisaan yang belum memenuhi asumsi *white noise*, selanjutnya dilakukan identifikasi orde model ARIMA. Sisaan perlu diperiksa dahulu kestasionerannya. Kestasioneran sisaan dapat dilihat dari plot ACF. Jika plot ACF tidak terlihat turun lambat secara eksponensial, maka data sudah stasioner. Contoh plot ACF untuk data yang tidak stasioner dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Plot ACF untuk data tidak stasioner

Data yang tidak stasioner perlu dilakukan pembedaan agar data menjadi stasioner. Menurut Cryer dan Chan (2008) secara umum pembedaan untuk periode ke-*d* adalah sebagai berikut:

$$y_t^d=(1-B)^d\ y_t$$

dimana notasi *B* adalah operator *backshift*. Penggunaan notasi *B* dalam pembedaan adalah:

$$B^d y_t=y_{t-d}$$

Untuk pemilihan orde model tentatif (model sementara) dapat dilihat pada Tabel 1 (Montgomery *et al* 2008):

Tabel 1 Identfikasi model AR, MA, dan ARMA

Model	ACF	PACF
MA(*q*)	terputus setelah lag *q*	turun cepat secara eksponensial
AR(*p*)	turun cepat secara eksponensial	terputus setelah lag *q*
ARMA(*p*,*q*)	turun cepat secara eksponensial	turun cepat secara eksponensial

Menurut Cryer dan Chan (2008) model ARIMA(*p*,*d*,*q*) ditulis sebagai berikut:

$$\phi_p(B)(1-B)^d y_t=\theta_q(B)\varepsilon_t$$

dengan

$\phi_p(B)$ $=(1-\phi_1(B^1)-\phi_2(B^2)-\ldots-\phi_p(B^p))$

$\theta_q(B)$ $=(1-\theta_1(B^1)-\theta_2(B^2)-\ldots-\theta_q(B^q))$

y_t : nilai pengamatan pada waktu ke-*t*

p : order untuk proses *autoregressive* (AR)

d : banyaknya proses pembedaan

q : order untuk proses *moving average* (MA)

$(1-B)^d$: operator pembedaan orde *d*

ε_t : sisaan pada waktu ke-*t*

Setelah mendapatkan dugaan model tentatif dari hasil identifikasi plot ACF dan PACF, selanjutnya dilakukan *overfitting*, yaitu penambahan 1 orde AR atau MA pada model tentatif. Misalkan dugaan model tentatif adalah model ARIMA(1,0,0), maka model *overfitting* yang dibentuk adalah ARIMA(2,0,0).

4. Pembentukan model ARIMAX

Model ARIMAX adalah model ARIMA dengan tambahan peubah. Menurut Lee dan Suhartono (2010) model ARIMAX dengan tren deterministik ditulis sebagai berikut:

$$y_t=\beta_0^*+\gamma_t^*+\beta_1^*V_{1,t}+\beta_2^*V_{2,t}+\ldots+\beta_p^*V_{p,t}+\frac{\theta_q(B)\varepsilon_t}{\phi_p(B)(1\text{-}B)^d}$$

Dan model ARIMAX dengan tren stokastik ditulis sebagai berikut:

$$y_t=\beta_0^*+\beta_1^*V_{1,t}+\beta_2^*V_{2,t}+\ldots+\beta_p^*V_{p,t}+\frac{\theta_q(B)\varepsilon_t}{\phi_p(B)(1\text{-}B)^d}$$

Model-model ARIMA yang sudah diidentifikasi orde AR dan MA selanjutnya dibentuk model ARIMAX. Kemudian model-model ARIMAX tersebut akan dipilih untuk mendapatkan model ARIMAX terbaik. Pendugaan parameter model menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT) dan uji signifikansi menggunakan uji-t. Selanjutnya dilakukan pemeriksaan asumsi *white noise* menggunakan uji Ljung-Box-Pierce.

5. Evaluasi kebaikan model ARIMAX

Model-model ARIMAX yang sudah dibentuk kemudian dievaluasi kebaikan modelnya untuk dipilih sebagai model terbaik dengan membandingkan nilai RMSE. Besarnya nilai kesalahan ramalan dari model terbaik dapat dilihat dari nilai MAPE. Nilai RMSE dan MAPE dihitung dari nilai ramalan model ARIMAX dengan data validasi. Model terbaik mempunyai nilai RMSE terkecil. Perhitungan RMSE dan MAPE adalah sebagai berikut.

$$\text{RMSE}=\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2}{n}}$$

$$\text{MAPE}=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{y_t-\hat{y}_t}{y_t}\right| \text{x } 100\%$$

dengan

y_t : nilai amatan pada waktu ke-*t*

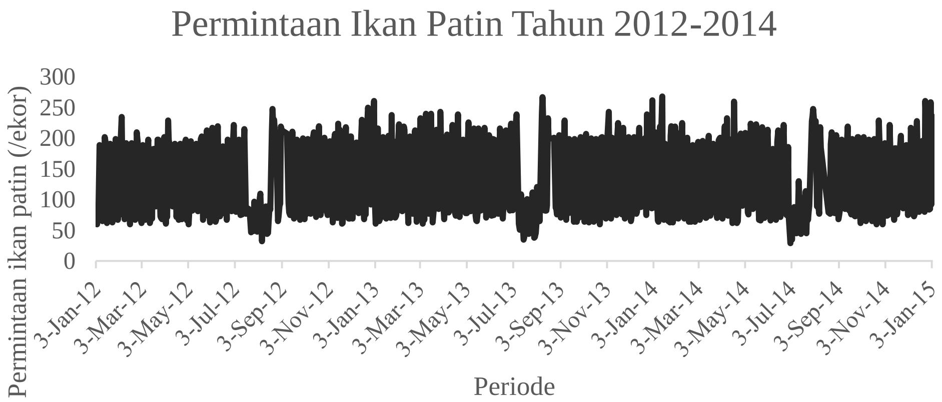
$\hat{y}_t$: nilai dugaan pada waktu ke-*t*

n : banyaknya sampel

HASIL DAN PEMBAHASAN

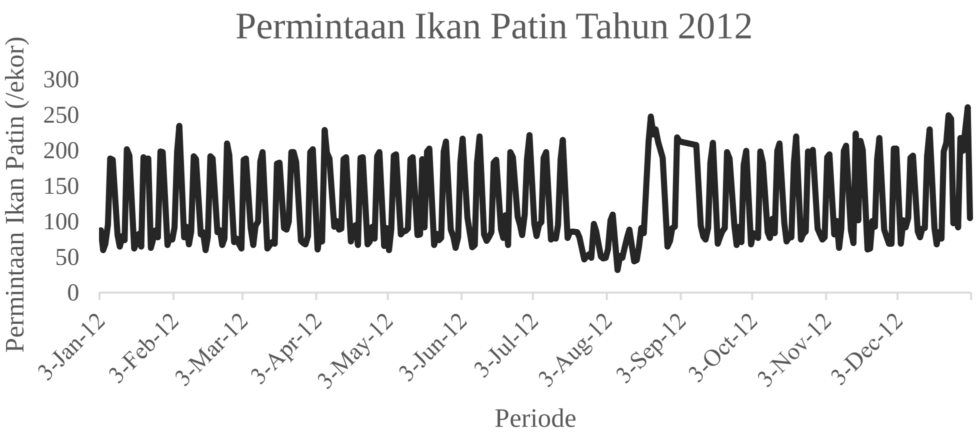
Eksplorasi Data

Langkah awal dalam analisis data deret waktu adalah membagi data menjadi data pemodelan dan validasi. Data pemodelan adalah data yang akan digunakan untuk pemodelan, sedangkan data validasi digunakan untuk evaluasi kebaikan model. Eksplorasi dilakukan pada data pemodelan, yaitu data permintaan ikan patin tahun 2012-2014. Grafik permintaan ikan patin tahun 2012-2014 dapat dilihat pada Gambar 3. Terlihat adanya pola yang sama setiap tahunnya.

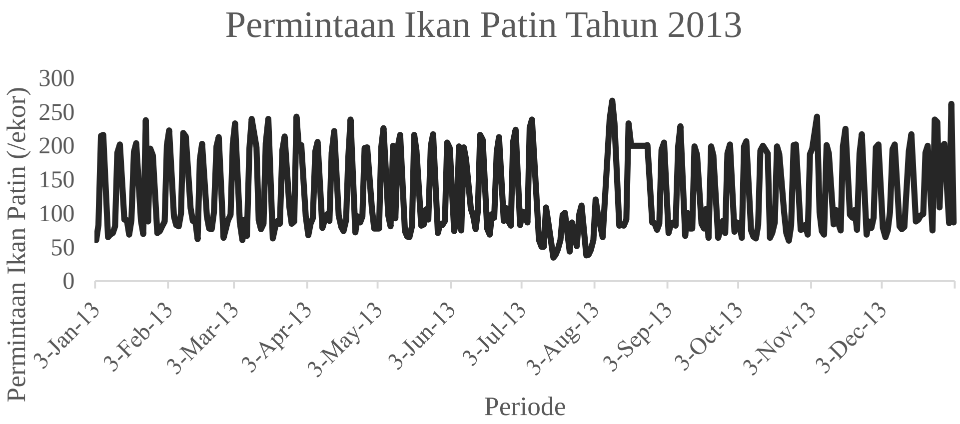


Gambar 3 Grafik permintaan ikan patin tahun 2012-2014

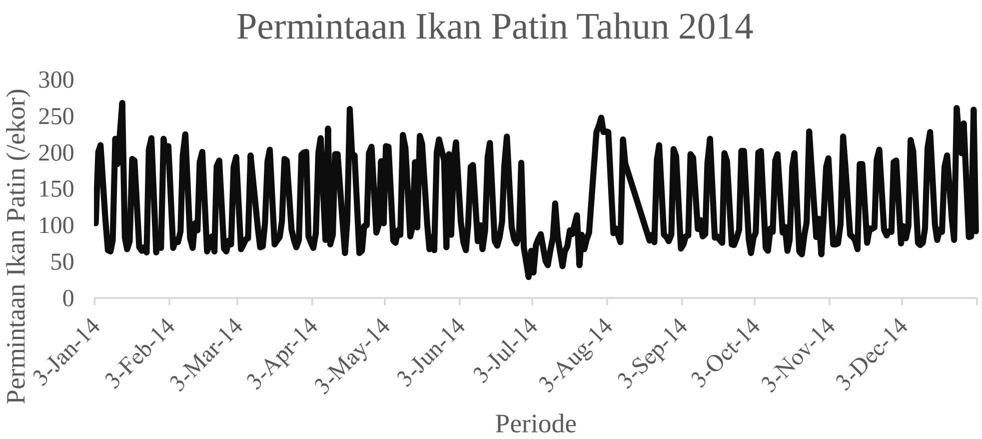
Pola yang berulang setiap tahunnya dapat dilihat lebih jelas dengan membagi grafik permintaan ikan patin untuk setiap tahunnya. Grafik permintaan ikan patin tahun 2012, 2013 dan 2014 berturut-turut dapat dilihat pada pada Gambar 4, Gambar 5, dan Gambar 6. Dapat dilihat dengan jelas efek variasi kalender pada bulan puasa. Bulan puasa selalu berulang setiap tahunnya, namun penanggalannya selalu berubah setiap tahunnya. Begitu pula penanggalan hari libur agama lainnya yang mengikuti kalender agamanya masing-masing.



Gambar 4 Grafik permintaan ikan patin tahun 2012



Gambar 5 Grafik permintaan ikan patin tahun 2013



Gambar 6 Grafik permintaan ikan patin tahun 2014

Pola-pola data pemodelan dapat dilihat pada Lampiran 2. Dari Lampiran 2 dapat dilihat permintaan pada hari Selasa sampai Jum’at pada hari biasa cenderung stabil antara 50 sampai 100 ekor. Permintaan pada hari sabtu, minggu dan libur nasional cenderung stabil antara 180 sampai 250 ekor. Permintaan pada hari Selasa sampai Jum’at pada bulan puasa cenderung stabil antara 30 sampai 50 ekor. Permintaan pada hari Sabtu, Minggu, dan libur nasional cenderung sama dengan pejualan pada hari Selasa sampai Jum’at. Pola-pola tersebut dapat dikategorikan menjadi 3 kategori yang dapat dilihat pada Tabel 2. Dari 3 kategori tersebut dapat dibentuk peubah boneka untuk efek variasi kalender sebanyak 2 peubah yang dapat dilihat pada tabel 3:

Tabel 2 Keterangan kelompok-kelompok data

Kelompok	Keterangan
1	Hari Selasa sampai Jum'at, dan hari Sabtu sampai Minggu pada bulan puasa
2	Hari Sabtu dan Minggu
3	Hari Libur Nasional
4	Hari Selasa sampai Jum’at pada bulan puasa

Tabel 3 Keterangan peubah boneka

Peubah Boneka	Keterangan
L_t	Bernilai 1 untuk t=hari Sabtu dan Minggu Bernilai 0 untuk selainnya
N_t	Bernilai 1 untuk t=hari libur nasional Bernilai 0 untuk selainnya
P_t	Bernilai 1 untuk t=hari Selasa sampai Jum’at bulan Puasa Bernilai 0 untuk selainnya

Peubah boneka berguna untuk menghilangkan efek variasi kalender. Selanjutnya ditentukan tipe tren untuk data pemodelan. Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa data pemodelan tidak mengandung faktor tren. Selanjutnya data pemodelan akan dibentuk model regresi boneka.

Pembentukan Model Regresi

Model regresi yang digunakan adalah model regresi boneka. Peubah respon adalah banyaknya permintaan ikan patin (/ekor) dan peubah bebas adalah peubah boneka untuk efek variasi kalender. Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter model regresi dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter model regresi

Peubah	Koefisien	Nilai p
C[a]	83.259	0.000*
L	116.632	0.000*
N	39.250	0.000*
P	-27.897	0.000*

[a]konstanta.;
*signifikan pada taraf nyata 5%.

Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa seluruh peubah boneka signifikan dalam model, karena nilai p kurang dari taraf nyata 5%. Model regresi yang terbentuk adalah:

$$y_t=83.259+116.632\ L_t+39.250-27.897\ P_t+w_t$$

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan asumsi *white noise* untuk sisaan w_t dengan menggunakan uji Ljung-Box-Pierce. Tabel 5 menunjukkan hasil uji Ljung-Box-Pierce. Sampai *lag* 48 memiliki nilai p kurang dari taraf nyata 5%, maka dapat disimpulkan bahwa sisaan belum memenuhi asumsi *white noise*. Selanjutnya dilakukan identifikasi orde model ARIMA.

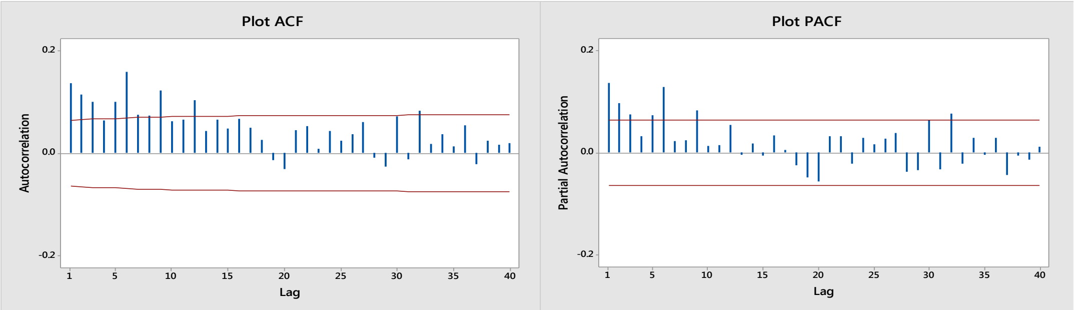
Tabel 5 Hasil uji Ljung-Box-Pierce

Lag	Nilai Q	Nilai p
12	59.612	0.000*
24	87.687	0.000*
36	126.190	0.000*
48	133.800	0.000*

*signifikan pada taraf nyata 5%.

Identifikasi Orde Model ARIMA

Identifikasi orde model ARIMA dilakukan setelah sisaan sudah stasioner, maka perlu diperiksa dahulu apakah sisaan sudah stasioner atau belum. Kestasioneran sisaan dapat dilihat dari plot ACF pada Gambar 7 dan menggunakan uji ADF.



Gambar 7 Plot ACF dan PACF untuk sisaan wt

Plot ACF tidak terlihat turun lambat secara eksponensial, maka dapat disimpulkan bahwa sisaan sudah stasioner. Selanjutnya dilakukan identifikasi orde model ARIMA dengan melihat plot ACF dan PACF. Dilihat dari plot ACF dan PACF, sulit untuk mengidentifikasi model ARIMA, sehingga pada tahap pembentukan model ARIMAX akan dimulai dari model tentatif ARIMAX(1,0,0) dan ARIMAX(0,0,1) dilanjutkan dengan proses *overfitting* sampai mendapatkan model ARIMAX dengan semua parameter yang sudah signifikan dalam model serta memenuhi asumsi *white noise*.

Pembentukan Model ARIMAX

Pembentukan model ARIMAX dimulai dari model ARIMAX(1,0,0). Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(1,0,0) dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(1,0,0)

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(1,0,0)	C[a]	83.340	0.000*
	L	116.471	0.000*
	N	39.262	0.000*
	P	-28.497	0.000*
	AR(1)	0.065	0.045*

[a]konstanta.;*signifikan pada taraf nyata 5%.

Dari Tabel 6 dapat dilihat bahwa nilai p untuk semua parameter kurang dari taraf nyata 5%, sehingga dapat disimpulkan bahwa semua parameter sudah signifikan dalam model. Selanjutnya dilakukan *overfitting* membentuk model ARIMAX(2,0,0) dan ARIMAX(1,0,1). Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(2,0,0) dan ARIMAX(1,0,1) menunjukkan bahwa terdapat 1 parameter yang tidak signifikan dalam model ARIMAX(2,0,0) yang dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(2,0,0) dan ARIMAX(1,0,1)

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(2,0,0)	C[a]	83.425	0.000*
	L	116.502	0.000*
	N	38.945	0.000*
	P	-29.558	0.000*
	AR(1)	0.065	0.048*
	AR(2)	0.060	0.066

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(1,0,1)	C[a]	84.137	0.000*
	L	116.696	0.000*
	N	37.546	0.000*
	P	-31.655	0.000*
	AR(1)	0.974	0.000*
	MA(1)	-0.933	0.000*

[a]konstanta.;*signifikan pada taraf nyata 5%.

Selanjutnya dilakukan *overfitting* hanya untuk model ARIMAX(1,0,1) membentuk model ARIMAX(2,0,1) dan ARIMAX(1,0,2). Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(2,0,1) dan ARIMAX(1,0,2) menunjukkan bahwa terdapat 1 parameter yang tidak signifikan dalam model ARIMAX(2,0,1) dan ARIMA(1,0,2) yang dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(3,0,0), ARIMAX(2,0,1) dan ARIMAX(1,0,2)

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(2,0,1)	C[a]	84.107	0.000*
	L	117.716	0.000*
	N	37.463	0.000*
	P	-31.725	0.000*
	AR(1)	0.961	0.000*
	AR(2)	0.011	0.739
	MA(1)	-0.930	0.000*
ARIMAX(1,0,2)	C*	84.111	0.000*
	L	116.735	0.000*
	N	37.444	0.000*
	P	-31.720	0.000*
	AR(1)	0.973	0.000*
	MA(1)	-0.943	0.000*
	MA(2)	0.012	0.702

[a]konstanta.;*signifikan pada taraf nyata 5%.

Proses *overfitting* selesai karena semakin ditingkatkan orde AR, maka semakin banyak parameter yang tidak signifikan dalam model. Selanjutnya dibentuk model ARIMAX(0,0,1). Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(0,0,1) dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(0,0,1)

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(0,0,1)	C[a]	83.338	0.000*
	L	116.477	0.000*
	N	39.277	0.000*
	P	-28.387	0.000*
	MA(1)	0.059	0.049*

[a]konstanta.;*signifikan pada taraf nyata 5%.

Dari Tabel 8 dapat dilihat bahwa nilai p untuk semua parameter kurang dari taraf nyata 5%, sehingga dapat disimpulkan bahwa semua parameter sudah signifikan dalam model. Selanjutnya dilakukan *overfitting* membentuk model ARIMAX(0,0,2). Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(0,0,2) menunjukkan bahwa terdapat 1 parameter tidak signifikan dalam model yang dapat dilihat pada Tabel 10. Proses *overfitting* selesai karena semakin ditingkatkan orde MA, maka semakin banyak parameter yang tidak signifikan dalam model.

Tabel 10 Hasil pendugaan dan uji signifikansi parameter untuk model ARIMAX(0,0,2)

Model	Peubah	Koefisien	Nilai p
ARIMAX(0,0,2)	C[a]	83.375	0.000*
	L	116.504	0.000*
	N	39.054	0.000*
	P	-29.154	0.000*
	MA(1)	0.059	0.072
	MA(2)	0.052	0.115

[a]konstanta.;*signifikan pada taraf nyata 5%.

Didapatkan tiga model dengan semua parameter yang sudah signifikan, yaitu model ARIMAX(1,0,0), ARIMAX(1,0,1), dan ARIMAX(0,0,1). Selanjutnya ketiga model tersebut akan dilakukan uji Ljung-Box-Pierce untuk melihat apakah ketigamodel tersebut sudah memenuhi asumsi *white noise*. Hasil dari uji Ljung-Box-Pierce untuk keempat model tersebut dapat dilihat pada Lampiran 3. Dari Lampiran 3 dapat disimpulkan bahwa hanya model ARIMAX(1,0,1) yang sudah memenuhi asumi *white noise*. Model ARIMAX(1,0,1) yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$y_t=2.18+0.974\ y_{t-1}+116.696\ L_t-113.661\ L_{t-1}+37.546\ N_t-36.569\ N_{t-1}-31.655\ P_t+30.831\ P_{t-1}+0.933\ \varepsilon_{t-1}+\varepsilon_t$$

Dari model ARIMAX(1,0,1) dapat dilihat besarnya permintaan ikan patin tidak hanya dipengaruhi oleh efek variasi kalender, tetapi juga dipengaruhi oleh permintaan periode sebelumnya (y_{t-1}) dan sisaan periode sebelumnya (ε_{t-1}).

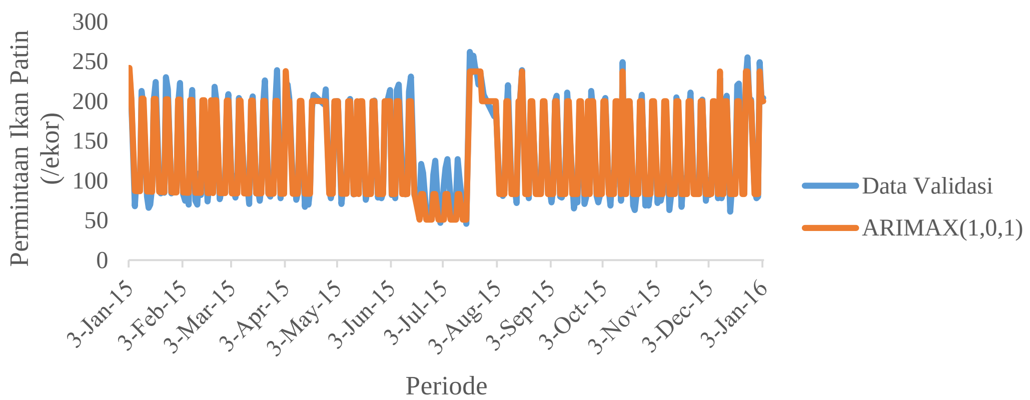
Evaluasi Kebaikan Model ARIMAX

Selanjutnya dilakukan evaluasi kebaikan model ARIMAX untuk dipilih sebagai model terbaik dengan membandingkan nilai RMSE. Nilai RMSE untuk ketiga model ARIMAX yang sudah didapatkan dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11 Nilai RMSE untuk model ARIMAX(1,0,0), ARIMAX(1,0,1) dan ARIMAX(0,0,1)

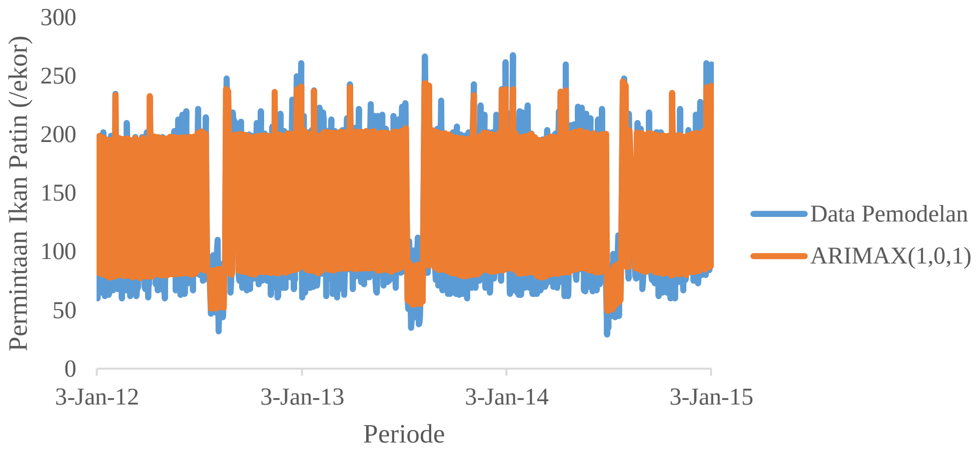
Model	RMSE
ARIMAX(1,0,0)	12.827
ARIMAX(1,0,1)	13.325
ARIMAX(1,0,1)	12.830

Dari Tabel 11 dapat dilihat bahwa model ARIMAX(1,0,1) mempunyai nilai RMSE terbesar, yaitu sebesar 13.325. Walaupun model ARIMAX(1,0,1) mempunyai nilai RMSE terbesar, model ini tetap dikatakan sebagai model terbaik, karena hanya model ini yang memenuhi asumsi *white noise*. Nilai MAPE untuk model ARIMAX(1,0,1) sebesar 9.89%. Secara umum nilai MAPE kurang dari 10% sudah dikatakan cukup baik (Abdullah L 2012), sehingga dapat disimpulkan bahwa peramalan untuk model ARIMAX(1,0,1) sudah cukup baik. Plot ramalan dari model ARIMAX dengan data validasi dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8 Plot data validasi dengan nilai ramalan model ARIMAX(1,0,1)

Dari Gambar 8 dapat dilihat bahwa model ARIMAX(1,0,1) sudah dapat mengatasi pola-pola akibat efek variasi kalender. Plot pengepasan (fitting) dari model ARIMAX(1,0,1) dengan data pemodelan dapat dilihat pada Gambar 9. Dari Gambar 9 dapat dilihat banyak nilai dugaan yang lebih kecil dari nilai data pemodelan



Gambar 9 Plot data pemodelan dengan nilai dugaan model ARIMAX(1,0,1)

Pemanfaatan Hasil Pemodelan

Secara statistik model ARIMAX(1,0,1) sudah cukup baik berdasarkan nilai MAPE, namun model ini belum dapat diterapkan di restoran Karimata Bogor. Nilai dugaan model ARIMAX(1,0,1) dipesan harus mencukupi permintaan konsumen konsumen. Sisa stok ikan patin juga tidak boleh lebih dari 30 ekor, karena keterbatasan luas kolam ikan. Pada kenyataannya, nilai dugaan model ARIMAX(1,0,1) belum mencukupi permintaan konsumen. Nilai dugaan model ARIMAX(1,0,1) yang kurang dari permintaan konsumen ada sebanyak 35% dan selisih nilai dugaan dengan permintaan konsumen tidak ada yang melebihi 30 ekor.

Selanjutnya nilai dugaan dari model ARIMAX(1,0,1) dimodifikasi agar nilai dugaan dari model ini dapat memenuhi permintaan konsumen dan sisa stok ikan patin tidak melebihi 30 ekor. Salah satu caranya adalah menambahkan suatu konstanta sembarang (C) untuk menaikkan nilai dugaan dari model ini. Penentuan nilai konstanta C dilakukan dengan cara *trial and error*, sehingga didapat total kesalahan sekecil mungkin. Hasil *trial and error* dapat dilihat pada Lampiran 4. Dari Lampiran 4 dapat dilihat terdapat lima nilai konstanta C dengan total kesalahan terkecil, yaitu sebesar 18%. Nilai konstanta C yang dipilih adalah sebesar 16, karena banyaknya nilai dugaan yang kurang dari permintaan lebih kecil dibandingkan empat nilai lainnya, yaitu sebesar 8%. Prioritas utama adalah menduga banyaknya ikan patin yang akan dipesan dapat memenuhi permintaan konsumen. Nilai dugaan dari model ARIMAX(1,0,1) harus ditambah sebanyak 16 ekor untuk memenuhi permintaan konsumen dan meminimalkan sisa stok ikan patin dalam penerapannya di restoran Karimata Bogor.

KESIMPULAN

Data permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor dipengaruhi oleh efek variasi kalender, sehingga model ARIMA klasik tidak cukup baik dalam melakukan pemodelan. Model yang sesuai untuk data yang dipengaruhi oleh efek variasi kalender salah satunya adalah model ARIMAX. Model ARIMAX terbaik untuk data permintaan ikan patin di restoran Karimata Bogor adalah model ARIMAX(1,0,1) sebagai berikut:

$$y_t=2.18+0.974\ y_{t-1}+116.696\ L_t-113.661\ L_{t-1}+37.546\ N_t-36.569\ N_{t-1}-31.655\ P_t+30.831\ P_{t-1}+0.933\ \varepsilon_{t-1}+\varepsilon_t$$

Model ini belum bisa diterapkan di restoran Karimata Bogor, karena belum memenuhi kriteria pemilik restoran, yaitu:

$$0 < \hat{y}_t - y_t \leq 30$$

Nilai dugaan dari model ARIMAX(1,0,1) harus ditambah sebanyak 16 ekor untuk memenuhi permintaan konsumen dan meminimalkan sisa stok ikan patin dalam penerapannya di restoran Karimata Bogor.

DAFTAR PUSTAKA

Abdullah L. 2012. ARIMA Model for Gold Bullion Coin Selling Prices Forecasting. *International Journal of Advances in Applied Sciences (IJAAS)*, 1(4):153-158.

Cryer JD, Chan KS. 2008. *Time Series Analysis 2nd edition*. New York(US): Springer.

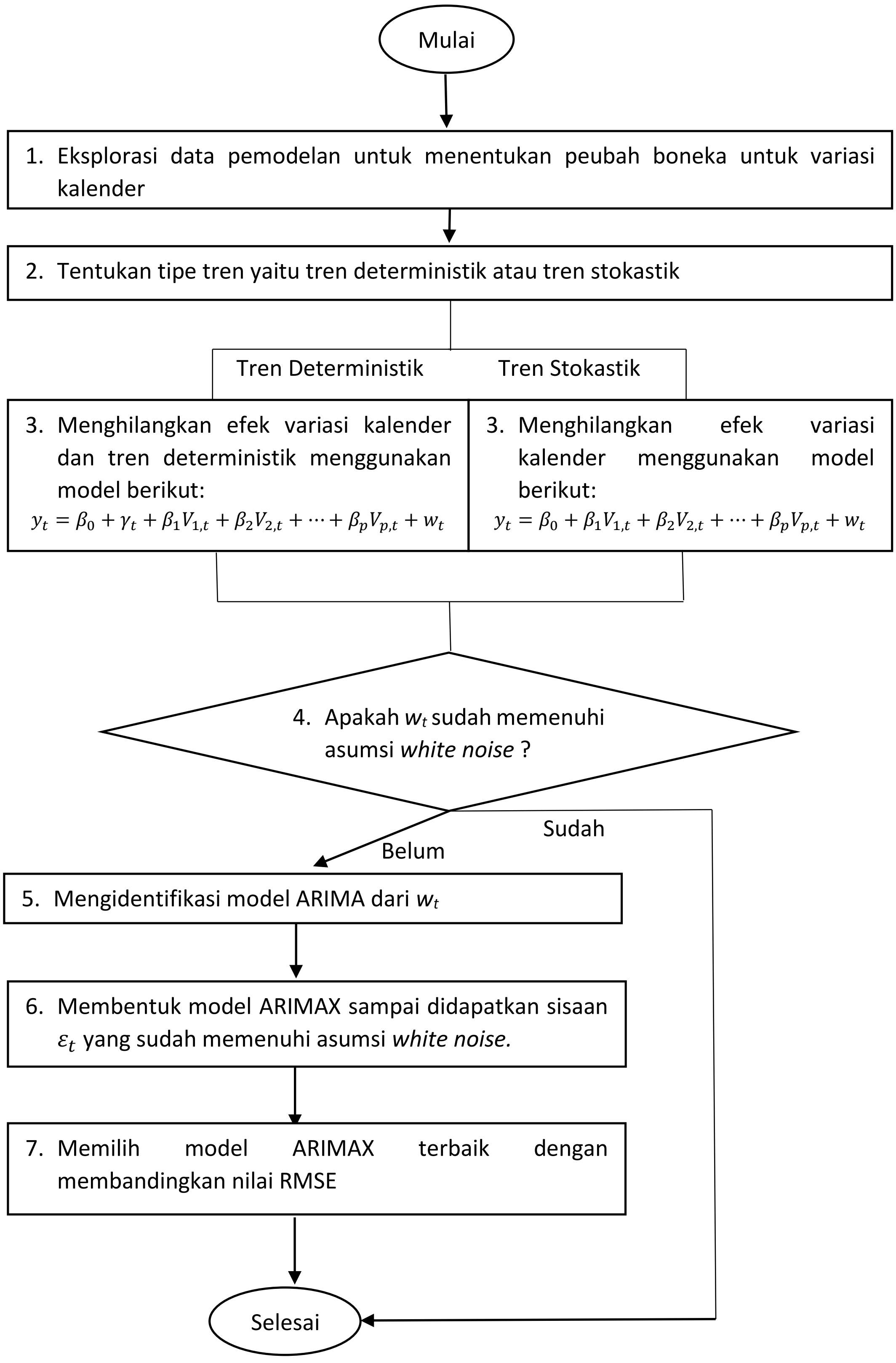
Gujarati. 2004. *Basic Econometrics, Fourth Edition.* The McGraw-Hill Companies.

Lee MH, Suhartono, Hamzah NA. 2010. Calender Variation Model based on ARIMAX for Forecasting Sales Data with Ramadhan Effect. *Proceedings of the regional conference on statistical sciences 2010*, (pp. 349-361). Malaysia: University Teknologi MARA.

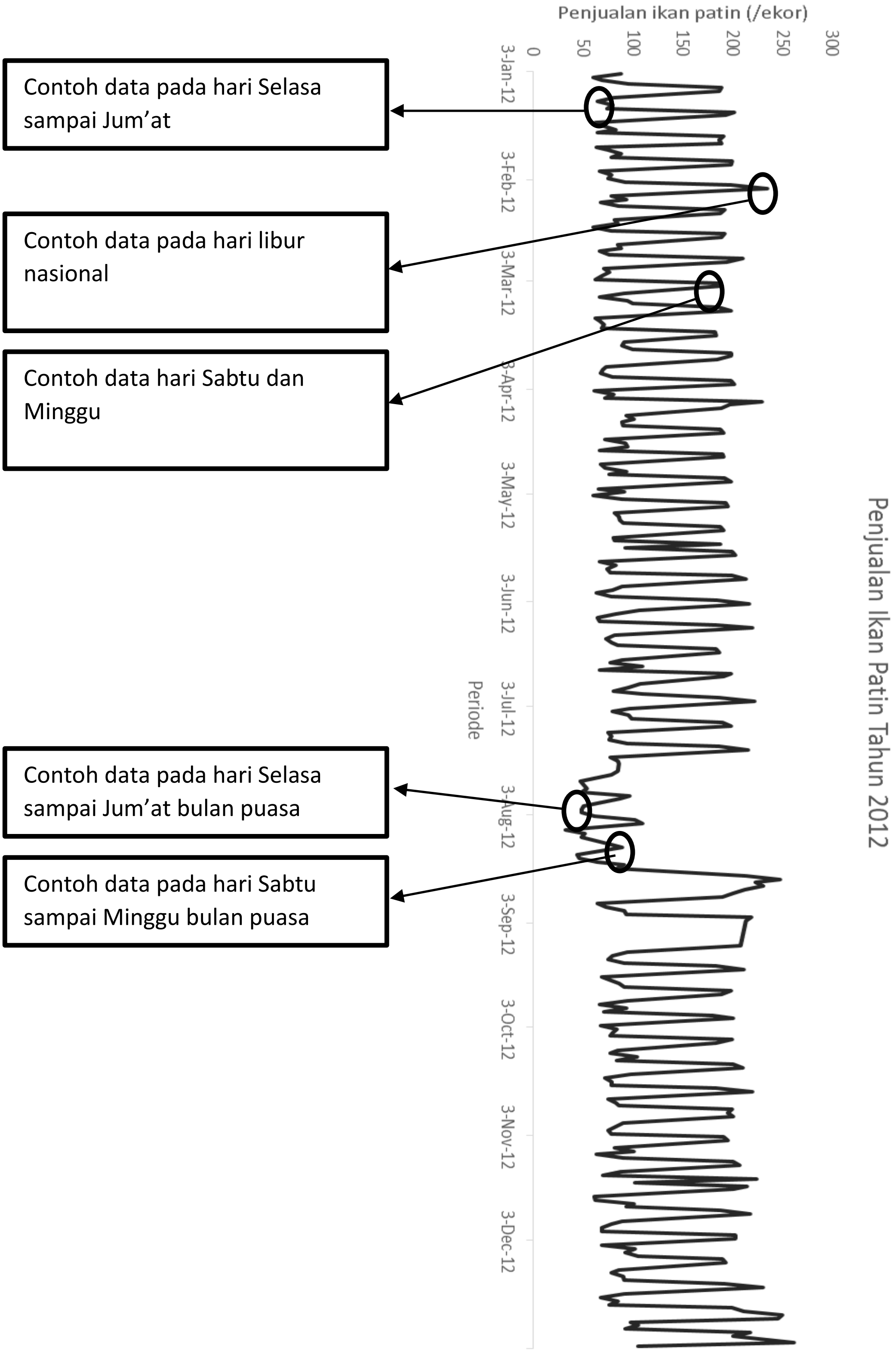
Montgomery DC, Jennings CL, Kulahci M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. New Jersey (USA): J Wiley.

Wei WWS. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. New York (US): Pearson Education.

Lampiran 1 Diagram alir tahap-tahap pembenutkan model ARIMAX



Lampiran 2 Plot permintaan ikan patin tanggal 3 Januari 2012 - 30 Desember 2012



Lampiran 3 Tabel Hasil uji Ljung-Box-Pierce untuk model ARIMAX(1,0,0), ARIMAX(2,0,0), ARIMAX(1,0,1), ARIMAX(3,0,0), ARIMAX(0,0,1), ARIMAX(0,0,2) dan ARIMAX(0,0,3).

Model	Lag	Nilai Q	Nilai p
ARIMAX(1,0,0)	12	48.797	0.000*
	24	72.531	0.000*
	36	109.08	0.000*
	48	117.45	0.000*
ARIMAX(1,0,1)	12	13.603	0.192
	24	23.062	0.398
	36	42.426	0.152
	48	52.751	0.229
ARIMAX(0,0,1)	12	49.776	0.000*
	24	74.001	0.000*
	36	110.980	0.000*
	48	119.240	0.000*

*signifikan pada taraf nyata 5%.

Lampiran 4 Tabel kesalahan setiap nilai C

Nilai C	Banyaknya nilai dugaan kurang dari permintaan (%)	Banyaknya sisa stok ikan patin yang lebih dari 30 ekor (%)	Total kesalahan
10	17%	3%	20%
11	15%	4%	19%
12	**13%**	**5%**	**18%**
13	**12%**	**6%**	**18%**
14	**11%**	**7%**	**18%**
15	**10%**	**8%**	**18%**
16	**8%**	**10%**	**18%**
17	7%	12%	19%
18	7%	13%	20%
19	6%	15%	21%
20	6%	17%	23%
25	1%	28%	29%
30	0%	40%	40%

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Palembang pada tanggal 14 November 1994 dari pasangan Bapak Agung Eko Widodo dan Ibu Suharti. Penulis adalah putra ketiga dari tiga bersaudara. Tahun 2012 penulis lulus dari SMA Negeri 2 Bogor dan pada tahun yang sama penulis lulus seleksi masuk Institut Pertanian Bogor (IPB) melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) Undangan dan diterima di Departemen Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Selama masa perkuliahan, penulis aktif berpartisipasi dalam acara Pekan Sains Nasional sebagai staf Divisi *Liaison Officer* (LO) pada tahun 2013. Penulis juga pernah aktif berpastisipasi dalam acara Statistika Ria sebagai staf Divisi Logistik dan Transportasi (Logstran) pada tahun 2014. Pada bulan Juli-Agustus 2015, penulis melaksanakan kegiatan Praktik Lapang di PT. Krakatau Steel (Persero) Tbk di Cilegon, Banten.

.