

Coloration de graphe avec Welsh-Powell

Cadre

Un graphe G est un objet mathématique décrit par deux ensembles, formellement noté $G(V, E)$:

- V (vertex en anglais) : Un ensemble de sommets ;
- E (Edge en anglais) : Un ensemble d'arcs inclus dans $V \times V$.

Graphiquement, un graphe se représente avec des ronds (symbolisant les sommets) et des flèches reliant des sommets et symbolisant les arcs.

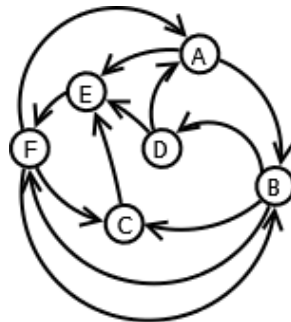


Figure 1. Exemple de graphe.

L'objectif du problème de coloration de graphe est de trouver une affectation des sommets du graphe de sorte que deux sommets reliés par un arc soient affectés à des groupes différents et que le nombre de groupes soit le plus petit possible. Les groupes peuvent être identifiés à une couleur ; d'où le nom de problème de coloration de graphe. La figure 2 donne un exemple de coloration du graphe de la figure 1. Dans la pratique, le sens de l'arc n'importe pas et on pourra considérer les arcs non-orientés.

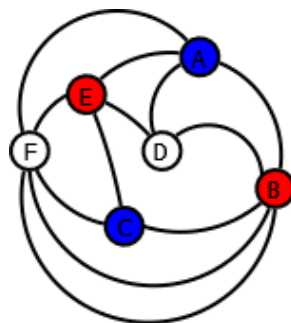


Figure 2. Exemple de coloration. On utilise trois couleurs.

Ce problème théorique présente de nombreuses applications (optimisation de compilateur, transport de matière première, ...). Ce problème et l'approche de Welsh-Powell ont été au programme de spécialité - mathématiques des séries ES. Vous trouverez des informations sur internet à son propos¹.

Travail à réaliser

1. Se documenter

La notion de graphe sera vue tard dans le cours. Or vous n'aurez pas le temps de voir la notion en classe avant de faire le projet pour le rendre dans les délais. Vous devez effectuer une recherche d'information afin d'implanter les algorithmes :

- a. Vous trouverez des informations sur internet (le problème posé étant célèbre, et la méthode étant classique de nombreux pages web/tuto présentent l'algorithme) ;
- b. Pensez à regarder aussi dans l'ouvrage de références (livre de références, manuels scolaire, ...) ;

¹ Attention ! Cette méthode fournit une « approximation » du nombre chromatique. C'est-à-dire qu'il peut exister des colorations meilleures (au sens de : utilisant moins de couleur) que celle trouvée par l'algorithme de Welsh et Powell.

- c. Garder les références (Attention : du fait de la profusion des sources vous risquez de ne plus savoir d'où viennent vos connaissances) ;
 - d. Discuter et critiquer vos sources avec professeur et vos camarades.
2. Planter une structure de donnée permettant de gérer un (des) graphe(s). Vous devez notamment savoir :
 - a. Lire un fichier contenant un graphe dans un format simple ;
 - b. Ecrire un graphe dans un format simple dans un fichier² ;
 - c. Modifier un graphe ;
 - d. Proposer une coloration pour un graphe ;
 - e. Lire et écrire une coloration ;
 - f. Evaluer une coloration.
3. Développer l'algorithme de Welsh-Powell ;
4. Tester votre approche sur au moins trois ou quatre graphes différents dont certains possèdent plus de cent sommets ;
5. Proposer une amélioration, c'est-à-dire une autre approche ou une approche complémentaire et comparez vos résultats avec ceux de Welsh-Powell ;
6. Ecrire un rapport sur le projet :
 - a. Les choix discutés et retenus pour le projet ;
 - b. Présentation des bibliothèques développées ;
 - c. Une présentation des algorithmes développés (analyseur syntaxique, Welsh-Powell, amélioration) ;
 - d. Résultats (Welsh-Powell vs amélioration)

Amélioration : Liste non exhaustive

- Proposer d'autres méthodes pour améliorer la méthode de Welsh-Powell^{3,4}. Voici une liste de quelques vocables qui pourront vous aider dans vos investigations :
 - Greedy search ;
 - Hill-climbing ;
 - Tabu search ;
 - Evolutionary algorithms ;
 - ...
- Mettre au point une compétition dans la promotion
 - Standardiser le mécanisme d'évaluation des algorithmes
 - Mesurer la qualité de la solution
 - Mesurer le temps de calcul
 - Centraliser les résultats
- Mettre en place les mécanismes de reprise de la recherche de solution.
 - Il s'agit ici de mécanisme complexe à mettre en œuvre pourriez envisager une approche simplifiée/rudimentaire avec une reprise à partir de solution précédente.

² Il serait judicieux que la lecture et l'écriture soit des opérations symétriques l'une de l'autre.

³ Chaque approche peut se décliner de nombreuses façons.

⁴ J'ai mes préférences, je ne sais pas si vous arriverez à la deviner.