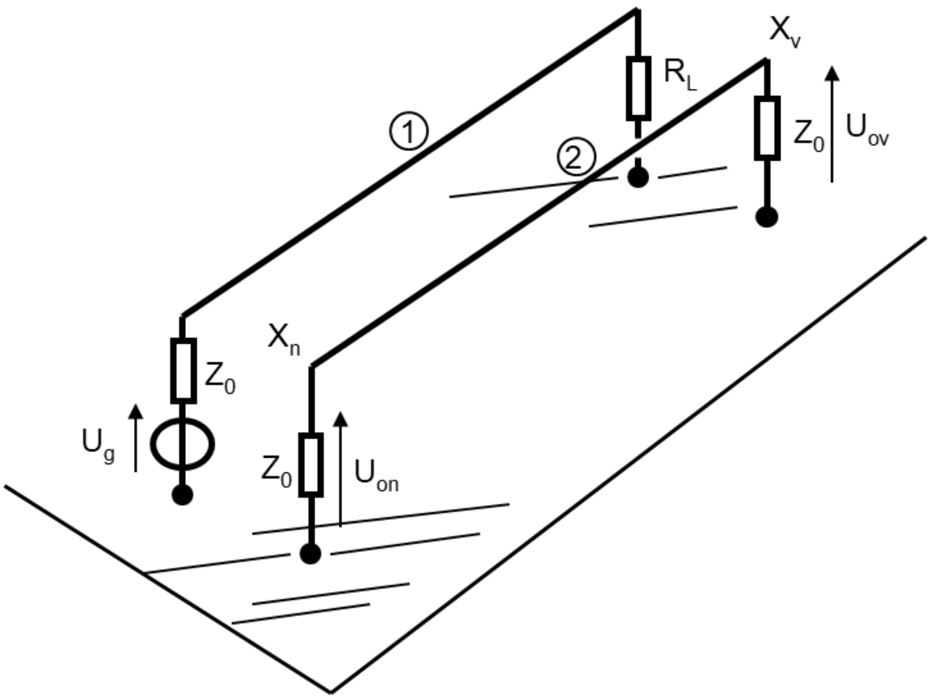
Overspraak tussen twee geleiders boven een aardvlak in het nabije veld



Literatuur

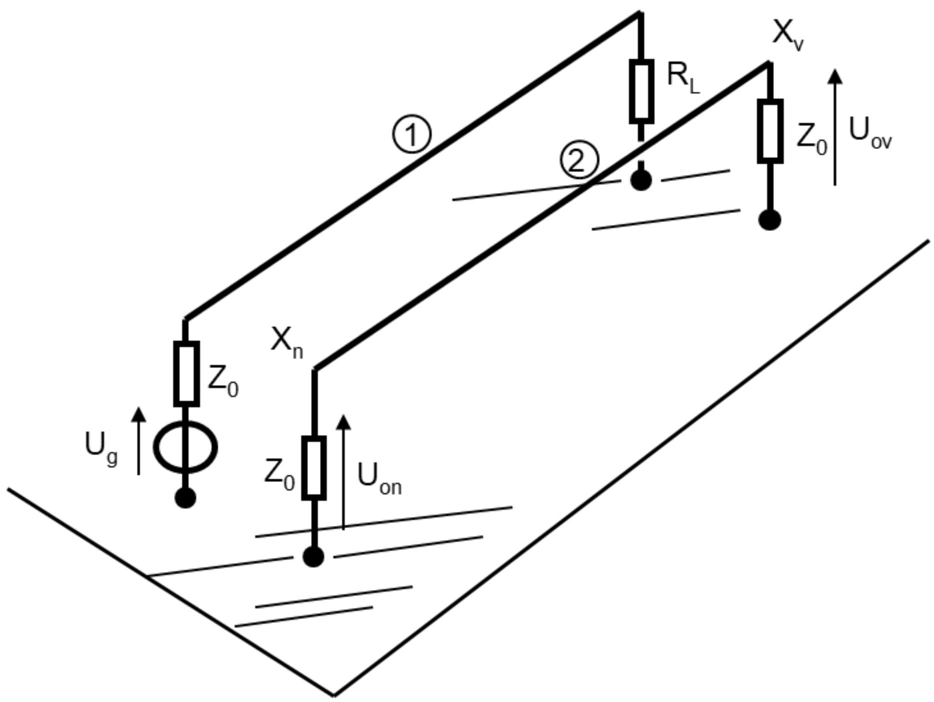
1. Dr. J.J. Goedbloed, Elektromagnetische compatibiliteit, Kluwer
2. René Hamberg, Reader: Capacitieve en inductieve koppeling in het nabije veld.

1. Inleiding

In deze reader wordt een methode beschreven voor het modelleren van de overspraak tussen twee geleiders boven een aardvlak.
De modellering die in deze reader is beschreven mag alleen gebruikt worden voor het rekenen aan systemen waarvan de afmetingen veel kleiner zijn dan de golflengte van de het signalen die in systeem voorkomen. We spreken dan van een zogenaamde nabije veld modellering. In die situatie is het toegestaan de gedistribueerde eigenschappen van het fysieke systeem in het model voor te stellen door zogenaamde "lumped elements".

2. Situatie

In Figuur 1 zijn twee elektrische circuits afgebeeld. Eén waarvan geleider 1 deel uitmaakt en één waarvan geleider 2 deel uitmaakt. In het circuit met geleider 1 zit de bron U_g. In het circuit met geleider 2 zit geen bron. Door de bron U_g zal er een spanning op geleider 1 staan en door de capacitieve en inductieve koppeling tussen de geleiders 1 en 2 zal op de uiteinden van geleider 2 een spanning over de afsluitweerstanden Z_0 ontstaan. De spanningen U_{ov} en U_{on} staan voor de overspraakspanning op het punt X_n nabij de bron U_g (U_{on}) en de overspraakspanning op het punt X_v van geleider 2 (U_{ov}).



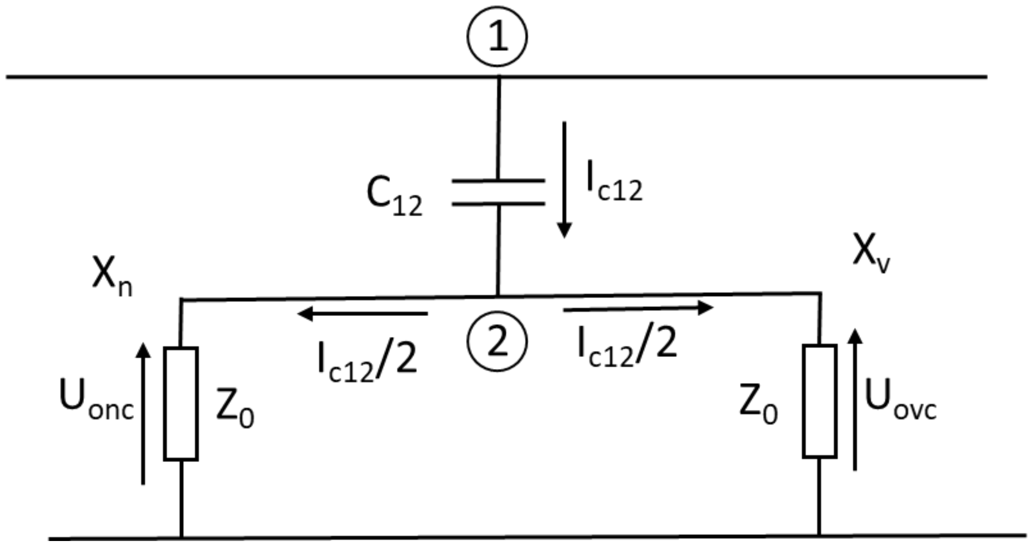
Figuur 1

3. Aanpak

Ervan uitgaande dat het systeem lineair is, kan gebruik gemaakt worden van superpositie: de effecten van capacitieve overspraak en inductieve overspraak worden afzonderlijk berekend en vervolgens bij elkaar opgeteld.
Als eerste worden de spanningen ten gevolge van de capacitieve overspraak berekend en daarna de spanningen ten gevolge van de inductieve overspraak.
Daarna worden in hoofdstuk 6 de beide effecten opgeteld zodat er en beeld ontstaat van de totale overspraak.

4. Capacitieve overspraak

De capacitieve overspraak kan gezien worden als een stroom injectie via de koppel capaciteit C_{12} in circuit 2. Zie Figuur 2.



Figuur 2

U_{ovc}: U **o**verspraak **v**erre-eind **c**apacitief
U_{onc}: U **o**verspraak **n**abije-eind **c**apacitief

De stroom I_{c12} is de stroom door de koppelcapaciteit tussen de geleiders 1 en 2. De stroom I_{c12} verdeeld zich naar links en rechts omdat aan weerzijden de impedantie gelijk is. Voor de spanningen over de uiteinden van geleider 2 is dan te schrijven:

$$U_{onc} = U_{ovc} = Z_0 . \frac{I_{c12}}{2}$$

Neem aan dat de spanningsverandering op geleider 2 veel kleiner zal zijn dan de spanningsverandering op geleider 1. Praktisch gezien betekent dit dat, bij de frequenties van de signalen waarvoor de berekeningen worden uitgevoerd, impedantie van C_{12} veel groter is dan de impedantie van de parallelschakeling van de afsluitweerstanden en de capaciteit naar aarde van geleider 2. Met die aanname geldt voor de stroom I_{c12}:

$$I_{c12} = j\omega C_{12} . U_1$$

Uit Figuur 1 is eenvoudig in te zien dat voor U_1 op geleider 1 geldt:

$$U_1 = \frac{R_L}{Z_0 + R_L} . U_g$$

Dan:

$$I_{c12} = j\omega C_{12} \cdot \frac{R_L}{Z_0 + R_L} . U_g$$

En:

$$U_{onc} = U_{ovc} = Z_0 . \frac{j\omega C_{12} \cdot \frac{R_L}{Z_0 + R_L} . U_g}{2}$$

Het is nu interessant om deze formule te bekijken voor verschillende waarden van R_L:

R_L=0:
Op geleider 1 zal dan geen spanning komen te staan. Er is dan ook geen capacitieve overspraak naar geleider 2. U_{onc} en U_{onv} zijn dan gelijk aan nul. Bij benadering zal deze situatie zich ook voordoen als R_L klein is tov. Z_0.

R_L=∞:
Door geleider 1 loopt dan geen stroom. De spanning op geleider 1is dan gelijk aan de bronspanning. Voor capacitieve overspraak geldt dan:

$$U_{onc} = U_{ovc} = Z_0 . \frac{j\omega C_{12} . U_g}{2}$$

R_L=Z_0:

Invullen levert dan voor spanningen ten gevolge van capacitieve overspraak:

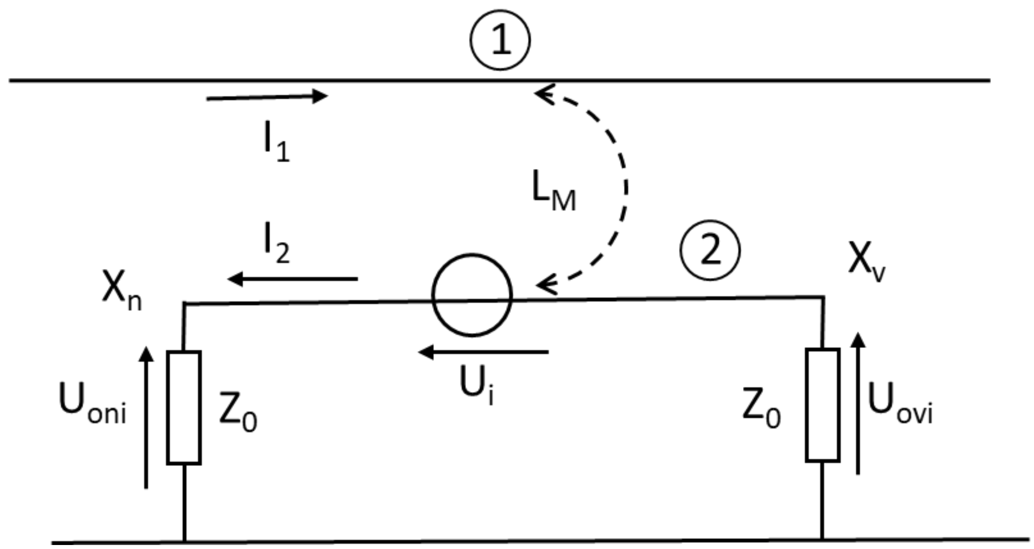
$$U_{onc} = U_{ovc} = Z_0 . \frac{j\omega C_{12} \cdot \frac{Z_0}{Z_0 + Z_0} . U_g}{2}$$

In een latere fase wordt deze formule verder bewerkt en gecombineerd met uitdrukking voor de inductieve overspraak.

5. Inductieve overspraak

De inductieve overspraak ten gevolge van de stroom door de lus van circuit 1 kan gezien worden als een spanningsbron in geleider 2. Deze spanningsbron U_{m12} is het gevolg van

de mutuele zelfinductie tussen circuit 1 en circuit 2. De richting is zodanig dat de wet van Lens geldt: De stroom in circuit 1 wekt een stroom in circuit 2 op die het ontstaan van de stroom in circuit 1 tegenwerkt.
Zie Figuur 3.



Figuur 3

Voor de spanningen op de uiteinden van lijn 2 kan nu geschreven worden:

$$U_{oni} = Z_0 . I_2$$

En voor het andere uiteinde:

$$U_{ovi} = -Z_0 . I_2$$

Merk op dat bij de overspraak ten gevolge van de inductieve koppeling U_{onl} en U_{ovl} tegengesteld zijn!

De stroom I_2 is gelijk aan:

$$I_2 = \frac{U_i}{2.Z_0}$$

Met voor U_i:

$$U_i = j\omega L_M . I_1$$

Daarin is I_1 de stroom in circuit 1:

$$I_1 = \frac{U_g}{R_L + Z_0}$$

Dus:

$$U_i = j\omega L_M . \frac{U_g}{R_L + Z_0}$$

En:

$$I_2 = j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{2.(R_L + Z_0).Z_0}$$

En dus geldt voor de spanningen aan de uiteinden ten gevolge van de inductieve koppeling het volgende.
Aan de zijde X_n:

$$U_{oni} = Z_0.j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{2.(R_L + Z_0).Z_0}$$

En aan de zijde X_v:

$$U_{ovi} = -Z_0.j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{2.(R_L + Z_0).Z_0}$$

R_L=0
De stroom in geleider 1 wordt dan alleen door de bron impedantie bepaald en deze is Z_0.

$$U_{oni} = j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{2.Z_0}$$

En:

$$U_{ovi} = -j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{2.Z_0}$$

R_L=∞:
Er loopt dan geen stroom door geleider 1. Er wordt dus geen magnetisch veld door geleider 1 opgewekt en er is dus geen inductieve overspraak. Merk op dat dit wel de situatie is waarbij de capacitieve overspraak maximaal is.

R_L=Z_0:

Invullen levert dan voor spanningen ten gevolge inductieve overspraak:

$$U_{ovi} = -j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{4.Z_0}$$

En:

$$U_{oni} = j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{4.Z_0}$$

6. Superponeren: inductieve en capacitieve overspraak gecombineerd

Zoals gezegd betreft het een lineair systeem en mogen de afzonderlijke overspaar spanningen opgeteld worden. Er moet dan natuurlijk wel sprake zijn van beide typen overspraak dus R_L is niet gelijk aan nul of oneindig.

We gaan hier uit van de situatie dat R_L gelijk is aan Z_0.

De totale overspraak aan de nabije zijde (X_N)is dus gelijk aan U_{on}=U_{onc} + U_{oni}. In het voorgaande zijn daar de formules voor afgeleid.

$$U_{onc} = Z_0. \frac{j\omega C_{12} \cdot \frac{Z_0}{Z_0 + Z_0} . U_g}{2}$$

En

$$U_{oni} = j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{4.Z_0}$$

Om tot een formule te komen die laat zien wat de invloed van de verschillende fysische grootheden zoals de capaciteit en de zelfinductie van de lijnen is, wordt de formule voor de capacitieve term (U_{onc}) anders geschreven met gebruikmaking van het feit dat voor de karakteristieke impedantie van een lijn geldt $Z_0 = \sqrt{\frac{L_l}{C_l}}$ en dus: ${Z_0}^2 = \frac{L_l}{C_l}$.

Dan kan voor de capacitieve term geschreven worden:

$$U_{onc} = \frac{j\omega C_{12} \cdot \frac{{Z_0}^2}{2.Z_0} . U_g}{2}$$

$$U_{onc} = j\omega C_{12} \cdot \frac{{Z_0}^2}{4.Z_0} . U_g$$

$$U_{onc} = j\omega C_{12} \cdot \frac{\frac{L_l}{C_l}}{4.Z_0} \cdot U_g$$

$$U_{onc} = j\omega L_l \frac{C_{12}}{C_g} \cdot \frac{U_g}{4.Z_0}$$

Nu de termen optellen:

$$U_{on} = U_{onc} + U_{oni} = j\omega L_l \frac{C_{12}}{C_l} \cdot \frac{U_g}{4.Z_0} + j\omega L_M \cdot \frac{U_g}{4.Z_0}$$

$$U_{on} = j\omega \frac{U_g}{4.Z_0}\left(L_l \frac{C_{12}}{C_l} + L_M\right)$$

$$\boxed{U_{on} = j\omega L_l \frac{U_g}{4.Z_0}\left(\frac{C_{12}}{C_l} + \frac{L_M}{L_l}\right)}$$

Op gelijke wijze kan de afleiding voor de overspraak aan het verre einde van de lijn gedaan worden. Dat levert dan:

$$\boxed{U_{ov} = j\omega L_l \frac{U_g}{4.Z_0}\left(\frac{C_{12}}{C_l} - \frac{L_M}{L_l}\right)}$$

7. Evaluatie van resultaten

De formules voor de overspraak aan het nabije eind (X_N) en het verre eind (X_V) vertonen veel overeenkomst. Dit volgt ook uit het feit dat het enige verschil de richting van de stroom van de inductieve oversprak is.

Stel nu eens dat $\left(\frac{C_{12}}{C_l} = \frac{L_M}{L_l}\right)$. Dit is het geval in een elektromagnetisch homogeen medium.

In die situatie is er op het verre put (X_V) geen overspraak tussen de geleiders. De inductieve en de capacitieve overspraak heffen elkaar volledig op.
Let op wel dat de omkaderde formules gebaseerd zijn op $R_L=Z_0$. Voor andere waarden van R_L gaat deze gecombineerde formule dus niet op.

Als R_L niet gelijk is aan de karakteristieke impedantie dan zal op X_N de overspraak niet gelijk zijn aan nul maar al naar gelang de belastingsweerstand een inductief of capacitief karakter hebben.