

Le Modèle principal-Agent

Khadidiatou COULIBALY, Ange Emilson Rayan
RAHERINASOLO, Mamady BERETE, Lawa FOUMSOU et
Samba DIENG

Enseignant : M. Idrissa DIAGNE

École Nationale de la Statistique et de l'Analyse Économique Pierre NDIAYE

Janvier 2026

Plan

- 1 Introduction**
- 2 Cadre conceptuel**
- 3 Formalisation en théorie des jeux**
- 4 Résolution analytique**
- 5 Résolution numérique**

Introduction



Le problème de Salam Kane

Exemples d'applications

- **Propriétaire de terrain** → **cultivateur** (partage de récolte, effort difficile à observer)
- **Propriétaire de voiture** → **mécanicien** (qualité de réparation et pièces utilisées non vérifiables)
- **Assureur** → **assuré** (comportement après assurance : prévention, prudence)
- **Actionnaires** → **dirigeant** (objectifs, prise de risque, *empire building*)
- **Plateforme (Uber/Glovo, etc.)** → **chauffeur/livreur** (effort, qualité de service, sélection des courses)

Fondements théoriques

La théorie de l'agence trouve son fondement dans la séparation entre propriété et contrôle analysée par Berle et Means (1932).

Jensen et Meckling (1976) introduisent la notion de coût d'agence.

Holmström (1979) montre que lorsque l'effort n'est pas observable, le contrat optimal doit arbitrer entre incitation et assurance.

Acteurs du jeu

Le principal : Il est supposé neutre au risque, conçoit le contrat afin d'orienter le comportement de l'agent et cherche à maximiser son profit espéré :

$$\Pi = \mathbb{E}[y - w]$$

L'agent : Il choisit un niveau d'effort e qui influence le résultat. Cet effort est coûteux et génère une désutilité. L'agent est généralement supposé averse au risque.

Le contrat d'agence

Il spécifie une règle de rémunération $w(y)$, conditionnée uniquement sur des variables observables, en particulier le résultat de l'activité.

Le contrat Principal-Agent est un engagement conclu ex ante entre le principal et l'agent.

L'asymétrie d'information

Sélection adverse (information cachée ex ante)

La sélection adverse correspond à une situation dans laquelle l'agent détient une information privée avant la signature du contrat. Cette information porte généralement sur ses caractéristiques intrinsèques, appelées son type.

Aléa moral (action cachée ex post)

L'aléa moral correspond à une situation dans laquelle l'asymétrie d'information apparaît après la signature du contrat. L'agent choisit alors une action, typiquement un niveau d'effort, qui n'est pas observable par le principal.

Contrats incomplets

Dans la relation **Principal-Agent**, l'effort et la qualité du travail sont souvent **non observables** et surtout **non vérifiables** : ils ne sont pas pleinement *contractibles*. Le contrat est donc **incomplet** et doit passer par des **indicateurs imparfaits** et un **droit résiduel de contrôle**.

Sources de l'incomplétude :

- **Rationalité limitée** (tout prévoir est impossible) ;
- **Coûts de rédaction** (spécifier tout est trop cher) ;
- **Non-vérifiabilité** ($\text{observable} \neq \text{prouvable}$) ;
- **Indescriptibilité** (qualité/effort difficiles à formaliser).

Nature du jeu

Le modèle Principal-Agent avec **aléa moral** se formalise comme un **jeu dynamique à information incomplète / imparfaite**.

- **Dynamique (séquentiel)** : le Principal propose d'abord un contrat, puis l'Agent réagit (accepte/refuse) et choisit un effort.
- **Information incomplète / imparfaite** : l'effort de l'Agent est **non observable** par le Principal (le Principal observe le contrat et le résultat final, mais pas l'action).
- **Rôle de la Nature** : l'issue du projet dépend d'un aléa (succès/échec) tiré selon des probabilités conditionnelles à l'effort.

Description formelle : joueurs, stratégies, information

Joueurs : Principal P , Agent A , et **Nature** (aléa).

Stratégie du Principal : choisir un contrat (\bar{w}, w) , où \bar{w} est le salaire en cas de succès et w le salaire en cas d'échec.

Stratégie de l'Agent :

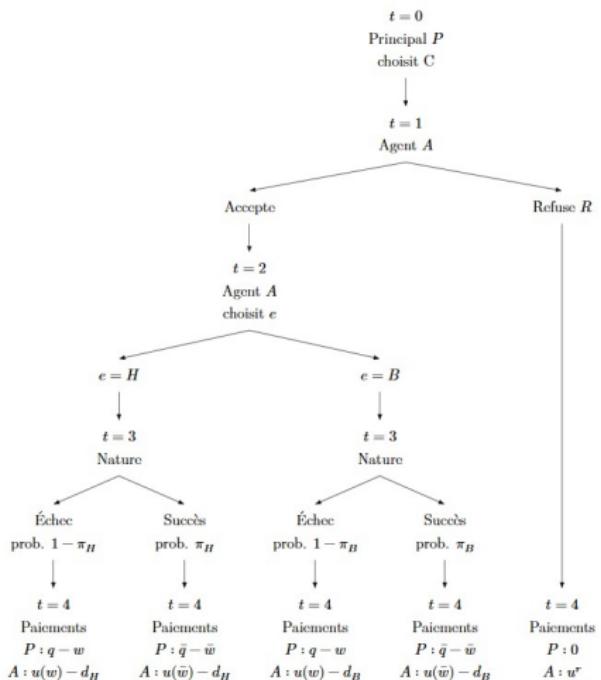
- accepter ou refuser le contrat ;
- si acceptation, choisir un effort $e \in \{H, B\}$.

Nature :

$$\mathbb{P}(S | H) = \pi_H, \quad \mathbb{P}(S | B) = \pi_B, \quad 0 < \pi_B < \pi_H < 1.$$

A noter : P observe le contrat et le résultat, mais **n'observe pas** l'effort ; A observe le contrat et connaît son effort ; le résultat est observé par les deux.

Jeu sous forme extensive



Cas du first-best

Dans ce cas, le principal observe l'effort de l'agent. Il impose un niveau d'effort et un contrat de rémunération. Pour un effort donné e , le problème est du principal est :

$$\max_{\bar{w}, w} \mathbb{E}[y - w \mid e] = \pi_e(\bar{q} - \bar{w}) + (1 - \pi_e)(q - w)$$

sous la contrainte de participation (CP) de l'agent :

$$\pi_e u(\bar{w}) + (1 - \pi_e)u(w) - d_e \geq u_r.$$

Cas du second best (aléa moral)

Dans ce cas, le principal ne peut observer l'effort de l'agent. Il propose un contrat (\bar{w}, w) incitant l'agent à fournir un effort élevé H (cela arrange le principal). Le problème du principal est :

$$\max_{\bar{w}, w} \pi_H(\bar{q} - \bar{w}) + (1 - \pi_H)(q - w)$$

Sous les contraintes :

Contrainte de participation (CP) :

$$\pi_H u(\bar{w}) + (1 - \pi_H) u(w) - d_H \geq u_r.$$

Contrainte d'incitation (CI) :

$$(\pi_H - \pi_B)[u(\bar{w}) - u(w)] \geq d_H - d_B.$$

Résolution numérique

Interface de résolution numérique

Merci de votre attention