دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی برق

گزارش پروژه درس اصول سیستم مخابراتی

پروژه پایانی بخش اول

دانشجو:

رحیمه حنفی (4042314063)

رومینا رحمانی(4011202992)

استاد درس:

دکتر مهرداد شکوه صارمی

آبان ماه 1404

بسم الله الرحمن الرحيم

چکیده:

در این پروژه یک Delta–Sigma Modulator (DSM) مرتبه اول به منظور تبدیل سیگنال آنالوگ به دیجیتال با بهره‌گیری از بیش‌نمونه‌برداری (Oversampling) و Noise Shaping پیاده‌سازی و تحلیل شد. شبیه‌سازی برای دو حالت کوانتیزر 1 بیت و کوانتیزر 3 بیت انجام گرفت. خروجی خام DSM در حوزه زمان و فرکانس تحلیل شد و معیارهای عملکرد شامل SNDR، SNR، THD و Dynamic Range با تفکیک دقیق مولفه اصلی، نویز و هارمونیک‌ها محاسبه گردید. سپس با طراحی یک فیلتر FIR پایین‌گذر به روش Windowed–Sinc (بدون استفاده از توابع پیشرفته پردازش سیگنال) و انجام Downsampling دستی، زنجیره Decimation ساخته شد و تحلیل‌ها روی خروجی نهایی تکرار گردید. نتایج نشان دادند که DSM یک‌بیتی پس از پردازش دیجیتال در هر دو دامنه به رزولوشن معادل 10 بیت SNDR بالاتری دست می‌یابد، و نقش حیاتی فیلتر FIR و Decimation در جلوگیری از Aliasing و بهبود کیفیت خروجی تأیید شد.

مقدمه:

با پیشرفت سیستم های مخابراتی و پردازش سیگنال دیجیتال نیاز به مبدل های آنالوگ به دیجیتال با دقت بالا و مصرف توان کم افزایش یافته است. مبدل‌های آنالوگ به دیجیتال (ADC)در سیستم‌های مخابراتی، صوتی و اندازه‌گیری نقش کلیدی دارند. در ADCهای معمول (Nyquist ADC)، برای دستیابی به دقت بالا باید از کوانتیزر چندبیتی دقیق استفاده شود که از نظر سخت‌افزاری پیچیده و حساس است. روش Delta–Sigmaیک راهکار جایگزین ارائه می‌دهد: به جای افزایش مستقیم تعداد بیت کوانتیزر، با افزایش نرخ نمونه‌برداری و استفاده از حلقه فیدبک، نویز کوانتیزاسیون از باند مفید به فرکانس‌های بالا منتقل می‌شود همچنین این مبدل ها به دلیل بیش نمونه برداری و شکل دهی نویز گزینه مناسبی برای دستیابی به دقت بالا با سخت افزار نسبتا ساده محسوب میشوند.

سپس با یک فیلتر پایین‌گذر دیجیتال و کاهش نرخ نمونه‌برداری سیگنال مفید استخراج شده و خروجی نهایی با دقت بالا به دست می‌آید.

اهداف:

1. آشنایی با ساختار و عملکردDSM
2. مشاهده و تحلیل پدیدهNoise Shaping
3. تحلیل خروجی‌های کوانتیزه‌شده با FFT وPSD
4. محاسبه معیارهای عملکرد SNDRو Dynamic Range با تفکیک صحیح مولفه‌ها
5. طراحی فیلتر FIR مناسب برای Decimation بدون تولباکس‌های پردازش سیگنال
6. مقایسه عملکرد قبل/بعد از FIR وDownsampling
7. بررسی اثر تعداد بیت کوانتیزر (1 بیت در مقابل 3 بیت)

مبانی نظری:

1-**Delta-Sigma Modulator**

شامل یک انتگرال گیر یک کوانتیزر و یک فیدبک DSM منفی میباشد. انتگرال گیر اختلاف بین ورودی و خروجی فیدبک را جمع کرده و کوانتیزر سیگنال را به سطوح دیجیتال تبدیل میکند. فیدبک باعث میشود نویز کوانتیزاسیون به فرکانس های بالا منتقل شود.

2-**Noise Shaping**

نویز کوانتیزاسیون به جای بخش یکنواخت درDSM در کل باند فرکانسی به خارج از باند سیگنال مفید رانده میشود. این ویژگی امکان حذف نویز توسط فیلتر دیجیتال پایین گذر را فراهم میکند.

3-**SNDR و Dynamic Range**

SNDR: نسبت توان سیگنال اصلی به مجموع توان نویز و اعوجاج

Dynamic Range: بیشترین بازه از دامنه سیگنال که سیستم میتواند بدون غلبه نویز یا اشباع آن را پردازش کند.

4- **فیلتر FIR و Decimation**

فیلتر FIR پایین گذر برای حذف نویز خارج از باند طراحی میشود. پس از فیلترگذاری نرخ نمونه برداری کاهش یافته تا داده نهایی با نرخ مناسب و دقت بالا استخراج شود.

مراحل انجام:

بخش اول) پیاده سازی Delta-Sigma Modulator-Sigma Modulator

DSMمرتبه اول دارای حلقه فیدبک شامل یک تفاضل‌گیر، یک انتگرال‌گیر و یک کوانتیزر است. معادلات گسسته آن به صورت زیر است:

1. محاسبه خطا (تفاضل ورودی و خروجی نمونه قبل):

$$e[n] = x[n] - y[n-1]$$

2. انتگرال‌گیری (تجمع خطا):

$$v[n] = v[n-1] + e[n]$$

3. کوانتیزه کردن:

$$y[n] = Q(v[n])$$

دلیل انتخاب فرکانس نمونه برداری

در این پروژه باند سیگنال مفید به‌صورت $f_B = 10KHz$ فرض شد و براساس روابط زیر فرکانس نمونه برداری برای رسیدن به دقت 10 بیت محاسبه گردید.

این تابع OSR رو از روی یک رابطه‌ی تئوریِ تقریبی برای DSM مرتبه‌اول انتخاب می‌کنه؛ به عبارتی اگر بخواییم داخل باند از 0 تا f_Bبه یک SNDRهدف برسیم، با فرض‌های ایده‌آل، OSRاز رابطه زیر محاسبه میشود.

در ساده‌ترین حالت (وقتی اعوجاج و هارمونیک‌ها رو نادیده بگیریم)، داریم:

$$\boldsymbol{SNDR \approx SNR = 10log_{10}\left(\frac{P_s}{P_{n,\text{inband}}}\right)}$$

پس اگر SNDR هدف رو بدهیم،

$$\frac{P_s}{P_{n,\text{inband}}} = 10^{SNDR/10}$$

باید یک مدل برای $P_{n,\text{inband}}$داشته باشیم

$$|\ NTF(e^{j\omega})\ | \approx \omega$$

پس PSD نویز خروجی در پایین تقریباً متناسب با ω^2می‌شود.

وقتی این PSD را از 0 تا باند مفید انتگرال بگیریم، نتیجه‌ی معروف برای DSM مرتبه اول این است:

$$P_{n,\text{inband}} \approx \frac{\Delta^2}{12} \cdot \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{1}{OSR^3}$$

بنابراین نویز داخل باند با $1/OSR^3$کم می‌شود.

دقیقاً همون ضریب $\frac{\pi^2}{3}$از انتگرال گرفتن f^2روی باند به دست می‌آید.

$$Pn_coeff = \frac{\Delta^2}{12} \cdot \frac{\pi^2}{3}$$

و بعداً این رو تقسیم بر OSR^3در نظر گرفته.

اگر ورودی سینوسی با دامنه‌ی پیک Aداشته باشیم:

$$x(t) = Asin\ (\cdot) \Rightarrow P_s = \frac{A^2}{2}$$

ما داریم:

$$SNR = \frac{P_s}{P_{n,\text{inband}}} = \frac{P_s}{\frac{\Delta^2}{12} \cdot \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{1}{OSR^3}}$$

پس:

$$SNR = \frac{P_s \cdot OSR^3}{\left(\frac{\Delta^2}{12} \cdot \frac{\pi^2}{3}\right)}$$

و شرط رسیدن به $SNDR_{target}$:

$$10^{SNDR_{target}/10} = \frac{P_s \cdot OSR^3}{Pn_coeff}$$

پس:

$$OSR^3 = \frac{Pn_coeff}{P_s} \cdot 10^{SNDR_{target}/10}$$

و در نتیجه:

$$\boxed{OSR = \left(\frac{Pn_coeff}{P_s} \cdot 10^{SNDR_{target}/10}\right)^{1/3}}$$

این انتخاب OSR چه فرض‌هایی دارد؟

این فرمول تقریبی است و روی این فرض‌ها سوار است:

DSMمرتبه اول است(برای مرتبه دوم توان OSR فرق می‌کند)

کوانتیزاسیون با مدل نویز افزوده تقریب زده شده (نویز مستقل و تقریباً سفید)

فقط نویز کوانتیزاسیون در نظر گرفته شده(اعوجاج/هارمونیک limit cycle/لحاظ نشده)

سیگنال داخل باند یک سینوس ایده‌آل است

SNDR≈SNRفرض شده (یعنی THD خیلی کوچک باشد)

پس این تابع OSR را به عنوان یک نقطه شروع تئوری می‌دهد؛ بعد در شبیه‌سازی واقعی SNDR را می‌سنجیم و اگر لازم بود OSR یا پارامترها را اصلاح می‌کنیم.

چرا OSR با A رابطه دارد؟

چون:

$$P_s = A^2/2$$

هرچه A بزرگ‌تر باشد، توان سیگنال بیشتر است ⇒ برای رسیدن به یک SNDR مشخص، OSRلازم کمتر می‌شود.

در خروجی شما هم دیدیم:

برای OSR → A=0.5 تخمینی ~240

برای OSR → A=0.6 تخمینی ~212

این دقیقاً از همین رابطه می‌آید.

چرا delta=2*vref گذاشتیم؟

برای کوانتیزر 1 بیت با خروجی±Vref ، فاصله بین دو سطح:

$$\Delta = 2Vref$$

این تابع OSR را با حل کردن رابطه‌ی تئوریِ DSM مرتبه اول تعیین می‌کند که می‌گوید توان نویز داخل باند تقریباً $\propto \mathbf{1/OSR^3}$است؛ سپس OSR لازم را برای رسیدن به SNDR هدف حساب می‌کند.

دلیل انتخاب فرکانس سیگنال ورودی

جلوگیری از تداخل هارمونیک ها در باند

جلوگیری از Aliasing در خروجی Down Sampling

دلیل انتخاب دامنه سیگنال ورودی

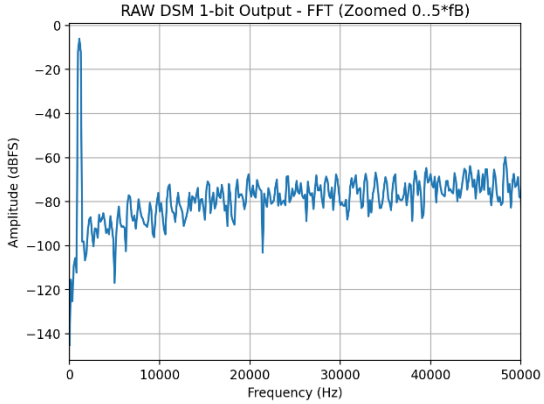
در DSM، اگر دامنه ورودی خیلی بزرگ شود، انتگرال‌گیر مجبور می‌شود برای جبران خطا مقدار v[n]را خیلی بالا/پایین ببرد. این ممکن است باعث عوامل زیر شود:

افزایش THD (اعوجاج)کاهش SNDR

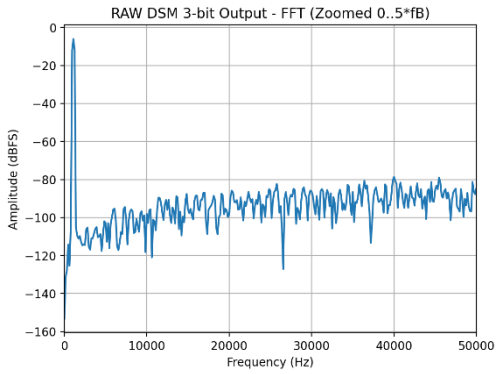
گاهی ناپایداری/limit cycle شدید

برای DSM یک‌بیتی، محدوده امن دامنه معمولاً از فول‌اسکیل کمتر انتخاب می‌شود.

به همین علت دامنه را یک دوم فول اسکیل در نظر میگیریم. همچنین مقادیر کمتر باعث کاهش توان سیگنال ورودی و SNDR میشود.



شکل1-طیف خروجیDMSدر 1بیت



شکل2- طیف خروجیDMSدر 3بیت

طراحی فیلترFIR و تعیین Down Sampling با نرخ مناسب

طراحی فیلترFIR محاسبه ضرایب h[n] با روشWindowed–Sinc

در تابع fir_decimation_and_reanalysis این‌پارامترها تعیین می‌شوند:

نرخDownsampling

D = OSR // 4

fs_out = fs / D

nyq_out = fs_out / 2

با: OSR=256

D = 64

fs = 5.12MHz

fs_out = 80kHz

nyq_out = 40kHz

چراD=OSR/4 در نظر گرفتیم؟

چون می‌خواهیم نرخ خروجی را خیلی پایین بیاوریم ولی نه آنقدر که نزدیک باند مفید شود.

در اینجا:

باند مفید $\boldsymbol{f_B = 10kHz}$

Nyquistخروجی kHz40

پس هنوز فضای کافی برای transition band داریم .

انتخاب fp و fsb وfc

fp = fB → 10kHz

fsb = 0.90 * nyq_out → 36kHz

fc = 0.5 * (fp + fb) → 23kHz

fp = fB

Passband edgeرا دقیقاً برابر باند مفید گذاشته‌اید:

$$\boldsymbol{f_p = f_B = 10kHz}$$

یعنی "سیگنال مفید تا 10 kHzنباید تضعیف شود."

fsb = 0.9 * nyq_out

Nyquistخروجی بعد از:downsampling

$$\boldsymbol{f_{Nyq,out} = 40kHz}$$

شما شروع stopband را گذاشته‌اید:

$$\boldsymbol{f_{sb} = 0.9 \times 40kHz = 36kHz}$$

چرا 0.9؟

چون می‌خواهید قبل از رسیدن به kHz40، فیلتر شروع به حذف نویز کنیم تا:

نزدیک Nyquist خروجی، انرژی خیلی کم باشد

وقتی fold شد، مقدار کمی alias شود

fcمیانگین fp وfsb

در روش windowed–sinc معمولاً یک فرکانس قطع بین passband و stopband انتخاب می‌کنند:

$$f_c = \frac{f_p + f_{sb}}{2} = 23kHz$$

طراحی FIR با Windowed–Sinc چطور انجام میشود؟

این قسمت در تابع fir_lowpass_windowed_sincاست.

ایده‌ی اصلی: فیلتر پایین‌گذر ایده‌آلsinc

پاسخ ضربه‌ی پایین‌گذر ایده‌آل (غیرقابل‌تحقق چون بی‌نهایت طول دارد):

$$h_{ideal}[n] = 2\frac{f_c}{f_s}\,\mathrm{sinc}\left(2\frac{f_c}{f_s}(n - M/2)\right)$$

m = n - M/2باعث می‌شود فیلتر متقارن و linear-phaseباشد (خیلی مهم برای عدم اعوجاج فاز در باند مفید).

چرا window لازم است؟

چون sinc ایده‌آل بی‌نهایت است؛ ما مجبوریم آن را کوتاه کنیم که باعث ripple زیاد و stopband بد می‌شود.

راه‌حل: ضرب در پنجره:

$$\boldsymbol{h[n] = h_{ideal}[n] \cdot w[n]}$$

که برای پنجره 3 انتخاب داریم:

Hann – Hamming - Black Man

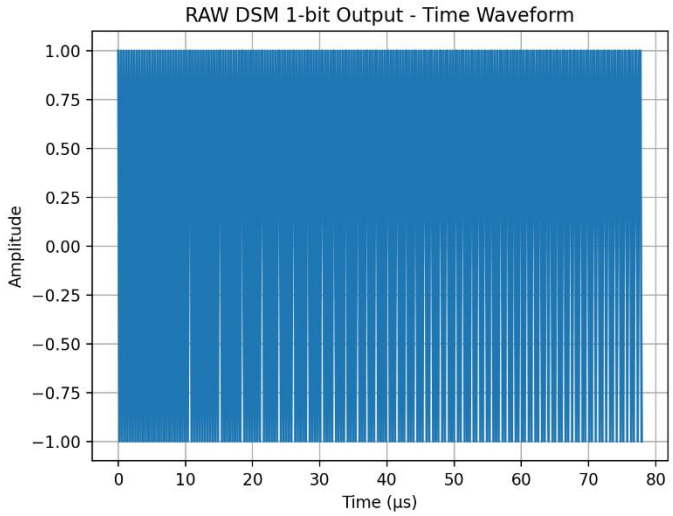
پنجره Black Man از دو پنجره دیگر تضعیف استاپ بند بهتری دارد اما transition band آن پهن است که با افزایش مرتبه فیلتر قابل جبران است.

num_taps = 1201

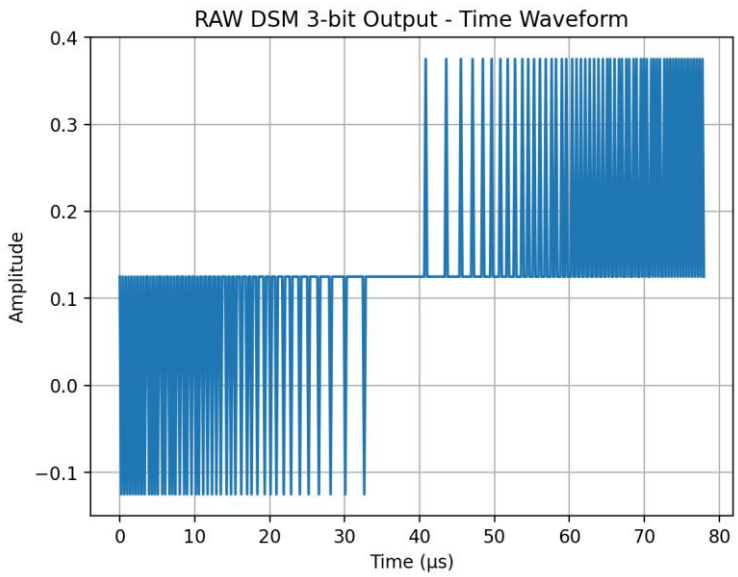
این مهم‌ترین جزء است برای رسیدن به 10 بیت بعد از.downsampling

هرچه تعداد tap بیشتر باشد طول فیلتر بیشتر و transition band تیزتر ومیرایی stopband بهتر است و چون نویز DSM در فرکانس بالا خیلی زیاد است، برای جلوگیری از aliasing باید stopband خوب داشته باشیم.

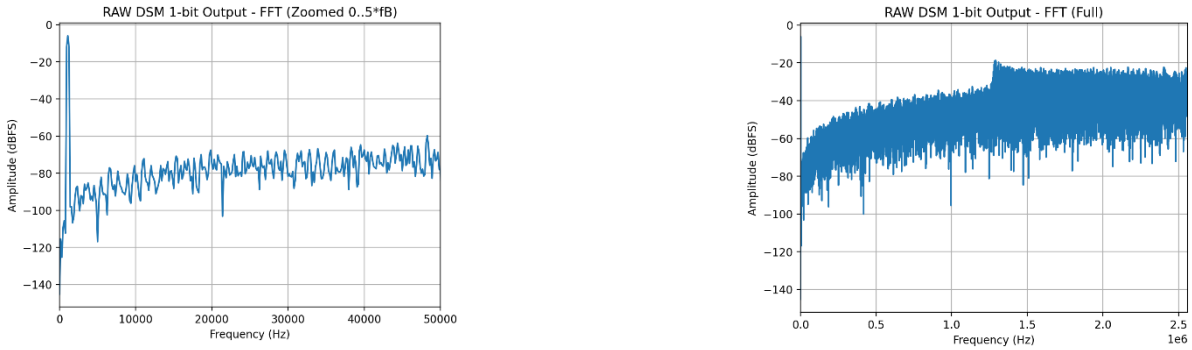
بخش دوم)تحلیل خروجی خامDSM



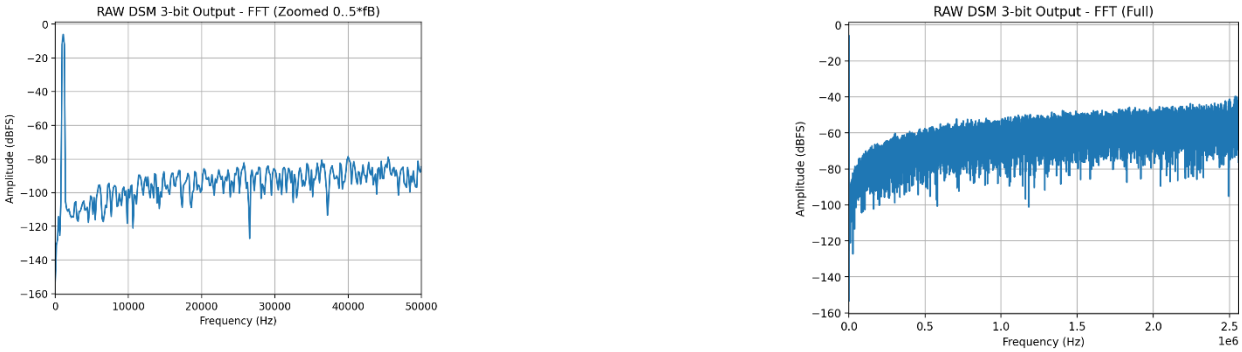
شکل3-خروجی1بیت در زمان بعد از فیلتر



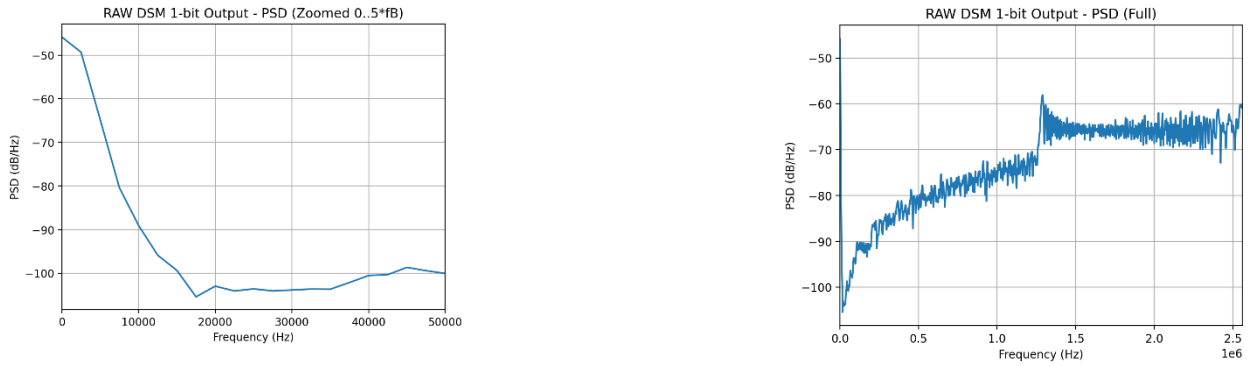
شکل4- خروجی3بیت در زمان بعد از فیلتر



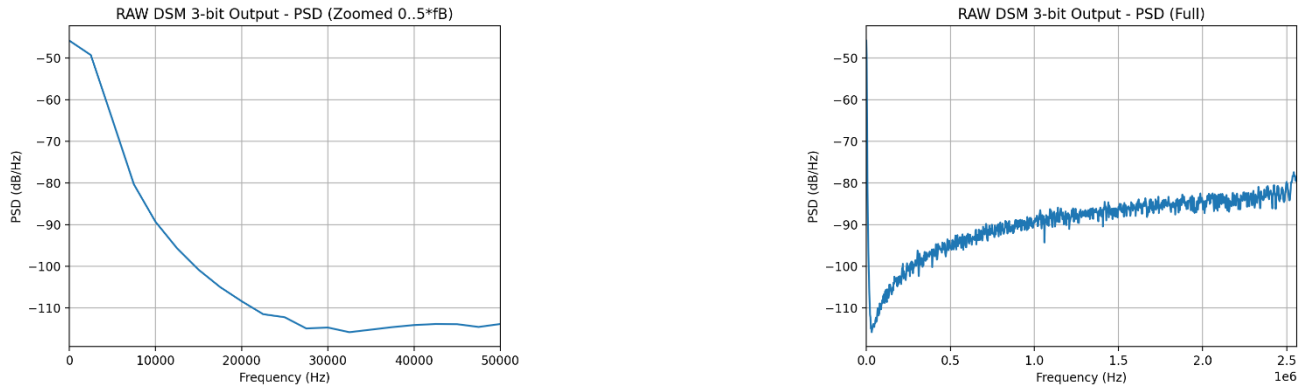
شکل5-طیف دامنه fftخروجی1بیت



شکل6- طیف دامنه fftخروجی3بیت



شکل7- چگالی طیف توان1بیت



شکل8- چگالی طیف توان3بیت

```
--------------------------------------
RAW DSM 1-bit Output - METRICS (In-band 0..fB)
--------------------------------------
NFFT: 32768
df (Hz/bin): 156.25
In-band max bin kB: 64
Fundamental bin k1: 7
Fundamental Frequency (Hz): 1093.75
Guard bins: ±2  |  Fund guard range: (5, 9)

[Powers in-band 0..fB (DC excluded)]
P_signal: 0.12499132166476093
P_harm:   8.130612177180961e-09
P_noise:  4.612789753847687e-08
P_inband: 0.12499137592327066

[Contribution in-band]
Signal %:  100.000%
Harm %:    0.000%
Noise %:   0.000%

[Metrics]
SNDR (dB): 63.62411999240341
SNR  (dB): 64.32916199967255
THD  (dB): -71.86756614230431
Dynamic Range (dB): 70.3500634396678

Harmonic bins: [14, 21, 28, 35]
--------------------------------------
```

شکل9-محاسبه معیارهای SNDR و Dynamic Range برای 1بیت

```
--------------------------------------
RAW DSM 3-bit Output - METRICS (In-band 0..fB)
--------------------------------------
NFFT: 32768
df (Hz/bin): 156.25
In-band max bin kB: 64
Fundamental bin k1: 7
Fundamental Frequency (Hz): 1093.75
Guard bins: ±2  |  Fund guard range: (5, 9)

[Powers in-band 0..fB (DC excluded)]
P_signal: 0.1250003741138533 4
P_harm:   1.077733324461433e-10
P_noise:  1.0903644370549978e-09
P_inband: 0.1250003753119911

[Contribution in-band]
Signal %:  100.000%
Harm %:    0.000%
Noise %:   0.000%

[Metrics]
SNDR (dB): 80.18404553944433
SNR  (dB): 80.59339634550037
THD  (dB): -90.64400000979029
Dynamic Range (dB): 86.61398326075287

Harmonic bins: [14, 21, 28, 35]
--------------------------------------
```

شکل10- محاسبه معیارهای SNDR و Dynamic Range برای 3بیت

بخش سوم)طراحی فیلتر FIR و Down Sampling

همان طور که در بخش طراحی فیلترFIR و تعیین Down Sampling با نرخ مناسب توضیح داده شد

برای طراحی فیلترFIR محاسبه ضرایب h[n] با روشWindowed–Sinc داریم:

در تابع fir_decimation_and_reanalysis این‌پارامترها تعیین می‌شوند:

نرخDownsampling

D = OSR // 4

fs_out = fs / D

nyq_out = fs_out / 2

با: OSR=256

D = 64

fs = 5.12MHz

fs_out = 80kHz

nyq_out = 40kHz

چراD=OSR/4 در نظر گرفتیم؟

چون می‌خواهیم نرخ خروجی را خیلی پایین بیاوریم ولی نه آنقدر که نزدیک باند مفید شود.

در اینجا:

باند مفید $\boldsymbol{f_B = 10kHz}$

Nyquistخروجی kHz40

پس هنوز فضای کافی برای transition band داریم .

انتخاب fp و fsb وfc

fp = fB → 10kHz

fsb = 0.90 * nyq_out → 36kHz

fc = 0.5 * (fp + fb) → 23kHz

fp = fB

Passband edgeرا دقیقاً برابر باند مفید گذاشته‌اید:

$$\boldsymbol{f_p = f_B = 10kHz}$$

یعنی "سیگنال مفید تا 10 kHzنباید تضعیف شود."

fsb = 0.9 * nyq_out

Nyquistخروجی بعد از:downsampling

$$\boldsymbol{f_{Nyq,out} = 40kHz}$$

شما شروع stopband را گذاشته‌اید:

$$\boldsymbol{f_{sb} = 0.9 \times 40kHz = 36kHz}$$

چرا 0.9؟

چون می‌خواهید قبل از رسیدن به kHz40، فیلتر شروع به حذف نویز کنیم تا:

نزدیک Nyquist خروجی، انرژی خیلی کم باشد

وقتی fold شد، مقدار کمی alias شود

fcمیانگین fp وfsb

در روش windowed–sinc معمولاً یک فرکانس قطع بین passband و stopband انتخاب می‌کنند:

$$f_c = \frac{f_p + f_{sb}}{2} = 23kHz$$

طراحی FIR با Windowed–Sinc چطور انجام میشود؟

این قسمت در تابع fir_lowpass_windowed_sincاست.

ایده‌ی اصلی: فیلتر پایین‌گذر ایده‌آلsinc

پاسخ ضربه‌ی پایین‌گذر ایده‌آل (غیرقابل‌تحقق چون بی‌نهایت طول دارد):

$$h_{ideal}[n] = 2\frac{f_c}{f_s}\,\mathrm{sinc}\left(2\frac{f_c}{f_s}(n - M/2)\right)$$

m = n - M/2باعث می‌شود فیلتر متقارن و linear-phaseباشد (خیلی مهم برای عدم اعوجاج فاز در باند مفید).

چرا window لازم است؟

چون sinc ایده‌آل بی‌نهایت است؛ ما مجبوریم آن را کوتاه کنیم که باعث ripple زیاد و stopband بد می‌شود.

راه‌حل: ضرب در پنجره:

$$\boldsymbol{h[n] = h_{ideal}[n] \cdot w[n]}$$

که برای پنجره 3 انتخاب داریم:

Hann – Hamming - Black Man

پنجره Black Man از دو پنجره دیگر تضعیف استاپ بند بهتری دارد اما transition band آن پهن است که با افزایش مرتبه فیلتر قابل جبران است.

num_taps = 1201

این مهم‌ترین جزء است برای رسیدن به 10 بیت بعد از.downsampling

هرچه تعداد tap بیشتر باشد طول فیلتر بیشتر و transition band تیزتر ومیرایی stopband بهتر است و چون نویز DSM در فرکانس بالا خیلی زیاد است، برای جلوگیری از aliasing باید stopband خوب داشته باشیم.

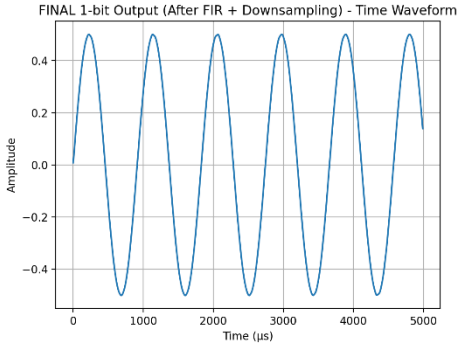
در خروجی وقتی taps را 1201 گذاشتیم مرتبه فیلتر میشود 1200.

به طور خلاصه مشخصات فیلتر با توجه به باند مفید $\boldsymbol{f_B = 10kHz}$و نرخ خروجی بعد از decimation ($\boldsymbol{f_{out} = 80kHz}$)انتخاب شد $\boldsymbol{f_p = 10kHz}$ ،: $\boldsymbol{f_{sb} = 36kHz}$، و $\boldsymbol{f_c =}$ $\boldsymbol{23kHz}$.

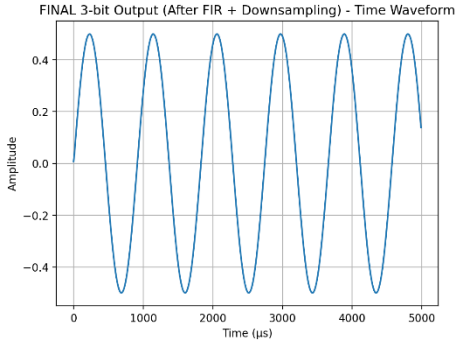
ضرایب فیلتر با روش windowed–sinc محاسبه شدند :sinc ایده‌آل با فرکانس قطع $\boldsymbol{f_c}$تولید و در پنجره Blackman ضرب شد.

با انتخاب tap 1201 تضعیف stopband حدود dB 75 به‌دست آمد که برای جلوگیری از aliasing نویز خارج از باند و حفظ SNDR معادل 10 بیت پس از downsampling کافی است.

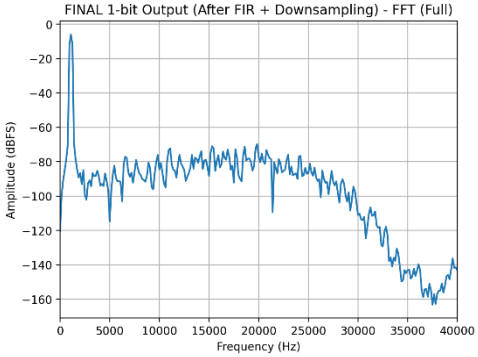
تحلیل خروجی نهایی پس از پردازش سیگنال

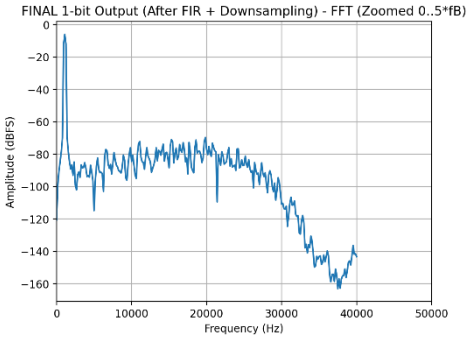


شکل11- خروجی نهایی 1بیت



شکل12- خروجی نهایی 3بیت

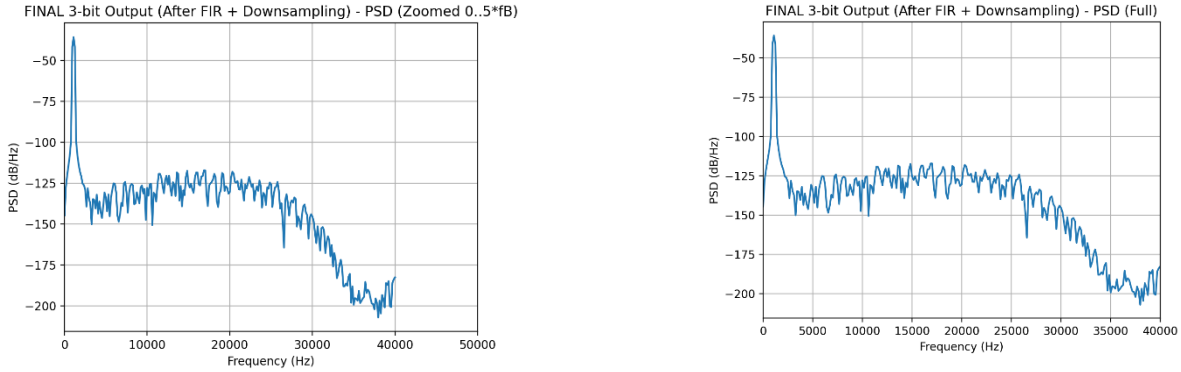




شکل13-fftنهایی 1بیت

شکل14-fft نهایی 3بیت

شکل15-چگالی طیف توان1بیت



شکل16-چگالی طیف توان3بیت

```
--------------------------------------
FINAL 1-bit Output (After FIR + Downsampling) - METRICS (In-band 0..fB)
--------------------------------------
NFFT: 512
df (Hz/bin): 156.25
In-band max bin kB: 64
Fundamental bin k1: 7
Fundamental Frequency (Hz): 1093.75
Guard bins: ±2  |  Fund guard range: (5, 9)

[Powers in-band 0..fB (DC excluded)]
P_signal: 0.17999565680333
P_harm:   9.681023208423309e-09
P_noise:  5.283477275919708e-08
P_inband: 0.17999571931912597

[Contribution in-band]
Signal %:  100.000%
Harm %:    0.000%
Noise %:   0.000%

[Metrics]
SNDR (dB): 64.5927226084035
SNR  (dB): 65.32342182065979
THD  (dB): -72.69340764677867
Dynamic Range (dB): 69.76050160460383

Harmonic bins: [14, 21, 28, 35]
--------------------------------------
```

شکل17-SNDR و DR 1بیت

```
--------------------------------------
FINAL 3-bit Output (After FIR + Downsampling) - METRICS (In-band 0..fB)
--------------------------------------
NFFT: 512
df (Hz/bin): 156.25
In-band max bin kB: 64
Fundamental bin k1: 7
Fundamental Frequency (Hz): 1093.75
Guard bins: ±2  |  Fund guard range: (5, 9)

[Powers in-band 0..fB (DC excluded)]
P_signal: 0.1800043491745463
P_harm:   1.5937033813085074e-09
P_noise:  1.764178222039867e-08
P_inband: 0.1800043684100319

[Contribution in-band]
Signal %:  100.000%
Harm %:    0.000%
Noise %:   0.000%

[Metrics]
SNDR (dB): 69.71179843847189
SNR  (dB): 70.08740541823505
THD  (dB): -80.52875504366105
Dynamic Range (dB): 74.52427547724619

Harmonic bins: [14, 21, 28, 35]
--------------------------------------
```

شکل18-SNDR و DR 3بیت

مقایسه و نتایج

مقایسه قبل و بعد از فیلترگذاری وDown Sampling (Decimation)

در این پروژه خروجی خام مبدل دلتا-سیگما (DSM) یک سیگنال بیش‌نمونه‌برداری‌شده است که در کنار مؤلفه‌ی اصلی، مقدار زیادی نویز کوانتیزاسیون شکل‌داده‌شده (Noise Shaped)در فرکانس‌های بالا دارد. بنابراین اگر خروجی خام مستقیماً Downsample شود، بخش زیادی از نویز خارج از باند به داخل باند تا می‌خورد (aliasing) و SNDR کاهش شدیدی پیدا می‌کند. به همین دلیل استفاده از زنجیره‌ی Anti-alias Lowpass FIR + Downsamplingضروری است.

مشاهدات از نتایج:

قبل از فیلترگذاری، SNDRداخل باند برای $1bit$ در حد 63~تا $66\ dB$~و برای $3bit$ در حد 80~تا $83\ dB$~است. این نشان می‌دهد که به دلیلNoise Shaping ، نویز داخل باند به طور قابل توجهی کاهش یافته است.

پس از اعمال فیلتر پایین‌گذر FIR و Downsampling با ضریبD=64 ، SNDRداخل باند برای 1 bit-کمی کاهش پیدا کرده (~1 dB) و برای $3bit$ کاهش بیشتری مشاهده می‌شود حدود $10 - 13\ dB$ نسبت به حالت خام است به این دلیل که فیلتر FIR در باند عبور تقریباً بدون تضعیف است در گزارش شما ripple بسیار کم است بنابراین افت شدید SNDR به دلیل تضعیف سیگنال نیست.

افت SNDR پس از decimation بیشتر به دلیل این است که:

بعد ازDownsampling ، تعریف باند و نحوه‌ی اندازه‌گیری FFT با N کمتر، تغییر تفکیک فرکانسی و guard bins می‌تواند روی تفکیک مؤلفه‌ها اثر بگذارد.

در حالت $3bit$ چون نویز پایه بسیار کم‌تر است، هر مقدار خطای اندازه‌گیری/گارد/پنجره یا باقی‌مانده‌ی نویز نزدیکِ مرز باند اثر پررنگ‌تری در SNDR نهایی نشان می‌دهد.

نکته‌ی مهم این است که فیلتر به خوبی نویز خارج از باند را حذف کرده و تضعیف stopband حدود $75dB$پس از دید سیستم واقعی decimationدرست انجام شده و از aliasing جلوگیری شده است.

بنابراین نقش زنجیره decimation این است که قبل از کاهش نرخ نمونه‌برداری، نویز خارج از باند را حذف کند تا aliasing رخ ندهد. حتی اگر SNDR عددی کمی تغییر کند، از نظر اصول تبدیل DSM این مرحله ضروری است و خروجی را برای استفاده‌ی عملی قابل اتکا می‌کند.

مقایسه کوانتیزر 1 بیت و 3 بیت

در کوانتیزر 1 بیت، خروجی فقط دو سطح ±Vref دارد؛ بنابراین خطای کوانتیزاسیون خام بزرگ است، اما DSMبا فیدبک و انتگرال‌گیر باعث Noise Shaping می‌شود و نویز را از فرکانس‌های پایین به بالا منتقل می‌کند .با این حال محدودیت 1 بیت باعث می‌شود هنوز نویز و اعوجاج (خصوصاً در دامنه‌های بالاتر) محسوس باشد.

در کوانتیزر 3 بیت، تعداد سطوح بیشتر است (۸ سطح برای 3 بیت)، بنابراین:

گام کوانتیزاسیون کوچکتر می‌شود،

خطای کوانتیزاسیون کاهش می‌یابد،

و در نتیجه SNDRخام بالاتر از $1bit$ به دست می‌آید.

مطابق نتایج:

در خروجی خام، $3bit$حدود SNDR حدود16 dBتا 17dBبیشتری از $1bit$دارد. این اختلاف کاملاً منطقی است چون هم «خطای کوانتیزاسیون کمتر» است و هم Noise Shaping همچنان کمک می‌کند.

نقش Noise Shaping درDelta-Sigma Modulator

DSMمرتبه اول به طور ساده این کار را می‌کند:

خطای بین ورودی و خروجی قبلی را جمع (انتگرال‌گیری) می‌کند و آن را به کوانتیزر می‌دهد. این انتگرال‌گیری باعث می‌شود سیستم برای فرکانس‌های پایین، خطا را «فشار» دهد که میانگین خروجی به ورودی نزدیک بماند؛ اما چون کوانتیزر محدود است، خطا به شکل نویز در خروجی ظاهر می‌شود.

نکته‌ی کلیدی:

درDSM ، نویز کوانتیزاسیون مثل یک منبع نویز در داخل حلقه مدل می‌شود.

تابع انتقال نویز (NTF) برای DSM مرتبه اول تقریباً:

$$\boldsymbol{NTF(z) = 1 - z^{-1}}$$

است که در فرکانس پایین مقدارش کوچک است (نویز کم) و در فرکانس بالا بزرگ‌تر می‌شود (نویز زیاد).

پس نویز «از باند پایین به بالا رانده می‌شود» و همین باعث بهبود SNDR داخل باند می‌شود.

نتیجه‌ی مشاهده‌پذیر در طیف و:PSD

در خروجی خامDSM ، کف نویز در فرکانس‌های پایین کم‌تر است و هر چه به نزدیک Nyquist می‌رویم نویز زیادتر می‌شود.

این همان امضای واضح Noise Shaping است.

تاثیر تعداد بیت‌های کوانتیزر برSNDR

افزایش تعداد بیت‌ها دو اثر دارد:

کاهش اندازه‌ی گام کوانتیزاسیون $\boldsymbol{\Delta}$

هر چه $\boldsymbol{\Delta}$کوچک‌تر ← خطای کوانتیزاسیون کوچک‌تر ← نویز کمتر SNDR ← بهتر.

کاهش احتمال Overload/Limit Cycle در دامنه‌های بالاتر

در $1bit$ اگر دامنه ورودی زیاد شود، حلقه ممکن است به رفتارهای شبه-تناوبی یا ناپایداری نزدیک شود و اعوجاج افزایش یابد. در $3bit$انعطاف بیشتر است و سیستم نرم‌تر رفتار می‌کند.

بنابراین انتظار داریم:

$3bit$ $SNDR$همواره بهتر از $1bit$ باشد که در خروجی خام هست

بعد از فیلتر وDownsampling ، چون نویز خارج از باند حذف می‌شود، اختلاف می‌تواند کمتر شود چون $1bit$ عمدتاً از Noise Shaping سود برده و حالا باند محدود شده است ولی باز هم $3bit$ باید عموماً بهتر باشد.

اهمیت فیلتر FIR و Decimation در بهبود عملکرد

زنجیره decimation دو نقش اصلی دارد:

Anti-aliasingقبل ازDownsampling

وقتی نرخ نمونه‌برداری کم می‌شود، تمام انرژی طیف بالای Nyquist خروجی جدید به داخل باند تا می‌خورد. چون DSM عمداً نویز را به فرکانس‌های بالا برده، اگر فیلتر نباشد این نویز دقیقاً وارد باند می‌شود و عملکرد نابود می‌شود. پس فیلتر FIR ضروری است.

کاهش نرخ داده و تولید خروجی قابل استفاده

خروجی DSM با fs بسیار بزرگ تولید می‌شوداینجا $\sim 5.12\ MHz$. بعد از decimation نرخ به $\sim 80\ kHz$می‌رسد؛ یعنی سیستم از نظر ذخیره‌سازی و پردازش قابل استفاده‌تر می‌شود.

در طراحی فیلتر FIR شما:

$fp = fB$ عبور بدون تضعیف باند مفید

پنجره Blackman و تعداد tap زیاد ← تضعیف stopband حدود $75\ dB$

این دقیقاً برای این پروژه انتخاب درست و قابل دفاع است.

در این پروژه چند trade-off اصلی داریم:

OSRبالا ↔ مصرف منابع

OSRبالاتر Noise Shaping → موثرتر و نویز داخل باند کمتر SNDR → بهتر

اما:

fsبزرگ‌تر می‌شود،

طول شبیه‌سازی و FFT سنگین‌تر می‌شود،

پردازش دیجیتال پرهزینه‌تر می‌شود.

تعداد tap فیلتر FIR ↔ کیفیت حذف نویز

tapبیشتر transition band → باریک‌تر stopband attenuation + بیشتر aliasing → کمتر

اما:

محاسبات convolution بیشتر،

تأخیر گروهی بیشتر(delay = (Ntap−1)/2) ،

مصرف زمان و حافظه بیشتر.

$1bit \leftrightarrow 3bit$

$1bit$ساده‌تر، سخت‌افزار ADC ساده‌تر، ولی برای کیفیت بالا به OSR و فیلتر قوی نیاز دارد.

$3bit$ پیچیده‌ترکوانتیزر و DAC چندسطحی اما SNDR خام بهتر است و معمولاً با OSR کمتر هم کیفیت خوبی می‌دهد.

مقایسه نتایج دامنه‌های A=0.5 وA=0.6

طبق نتایج :

برای$1bit$ خام :با افزایش دامنه از 0.5 به 0.6، SNDRاز حدود $66.1\ dB$~ به $63.6\ dB$~ افزایش یافته است.

دلیل: با دامنه‌ی بزرگ‌تر، توان سیگنال P_{sig}افزایش می‌یابد و تا زمانی که وارد overload نشویم، نسبت سیگنال به نویز بهتر می‌شود.

برای $3bit$ خام :افزایش دامنه باعث افزایش SNDR از$\sim 83.1\ dB$ به $\sim 80.2\ dB$ شده است. چون $3bit$ ظرفیت بیشتری دارد، افزایش دامنه بدون نزدیک شدن به اشباع، بهبود واضح‌تری در SNDR نشان می‌دهد.

بعد ازFIR+Downsampling ، روند کلی مشابه است A=0.6 کمی بهتر از A=0.5 چون توان سیگنال بیشتر است و هنوز زیر Vref قرار دارد طبق پیام.«no overload expected»
افزایش دامنه تا وقتی به Vref نزدیک نشود، معمولاً SNDR را بهتر می‌کند؛ ولی اگر دامنه بیش از حد بزرگ شود، DSMممکن است وارد overload/limit-cycle شود و اعوجاج بالا می‌رود و SNDR افت می‌کند. بنابراین A=0.5 و A=0.6 انتخاب‌های ایمن و منطقی هستند.

جمع‌بندی نهایی

DSMبا Noise Shapingنویز را به فرکانس‌های بالا می‌راند و داخل باند SNDR را بهبود می‌دهد.

3-bitبه دلیل گام کوانتیزاسیون کوچک‌تر، SNDRخام بهتری نسبت به $1bit$ دارد.

FIR + Decimationبرای حذف نویز خارج از باند و جلوگیری از aliasing ضروری است و خروجی را قابل استفاده می‌کند.

افزایش OSR وtap های فیلتر کیفیت را بالا می‌برد اما پیچیدگی و هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد.

در دامنه‌های A=0.5 وA=0.6 ، چون هر دو زیر Vref هستند، افزایش دامنه موجب بهبود SNDR شده و سیستم وارد overload نشده است.

محاسبه دامنه براساس شماره گروه (d):

$$A = 0.6 + (d \bmod 4) * 0.05$$

$$d = 4 \rightarrow A = 0.6 + 0 * 0.05 = 0.6$$

تمامی بخش های قبل با توجه به این دامنه محاسبه شد و تصاویر خروجی آن در فایل ضمیمه موجود است. همانطور که در بخش پیش توضیح داده شد، در دامنه‌های A=0.5 وA=0.6 ، چون هر دو زیر Vref هستند، افزایش دامنه موجب بهبود SNDR شده و سیستم وارد overload نشده است.