



تمرین سری اول  
درس یادگیری عمیق

نام مدرس: دکتر محمدرضا محمدی

دستیاران آموزشی مرتبط: آرش فرزانه نژاد،  
حجت شهرابی، امیرحسین حسینی جبلی

مهلت تحویل (بدون کسر نمره):  
دوشنبه ۱۲ آبان

سوالات تئوری (۷۳ نمره)

سوال ۱

سرمایه‌گذاری تصمیم گرفته که بخشی از سرمایه خود را روی یک استارت‌آپ آپ Social Media سرمایه‌گذاری کند، اما نمی‌داند این استارت‌آپ چه مقدار برای سرمایه‌گذاری می‌ارزد. او به تازگی به طریق نامعلوم به داده‌هایی دسترسی پیدا کرده که در آن اطلاعات جذب سرمایه چند استارت‌آپ مرتبط دیگر قابل مشاهده است:

امتیاز در گوگل پلی (Rating)	میانگین بازدید ماهانه (میلیون) (View)	تعداد دانلود (هزار) (Downloads)	سرمایه جذب شده (هزار دلار) (Invest)
App 1	۳	۵	۱۰
App 2	۵	۶	۱۳
App 3	۳	۴	۸
App 4	۴	۹	۱۶
App 5	۲	۳	۷

او که با تکنولوژی غریبه است، از شما درخواست کرده که با استفاده از این داده‌ها، الگوی قیمت‌گذاری را یاد گرفته و ارزش سرمایه‌گذاری استارت‌آپ مد نظر او را برایش تخمین بزنید، و نیز به طرز عجیبی تاکید داشته که حتما از رگرسیون خطی روی کاغذ استفاده کنید.

امتیاز در گوگل پلی (Rating)	میانگین بازدید ماهانه (میلیون) (View)	تعداد دانلود (هزار) (Downloads)	مقدار سرمایه‌گذاری (هزار دلار) (Invest)
App مد نظر	۴	۶	۱۱

الف) ماتریس طراحی (Design Matrix)، ماتریس وزن‌ها و ماتریس Target را معرفی کرده و بنویسید و ابعاد هر کدام را مشخص کنید. همچنین برای هر کدام در یک خط توضیح دهید که هر سطر یا ستون نشانگر چیست. (در ماتریس طراحی، بایاس در نظر بگیرید) (۵ نمره)

ب) با استفاده از رابطه  $w^* = (X^T X)^{-1} X^T y$  وزن‌ها را بدست آورده، تابع نهایی را بنویسید و سپس با جایگذاری مقدار سرمایه‌گذاری را پیشنهاد دهید. (محاسبات به طور کامل نوشته شود) (۷ نمره)

ج) فرآیند به‌دست آمدن خود رابطه  $w^* = (X^T X)^{-1} X^T y$  را نوشته و توضیح دهید. (برای درک بهتر از نمایش‌های ماتریسی نیز استفاده کنید) (۷ نمره)

## سوال ۲

الف) جدول زیر را کامل کنید: (در پاسخنامه الزامی برای پاسخ در قالب جدول نیست) (۵ نمره)

Task	تابع فعالساز لایه آخر	Loss Function	علت استفاده در کنار هم
Binary Classification			
Multi-Class Classification			
Regression			

ب) نشان دهید که Categorical Cross-Entropy برای مساله‌ی ۲ کلاس، معادل با Binary Cross-Entropy می‌باشد. (۳ نمره)

ج) خروجی‌های لایه آخر (Logits) یک مدل برای یک داده در یک مساله‌ی دسته‌بندی ۵ کلاس به این صورت بوده است:

[1.5 2.8 3.1 1.0 2.5]

و کلاس حقیقی داده، ۳ می‌باشد. ابتدا خروجی softmax و سپس Cross-Entropy Loss را به صورت دستی محاسبه کنید. (۵ نمره)

## سوال ۳

یک توسعه‌دهنده در حال ساخت یک سیستم هوش مصنوعی برای کتابخانه است که می‌تواند به صورت خودکار برای هر کتاب، چندین ژانر مناسب را از بین ۱۰ ژانر ممکن (مانند: علمی‌تخیلی، تاریخی، معمایی، فانتزی و ...) انتخاب کند. برای مثال، یک کتاب می‌تواند همزمان «تاریخی» و «معمایی» باشد. این توسعه‌دهنده از یک معماری استاندارد با ۱۰ نرون در لایه خروجی استفاده می‌کند و از تابع فعال‌سازی Softmax در این لایه استفاده می‌کند. هر کتاب به صورت یک بردار با ۱۰۰ ویژگی از قبل استخراج شده به ورودی داده می‌شود. او سیستم را با کتابی که هم ژانر «معمایی» و هم ژانر «علمی‌تخیلی» است، آزمایش می‌کند. خروجی به شکل زیر است:

خروجی = [علمی‌تخیلی: ۰/۸۵ تاریخی: ۰/۰۵ فانتزی: ۰/۰۲ معمایی: ۰/۰۷ ...]

توسعه‌دهنده گیج شده است. با اینکه کتاب به وضوح «معمایی» هم هست، چرا مدل احتمال بسیار کمی به آن اختصاص داده و صرفاً «علمی‌تخیلی» بودن آن را تشخیص داده است.

الف) تحلیل خود را از مشکل و علت آن گزارش کنید. (۲ نمره)

ب) پیشنهاد شما برای رفع این مشکل چیست؟ (۲ نمره)

## سوال ۴

در این سوال باید توابع فعال‌سازی مناسب برای بخش‌های مختلف یک شبکه عصبی انتخاب کنید. (۴ نمره)  
توابع فعال‌سازی:

۱. Sigmoid

۲. Tanh (تانژانت هایپربولیک)

۳. ReLU

۴. Softmax

کاربردها:

الف: نورون‌های لایه‌های پنهان در یک شبکه عصبی بسیار عمیق (مثلاً ۱۰۰ لایه) که برای تشخیص تصاویر استفاده می‌شود. (نیازمندی‌های کلیدی: سرعت بالا، جلوگیری از مشکلات یادگیری در شبکه‌های عمیق)  
ب: نورون خروجی در یک شبکه که اسپم بودن یا نبودن یک ایمیل را تشخیص می‌دهد. (نیازمندی کلیدی: ارائه خروجی به صورت احتمالِ تعلق به یک کلاس)  
ج: لایه خروجی در یک شبکه که تصاویر ارقام دست‌نویس را به یکی از ۱۰ دسته طبقه‌بندی می‌کند. (نیازمندی کلیدی: ارائه توزیع احتمال روی تمام دسته‌ها)

وظیفه‌ی شما: برای هر task، بهترین کاندیدا را انتخاب کنید. سپس توضیح دهید که چرا این کاندیدا بهترین است و چرا حداقل دو کاندیدای دیگر برای آن شغل انتخاب‌های ضعیفی هستند.

## سوال ۵

شما به عنوان یک مهندس ارشد هوش مصنوعی، چهار معماری شبکه عصبی را که توسط یک تیم تازه‌کار طراحی شده است، بازبینی می‌کنید.  
وظیفه شما این است که هر معماری را به مسئله‌ای که برای حل آن طراحی شده، متصل کنید. (۶ نمره)  
مسئله‌ها:

۱. پیش‌بینی قیمت یک خانه: مدلی که با دریافت ویژگی‌هایی مانند متر، تعداد اتاق‌ها و موقعیت، قیمت خانه را (یک عدد پیوسته) پیش‌بینی کند.
۲. تشخیص ارقام دست‌نویس: مدلی که یک تصویر ۲۸ در ۲۸ پیکسلی از یک رقم را دریافت کرده و تشخیص دهد که آن تصویر متعلق به کدام یک از ارقام است.
۳. تشخیص اسپم بودن ایمیل: مدلی که بر اساس ۱۰۰ ویژگی از محتوای یک ایمیل، تشخیص دهد که آیا آن ایمیل "اسپم" است یا "اسپم نیست".
۴. برچسب‌گذاری یک مقاله: مدلی که یک مقاله را دریافت کرده و از بین ۲۰ برچسب موضوعی ممکن (مانند "ورزشی"، "سیاسی"، "فناوری"، "اقتصادی")، چندین برچسب مرتبط را به صورت همزمان به آن اختصاص دهد.

- شبکه الف:  
 ساختار: ورودی ۱۰۰ نورون → لایه پنهان ۶۴ نورون → لایه پنهان ۳۲ نورون → خروجی ۱ نورون  
 توابع فعال‌سازی: ReLU برای لایه‌های پنهان، Sigmoid برای لایه خروجی.
- شبکه ب:  
 ساختار: ورودی ۷۸۴ نورون → لایه پنهان ۱۲۸ نورون → لایه پنهان ۶۴ نورون → خروجی ۱۰ نورون  
 توابع فعال‌سازی: ReLU برای لایه‌های پنهان، Softmax برای لایه خروجی.
- شبکه ج:  
 ساختار: ورودی ۱۰ نورون → لایه پنهان ۳۲ نورون → لایه پنهان ۱۶ نورون → خروجی ۱ نورون  
 توابع فعال‌سازی: ReLU برای لایه‌های پنهان، بدون تابع فعال‌سازی (Linear) برای لایه خروجی.
- شبکه د:  
 ساختار: ورودی ۳۰۰ نورون → لایه پنهان ۱۲۸ نورون → لایه پنهان ۶۴ نورون → خروجی ۲۰ نورون  
 توابع فعال‌سازی: ReLU برای لایه‌های پنهان، Sigmoid برای لایه خروجی.

## سوال ۶

در این سوال شما، با سه مدل با پیچیدگی‌های مختلف و سه مجموعه داده با اندازه‌های متفاوت روبرو هستید. وظیفه شما این است که بهترین مدل را برای هر مجموعه داده انتخاب کنید و توضیح دهید که در صورت انتخاب‌های اشتباه، چه فاجعه‌ای (بیش‌برازش یا کم‌برازش) رخ خواهد داد.

مدل‌ها (با پیچیدگی متفاوت):

۱. مدل ساده: یک شبکه MLP ساده با یک لایه پنهان ۲۰ نورونی.

۲. مدل متوسط: با ظرفیت یادگیری خوب

۳. مدل پیچیده: با ظرفیت یادگیری بسیار بالا

مجموعه‌های داده (با اندازه‌های متفاوت):

○ داده الف: مجموعه داده‌ای کوچک شامل ۵۰۰ تصویر از ۱۰ نوع گل مختلف.

○ داده ب: مجموعه داده‌ای متوسط شامل ۵۰,۰۰۰ تصویر از ۱۰ نوع گل مختلف.

○ داده ج: مجموعه داده‌ای بزرگ شامل ۱ میلیون تصویر از ۱۰ نوع گل مختلف.

الف) بهترین جفت‌های "مدل-داده" کدامند؟ (۳ نمره)

ب) توضیح دهید اگر مدل پیچیده (۳) را روی داده کوچک (الف) آموزش دهید، چه اتفاقی می‌افتد؟ (۳ نمره)

ج) توضیح دهید اگر مدل ساده (۱) را روی داده بزرگ (ج) آموزش دهید، چه اتفاقی می‌افتد؟ (۳ نمره)

د) به نظر شما مهم‌ترین علت پیشرفت مدل‌های یادگیری عمیق چیه و چرا قبل از آن چنین مدل‌هایی نسبت به روش‌های سنتی بدتر عمل می‌کردند؟ (۲ نمره)

ه) دو شبکه عصبی زیر را در نظر بگیرید: (۳نمره)

- شبکه الف: یک شبکه با ۱ لایه پنهان که از تابع فعال‌سازی غیرخطی (مانند ReLU) استفاده می‌کند.
- شبکه ب: یک شبکه عمیق با ۵ لایه پنهان که در هیچ‌کدام از لایه‌هایش از تابع فعال‌سازی استفاده نمی‌کند (یا به عبارتی، تابع فعال‌سازی آن خطی است).

قدرت کدام شبکه برای یادگیری الگوهای پیچیده بیشتر است؟ پاسخ خود را اثبات کنید.

## سوال ۲

کد مورس یک سیستم ارتباطی است که با ترکیبی از نقاط (نقطه کوتاه) و خطوط (نقطه بلند) هر حرف و عدد را به صورت سیگنال‌های کوتاه و بلند انتقال می‌دهد.

فرض کنید می‌خواهیم یک شبکه عصبی طراحی کنیم که بتواند سه حرف انگلیسی را از روی کد مورس آن‌ها تشخیص دهد:

○ E: .

○ S: ...

○ T: -

همانطور که می‌بینید، طول این کدها متفاوت است. یک شبکه MLP به ورودی‌هایی با طول ثابت نیاز دارد. برای حل این مشکل، تصمیم می‌گیریم که طول تمام ورودی‌ها را با افزودن "صفر" به انتهای کدهای کوتاه‌تر، به اندازه طولانی‌ترین کد (در اینجا کد S با طول ۳) یکسان کنیم.

قوانین تبدیل:

۱. کد . (نقطه) را به عدد ۱ تبدیل می‌کنیم.

۲. کد - (خط تیره) را به عدد ۱- تبدیل می‌کنیم.

۳. برای پر کردن جاهای خالی (Padding)، از عدد ۰ استفاده می‌کنیم.

الف) (آماده‌سازی داده): با توجه به قوانین بالا، بردارهای ورودی عددی برای هر یک از حروف E، S و T را بسازید. این بردارها باید همگی طول یکسان (۳) داشته باشند. (۳نمره)

ب) (طراحی شبکه): یک ساختار MLP برای این مسئله پیشنهاد دهید. به سوالات زیر پاسخ دهید: (۴نمره)

لایه ورودی به چند نورون نیاز دارد؟ چرا؟

لایه خروجی به چند نورون نیاز دارد؟

یک ساختار کامل برای شبکه (مثلاً ورودی-پنهان-خروجی) پیشنهاد دهید.

ج) (تحلیل خروجی): فرض کنید شبکه به خوبی آموزش دیده است. اگر ما بردار مربوط به حرف S را به عنوان ورودی به شبکه بدهیم، انتظار داریم خروجی شبکه (قبل از انتخاب نهایی) به چه شکل باشد؟ (۳نمره)

د) به نظر شما در صنعت چنین شبکه‌هایی استفاده می‌کنند؟ چرا؟ (۳ نمره)

### سوالات عملی (۳۷ نمره)

در ارتباط با بخش عملی و مراحل بررسی این نوت‌بوک‌ها به نکات زیر توجه بفرمایید:

- تعدادی تست‌کیس وجود دارد که پاس شدن آن‌ها به معنی درستی پیاده‌سازی شماست.
- تعدادی Markdown وجود دارد که از شما سوالاتی پرسیده است که می‌بایست با توجه به نتایجی که خودتان به آن‌ها رسیده‌اید پاسخ دهید.

### سوال ۱۰

نوت‌بوک HWP1 را حل و بررسی کنید، این نوت‌بوک در ارتباط با مقایسه‌ی Loss Function های مختلف می‌باشد. (۱۱نمره)

### سوال ۱۱

نوت‌بوک HWP2 را حل و بررسی کنید، این نوت‌بوک در ارتباط با پیاده‌سازی Regression می‌باشد. (۱۳نمره)

### سوال ۱۲

نوت‌بوک HWP3 را حل و بررسی کنید، این نوت‌بوک در ارتباط با پیاده‌سازی MLP(Forward only) می‌باشد. (۱۳نمره)

### نکات تکمیلی:

دانشجویان محترم حتماً فایل قوانین را مطالعه کرده و در انجام و ارسال تمارین رعایت بفرمایید.

موفق و سربلند باشید.