Proposições e Conectivos Lógicos

Profa. Kelly Gazolli

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Proposição

É uma declaração a qual podemos atribuir um valor lógico

(verdadeiro ou falso).

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

São Proposições

- 2 é par.
- 36 é divisível por 15.
- 2 é par e o sol é uma estrela

Não São Proposições

- Que horas são?
- Desligue o celular.
- Esta afirmação é falsa.
- Que dia lindo!

Proposições Simples

- São elementos atômicos, ou seja, indivisíveis.
- São geralmente designadas por letras minúsculas p, q, r, s, ..., chamadas letras proposicionais.

Proposições Simples

p: Serra é a capital do Espírito Santo.

q: O Brasil é um país da América Latina.

r : O número 25 é um quadrado perfeito.

Proposições Compostas

- Formadas pela combinação de duas ou mais proposições.
- São habitualmente designadas pelas letras maiúsculas P, Q, R, S, ...

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Proposições Compostas

P: Vitória é a capital do Brasil e a França é um país da América do Sul.

Q: Se Cabral descobriu o Brasil, então o Brasil é pentacampeão.

Conectivos Lógicos

- São operações que nos permitem construir novas proposições a partir de outras.

Representação	Conectivo	Leitura
~, ¬	Negação	Não
^	Conjunção	e
v	Disjunção	ou
→	Condicional	Se..então
↔	Bicondicional	Se, e somente se

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Gramática da Lógica Proposicional

Gramática da Lógica Proposicional

- São as regras que determinam quando uma sequência de símbolos forma uma expressão com significado.
- As sequências que são formadas de acordo com essas regras são chamadas de **Fórmulas bem Formadas (fbf ou wff).**

Regras de Formação das Fórmulas

1. As fórmulas atômicas (proposições simples) são fórmulas.

2. Se A é uma fórmula ¬A é uma fórmula.

3. Se A e B são fórmulas, (A ^ B), (A v B), (A → B) e (A ↔ B) também são fórmulas.

4. Não há outras fórmulas além das obtidas pelo uso das regras 1 a 3.

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Omissão de Parênteses

- Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.
- Ex.: (p ^ (q v r)) é escrito como p ^ (q v r)

- Em sequências com apenas conjunções ou com apenas disjunções omitimos os parênteses consecutivos.
- Ex.: (p ^(q ^ r)) ^ s pode ser escrito como:

  p ^ q ^ r^ s.

Omissão de Parêntesis

- Em fórmulas forma ¬(¬A) escrevemos simplesmente ¬¬A.
- Omitimos parênteses em subfórmulas da forma (¬A), escrevendo, simplesmente, ¬A.
- Assim, fica convencionado que ¬p ^ q significa (¬p) ^ q e não, ¬(p ^ q).

Omissão de Parêntesis

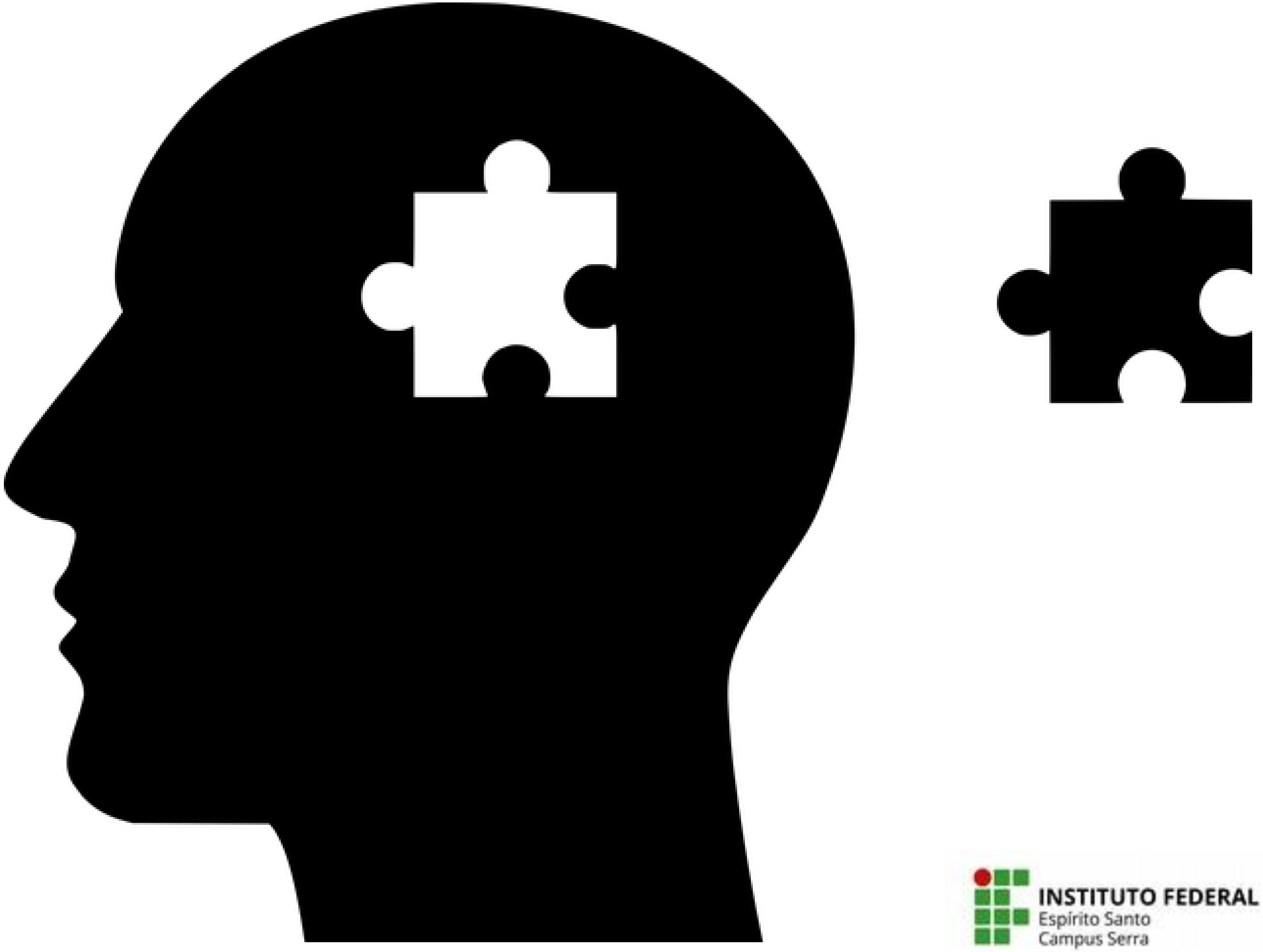
Nas fórmulas em que há uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: 1. $\neg$, 2. ^ e v, 3. $\rightarrow$ e 4. $\leftrightarrow$.

Dessa forma:

- $\neg p \wedge q$ representa $(\neg p \wedge q)$
- $p \rightarrow q \leftrightarrow r$ representa $(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$
- $p \vee \neg q \rightarrow r$ representa $(p \vee \neg q) \rightarrow r$

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos - Negação

Representação: ~; '; ¬

p	~p
V	F
F	V

- p: o sol é uma estrela.
- ~p: o sol não é uma estrela.

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos - Conjunção

Representação: ^

p	q	p^q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conectivos Lógicos - Conjunção

p: o sol é uma estrela

q: A lua é um satélite

p ^ q : o sol é uma estrela e a lua é um satélite

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos - Conjunção

p: o sol é uma estrela

q: A terra é um satélite

p ^ q : o sol é uma estrela e a terra é um satélite

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos - Disjunção

Representação: v

p	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivos Lógicos - Disjunção

p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

p v q : o Sol é uma planeta ou a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Disjunção

p: O Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

p v q : o Sol é uma estrela ou a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Condicional

Representação: →

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Conectivos Lógicos - Condicional

p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

$p \rightarrow q$: Se Sol é uma planeta então a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Condicional

p: o Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

$p \rightarrow q$: Se o sol é uma estrela então a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Condicional

A notação “p → q” pode ser lida da seguinte maneira:

- p é condição suficiente para q.
- q é condição necessária para p.

Diz-se que p é o antecedente e q, o consequente.

Conectivos Lógicos - Bicondicional

Representação: $\leftrightarrow$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Conectivos Lógicos - Condicional

p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

$p \leftrightarrow q$: O Sol é uma planeta se, e somente se, a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Bicondicional

p: o Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

$p \leftrightarrow q$: O sol é uma estrela se, e somente se, a Terra é um satélite

Conectivos Lógicos - Bicondicional

Indica-se pela notação $p \leftrightarrow q$:

- p é condição necessária e suficiente para q.
- q é condição necessária e suficiente para p.

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

- Não há regras fixas e bem determinadas que permitam a tradução entre linguagem natural e simbólica (e vice-versa).
- Muitas sentenças em linguagem natural são ambíguas.
- Expressões no passado ou futuro são transformadas em sentenças no presente.
- Simplificações análogas são consideradas no que diz respeito ao plural, flexões de verbos, etc.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

- Não há regras fixas e bem determinadas que permitam a tradução entre linguagem natural e simbólica (e vice-versa).
- Muitas sentenças em linguagem natural são ambíguas.
- Expressões no passado ou futuro são transformadas em sentenças no presente.
- Simplificações análogas são consideradas no que diz respeito ao plural, flexões de verbos, etc.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.1: Gauss foi um matemático e Maradona era atleta de natação.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.1: Gauss foi um matemático e Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

$p \wedge q$

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.2: Se Gauss foi um matemático, então Maradona era atleta de natação.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.2: Se Gauss foi um matemático, então Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

$$p \rightarrow q$$

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.3: Se Gauss foi um matemático ou um dançarino, então Maradona era atleta de natação.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex.3: Se Gauss foi um matemático ou um dançarino, então Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Gauss é um dançarino

r: Maradona é atleta de natação.

$$(p \vee q) \rightarrow r$$

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex. 4: Gauss foi um matemático ou um dançarino, se e somente se, Maradona não era atleta de natação.

Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

Ex. 4: Gauss foi um matemático ou um dançarino, se e somente se, Maradona não era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Gauss é um dançarino

r: Maradona é atleta de natação.

$(p \vee q) \leftrightarrow \sim r$

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Tradução para Linguagem Natural

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

r: Gauss é um dançarino

a) $p \wedge \sim p$

b) $p \wedge q \rightarrow \sim r$

c) $p \wedge (q \rightarrow r \vee \sim p)$

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Tradução para Linguagem Natural

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

r: Gauss é um dançarino

a) p ^ ~p : Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.

b) p ^ q → ~r

c) p ^(q → r v ~p)

INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo
Campus Serra

Tradução para Linguagem Natural

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

r: Gauss é um dançarino

a) $p \wedge \sim p$: Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.

b) $p \wedge q \rightarrow \sim r$: Se Gauss é um matemático e Maradona é atleta de natação, então Gauss não é um dançarino.

c) $p \wedge (q \rightarrow r \vee \sim p)$

Tradução para Linguagem Natural

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

r: Gauss é um dançarino

a) p ^ ~p : Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.

b) p ^ q → ~r: Se Gauss é um matemático e Maradona é atleta de natação, então Gauss não é um dançarino.

c) p ^(q → r v ~p) : Gauss é um matemático e se Maradona é atleta de natação, então Gauss é um dançarino e não é matemático.