### Proposições e Conectivos Lógicos

Profa. Kelly Gazolli



### Proposição

É uma declaração a qual podemos atribuir um valor lógico (verdadeiro ou falso).



#### **São Proposições**

- . 2 é par.
- . 36 é divisível por 15.
- 2 é par e o sol é uma estrela



#### **Não São Proposições**

- . Que horas são?
- . Desligue o celular.
- Esta afirmação é falsa.
- . Que dia lindo!



#### **Proposições Simples**

- · São elementos atômicos, ou seja, indivisíveis.
- São geralmente designadas por letras minúsculas p, q, r, s, ..., chamadas letras proposicionais.



#### **Proposições Simples**

p: Serra é a capital do Espírito Santo.

q: O Brasil é um país da América Latina.

r : O número 25 é um quadrado perfeito.



#### **Proposições Compostas**

- Formadas pela combinação de duas ou mais proposições.
- São habitualmente designadas pelas letras maiúsculas P, Q, R, S, .....



#### **Proposições Compostas**

P: Vitória é a capital do Brasil e a França é um país da América do Sul.

Q: Se Cabral descobriu o Brasil, então o Brasil é pentacampeão.



### **Conectivos Lógicos**

 São operações que nos permitem construir novas proposições a partir de outras.

Representação	Conectivo	Leitura
~, ¬	Negação	Não
۸	Conjunção	е
V	Disjunção	ou
$\rightarrow$	Condicional	Seentão
$\leftrightarrow$	Bicondicional	Se, e somente se





Gramática da Lógica Proposicional

### **Gramática da Lógica Proposicional**

- São as regras que determinam quando uma sequência de símbolos forma uma expressão com significado.
- As sequências que são formadas de acordo com essas regras são chamadas de Fórmulas bem Formadas (fbf ou wff).



#### Regras de Formação das Fórmulas

- 1. As fórmulas atômicas (proposições simples) são fórmulas.
- 2. Se A é uma fórmula ¬A é uma fórmula.
- 3. Se A e B são fórmulas,  $(A \land B)$ ,  $(A \lor B)$ ,  $(A \to B)$  e  $(A \leftrightarrow B)$  também são fórmulas.
- 4. Não há outras fórmulas além das obtidas pelo uso das regras 1 a 3.



#### **Omissão de Parênteses**

- Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.
- Ex.:  $(p \wedge (q \vee r))$  é escrito como  $p \wedge (q \vee r)$
- Em sequências com apenas conjunções ou com apenas disjunções omitimos os parênteses consecutivos.
- Ex.:  $(p ^(q ^ r)) ^ s$  pode ser escrito como:  $p ^ q ^ r ^ s$ .



#### **Omissão de Parêntesis**

- Em fórmulas forma  $\neg(\neg A)$  escrevemos simplesmente  $\neg \neg A$ .
- Omitimos parênteses em subfórmulas da forma (¬A), escrevendo, simplesmente, ¬A.
- Assim, fica convencionado que ¬p ^ q significa (¬p) ^ q e não, ¬(p ^ q).



#### **Omissão de Parêntesis**

Nas fórmulas em que há uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: 1.  $\neg$ , 2.  $^{\wedge}$  e v, 3.  $\rightarrow$  e 4.  $\leftrightarrow$  .

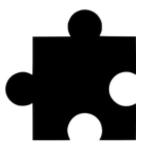
#### Dessa forma:

- $\cdot$  ¬p ^q representa (¬p ^ q)
- $p \rightarrow q \leftrightarrow r \text{ representa } (p \rightarrow q) \leftrightarrow r$
- . p v ¬q → r representa (p v ¬q) → r



# **Conectivos Lógicos**







### **Conectivos Lógicos - Negação**

Representação: ~; '; ¬

р	~p
V	F
F	V

- p: o sol é uma estrela.
- ~p: o sol não é uma estrela.



### **Conectivos Lógicos - Conjunção**

Representação: ^

р	q	p^q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



### **Conectivos Lógicos - Conjunção**

p: o sol é uma estrela

q: A lua é um satélite

p ^ q : o sol é uma estrela e a lua é um satélite



### **Conectivos Lógicos - Conjunção**

p: o sol é uma estrela

q: A terra é um satélite

p ^ q : o sol é uma estrela e a terra é um satélite



### **Conectivos Lógicos - Disjunção**

Representação: v

р	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



### **Conectivos Lógicos - Disjunção**

p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

p v q : o Sol é uma planeta ou a Terra é um satélite



### **Conectivos Lógicos - Disjunção**

p: O Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

p v q : o Sol é uma estrela ou a Terra é um satélite



Representação: →

р	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

p → q : Se Sol é uma planeta então a Terra é um satélite



p: o Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

 $p \rightarrow q$ : Se o sol é uma estrela então a Terra é um satélite



A notação "p  $\rightarrow$  q" pode ser lida da seguinte maneira:

- p é condição suficiente para q.
- q é condição necessária para p.

Diz-se que p é o antecedente e q, o consequente.



Representação: ↔

р	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V



p: O Sol é uma planeta

q: A Terra é um satélite

p ↔ q : O Sol é uma planeta se, e somente se, a Terra é um satélite



p: o Sol é uma estrela

q: A Terra é um satélite

 $p \leftrightarrow q$ : O sol é uma estrela se, e somente se, a Terra é um

satélite



Indica-se pela notação p  $\leftrightarrow$  q:

- p é condição necessária e suficiente para q.
- . q é condição necessária e suficiente para p.



- Não há regras fixas e bem determinadas que permitam a tradução entre linguagem natural e simbólica (e vice-versa).
- Muitas sentenças em linguagem natural são ambíguas.
- Expressões no passado ou futuro são transformadas em sentenças no presente.
- Simplificações análogas são consideradas no que diz respeito ao plural, flexões de verbos, etc.



rentite fault), a(t. target), a) training (test), a) training (tes .console.log? indow.opera.postError(t)})ver.n=();n.fileapi=void.bl==e("cinsut. brobstayver.i=|le.fn.prop;e.fn.attr2=function()(if(ii)return.is,arguments);return.elde.jquery||"string"=-typeof.ef ion(t)(function.r(r)(var. functionsco transformitra bezier(0.755,.050) 0);transformstransbete functionscubic-beziert transformstranslate3d(0, webkit-transform-originscoal 1884,584(opacity:1)254,754(8 e){var.r=0,s=e.loaded|| n=100)),t.uploadfrogress(e,s,n,r),!1),r)),s.detemull;var. t.formDatart.formDatain,clic.cell(this,e,r)),s.sjax(e)}function.e(r) name: flash; animation-name: flas transform:scale3d(1.05,1.05,1. @keyframes.pulse(0%{-webkit-typ entWindow.document))cstch(r)(a("cannot.get.iframe.contentWindow.document:. ment:e.document)cstch(r)(a("cannot.get.iframe.contentDocument:. (var.en(g),readyState;a("state...")) }))cstch(r)(a("Server.abort: transform:scale3d(1.05,1.05,1.05));... transform:scale3d(1,1,1);transform:scale3d(1,,,1)) rubberBand(0%f-webkit-transform:scale3d(1,1,1);trans transform:scale3d(1,25,.75,1);transform:scale3d(1,25 transform:scale3d(0.75,1.25,1);transform:scale3d(0. ar.r-f.attr2("target"),i=f.attr2("action"),o="multipart/form-tribute("tarpet",p),{|u||/post/ setAttribute("action",a.url),a.skipEncodingOverride||s66t/post/i.test(u)|| t/form-data")),a.timeout66()=setTimeout6function(){T=| d.in.
sinObject(m.extrabate(d))idm.extrabate(d).hasOunProperty("name")idm.extraDat
extraDate(d).name=""").val(m.extraDate(d).valum).appendTo(v)
sta(d).appendTo(v)[0])jm.iframTargat[[v.appendTo("body").g.attacDatent?
lyvk.setAttriDate("c,15);ryvk.submit()]catch(h)(var.
lyvk.setAttriDate("action",i).w.setAttriDate("enctype",c).r?
extracout()).ruction.st(lf(f).sabortacDatent).extent.x.abort("server.
et").void.5.reject(k,"iiseout");if(t==bids0)return.x.abort("server.
et").void.5.reject(k,"iiseout");if(t==bids0)return.x.abort("server.
et").void.5.reject(k,"iiseout");if(t==bids0)return.x.abort("server.
et").void.5.reject(k,"iiseout")]|| if(t=bids0)return.x.abort("server.
et").void.5.reject(k,"iiseout")|| if(t=bids0)return.x.et"requeing.onload.
etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"requeing.onload.
etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"requeing.onload.
etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"requeing.onload.
etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"requeing.onload.
etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.st"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.et"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.et"return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor(k, localatype.etwinsor(EML)do-0)return.etwinsor( transformscale3d(1.15,.85,1); transformscale3d(1.15, 754(-webkit-transformscale3d(1.85,.85,1); transforms transformscale3d(1.1); transformscale3d(1.1,1)); n keyframes.shaka(0,1804(-webkit-transform)translate3d( transformitranslate3d(-39x,0,0);transformitranslate3d( 0,0);transformitranslate3d(19x,0,0))9keyframe. shakef 10x,30x,50x,70x,90x(-exkit-transformitranslate3d(-19x, transformitranslate3d(19x,0,0);transformitranslate3d(10x,0) transformitramialsablishes, 0,00 cmorrotate3d(0,0,1,15d)
keyframe. admin[304.cmbklit-transform:rotate3d(0,0,1,15d)
transformirotate3d(0,0,1,15de)]; transform:rotate3d(0,0,1,5de)]; transform:rotate3d(0,0,1,5de)]; transformirotate3d(0,0,1,5de)]; transformi atusText);var.c=(m.dataType||"").toLowerCase(),l=/(json|script| transforms rotate3d(0,0,1,15deg); transforms rotate3d(0,0,1, transforms rotate3d(0,0,1,-15deg); transforms rotate3d(0,0,1, transforms rotate3d(0,0,1,-5deg); transforms rotate3d(0,0,1,5 transforms rotate3d(0,0,1,-5deg); transforms rotate3d(0,0,1,5 glame("textarea")
ribute("status"))||x.status,x.statusText=f.pstAttribute("statusText")||
e\_1)(e),bet,getElementsByTeplame("body")(e);p7x.responseText=p.textContent?
nt7h.textContent:h.innerText))}else"xml"==c661 transform:rotate3d(0,0,1,0deg);transform:rotate3d(0,0,1, seText));try(E=(x,c,m))catch(y){i="parsererror",x.error=r=y||i)}catch(y) d66(a("upload.aborted"),i=null),x.status66(i=x.status=20066x.status=300|| center; transform-right to content the second of the secon solve(x.responseText,"success",x),dide.event.trigger("ajaxSuccess", x,i,r),S.reject(x,"error",r),d&&e.event.trigger("ajaxError", lete.call(m.context,x,i),f=1 284(-webkit-transformisca tea.) webkit-transformiscale3d(1.1,1.1,1.1) rotate3d(0,0,1,1.0) | late call(m.context, x, 1), for meaning (m.context, x), etc., transformscalabd(1,1,1,1) rotatobd(0,0,1,200)); transformscalabd(1,1,1);transformscalabd(1,1))); transformscalabd(1,1)); transformscalabd(1,1)); transformscalabd(2,1,1); transformstransformscalabd(2,0,1,200); transformstransformscalabd(2,0,1,200); transformstransformscalabd(2,0,1,200); transformstransformscalabd(2,0,1,200); transformstransformscalabd(2,0,1,200); rotata3d(0,0,1,35eg))transformitranslate3d(-154,0 rotata3d(0,0,1,2deg))transformitranslate3d(154,5, rotata3d(0,0,1,-1deg))transformitranslate3d(-54,5, wobble(64(-wobbit-transforminons)transforminons) ll(m.context,x,r,t),dide.event.trigger("ajaxError", l(s.context, x, r, t), didd.event.trigger("s)amirfor",

s.global, didd-me.extive+
.s.global, didd-me.extive+
.s.global, didd-me.extive+
.s.global, didd-me.extive+
.s.global, didd-me.extive+
.s.global, didd-me.extive+
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global, s.global,
.global, s.global, s rotate3d(0,0,1,-5deg);transform:translate3d(-2) retetald(0,0,1,3deg); transferm translateld(20 retetald(0,0,1,3deg); transferm translateld() retetald(0,0,1,3deg); transferm translateld() retetald(0,0,1,3deg); transferm translateld() functions cubic bezier[0.215,61,355,1); transforms colod(.3,3,3);transforms as 404(-ebbit-transforms colod(.9,0,3); transforms colod(1.03,1.03,1.03);; ia.sror("parsereror"), aids.detaFilterid(om.detaFilterio,r)), "string"=stype
ript"==r||rids.indexOf("]swacript">==bide.globaltwal(o),ob)return 5)if(|
ss.-no.element selected"), this yer v. c.l.fethis; "function" stypeof.t?
sethod"), cst.url||this.sttr2["action"), is "string"=stypeof.c?
cst/r([v]=)/||||||||); be\_extend(|0,
lings.type.frameSrc:/"https/ 97, 97, 97)}100-(opecity:1;-ambkit-webkit-transition-timing-function) {opecity:0;-webkit-transform:scale transform:scale3d(1.1,1.1,1.1) 60% (opacity:1; -webkit-trans 110 X 🚭 > Freigeben 🛮 AirPreview

#### Linguagem Natural x Linguagem Simbólica

- Não há regras fixas e bem determinadas que permitam a tradução entre linguagem natural e simbólica (e vice-versa).
- . Muitas sentenças em linguagem natural são ambíguas.
- Expressões no passado ou futuro são transformadas em sentenças no presente.
- Simplificações análogas são consideradas no que diz respeito ao plural, flexões de verbos, etc.



Ex.1: Gauss foi um matemático e Maradona era atleta de natação.



Ex.1: Gauss foi um matemático e Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

p^q



Ex.2: Se Gauss foi um matemático, então Maradona era atleta de natação.



Ex.2: Se Gauss foi um matemático, então Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

$$p \rightarrow q$$



Ex.3: Se Gauss foi um matemático ou um dançarino, então Maradona era atleta de natação.



Ex.3: Se Gauss foi um matemático ou um dançarino, então Maradona era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Gauss é um dançarino

r: Maradona é atleta de natação.

$$(p v q) \rightarrow r$$



Ex. 4: Gauss foi um matemático ou um dançarino, se e somente se, Maradona não era atleta de natação.



Ex. 4: Gauss foi um matemático ou um dançarino, se e somente se, Maradona não era atleta de natação.

p: Gauss é um matemático

q: Gauss é um dançarino

r: Maradona é atleta de natação.

$$(p \vee q) \leftrightarrow \sim r$$



- p: Gauss é um matemático
- q: Maradona é atleta de natação.
- r: Gauss é um dançarino
- a) p ^ ~p
- b)  $p \wedge q \rightarrow r$
- c)  $p \land (q \rightarrow r \lor \sim p)$



- p: Gauss é um matemático
- q: Maradona é atleta de natação.
- r: Gauss é um dançarino
- a) p ^ ~p : Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.
- b)  $p \wedge q \rightarrow r$
- c)  $p \land (q \rightarrow r \lor \sim p)$



p: Gauss é um matemático

q: Maradona é atleta de natação.

r: Gauss é um dançarino

- a) p ^ ~p : Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.
- b) p  $^{\prime}$  q  $\rightarrow$   $^{\prime}$ r: Se Gauss é um matemático e Maradona é atleta de natação, então Gauss não é um dançarino.
- c)  $p \land (q \rightarrow r \lor \sim p)$



- p: Gauss é um matemático
- q: Maradona é atleta de natação.
- r: Gauss é um dançarino
- a) p ^ ~p : Gauss é um matemático e Gauss não é um matemático.
- b) p  $^{\prime}$  q  $\rightarrow$   $^{\prime}$ r: Se Gauss é um matemático e Maradona é atleta de natação, então Gauss não é um dançarino.
- c) p ^(q → r v ~p): Gauss é um matemático e se Maradona é atleta de natação, então Gauss é um dançarino e não é matemático.

