Аппроксимация Функций

Астафуров Евгений Олегович — Б05-812

Март 2020

1 Линейная Регрессия

Уравнение Регрессии:

$$y = ax + b \tag{0}$$

Коэффициент a:

$$a = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum s_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \tag{1}$$

Коэффициент b:

$$b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum x_i^2 \sum y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \tag{2}$$

Средние значения, которые определяют центр экспериментальных точек:

$$\langle X \rangle = \frac{\sum x_i}{n} \tag{3}$$

$$\langle Y \rangle = \frac{\sum y_i}{n} \tag{4}$$

Дисперсии (средний квадрат минус квадрат среднего), корень из дисперсии (называемый стандартным отклонением) определяет разброс переменных:

$$S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \langle X \rangle^2 \tag{5}$$

$$S_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \langle Y \rangle^2 \tag{6}$$

Коэффициент ковариации (среднее произведение минус произведение средних):

$$R_{XY} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \langle X \rangle \cdot \langle Y \rangle \tag{7}$$

Погрешности определения величин a и b:

$$\Delta a = 2\sqrt{\frac{1}{n-2}\left(\frac{S_Y^2}{S_x^2} - a^2\right)} \tag{8}$$

$$\Delta b = \Delta a \sqrt{S_x^2 + \langle X \rangle^2} \tag{9}$$

Отметим еще одну весьма полезную характеристику: **коэффициент корреляции**, который дает численную характеристику близости экспериментальных точек к линейной зависимости:

$$r = \frac{R_{XY}}{\sqrt{S_x^2 \cdot S_y^2}}$$

Эта безразмерная величина может принимать значения от минус до плюс единицы: $r \in [-1; +1]$. Если экспериментальные точки точно ложатся на прямую, то коэффициент корреляции равен ± 1 (положительные значения коэффициента корреляции свидетельствуют о возрастании линейной функции, отрицательные – об ее убывании). Чем меньше модуль коэффициента корреляции, тем дальше экспериментальные точки от прямой.