

# 华中科技大学计算机科学与技术学院 XXXX 学期

## “ 算法设计与分析 ” 考试试卷 (A 卷)

考试方式 闭卷 考试日期 单击或点击此处输入日期。 考试时长 150 分钟  
专业班级                      学 号                      姓 名                     

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	核对人
分值	20	8	18	12	12	15	15	100	
得分									

分 数	
评卷人	

一、简答题（每小题 5 分，共 20 分）。

解  
答  
内  
容  
不  
得  
超  
过  
装  
订  
线

1) 给出渐进记号  $O$  的定义。

存在正数  $c$  和  $n_0$  使得对于所有  $n \geq n_0$  来说  $f(n)$  满足  $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ ，那么  $f(n)$  属于  $O(g(n))$ ，表示  $f(n)$  是集合  $O(g(n))$  的成员，并通常记作  $f(n) = O(g(n))$ 。  
 $O$  记号给出的是渐近上界，称为上界函数。(upper bound)

2) 什么是贪心选择性？简述贪心策略的基本思想。

在每一步做出当前看起来最佳的选择，即局部最优的选择，来构造全局最优解。  
利用贪心选择性，如果问题具有最优子结构性质，那么通过这样的选择能够得到全局最优解。

3) 设一个数组中有  $n$  个大小不超过 10000 的非负整数 ( $n < 10000$ )，请给出一个最快的方法来判断数组中的元素是否互异。

hash 思路，用数组，时间复杂度  $O(n)$ ，空间复杂度  $O(n)$

- 4) 在启发式搜索（LC-检索）中，为什么引入结点成本估计函数？为了找最小成本的答案结点，一般要求结点成本估计函数应具有什么性质？

分 数	
评卷人	

二、求下列递归式的渐近紧确界（8分）。

$$T(n) = 2T(n/4) + n^2$$

$$O(n^2)$$

分 数	
评卷人	

三、已知 5 个关键字的搜索概率如下表所示，求其最优二叉搜索树的代价并推导树的结构（18 分）。

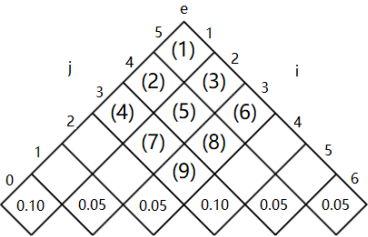
i	0	1	2	3	4	5
p <sub>i</sub>		0.20	0.10	0.05	0.10	0.15
q <sub>i</sub>	0.10	0.05	0.05	0.10	0.05	0.05

这里，

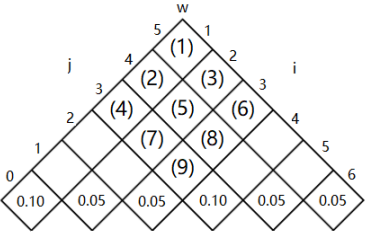
$$e[i, j] = \begin{cases} q_{i-1} & \text{if } j = i - 1, \\ \min_{i \leq r \leq j} \{e[i, r-1] + e[r+1, j] + w(i, j)\} & \text{if } i \leq j. \end{cases}$$

$$w(i, j) = \sum_{l=i}^j p_l + \sum_{l=i-1}^j q_l.$$

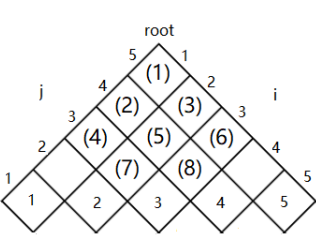
1) 请就下面的表 e、w、root 填写计算结果（仅填编号(1)~(9)单元的内容），并给出 w[3, 3]和 e[3, 3]、w[2, 4]和 e[2, 4]、w[1, 5]和 e[1, 5]的具体计算过程。



e 表



w 表



root 表

请将以上编号(1)~(9)单元的计算结果填到下表对应的列中（9 分）。

编号	(9)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
e									
w									
root	3								

给出 w[3, 3]和 e[3, 3]、w[2, 4]和 e[2, 4]、w[1, 5]和 e[1, 5]的计算过程（6 分）

(1) w[3, 3]:

(2) e[3, 3]:

解答内容不得超过装订线

(3)  $w[2, 4]$ :

(4)  $e[2, 4]$ :

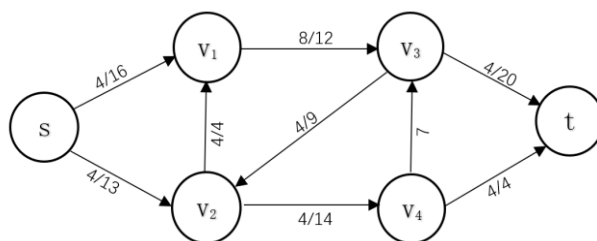
(5)  $w[1, 5]$ :

(6)  $e[1, 5]$ :

2) 推导并画出该最优二叉搜索树 (3 分):

分 数	
评卷人	

四、用 Ford-Fulkerson 算法求某个流网络  $G$  的最大流时，某次迭代后得到的流  $f$  如图所示，边  $(u, v)$  上标注的数字含义是： $f(u, v)/c(u, v)$  (12 分)。



流网络  $G$  和它当前的流  $f$

1) 请画出由流  $f$  所诱导的图  $G$  的残存网络  $G_f$ ，并在其中找出一条增广路径  $p$  (8 分)。

增广路径  $p$ : \_\_\_\_\_

$p$  的残存容量  $c_f(p) =$  \_\_\_\_\_

2) 请画出用  $p$  所定义的  $G_f$  中流  $f_p$  增加  $f$  的流量后得到的  $G$  上的新流 (4 分)。

分 数	
评卷人	

五、分数背包问题是指: 已知各有重量  $(w_1, w_2, \dots, w_n)$  和效益值  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  的  $n$  件物品, 及一个可容纳  $M$  重量的背包, 问怎样装包才能在不超过背包容量  $M$  的前提下, 使得装入背包的物品的总效益最大(这里设所有的  $w_i > 0$ ,  $p_i > 0$ ,  $1 \leq i \leq n$ )。问题的解用向量  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  表示, 其中,  $x_i$  表示物品  $i$  被放入背包的比例,  $0 \leq x_i \leq 1$ 。当物品  $i$  的一部分  $x_i$  放入背包, 可得到  $p_i x_i$  的效益, 同时会占用  $w_i x_i$  的重量 (12 分)。

- 1) 证明上述背包问题满足最优子结构性。
- 2) 设计一个贪心算法求解分数背包问题, 给出算法的伪代码描述, 并分析算法的时间复杂度。

解答内容不得超过装订线

分 数	
评卷人	

六、设在多间教室里安排  $n$  个活动，每个活动都有一个开始时间  $s$  和结束时间  $t$ ，活动  $i$  的活动时间是  $[s_i, t_i)$ ， $1 \leq i \leq n$ 。任意活动都可以在任意教室进行，但任何时间任何两个活动不能在同一个教室里同时进行。

现在希望使用最少的教室完成所有活动。请设计一个低时间复杂度的算法求每个活动的安排（即在哪个教室进行）。请给出算法的描述，并分析你所设计的算法的时间复杂度（15 分）。

分 数	
评卷人	

七、机器的可靠性问题：设一种机器由  $n$  个不同的部件组成，每个部件有  $m$  种不同的选型方案，每种方案又有不同的成本和可靠性。设部件  $i$  的选型为  $j$  的方案，成本是  $c_{ij}$ ，故障率性是  $q_{ij}$  ( $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ )。

试设计一个搜索算法求在总成本不超过  $C$  的情况下可靠性最高的机器设计。要求给出限界函数的定义和算法的伪代码描述。(15 分)