

最小生成树

1. 训练题目

1.1. 新的开始

【问题描述】

发展采矿业当然首先得有矿井，小 F 花了上次探险获得的千分之一的财富请人在岛上挖了 n 口矿井，但他似乎忘记考虑的矿井供电问题……

为了保证电力的供应，小 F 想到了两种办法：

- 1、在这一口矿井上建立一个发电站，费用为 v （发电站的输出功率可以供给任意多个矿井）。
- 2、将这口矿井与另外的已经有电力供应的矿井之间建立电网，费用为 p 。

小 F 希望身为首席工程师的你帮他想出一个保证所有矿井电力供应的最小花费。

【输入】

第一行一个整数， n 表示矿井总数。

第 $2 \sim n+1$ 行，每行一个整数，第 i 个数 $v[i]$ 表示在第 i 口矿井上建立发电站的费用。

接下来为一个 $n \times n$ 的矩阵 P ，其中 $p[i, j]$ 表示在第 i 口矿井和第 j 口矿井之间建立电网的费用（数据保证有 $p[i, j] = p[j, i]$ ，且 $p[i, i] = 0$ ）。

【输出】

输出仅一个整数，表示让所有矿井获得充足电能的最小花费。

【样例输入】

```
4
5
4
4
4
3
0 2 2 2
2 0 3 3
2 3 0 4
2 3 4 0
```

【样例输出】

```
9
```

1.2. 秘密的牛奶运输

【问题描述】

Farmer John 要把他的牛奶运输到各个销售点。运输过程中，可以先把牛奶运输到一些销售点，再由这些销售点分别运输到其他销售点。运输的总距离越小，运输的成本也就越低。低成本的运输是 Farmer John 所希望的。不过，他并不想让他竞争对手知道他具体的运输方案，所以他希望采用费用第二小的运输方案而不是最小的。现在请你帮忙找到该运输方案。

【输入】

第一行是两个整数 N, M ，表示顶点数和边数；

接下来 M 行每行 3 个整数， x, y, z ，表示一条路的两端 x, y 和距离 z 。

【输出】

仅一行，输出第二小方案。

【样例输入】

```
4 4
1 2 100
2 4 200
2 3 250
3 4 100
```

【样例输出】

```
450
```

【数据范围】

$1 \leq N \leq 500$, $1 \leq M \leq 10^4$, $1 \leq z \leq 10^9$, 数据中可能包含重边。

1.3. 最小生成树计数

【问题描述】

现在给出了一个简单无向加权图。你不满足于求出这个图的最小生成树,而希望知道这个图中有多少个不同的最小生成树。(如果两颗最小生成树中至少有一条边不同,则这两个最小生成树就是不同的)。由于不同的最小生成树可能很多,所以你只需要输出方案数对 31011 的模就可以了。

【输入】

【输出】

输出不同的最小生成树有多少个。你只需要输出数量对 31011 的模就可以了。

【样例输入】

```
4 6
1 2 1
1 3 1
1 4 1
2 3 2
2 4 1
3 4 1
```

【样例输出】

```
8
```

【数据范围】

对于全部数据, $1 \leq n \leq 100$, $1 \leq m \leq 1000$, $1 \leq c \leq 10^9$ 。
数据保证不会出现自回边和重边。
注意: 具有相同权值的边不会超过 10 条。

1.4. 次小生成树

【问题描述】

小 C 最近学了很多最小生成树的算法, Prim 算法、Kruskal 算法、消圈算法等等。正当小 C 洋洋得意之时, 小 P 又来泼小 C 冷水了。小 P 说, 让小 C 求出一个无向图的次小生成树, 而且这个次小生成树还得是严格次小的, 也就是说: 如果最小生成树选择的边集是 E_M , 严格次小生成树选择的边集是 E_S , 那么需要满足: ($value(e)$ 表示边 e 的权值)

$$\sum_{e \in E_M} value(e) < \sum_{e \in E_S} value(e)$$

这下小 C 蒙了, 他找到了你, 希望你帮他解决这个问题。

【输入】

第一行包含两个整数 N 和 M , 表示无向图的点数与边数。接下来 M 行, 每行 3 个数 x, y, z 表示, 点 x 和点 y 之间有一条边, 边的权值为 z 。

【输出】

包含一行, 仅一个数, 表示严格次小生成树的边权和。(数据保证必定存在严格次小生成树)。

【样例输入】

```
5 6
```

```
1 2 1
1 3 2
2 4 3
3 5 4
3 4 3
4 5 6
```

【样例输出】

```
11
```