

搜索，图论，树

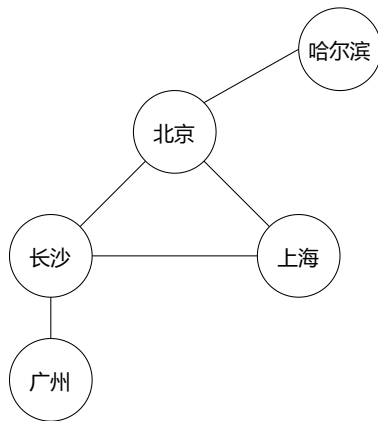
Search, Graph, Tree

Ruan Xingzhi

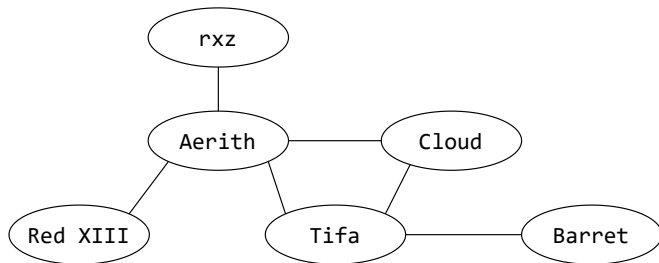
洛谷网校 2022 秋令营 - 基础组



地图



朋友关系图





「图」是描述物件之间的**关系**。

「物件」就是「结点」，「物件之间的关系」即是「边」。



朋友圈

<https://www.luogu.com.cn/problem/T257318>



图的存储：邻接矩阵

最简单的存图方式。

我们开一个 $n \times n$ 矩阵 w ，如果 u, v 之间有边，我们就令 $w[u][v] = w[v][u] = 1$ 。

空间复杂度： $\mathcal{O}(n^2)$ 。

对于一个点，要遍历其所有邻居，需要付出 $\Theta(n)$ 的时间代价。



图的存储：vector

邻接矩阵太浪费空间，也太浪费时间。

我们对于每个点，开一个 vector 记录其邻居。

总空间复杂度： $\mathcal{O}(m)$ 。

对每一个点去遍历其邻居，总复杂度也是 $\mathcal{O}(m)$ 。





带权图

两个物件之间，很可能不只是「有/无关系」这么简单。

图中的边，可能有权重。我们把这类图称为「带权图」。
事实上，无权图可以视为边权全部为 1 的带权图。



好感度

<https://www.luogu.com.cn/problem/T257330>



带权图存储

邻接矩阵：只需要用 $w[u][v]$ 从存 0/1 改成存边权即可。

vector：需要写个 struct，来把「邻居编号」和「边权」打包起来。



有向图

「有向图」即有方向的图。

事实上，我们已经学会如何存储有向图了。



航空网络

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258601>



图的存储

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3643>



跑路

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258606>



DFS

「深度优先」搜索

向前猛冲！直到碰壁为止。





BFS

「宽度优先」搜索

逐层扩展。



注意事项

无论 DFS 还是 BFS，都必须通过 vis 数组防止重复访问。



迷宫寻路

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3625>



硬币问题

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3635>



跳跃机器人

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3626>



求细胞数量

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1451>



奶酪

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3958>



炸铁路

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1656>



跑路

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258606>



并查集维护无向图连通性

连通块：任意两个点之间都可达的点集。

显然，问无向图中的两个点之间是否可达，就是问这两个点是否在同一个连通块。
若给 u, v 之间建立道路，等于是说把 u, v 连通起来。

一眼并查集！



迷宫寻路

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3625>



求细胞数量

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1451>



营救

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1396>



信息传递

<https://www.luogu.com.cn/problem/P2661>



Intro

树是一种特殊的图。它特殊在：

- 图中有 n 个点和 $n - 1$ 条边，且连通
- 不存在环，任意两个点之间有且仅有一条简单路径



树的实例

某团伙的组织架构：团伙中有一个老大，下面有层层打手。

这个老大就是树的「根」。



团伙领导

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258777>



混乱团伙领导

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258788>



寻找下属

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258793>



总结

树的存储方法比较多样。

1 dad 数组存储

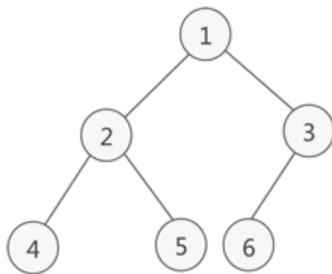
2 图存储

针对不同的题目，要选择效率较好的存储方法。

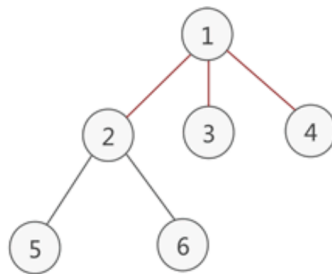


二叉树

二叉树是一种特殊的树。



a) 二叉树



b) 非二叉树



二叉树的存储

显然，如果用图存储方法来存二叉树，只需要对每个结点记录左儿子、右儿子。

接近完全的二叉树可以考虑堆式存储。



淘汰赛

<https://www.luogu.com.cn/problem/P4715>



二叉树深度

<https://www.luogu.com.cn/problem/P4913>



二叉树深度

<https://www.luogu.com.cn/problem/P4913>

递归解决。dfs(x) 返回以 x 为根的子树的深度。



医院设置

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1364>



医院设置

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1364>

其实这题与二叉树没什么关系。建立无根树，枚举由哪个点做医院，以其为根遍历整棵树，计算代价。



新二叉树

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1305>



二叉树遍历

对一棵二叉树进行 dfs，有三种输出方法。

- 先序遍历：立即输出根，再 dfs 左子树、右子树
- 中序遍历：先 dfs 左子树，再输出根，再 dfs 右子树
- 后序遍历：先 dfs 左子树、右子树，最后输出根



二叉树的遍历

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3642>



求先序排列

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1030>



团伙数人头

<https://www.luogu.com.cn/problem/T258829>



家谱树

<https://www.luogu.com.cn/problem/B3644>

