#

NOIP2023模拟赛 VII solution

T1

$\min(b,n)+\min(g,n)-n+1$

T2

$$f[v]=\min_{x\in\text{ancestor of }v}(f[x]+(dep[v]-dep[x])*a[v]+b[v])$$

斜率优化，

对于树，考虑到每次 convex hull 只会修改一个位置的值，树上可以存一下每次的修改并且在退出 dfs 的时候撤销即可。

T3

若物品位置确定，求出 $f(m)$，可以倒着 dp，每次求出以第 i 列为起点，每次转移相当于是:

1. `dp[i][j] = max(dp[i+1][j-1], dp[i+1][j], dp[i+1][j+1])`
2. 出现垃圾的位置 dp 值 $+1$。

不难发现：

`|dp[i][j] - dp[i][k]|` 永远小于等于 5：考虑当前在 j 的最优解，在任意位置，我们让当前在 k 的路线在五步之后和此最优解一样。

那么可以预见的是，`dp[i][j]` 的相对大小（相邻 dp 值的差）的情况实际上并不多（可以自己 dfs 算一下真的不多）。

那么我们将这个东西作为状态，问题变成了：现在有 K 个状态每个状态代表一个 dp 的相对大小，每次状态之间可能会有一些转移（路径）（模拟一下物品在第 i 行的转移），这里相当于随机游走。

现在考虑最后每个状态出现的概率一定会固定，这个也很好求代入状态最后相等的条件进去高斯消元算就可以了。

考虑最后的 $f(m)/m$ 相当于是算在稳定后最大的dp值增加 1 的概率，我们将前面每个状态出现的概率算出来之后，再枚举一下可能的转移以及相对应的转移最大的 dp 值是否增加即可。

T4

不知道有没有多项式的做法。

考虑最后剩下的时间 $t - \sum_i a_i = t_{rest}$，有 n 道题，你是空闲的，那么最后相当于是有 $n + t_{rest}$ 个时间段，每个时间段可以在写一道题或者空机。

按照编号依次确定每一道题。

考虑当这道题 $(\mathrm{id} = k)$ 前面紧接着的题目的总时间 $(\sum_{i\le k} a_i) = t$，那么这道题的时间实际上有 $t + 1$ 种选择（在前面那么多个题的时间内被想出来都是可以的。）

考虑在后面加入一个空机的时间段（现在初始的环长是：$r = n + t_{rest} + 1$），然后连成一个环，进行同样的插入操作，再在最后考虑从哪里分开。

考虑环的方案数，你可以考虑把原问题转化为选择一个时间段然后找到最近的一个没有写题的时间段写这一道题。（相当于是解决了原来在链上的时候最后那一段时间没法插入的情况，现在在**任何位置**都能够成功的找到一个时间段并且插入）。

于是答案是 $(r + a_1 - 1) \times (r + a_1 + a_2 - 1) \times \cdots$

最后：对环做旋转的结果是本质相同的（但结尾不同），需要 $\div(t_{rest} + 1)$，但是需要指定最后加入的空机时间是哪个，需要 $\times(t_{rest} + 1)$。（也可以当作我们硬点了最接近 0 的位置断开，所以不影响答案。）