

DS

FSYo

July 25, 2024

BZOJ 1106 立方体大作战

一个叫做立方体大作战的游戏风靡整个 Byteotia。这个游戏的规则是相当复杂的，所以我们只介绍他的简单规则：给定玩家一个有 $2n$ 个元素的栈，元素一个叠一个地放置。这些元素拥有 n 个不同的编号，每个编号正好有两个元素。玩家每次可以交换两个相邻的元素。如果在交换之后，两个相邻的元素编号相同，则将他们都从栈中移除，所有在他们上面的元素都会掉落下来并且可以导致连锁反应。玩家的目标是用最少的步数将方块全部消除。 $n \leq 10^6$ 。

BZOJ 1106 立方体大作战

对于 1?2?2?1 的情况，先把 2 干掉比先把 1 干掉优。

对于 1?2?1?2 的情况，先干哪个是一样的。

这启示我们维护一个栈，进来一个干掉一个，每次只需要查询两个数之间有多少个没有被干掉的，用树状数组即可，复杂度 $O(n \log n)$ 。

NOI2010 超级钢琴

有 n 个音符，编号为 1 至 n 。第 i 个音符的美妙度为 a_i 。
我们要找到 k 段超级和弦组成的乐曲，每段连续的音符的个数 x 满足 $L \leq x \leq R$ ，求乐曲美妙度的最大值。
 $n, k \leq 10^5$ 。

NOI2010 超级钢琴

求出前缀和，那么就是要找最大的 $sum_i - sum_j$ ，我们维护三元组 (i, l, r) 表示可以找一个 $sum_i - sum_j (j \in [l, r])$ ，用堆取出最大值即可。要用到 st 表，复杂度 $O((n + k) \log n)$ 。

SCOI2014 方伯伯的玉米田

方伯伯在自己的农田边散步，他突然发现田里的一排玉米非常的不美。这排玉米一共有 N 株，它们的高度参差不齐。方伯伯认为单调不下降序列很美，所以他决定先把一些玉米拔高，再把破坏美感的玉米拔除掉，使得剩下的玉米的高度构成一个单调不下降序列。方伯伯可以选择一个区间，把这个区间的玉米全部拔高 1 单位高度，他可以进行最多 K 次这样的操作。拔玉米则可以随意选择一个集合的玉米拔掉。问能最多剩多少株玉米，来构成一排美丽的玉米。 $n \leq 10^4, k \leq 500, a_i \leq 5000$ 。

SCOI2014 方伯伯的玉米田

性质：拔高的最右边的一个后缀。

设 $f_{i,j}$ 表示到 i ，前面拔了 j 次。我们枚举上一个保留的玉米以及拔高的次数，那么

$$f_{i,j} = 1 + \max f(x, y) (x < i, y \leq j, a_x + y \leq a_i + j)$$

将 $(y, a_x + y)$ 作为点放在平面上，那么就是一个矩阵求 \max 。

总共要求 nk 次，修改也是 nk 次，使用二维树状数组，每次修改 $\log A \times \log K$ ，注意二维树状数组的空间是 Ak 的。

复杂度 $O(nk \log A \log k)$ 。

P1494 [国家集训队] 小 Z 的袜子

作为一个生活散漫的人，小 Z 每天早上都要耗费很久从一堆五颜六色的袜子中找出一双来穿。终于有一天，小 Z 再也无法忍受这恼人的找袜子过程，于是他决定听天由命……

具体来说，小 Z 把这 N 只袜子从 1 到 N 编号，然后从编号 L 到 R 的袜子中随机选出两只来穿。尽管小 Z 并不在意两只袜子是不是完整的一双，他却很在意袜子的颜色，毕竟穿两只不同色的袜子会很尴尬。

你的任务便是告诉小 Z，他有多大的概率抽到两只颜色相同的袜子。当然，小 Z 希望这个概率尽量高，所以他可能会询问多个 (L, R) 以方便自己选择。

$n, q \leq 5 \times 10^4$ 。

P1494 [国家集训队] 小 Z 的袜子

莫队。 $n^2/B + qB$, $O(n\sqrt{q})$ 。

P8078 [WC2022] 秃子酋长

传说在明斯克航空航天局中，有一名强大的秃子酋长。
秃子酋长法力无边，他的头上没有头发，而且头特别硬，跑得还不慢。
这一天，豌豆射手来到了明斯克航空航天局。
秃子酋长为了考验这一位新人，给他出了这样一道题：
给一个长为 n 的排列 a_1, \dots, a_n ，有 m 次询问，每次询问区间 $[l, r]$ 内，
排序后相邻的数在原序列中的位置的差的绝对值之和。

P8078 [WC2022] 秃子酋长

莫队，能用链表吗？

PKUSC2024 排队

P 大的澡堂需要排队，每个人有一个偏好 l_i, r_i 。如果第 i 个人去洗澡时，发现有 $> r_i$ 个人排队，他会直接离开（因为排队的人实在太多），如果有 $[0, l_i)$ 个人排队，他也会离开（因为人太少了，排队时不能聊天，比较没意思，还不如去其他楼层的澡堂碰碰运气）。故第 i 个人会在当前排队人数在 $[l_i, r_i]$ 时选择排队。

现在有 n 个人， q 次询问，第 j 次询问给定 L_j, R_j ，假设当前澡堂没有空位了（所以到了就要排队），问编号为 $L_j, L_j + 1, \dots, R_j$ 的人依次去洗澡，最终会有几个人排队。（假设这些人在排队的这些时候，一直没有人洗完澡空出位置）

形式化题意，给定 l_i, r_i ，设分段函数 $f_i(x) = x + [x \in [l_i, r_i]]$ ，多次询问 $f_R(f_{R-1} \dots f_L(0))$

$n, q \leq 10^6$ 。

PKUSC2024 排队

每个人有个 L_i, R_i , 表示从 $x \in [L_i, R_i]$ 开始洗, 他会排队。
每次二分求出 $[L_i, R_i]$, 可以树状数组二分。

NOIP2016 天天爱跑步

这个游戏的地图可以看作一棵包含 n 个结点和 $n - 1$ 条边的树，每条边连接两个结点，且任意两个结点存在一条路径互相可达。树上结点编号为从 1 到 n 的连续正整数。

现在有 m 个玩家，第 i 个玩家的起点为 s_i ，终点为 t_i 。每天打卡任务开始时，所有玩家在第 0 秒同时从自己的起点出发，以每秒跑一条边的速度，不间断地沿着最短路径向着自己的终点跑去，跑到终点后该玩家就算完成了打卡任务。（由于地图是一棵树，所以每个人的路径是唯一的）

小 c 想知道游戏的活跃度，所以在每个结点上都放置了一个观察员。在结点 j 的观察员会选择在第 w_j 秒观察玩家，一个玩家能被这个观察员观察到当且仅当该玩家在第 w_j 秒也正好到达了结点 j 。小 c 想知道每个观察员会观察到多少人？

$n, m \leq 3 \times 10^5$ 。

NOIP2016 天天爱跑步

把一条路径差分成两条向上到根，两条从根向下的路径。

我们发现，当往上走时，一个点对答案有贡献， $dep[s] - dep[x] = time[x]$

往下走 $len - (dep[t] - dep[x]) = time[x]$

问题就变成了求子树中某个深度有多少点。

使用动态开点线段树，对每层维护即可。

NOI2019 弹跳

跳蚤国有 n 座城市，分别编号为 $1 \sim n$ ，1 号城市为首都。所有城市分布在一个 $w \times h$ 范围的网格上。每座城市都有一个整数坐标 (x, y) ($1 \leq x \leq w, 1 \leq y \leq h$)，不同城市的坐标不相同。

在跳蚤国中共有 m 个弹跳装置，分别编号为 $1 \sim m$ ，其中 i 号弹跳装置位于 p_i 号城市，并具有参数 t_i, L_i, R_i, D_i, U_i 。利用该弹跳装置，跳蚤可花费 t_i ($t_i > 0$) 个单位时间，从 p_i 号城市跳至坐标满足 $L_i \leq x \leq R_i, D_i \leq y \leq U_i$ ($1 \leq L_i \leq R_i \leq w, 1 \leq D_i \leq U_i \leq h$) 的任意一座城市。需要注意的是，一座城市中可能存在多个弹跳装置，也可能没有弹跳装置。

现在跳蚤国王想知道，对于跳蚤国除首都（1 号城市）外的每座城市，从首都出发，到达该城市最少需要花费的单位时间。跳蚤国王保证，对每座城市，均存在从首都到它的出行方案。

$1 \leq n \leq 70000, 1 \leq m \leq 150000, 1 \leq w, h \leq n, 1 \leq t_i \leq 10000$ 。

NOI2019 弹跳

最短路，问题变成给一个矩阵，找到并删除矩阵中的所有点。
用线段树，每个节点用 *set* 维护（按纵坐标排序），复杂度 $O(n \log^2 n)$ ，
空间 $O(n \log n)$ 。

CF997E Good Subsegments

给一个排列，一个序列是连续段当且仅当 $\max - \min = r - l$ 。 q 次询问问 $[L, R]$ 中的连续段有多少。 $n \leq 10^5$ 。

CF997E Good Subsegments

我们把询问离线，按 r 排序，用线段树动态维护。

$\max(a_i) - \min(a_i) - (r - l)$ 的最小值以及最小值个数。

考虑新增一个 a_i 的贡献，对于每一个位置 r 会 $+1$ 。

维护两个单调栈，对于 \max, \min 的修改对应于区间加。

于是到一个 r ，我们在线段树中查询 $[l, r]$ 中 0 的个数（查询最小值个数）。

这里查的是强制选 r 的，显然不对，于是扫到一个 r 后打一个标记表示将当前 r 对答案的贡献下放，还需要维护一个下放的答案。

CF464E The Classic Problem

给定一张 n 个点， m 条边的无向图，每条边的边权为 2^{x_i} ，求 s 到 t 的最短路，结果对 $10^9 + 7$ 取模。

CF464E The Classic Problem

看看最短路需要支持哪些操作：

1. 赋值
2. 比较两个数 — 找到最高的不同位置
3. 给一个数加上 2^x — 找到第一个 $\geq x$ 且为 0 的位置 p , 把 $[x, p-1]$ 赋成 0, 把 p 赋成 1
用主席树实现。