

Problem 1

1) 图中每个顶点的度数均为偶数, 存在欧拉回路

如 e, i, f, g, j, h, g, c, d, h, c, b, f, e, a, b, e

2) 图中恰有两个奇度点, 不存在欧拉回路, 存在欧拉通路

如 i, e, a, f, e, b, a, i, f, g, d, c, h, d, j, c, b

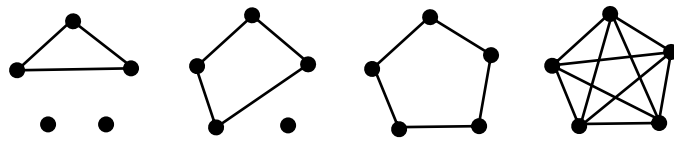
Problem 2

1) 完全二部图 $K_{m,n}$ 顶点的度均为 m 或 n , 要使图有欧拉回路则 m, n 均为偶数

2) 要使图具有欧拉通路则 $m=n=1$ 或 $m=2, n$ 为奇数或 $n=2, m$ 为奇数

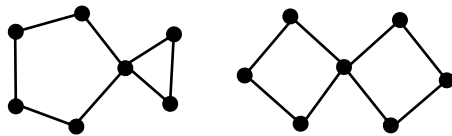
Problem 3

顶点度数为: $\{2, 2, 2, 0, 0\}, \{2, 2, 2, 2, 0\}, \{2, 2, 2, 2, 2\}, \{4, 4, 4, 4, 4\}$



Problem 4

无向简单图 G_1 和 G_2 是顶点数, 边数均相等的欧拉图, G_1 和 G_2 可能不同构, 如



两个无向简单图是具有相同顶点数和边数的欧拉图, 但它们不同构

Problem 5

1) 证明: 设 G 的顶点数是奇数 n , n -完全图中每个顶点的度数是 $n-1$, 为偶数

无向简单图 G 有欧拉通路, 则 G 恰有两个奇度点

G 的补图中每个顶点的度为 $n-1$ 减去 G 中对应顶点的度

则补图恰有两个奇度顶点, 补图中存在欧拉通路

2) 反驳: 设 G 的顶点数是偶数 n , n -完全图中每个顶点的度数是 $n-1$, 为奇数

无向简单图 G 有欧拉通路, 则 G 恰有两个奇度点

G 的补图中每个顶点的度为 $n-1$ 减去 G 中对应顶点的度

补图恰有两个偶度顶点, 若顶点总数恰好为 4, 补图中也可以存在欧拉通路

Problem 6

若 G 是简单, 连通的 r -正则图, 顶点数为 r 且设每个顶点的度数均为 x

由 G 连通可知任意两点之间均存在通路, G 中有 $rx/2$ 条边

任意两条边均可以找到一条通路使两边都在其中, 则 $L(G)$ 中有 $rx/2$ 个顶点

任意两点之间均存在通路, 即 $L(G)$ 连通, 又 G 中每条边有 2 个顶点

则 $L(G)$ 中的每个顶点有 2 条边, 即 $L(G)$ 是无奇度顶点的连通图, $L(G)$ 是欧拉图