

离散数学-图论作业 3 图的连通性

如无特意说明，以后各题只考虑有限个点的图。

Problem 1

证明：简单图 G 是二部图，当且仅当 G 没有包含奇数条边的简单回路。

Problem 2

证明： $\kappa(G) = 1$ 的 r -正则图 G ，若 $r > 1$ ，总满足 $\lambda(G) \leq \frac{r}{2}$ 。（ $\lambda(G)$ 表示 G 的边连通度）

Problem 3

证明： G 是 2-边连通图当且仅当 G 中任意两个顶点之间至少有两条不含公共边的通路。

（提示：证明过程中可使用 Whitney 定理，但需注意和本题的差异）

Problem 4

证明：若 G 是 k -连通图，从 G 中任意删除 k 条边，最多得到 2 个连通分支。

Problem 5

对于任意连通的简单图 G ，设 G 有 ν 个点， ε 条边

a) 证明 $\varepsilon \geq \nu - 1$ ；

b) 证明 $\varepsilon \geq \nu$ 时， G 中有回路。

Problem 6

证明：任意简单连通图 G 包含一条长度至少为 $\min \{2\delta(G), |V(G)| - 1\}$ 的顶点不重复的通路。

（提示：证明过程中可以考虑图 G 中最长的 [顶点不重复的] 通路长度）

Problem 7

设 n 阶图 G 的边数为 m ，试证明：若 $m > C_{n-1}^2$ ，则 G 为连通图。