

# 离散数学第十二次作业

## Problem 1

设  $A$  和  $B$  是两个事件,  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.3$  且  $P(A \cap B) = 0.1$ , 求

- a)  $P(A|B)$
- b)  $P(B|A)$
- c)  $P(A|A \cup B)$
- d)  $P(A|A \cap B)$
- e)  $P(A \cap B|A \cup B)$

## Problem 2

设  $E_1$  和  $E_2$  是两个事件, 如果如果  $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cap p(E_2)$ , 就称  $E_1$  和  $E_2$  是独立的。如果把一枚硬币被抛掷 3 次时所有可能的结果构成一个集合, 把这个集合的子集看做事件, 确定下面的每一对事件是否是独立的。

- a)  $E_1$ : 第一次硬币头像向下;  $E_2$ : 第二次硬币头像向上。
- b)  $E_1$ : 第一次硬币头像向下;  $E_2$ : 在连续 3 次中有 2 次但不是 3 次头像向上。
- c)  $E_1$ : 第二次硬币头像向下;  $E_2$ : 在连续 3 次中有 2 次但不是 3 次头像向上。

## Problem 3

在诊所捐献血液的志愿者中, 有 80% 的志愿者的血液中存在恒河 (Rh) 因子, 那么

- a) 如果随机选择 5 名志愿者, 至少有 1 名的血液不含恒河因子的概率是多少?
- b) 如果随机选择 5 名志愿者, 最多 4 名的血液中含恒河因子的概率是多少?

c) 如果希望能超过 90% 确定至少 5 个志愿者的血液中含 Rh 因子, 那么最少志愿者人数是多少?

## Problem 4

在我们随机选择  $\{1, 2, \dots, n\}$  的一个排列时, 其中  $n \geq 4$ , 这些事件的概率是什么?

- a) 1 在 2 前面。
- b)  $n$  在 1 前面并且  $n - 1$  在 2 前面。
- c) 2 在 1 前面。
- d)  $n$  在 1 前面且  $n$  在 2 前面。
- e) 1 紧挨着 2 前面。

## Problem 5

假如某诊所对病人的检测中有 4% 的人感染了禽流感病毒, 此外, 假定对给定的禽流感血液检测 (检测结果为阳性不等价于感染病毒, 即感染了禽流感的人也可能呈阴性, 没有感染的人也可能呈阳性), 感染了禽流感的人中有 97% 的人禽流感检测呈阳性, 没感染禽流感的人中有 2% 的人禽流感检测呈阳性。那么, 下列概率是多少?

- a) 禽流感检测呈阳性的人真的感染了禽流感病毒。
- b) 禽流感检测呈阳性的人没有感染禽流感病毒。
- c) 禽流感检测呈阴性的人感染了禽流感病毒。
- d) 禽流感检测呈阴性的人没有感染禽流感病毒。

## Problem 6

Remesh 可以通过 3 种不同的方式去工作: 骑自行车、开车或坐公共汽车。由于上班族引起的交通繁忙, 他若开车上班, 则有 50% 的可能迟到。他若坐公共汽车上班, 公共汽车可以走一条专门为公共汽车行驶的路线, 那他有 20% 的可能迟到。他骑车上班只有 5% 的可能迟到。Remesh 有一天迟到了。他的老板想估计他那天开车上班的概率。

- a) 假定老板假设 Remesh 以  $1/3$  的可能采用 3 种方法中的任何一种方法来上班。在此假设下, 根据贝叶斯定理, Remesh 开车来上班概率估计是多少?
- b) 假定老板知道 Remesh 开车的可能性有 30%, 坐公共汽车上班的可能性有 10%, 骑自行车的可能性有 60%。利用这些信息, 根据贝叶斯定理, Remesh 开车来上班的概率估计是多少?

## Problem 7

同时投 9 枚硬币，那么字朝上的硬币的数目是偶数的概率是多少？

## Problem 8

假设现在有 100 个座位，从 1 号到 100 号，从其中随机选择 25 个座位，所选的连续座位对的期望是多少？（譬如  $\{1, 2\}$  就是一个连续座位对）

## Problem 9

当一个均匀的骰子被掷 10 次时，出现 6 点的次数的方差是多少？

## Problem 10

一个工业产品以 20 个产品为一个批次出货。由于测试每件产品确定是否有缺陷比较昂贵，因此制造商常常选择抽样测试。抽样测试是为了尽量减少运送给顾客的次品数量，要求从每批出货中抽取 5 件产品，并且如果观察到一个以上的次品则拒绝批次。（如果批次被拒绝，其中的每件产品都会被检测。）如果批次中包含 4 件次品，它会被拒绝的概率是多少？样本大小为 5 的采样中次品的预期数量是多少？样本大小为 5 的采样中次品数量的方差是多少？