

2016 级“概率论与数理统计”期中考试试卷

2017 年 11 月 18 日

系别 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一 36	二 10	三 10	四 12	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

一. (6 分 \times 6=36 分)

1. 设事件 A 与 B 满足条件 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$, 且 $P(A)=p$, 求 $P(B)$.

$$P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$$

2. 将 10 本书任意地放到书架上, 其中有两套书, 一套书有 3 本, 另一套有 4 本, 求下列事件的概率: (1) 3 本一套的书放在一起; (2) 两套书各自放在一起.

3. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 试求 $Y = \ln X$ 的密度函数.

4. 设 $P(X \geq 0, Y \geq 0) = \frac{3}{7}$, $P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) = \frac{4}{7}$, 求 $P(\max\{X, Y\} \geq 0)$.

5. 设随机变量 X, Y, Z 相互独立, 且 $X \sim U[0, 8], Y \sim P(2), Z \sim N(0, 1)$, 求方差 $D[(3X-2Y)Z]$.

6. 设袋中装有 m 个颜色各不相同的球, 有返回地摸取 n 次, 摸到了 X 种颜色的球, 求 EX .

例题

二. (10 分)某厂有甲, 乙, 丙三个车间生产同种产品, 已知其产量分别占全厂的 25%, 35%, 40%. 设甲, 乙, 丙三个车间的次品率分别为 5%, 4%, 2%. 现从全厂产品中任取一件, (1)求取得次品的概率; (2)已知取得次品, 求该产品是甲车间生产的概率.

三. (10 分)设袋中有 a 个白球, b 个黑球, 逐一把球取出 (不返回), 直至留在袋中的球都是同一种颜色为止, 求最后是白球留在袋中的概率.

四. (12 分)设商店在每日开门营业时, 放在柜台上的某种商品的货物量为 Y (公斤), 当日销售量为 X (公斤), 并且一天中不再往柜台上补充这种商品, 根据以往资料知

(X, Y) 的联合密度函数为 $p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{200}, & 0 < x \leq y, 0 < y \leq 20 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, (1) 求给定 $Y=y$ 条

件下, X 的条件密度函数; (2) 设商店某日开门时, $Y=10$ (公斤), 求这一天销售量 $X \leq 5$ (公斤)的概率, 如果 $Y=20$ (公斤), 结果会怎样?

五. (10 分)设随机变量 X, Y 独立同分布, 它们的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

求 $Z=X+Y$ 的密度函数.

六. (12 分) 设随机变量 θ 服从 $[-\pi, \pi]$ 上的均匀分布, 令 $X = \sin \theta$, $Y = \cos \theta$.
(1) 试求 X 与 Y 的相关系数; 并问 X 与 Y 是否相关? (2) 讨论 X 与 Y 是否相互独立? 为什么?

七. (10 分) 在长为 1 的线段上任取 n 个点, 试求最远的两点之间的距离的数学期望.