

## 1. 已知f和g都是R->R的函数,若 $f\circ g$ 是单射,且 $g\circ f$ 是满射,则

- ☑ g 一定是单射。
- ☑ g 一定是满射。
- ☐ f 不一定是单射。
- f 不一定是满射。

- 若f。g是满射,能推出f和g是满射吗?
  - f ─ 定是满射, g 不 一 定是满射。
- 若f。g是单射,能推出f和g是单射吗?
  - *g一定*是单射,*f不一定*是单射。

答案: 首先,根据课上讲的内容,我们得到g是单射且g是满射,前两个选项正确。

注意:本题比课上讲的多了f和g都是R->R的函数这个条件!

假设f不是单射,即有 $x1, x2 \in R, x1 \neq x2, f(x1) = f(x2)$ 。由于g是双射,必存在 $y1, y2 \in R, y1 \neq y2$  使得 g(y1)=x1,g(y2)=x2,从而  $f \circ g(y1) = f \circ g(y2)$  ,与  $f \circ g$  是单射矛盾!因此f一定是单射!同理,假设f不是满射,则存在 $a \in R$ , $\forall x \in R f(x) \neq a$ ,从而 $\forall x \in R g \circ f(x) \neq g(a)$ ,与 $g \circ f$ 为满射矛盾!因此f一定是满射!



## 2. 我们用ρ(A)代表集合A的幂集,下列哪些选项是正确的?

- 如果A是B的一个子集,那么ρ(A)是ρ(B)的一个子集。
- ✓ 如果ρ(A)是ρ(B)的一个子集,那么A是B的一个子集。
- □ 如果ρ(A)∈ρ(B),那么A是B的一个子集。
- ✓ 如果ρ(A)∈ρ(B),那么A∈B。

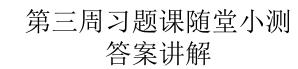
答案: 选项1,  $\forall X \in \rho(A)$ ,  $X \subseteq A \subseteq B$ 中, 因此 $X \in \rho(B)$ , 因此 $\rho(A) \subseteq \rho(B)$ ;

选项2,反证法,假设A不是B的子集,则存在 $x \in A \land x \notin B$ ,则 $\exists Y \in \rho(A), x \in Y$ ,因此 $Y \notin \rho(B)$ ,

与 $\rho(A)$ 是 $\rho(B)$ 的子集矛盾!

选项3,举反例,A={1},B={Ø,{1}}, $\rho(A) = \{\emptyset,\{1\}\}, \ \rho(B) = \{\emptyset,\{\emptyset\},\{\{1\}\},\{\emptyset,\{1\}\}\}\}$ 。A不是B的子集;

选项4,  $A \in \rho(A) \in \rho(B)$ , 则 $\rho(A) \subseteq B$ , 从而 $A \in B$ 。





## 3. 若A, B, C为集合, 下列说法错误的是

- □ 若AUC=BUC且AnC=BnC,则A=B
- 若(A∪C)∩B=(B∪C)∩A,则A=B
- 若(A∩C)∪B=(B∩C)∪A,则A=B
- 若(A∩C)∪(B∩C)=(A∪C)∩{B∪C},则A=B

答案: 选项1,作业题,作成员表即可;

选项2, 令A= {1}, B={2}, C=Ø,则等式左右均为空集;

选项3, 令A= {1}, B={2}, C={1, 2},则等式左右均为{1, 2};

选项4, 令A= {1}, B={2}, C={1, 2},则等式左右均为{1, 2};



## 4. 已知正整数集合Z是自然数集合N的真子集, N是实数集合R的真子集。下列选项正确的有

- ▼ 存在一个从Z到N的双射。
- □ 存在一个从N到R的双射。
- ☑ 存在R的一个真子集S,存在从S到R的双射。
- □ 对于Z的任意一个真子集S,不存在从S到Z的双射。

答案: 选项1,  $n \ge 0$ 时, f(n) = 2n, n < 0时, f(n) = -2n - 1;

选项2,下周课上会讲(集合的基数);

选项3,存在,考虑f(x)=ln x;

选项4,反驳,考虑选项1中Z到N的双射,N即为Z的真子集。