

Problem 1

$A \times A = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$

- a) $\emptyset \subseteq A \times A$ 正确 c) $\{a, c\} \in A$ 错误
b) $\{a, b\} \in A \times A$ 错误 d) $(c, c) \in A \times A$ 正确

Problem 2

$A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$, 假设 $A \neq B$, 不失一般性, 假设存在 x 满足 $x \in A$ 且 $x \notin B$
则对任意 $y \in B$ 有 $(x, y) \in A \times B$ 且 $(x, y) \notin B \times A, A \times B \neq B \times A$.

Problem 3

- a) $\{(a, b) \mid b \text{ 整除 } a\}$ b) $\{(a, b) \mid a \text{ 不整除 } b\}$

Problem 4

$S^\circ R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

Problem 5

- 1) 存在一个人是 b 的论文导师, 且他自己的论文导师是 a
- 2) 存在一个由 $n+1$ 人组成的有序序列, 序列中第 1 人为 a , 第 $n+1$ 人为 b , 且序列中的每一个人都是下一个的论文导师.

Problem 6

- a) $\{(a, b) \mid a-b \equiv 0, 3, 4, 6, 8, 9 \pmod{12}\}$
b) $\{(a, b) \mid a \equiv b \pmod{12}\}$
c) $\{(a, b) \mid a-b \equiv 3, 6, 9 \pmod{12}\}$
d) $\{(a, b) \mid a-b \equiv 4, 8 \pmod{12}\}$
e) $\{(a, b) \mid a-b \equiv 3, 4, 6, 8, 9 \pmod{12}\}$

Problem 7

- a) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有 $2^{(4^2)} = 2^{16} = 65536$ 个不同的关系
b) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有 $2^{(4^2-1)} = 2^{15} = 32768$ 个关系包含有序对 (a, a)