

解 (1) 设 X_i 为第 i 人负责的 20 台设备中同时发生的故障数, 记 $A_i = \{X_i \geq 2\}$, 当 A_i 至少发生一个时, 设备得不到及时维修, $P(X_i = k) = C_{20}^k 0.01^k 0.99^{20-k}$,

$$P(A_i) = P(X_i \geq 2) = 1 - P(X_i \leq 1) = 1 - 0.99^{20} - C_{20}^1 0.01 \cdot 0.99^{19} = 0.01686,$$

所求概率: $P(A_1 \cup \cdots \cup A_4) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdots P(\bar{A}_4) = 1 - (1 - 0.01686)^4 = 0.06575$ 。

(2) 设 X 为 80 台设备中同时发生的故障数, $\{X \geq 4\}$ 发生时, 设备得不到及时维修。

$$P(X = k) = C_{80}^k 0.01^k 0.99^{80-k},$$

所求概率:

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \sum_{k=0}^3 C_{80}^k \cdot 0.01^k \cdot 0.99^{80-k} = 0.00866.$$

第二种情况中, 配备人员减少了, 但设备得不到及时维修的概率却下降了。说明我们可以利用概率论的方法解决实际问题。

习 题 一

1. 某人向目标射击 3 次, 设第 i 次命中的事件为 A_i , 用 A_i 的运算表示下列事件: (1) 只有第一次命中; (2) 目标被命中; (3) 至多命中一次; (4) 至多命中两次; (5) 至少命中两次。

2. 36 个大学生中, 英语专业的 12 人, 电子专业的 10 人, 计算机专业的 8 人, 金融专业的 6 人。现从中任选 2 人, 求 2 人专业相同的概率。

3. 某公司仓库有 17 桶油漆, 其中白漆 10 桶, 黑漆 4 桶, 红漆 3 桶。但各桶标签全部脱落。现有一顾客订货白漆 4 桶, 黑漆 3 桶, 红漆 2 桶。发货人随意将油漆发给顾客, 求顾客能如数得到订货的概率。

4. 抛 2 枚骰子, 以所抛数 m, n 为点 A 的坐标。求点 $A(m, n)$ 落入圆 $x^2 + y^2 = 19$ 内的概率。

5. 将 n 只小球随机放入 N 个盒子 ($N \geq n$), 求某个指定盒子恰有 m 个球的概率。

6. 在 50 只铆钉中有 3 只强度太弱, 如果这 3 只铆钉装在同一个部件上, 则这个部件强度就不合格。现有 10 个部件, 每个部件装 3 个铆钉, 若从 50 只铆钉中随机取用, 问恰有 1 个部件强度不合格的概率是多少?

7. 从 1 ~ 9 这 9 个数中有放回地取出 n 个。试求取出的 n 个数的乘积能被 10 整除的概率。

8. 从 1 ~ 30 中任选三个不同的整数, 求三数之和能被 3 整除的概率。

9. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$, $P(A - B) = \frac{1}{4}$, 求 A, B, C 都不发生的概率。

10. 某人外出旅游 2 天, 设第一天下雨的概率为 0.6, 第二天下雨概率 0.3, 两天都下雨概率 0.1, 求: (1) 至少有 1 天下雨的概率; (2) 两天都不下雨的概率; (3) 至少有 1 天不下雨概率; (4) 第一天下雨且第二天不下雨概率; (5) 恰有 1 天下雨的概率。

11. 从 1 ~ 2000 中任取一个整数, 求该数不能被 6 也不能被 8 整除的概率。

12. 平面上点 (p, q) 在 $|p| \leq 1, |q| \leq 1$ 内等可能出现, 求方程 $x^2 + px + q = 0$ 有实根的概率。

13. 将线段 $(0, 2a)$ 任意折成 3 折, 求此 3 折线能构成三角形的概率。

14. 已知 $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(B - A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, 求 $P(B|A)$ 。