

离散数学-第五次作业

Problem 1

假设 $(A \cap B) \times (A \cup B) = \emptyset$, 其中 A 和 B 为集合, 证明或反驳 $(A \cap B) = \emptyset$ 。

Problem 2

给出使以下各个谓词为真的 x 的集合, x 的论域是整数集合。

a) $P(x) : x^3 \geq 1$

b) $Q(x) : x^2 = 2$

c) $R(x) : x < x^2$

Problem 3

如果集合 A 、 B 、 C 满足下述条件, 能判断 $A = B$ 吗, 请说明理由或者给出例子?

a) $A \cup C = B \cup C$

b) $A \cap C = B \cap C$

c) $A \cup C = B \cup C$ 并且 $A \cap C = B \cap C$

Problem 4

令 A 和 B 为全集 U 的子集。证明 $A \subseteq B$ 当且仅当 $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ 。

Problem 5

证明如果 A 是全集 U 的子集, 则

a) $A \oplus A = \emptyset$

b) $A \oplus U = \overline{A}$

Problem 6

令 $A_i = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \leq i\}$, 求

a) $\bigcup_{i=1}^n A_i$

b) $\bigcap_{i=1}^n A_i$

Problem 7

设集合 $A = \{\{1, 2\}, \{1\}, \emptyset\}$, 计算下列表达式:

a) $\bigcup \rho(A)$

b) $\bigcap \bigcup \rho(A)$