

# 离散数学作业17 - 子群和拉格朗日定理

## Problem 1

设 $G$ 为 $M_n(R)$ 上的加法群,  $n \geq 2$ , 判断下述子集是否构成子群。

- (1) 全体对称矩阵。
- (2) 全体对角矩阵。
- (3) 全体行列式大于等于0的矩阵。
- (4) 全体上(下)三角矩阵。

## Problem 2

设 $G$ 为群,  $a$ 是 $G$ 中给定元素,  $a$ 的正规化子 $N(a)$ 表示 $G$ 中与 $a$ 可交换的元素构成的集合, 即

$$N(a) = \{x | x \in G \wedge xa = ax\}$$

证明 $N(a)$ 是 $G$ 的子群。

## Problem 3

设 $H$ 是群 $G$ 的子群,  $x \in G$ , 令

$$xHx^{-1} = \{xhx^{-1} | h \in H\}$$

证明 $xHx^{-1}$ 是 $G$ 的子群, 称为 $H$ 的共轭子群。

## Problem 4

设 $H$ 和 $K$ 分别为群 $G$ 的 $r$ ,  $s$ 阶子群, 若 $r$ 和 $s$ 互素, 证明 $H \cap K = \{e\}$ 。

## Problem 5

证明：若 $G$ 中只有一个2阶元，则这个2阶元一定与 $G$ 中所有元素可交换。