离散数学第七次作业

Problem 1

证明：对于任意的整数 $n > 1$，$1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$ 不是整数。

Problem 2

计算：

a) 23300 mod 11　　b) 2^{3300} mod 31　　c) 3^{516} mod 7

Problem 3

证明；如果 $2^n - 1$ 是素数，则 n 也为素数。

Problem 4

证明：对于任意的整数 n

a) $6 \mid n(n+1)(n+2)$

b) $\frac{1}{5}n^5 + \frac{1}{3}n^3 + \frac{7}{15}n$ 是整数.

Problem 5

证明：

a) 设 $d \geq 1$, $d \mid m$, 则 $a \equiv b(\mathrm{mod}\ m) \Rightarrow a \equiv b(\mathrm{mod}\ d)$

b) 设 $d \geq 1$, 则 $a \equiv b(\mathrm{mod}\ m) \Leftrightarrow da \equiv db(\mathrm{mod}\ dm)$

c) 设 c 与 m 互素, 则 $a \equiv b(\mathrm{mod}\ m) \Leftrightarrow ca \equiv cb(\mathrm{mod}\ m)$

Problem 6

借助于费马小定理证明如果 n 是一个正整数，则 42 能整除 $n^7 - n$。

Problem 7

试证明: 若 $p \geq 7$ 为质数，则 $240 \mid (p^4-1)$。

Problem 8

证明：若 m 和 n 互素，则 $m^{\phi(n)} + n^{\phi(m)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\ mn)$。