

解 (1) 设 X_i 为第 i 人负责的 20 台设备中同时发生的故障数, 记 $A_i = \{X_i \geq 2\}$, 当 A_i 至少发生一个时, 设备得不到及时维修, $P(X_i = k) = C_{20}^k 0.01^k 0.99^{20-k}$,

$$P(A_i) = P(X_i \geq 2) = 1 - P(X_i \leq 1) = 1 - 0.99^{20} - C_{20}^1 0.01 \cdot 0.99^{19} = 0.01686,$$

所求概率: $P(A_1 \cup \cdots \cup A_4) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdots P(\bar{A}_4) = 1 - (1 - 0.01686)^4 = 0.06575$ 。

(2) 设 X 为 80 台设备中同时发生的故障数, $\{X \geq 4\}$ 发生时, 设备得不到及时维修。

$$P(X = k) = C_{80}^k 0.01^k 0.99^{80-k},$$

所求概率:

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \sum_{k=0}^3 C_{80}^k \cdot 0.01^k \cdot 0.99^{80-k} = 0.00866.$$

第二种情况中, 配备人员减少了, 但设备得不到及时维修的概率却下降了。说明我们可以利用概率论的方法解决实际问题。

习 题 一

1. 某人向目标射击 3 次, 设第 i 次命中的事件为 A_i , 用 A_i 的运算表示下列事件: (1) 只有第一次命中; (2) 目标被命中; (3) 至多命中一次; (4) 至多命中两次; (5) 至少命中两次。

2. 36 个大学生中, 英语专业的 12 人, 电子专业的 10 人, 计算机专业的 8 人, 金融专业的 6 人。现从中任选 2 人, 求 2 人专业相同的概率。

3. 某公司仓库有 17 桶油漆, 其中白漆 10 桶, 黑漆 4 桶, 红漆 3 桶。但各桶标签全部脱落。现有一顾客订货白漆 4 桶, 黑漆 3 桶, 红漆 2 桶。发货人随意将油漆发给顾客, 求顾客能如数得到订货的概率。

4. 抛 2 枚骰子, 以所抛数 m, n 为点 A 的坐标。求点 $A(m, n)$ 落入圆 $x^2 + y^2 = 19$ 内的概率。

5. 将 n 只小球随机放入 N 个盒子 ($N \geq n$), 求某个指定盒子恰有 m 个球的概率。

6. 在 50 只铆钉中有 3 只强度太弱, 如果这 3 只铆钉装在同一个部件上, 则这个部件强度就不合格。现有 10 个部件, 每个部件装 3 个铆钉, 若从 50 只铆钉中随机取用, 问恰有 1 个部件强度不合格的概率是多少?

7. 从 1 ~ 9 这 9 个数中有放回地取出 n 个。试求取出的 n 个数的乘积能被 10 整除的概率。

8. 从 1 ~ 30 中任选三个不同的整数, 求三数之和能被 3 整除的概率。

9. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$, $P(A - B) = \frac{1}{4}$, 求 A, B, C 都不发生的概率。

10. 某人外出旅游 2 天, 设第一天下雨的概率为 0.6, 第二天下雨概率 0.3, 两天都下雨概率 0.1, 求: (1) 至少有 1 天下雨的概率; (2) 两天都不下雨的概率; (3) 至少有 1 天不下雨概率; (4) 第一天下雨且第二天不下雨概率; (5) 恰有 1 天下雨的概率。

11. 从 1 ~ 2000 中任取一个整数, 求该数不能被 6 也不能被 8 整除的概率。

12. 平面上点 (p, q) 在 $|p| \leq 1, |q| \leq 1$ 内等可能出现, 求方程 $x^2 + px + q = 0$ 有实根的概率。

13. 将线段 $(0, 2a)$ 任意折成 3 折, 求此 3 折线能构成三角形的概率。

14. 已知 $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(B - A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, 求 $P(B|A)$ 。

15. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, 求 $P(\bar{A} \bar{B})$ 。

16. 10 件产品中有 4 件次品, 从中取出 2 件, 已发现其中至少有 1 件次品, 求两件都是次品的概率。

17. (1) 已知 $P(A) = a$, $P(B) = b$, 证明 $P(A|B) \geq \frac{a+b-1}{b}$ 。

(2) 设随机事件 A, B 满足: $P(A|B) + P(\bar{A}|\bar{B}) = 1$, 证明 A, B 独立。

18. 某厂有甲、乙、丙三个车间生产同种产品, 已知其产量分别占全厂的 25%, 35%, 40%。设甲、乙、丙三个车间的次品率分别为 5%, 4%, 2%。从全厂产品中任取一件, (1) 求取得次品的概率; (2) 已知取得次品, 求该产品是甲车间生产的概率。

19. 盒中有 12 只乒乓球 (9 新 3 旧), 每轮比赛取用 3 只。设用后为旧, 但仍可再用。求第二轮比赛时取出的 3 只都是新球的概率。

20. 某种元件每盒 20 只, 每盒含 0, 1, 2 只次品的概率为 0.8, 0.1, 0.1。抽样检验, 规定抽检 4 只, 若无次品, 则可出厂。(1) 任取一盒, 求可以出厂的概率; (2) 已知一盒元件可以出厂, 求该盒元件无次品的概率。

21. 足球裁判口袋中有三张卡片, 一张双面红色, 一张双面黄色, 一张一面红色一面黄色。比赛中, 如果裁判任取一张卡片, 出示给犯规球员看时是红色, 求它另一面是黄色的概率。

22. 甲、乙、丙三门炮独立向敌机各射击 1 炮, 设甲、乙、丙的命中率分别为 0.4, 0.5, 0.65。敌机中一炮被击落的概率为 0.4, 中两炮被击落概率 0.8, 中三炮必被击落。求敌机被击落概率。

23. 甲袋有 10 球 (4 白 6 红), 乙袋有 10 球 (5 白 5 红)。现从甲袋任取 2 球, 从乙袋任取 1 球一起放入丙袋。再从丙袋取出 1 球, 问取到白球的概率。

24. 两个相互独立的随机事件 A 和 B 至少发生一个的概率为 $8/9$, 事件 A 发生而 B 不发生的概率为 $5/9$, 试求 $P(A)$ 。

25. 设事件 A, B 独立, A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生且 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等, 求 $P(A)$ 。

26. 若干门火炮独立射击, 每门命中率均为 0.6。(1) 修门炮各射一弹, 求目标被命中的概率; (2) 设每炮各射一弹, 至少要配多少门炮, 才能以 99% 的概率命中目标。

27. 设每人的生日在任何月份都是等可能的, 且各人生日独立。已知某单位中至少有一人生日在一月的概率不小于 0.96, 问该单位至少有多少人?

28. 某游戏共有独立的 5 关, 连过 2 关则成功。某人过每关的概率为 $\frac{1}{2}$, 求他过关成功的概率。

29. 随机抛出两个骰子, 事件 A 表示 1 号骰子抛出奇数, B 表示 2 号骰子抛出奇数, C 表示两骰子点数之和为奇数。试验证 A, B, C 两两独立, 但不是相互独立。

30. 某人连续投篮 4 次, 已知他至少投中 1 次的概率为 $\frac{80}{81}$, 若他连续投 5 次, 求他至多投中 1 次的概率。

31. 如图 1-19 所示, 系统由 $2n$ 个独立工作的元件构成, 每个元件的可靠性均为 p ($0 < p < 1$)。试求该系统的可靠性并且与例 1.25 中的系统比较可靠性大小。

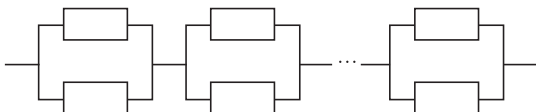


图 1-19

32. 甲、乙两人独立投篮, 每次命中率分别为 $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ 。每人各投 2 球, 求 2 人命中的次数相等的概率。

33. 人群中血型为 O, A, B, AB 的概率分别为 0.46, 0.4, 0.11, 0.03。从中任选 5 人, 求至多一个 O 型血的概率。

34. 一次考试共有 5 道选择题, 每题有 4 个选项, 只有一项正确。设每题 20 分, 60 分及格。(1) 求一个考生靠蒙能及格的概率; (2) 5 个这样的考生, 求至少有 2 人靠蒙能及格的概率。

35. 某车间有 10 台功率为 10 千瓦的机床独立工作, 且每台机床工作的概率为 0.2。若供电部门只提供 30 千瓦的电力给该车间, 求该车间不能正常工作的概率。

36. 某单位有 100 台电话分机, 每台分机有 5% 的时间使用外线通话, 若每台分机使用外线是独立的, 问该单位要设立多少条外线, 才能以 90% 以上的概率保证各分机使用外线不被占线。

37. 抛骰子 10 次, 已知至少出现一次 6 点, 求至少出现 2 次 6 点的概率。