

# 离散数学-第四次作业

## Problem 1

证明三角不等式：如果  $x$  和  $y$  都是实数，则  $|x| + |y| \geq |x + y|$ 。

## Problem 2

用不失一般性的概念证明当  $x$  和  $y$  是奇偶性相反的整数时， $5x + 5y$  是一个奇整数。

## Problem 3

两个实数  $x$  和  $y$  的平方均值是  $\sqrt{\frac{1}{2}(x^2 + y^2)}$ 。通过计算不同正实数对的算术均值和平方均值，构造一个关于这两种均值的相对大小的猜想并证明之。

## Problem 4

证明方程  $2x^2 + 5y^2 = 14$  没有  $x$  和  $y$  的整数解。

## Problem 5

证明任一个有理数和任一个无理数之间都有一个无理数。

## Problem 6

证明不存在正整数  $n$ ，使得  $n^2 + n^3 = 100$ 。

## Problem 7

证明  $\sqrt[3]{2}$  是无理数。

## Problem 8

若  $a, b$  为无理数，证明或反驳  $\frac{ab}{a}$  为无理数。（提示：请参考课件中类似题目）