

Problem 1

- a) c) f)是格 b) 元素 d 和 e 没有最大下界
d) 元素 b 和 c 没有最小上界 e) 元素 d 和 e 没有最大下界

Problem 2

- 1) $a \vee (a \wedge b) \geq a$
2) $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
3) $b \wedge (c \vee a) \geq (b \wedge c) \vee a$

Problem 3

a, b, c ∈ L 且 $a \leq b \leq c$, 则 $a \vee b = b$, $b \wedge c = b$, $a \vee b = b \wedge c$

Problem 4

- $S_1 = \{a\}$ $S_2 = \{b\}$ $S_3 = \{c\}$ $S_4 = \{d\}$
 $S_5 = \{a, b\}$ $S_6 = \{a, c\}$ $S_7 = \{b, d\}$ $S_8 = \{c, d\}$
 $S_9 = \{a, b, d\}$ $S_{10} = \{a, c, d\}$ $S_{10} = \{a, b, c, d\}$

Problem 5

对于任意的 $x, y \in S$, 满足 $x \leq a, y \leq a, x \vee y \leq a, x \wedge y \leq a$
则 $x \vee y \in S, x \wedge y \in S$, 即 $\langle S, \leq \rangle$ 是 L 的子格

Problem 6

- a) a 和 d 互为补元, b 和 c 无补元
c) a 和 f 互为补元, b 和 c, b 和 d, c 和 e, d 和 e 互为补元
f) a 和 f 互为补元, b 和 e 互为补元, c 和 d 无补元

Problem 7

- a) 是链, 是分配格, 不是有补格, 不是布尔格
c) 子格 $\{a, b, c, e, f\}$ 同构于五角格, 不是分配格, 是有补格, 不是布尔格
f) 不含与钻石格或五角格同构的子格, 是分配格, 不是有补格, 不是布尔格

Problem 8

- $a \wedge 0 \leq 0, 0 \leq 0$ 且 $0 \leq a$ 则 $0 \leq a \wedge 0, a \wedge 0 = 0$
 $a \vee 0 \geq a, a \geq a$ 且 $a \geq 0$ 则 $a \geq a \vee 0, a \vee 0 = a$
 $a \wedge 1 \leq a, a \leq a$ 且 $a \leq 1$ 则 $a \leq a \wedge 1, a \wedge 1 = a$
 $a \vee 1 \geq 1, 1 \geq 1$ 且 $1 \geq a$ 则 $1 \geq a \vee 1, a \vee 1 = 1$

Problem 9

$L(G)$ 是一个集合, \wedge 和 \vee 是 $L(G)$ 上的二元运算, 对任意 $A, B, C \in L(G)$, 存在
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C, A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, 满足结合律
 $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$, 满足交换律, $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A$, 满足吸收律
 $\langle L(G), \vee, \wedge \rangle$ 是一个代数格, 对任意 $A, B \in L(G)$, 存在 $\{A, B\}$ 的最小上界 $A \vee B = A \cup B$
存在 $\{A, B\}$ 的最小下界 $A \wedge B = A \cap B$, 则 $\langle L(G), \leq \rangle$ 是一个偏序格
 $A \subseteq B$ iff $A \cap B = A$, 这个关系满足自反性, 对称性, 传递性, 代数格等同于偏序格