

将其代入 χ^2 检验统计量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(n_{ij} - n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j})^2}{n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(n_{ij} - n_{i\cdot}n_{\cdot j}/n)^2}{n_{i\cdot}n_{\cdot j}/n}.$$

当原假设成立时, 它的渐进分布为自由度 $rs - (r + s - 2) - 1 = (r - 1)(s - 1)$ 的 χ^2 分布。于是, 在给定显著性水平 α 下, 检验的拒绝域为 $W = \{\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2((r - 1)(s - 1))\}$ 。

例 8.16 我们调查了 520 人研究患高血压与冠心病的关系。数据如下表所示。

表 8-6

	患高血压	无高血压	总计
患冠心病	48	36	84
无冠心病	88	348	436
总计	136	384	520

试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 高血压与冠心病有无关系。

解 因为 $n_{11} = 48, n_{12} = 36, n_{21} = 88, n_{22} = 348$, 又 $n_{1\cdot} = 84, n_{2\cdot} = 436, n_{\cdot 1} = 136, n_{\cdot 2} = 384$ 。于是 χ^2 检验统计量为

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \frac{(48 - 84 \times 136/520)^2}{84 \times 136/520} + \frac{(36 - 84 \times 384/520)^2}{84 \times 384/520} \\ & + \frac{(88 - 436 \times 136/520)^2}{436 \times 136/520} + \frac{(348 - 436 \times 384/520)^2}{436 \times 384/520} = 49.8. \end{aligned}$$

查分布表得 $\chi_{0.05}^2(1) = 3.84 < \chi^2 = 49.8$ 。因此, 拒绝原假设, 即认为患高血压与冠心病有关。

习 题 八

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 为未知常数。试问下面的假设哪些是简单假设, 哪些是复合假设:

(1) $H_0: \mu = 0, \sigma = 1$;

(2) $H_0: \mu = 0, \sigma > 1$;

(3) $H_0: \mu < 0, \sigma = 1$;

(4) $H_0: 0 < \mu < 3$ 。

2. 某公司的桶装油的标准质量为 10 公斤。现随机抽取 10 桶, 称得重量为 10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8(公斤)。假定每桶油的重量服从正态分布。试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 该公司的桶装油重量是否为 10 公斤。

3. 某批矿砂的 5 个样本的锂含量为 (%): 3.25, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24。假定总体服从正态分布, 试问在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 能否认为这批矿砂的锂含量的均值为 3.25%。

4. 某厂生产的钢索的断裂强度服从正态分布 $N(\mu, 40^2)$ 。现从这批钢索中抽取 9 根测得其断裂强度的平均值 \bar{x} , 较正常生产的均值 μ 大 20(公斤/厘米²)。试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 能否认为这批钢索的质量有所提高?

5. 两台车床生产同一类产品。假定产品的某种性能分别服从正态分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i=1, 2$ 。且已知 $\sigma_1^2 = 8, \sigma_2^2 = 6$, 两个样本值分别为 (26, 25, 23, 26, 25, 29, 21), (30, 26, 32, 28, 28, 30, 29)。试问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 两台车床生产的产品质量有无显著差异?

6. 比较 A, B 两种小麦品种的蛋白质含量。随机抽取 A 种小麦 10 个样本, 测得 $\bar{X} = 14.3, S_1^2 = 1.62$ 。随机抽取 B 种小麦 5 个样本, 测得 $\bar{Y} = 11.7, S_2^2 = 0.14$ 。假定这两种小麦蛋白质含量均服从正态分布, 且方差相同。试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 两种小麦的蛋白质含量有无差异?

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 是来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 的一个样本, Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的一个样本, 且两样本相互独立, 参数均未知。试构造假设 $H_0: \mu_1 = C\mu_2$ 的双边检验, 其中 C 为非零已知常数。显著性水平为 α 。

8. 设甲、乙两个试验员, 对同样的试验进行分析, 各人的分析数据结果如下:

试验号数	1	2	3	4	5	6	7	8
甲	4.3	3.2	3.8	3.5	3.5	4.8	3.3	3.9
乙	3.7	4.1	3.8	3.8	4.6	3.9	2.8	4.4

试问: 甲乙两人的试验分析有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?

9. 某厂生产的瓶装矿泉水要求标准差 $\sigma = 0.02$ 。随机抽取 20 瓶矿泉水, 发现其样本标准差 $S = 0.03$ 。假定瓶装矿泉水重量服从正态分布。试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为它们达到了标准差 $\sigma = 0.02$ 的要求?

10. 两台机床加工同一种零件, 测得直径为

机床甲: 20.5 19.8 19.7 20.4 20.1 20.0 19.0 19.9

机床乙: 19.7 20.8 20.5 19.8 19.4 20.6 19.2

假定产品直径均服从正态分布。试问甲乙两台机床加工的精度有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?

11. 在豌豆实验中, 观测到黄色和绿色豆子的数目分别为 70 和 27, 试问: 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验黄色和绿色豆子的数目为 3:1 是否正确。

12. 在孟德尔豌豆试验中, 同时考虑豌豆的颜色与形状, 共有四种组合: (黄, 圆), (黄, 非圆), (绿, 圆), (绿, 非圆)。按照孟德尔理论这四类比例为 9:3:3:1。在一次观察中, 发现这四类观测到的数目分别为 315, 101, 108, 32。试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验孟德尔的理论是否正确。

13. 为检验一个骰子的均匀性, 投掷 60 次, 观测到出现 1, 2, 3, 4, 5, 6 点的次数为 13, 19, 11, 8, 5, 4。试检验这个骰子是均匀的 ($\alpha = 0.05$)。

14. 某修理厂希望知道每天送来修理的汽车数是否服从泊松分布。下表给出了该厂 250 天的送修车数:

送修车数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
天数	2	8	21	31	44	48	39	22	17	13	5

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验原假设 H_0 : 每天送来修理的车数服从泊松分布。

15. 对某汽车零件制造厂生产的汽缸螺栓口径抽样 100 次, 数据如下:

口径区间	实际频数	口径区间	实际频数
10.93~10.95	5	11.01~11.03	17
10.95~10.97	8	11.03~11.05	6
10.97~10.99	20	11.05~11.07	6
10.99~11.01	34	11.07~11.09	4

试检验螺栓口径是否服从正态分布 ($\alpha = 0.05$)?

16. 调查某市郊区桑场采桑员和辅助人员桑毛虫皮炎发病情况, 数据如下:

	采桑	不采桑	总计
患病	18	12	30
不患病	4	78	82
总计	22	90	112

试问发生皮炎病是否与工种有关 ($\alpha = 0.05$)?

17. 某工厂三种配方商场的产品质量如下表:

	配方 1	配方 2	配方 3	总计
合格品	63	47	65	175
不合格品	16	7	3	26
总计	79	54	68	201

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验原假设 H_0 : 三种配方生产的产品质量无显著差异?