

2018 级 “概率论与数理统计” 期中考试试卷

2018 年 11 月 17 日

系别 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一 36	二 10	三 10	四 12	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

一. (8 分 \times 6=48 分)

1. 设在三次独立事件中 A 出现的概率相等, 若已知 A 至少出现一次的概率等于 $19/27$, 则 A 在一次试验中出现的概率是多少? $1/3$

2. 设 A 和 B 是两个相互独立的事件, 且 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{9}$, $P(\bar{A}B) = P(A\bar{B})$, 求 $P(A)$ 是多少? 对立事件也相互独立

3. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 试求 $Y = X^2$ 的密度函数.

4. 一个靶子是半径为 2 米的圆盘，设击中靶上任一同心圆盘上的点的概率与该圆盘的面积成正比，并设射击都能中靶，以 X 表示弹着点与圆心的距离，试求随机变量 X 的分布函数。

5. 设随机变量 X, Y 相互独立，且 $X \sim N(4, 9), Y \sim P(3)$ ，分别求 $E[(3X-2Y)+9]$, $D[(3X-2Y)+9]$ 。

6. 将 n 只球（1~ n ）随机的放进 n 只盒子（1~ n 号）中去，一只盒子装一只球。若一只球装入与球同号的盒子中，称为一个配对。记 X 为总的配对数，求 $E(X)$ 。

二. (10 分)某厂有甲, 乙, 丙三个分厂生产同一品牌的产品, 已知其产量分别占全厂的 20%, 10%, 70%. 设甲, 乙, 丙三个车间的次品率分别为 1%, 2%, 3%. 现从全厂产品中任取一件, (1)求取得次品的概率; (2)已知取得次品, 求该产品是乙车间生产的概率.

三. (10 分)设 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2), X$ 与 Y 相互独立, 证明: $X+Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.

四. (10 分)设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 \leq 1; \\ 0, & x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

求 X 与 Y 的边缘密度; 请问 X 与 Y 是否相互独立, 原因是什么?

五.(8分)设随机变量 X, Y 独立同分布, 它们的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 求 $Z=X+Y$ 的密度函数.

六(10分) 设随机变量 (X, Y) 具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad \text{求 } E(X), E(Y), \text{Cov}(X, Y), \rho_{XY}.$$

七(4分) 对于两个随机变量 V, W , 若 $E(V^2), E(W^2)$ 都存在, 证明 $[E(VW)]^2 \leq E(V^2)E(W^2)$.