

离散数学作业Problem set 1

Problem 1

令 p 、 q 、 r 为如下命题：

p : 在这个地区发现过灰熊。

q : 在乡间小路上徒步旅行是安全的。

r : 乡间小路两旁的草莓成熟了。

用 p 、 q 、 r 和逻辑连接词(包括否定)写出下列命题：

- a) 乡间小路两旁的草莓成熟了，但在这个地区没有发现过灰熊。
- b) 在这个地区没有发现过灰熊，且在乡间小路上徒步旅行是安全的，但乡间小路两旁的草莓成熟了。
- c) 如果乡间小路两旁的草莓成熟了，徒步旅行是安全的当且仅当在这个地区没有发现过灰熊。
- d) 在乡间小路上徒步旅行是不安全的，但在这个地区没有发现过灰熊且小路两旁的草莓成熟了。
- e) 为了使在乡间小路上旅行很安全，其必要非充分条件是乡间小路两旁的草莓没有成熟且在这个地区没有发现过灰熊。
- f) 只要在这个地区发现过灰熊且乡间小路两旁的草莓成熟了，在乡间小路上徒步旅行就不安全。

Problem 2

构造复合命题 $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$ 的真值表。

Problem 3

下列哪些是命题？这些命题的真值是什么？

- a) 别过去。
- b) 几点了？
- c) 在缅因州没有黑苍蝇。
- d) $4 + x = 5$ 。
- e) 月亮是由绿色的奶酪构成的。
- f) $2^n \geq 100$ 。

Problem 4

假设在最近的财年期间，Acme计算机公司的年收入是1380亿美元且其净利润是80亿美元，Nadir软件公司的年收入是870亿美元且净利润是50亿美元，Quixote媒体的年收入是1110亿美元且净利润是130亿美元。试判断有关最近财年的每个命题的真值。

- a) Quixote媒体的年收入最多。
- b) Nadir软件公司的净利润最少并且Acme计算机公司的年收入最多。
- c) Acme计算机公司的净利润最多或者Quixote媒体的净利润最多。
- d) 如果Quixote媒体的净利润最少，则Acme计算机公司的年收入最多。
- e) Nadir软件公司的净利润最少当且仅当Acme计算机公司的年收入最多。

Problem 5

假设 p 表示命题“我这星期买了彩票”， q 表示命题“我中了一百万元的特等奖”。试用汉语描述表达下列各命题。

a) $\neg p$

b) $p \vee q$

c) $p \rightarrow q$

d) $p \wedge q$

e) $p \leftrightarrow q$

f) $\neg p \rightarrow \neg q$

g) $\neg p \wedge \neg q$

h) $\neg p \vee (p \wedge q)$

Problem 6

只有当你已经完成了专业要求，没有欠大学的钱，也没有图书馆的过期图书未还时，你才能从大学毕业。试用下述命题： g ：“你可以从大学毕业”， m ：“你欠大学的钱”， r ：“你已经完成了你的专业要求”， b ：“你有过期的图书馆图书未还”来表达上述命题。

Problem 7

假设在通往两个房间的门上均写着提示。第一扇门上的提示为：“在这个房间里有一位美女，而在另一个房间里则是一只老虎”；在第二扇门上写着“在两个房间中有一个是美女，并且有一个是老虎”。假定你知道其中一个提示是真的，另一个是假的。那么哪扇门后面是美女呢？

Problem 8

不借助真值表，试解释为什么在 p 、 q 和 r 至少有一个为真并且至少有一个为假时 $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ 为真，而当三个变量具有相同真值时为假。