

离散数学-图论作业 5 哈密尔顿图

Problem 1

对哪些 m 和 n 值来说, 完全二部图 $K_{m,n}$ 具有哈密尔顿回路?

Problem 2

若简单图 G 满足 $V(G) \geq 3$ 且 $\delta(G) \geq \frac{V(G)-1}{2}$, 证明或反驳:

- a) G 一定存在哈密尔顿回路。
- b) G 一定存在哈密尔顿通路。

Problem 3

底图是完全图的有向图称为竞赛图, 试证明一个竞赛图含有哈密尔顿回路的充分必要条件是该图为强连通图。

Problem 4

考虑在 11 天安排 11 门课程的考试 (每天考 1 门课), 使得同一位老师所任的任意两门课程考试不排在接连的两天中, 试证明如果没有老师担任多于 6 门课程, 则符合上述要求的考试安排总是可能的。

Problem 5

考虑 $M \times N$ 的网格, 以其中的方格作为点集, 任意两个点之间有边当且仅当对应的两个方格相邻, 构成图 G 。

- a) 当 N 是偶数且 $M > 1$ 时, 给出一种哈密尔顿回路的构造方法。
- b) 当 N 和 M 都是大于 1 的奇数时, 证明此时 G 没有哈密尔顿回路。

Problem 6

简单图 G 满足 $|G| > 2$, 令 m 为 G 的边数, n 为 G 的顶点数。试证明: 如果 $m > C_{n-1}^2 + 1$, 则 G 一定存在哈密顿回路。(提示: 可使用数学归纳法证明)