习 题 二

- 1. 将 3 个小球随机放入 4 个盒子中,设盒子中球的最多个数为 X,求 X 的分布律。
- 2. 将 1~9 共九个数随机放入 3×3 的格子,设各列最小值为 a_1, a_2, a_3 ,求 $T = \max\{a_1, a_2, a_3\}$ 的分布律。
 - 3. 问 C 取何值时以下数列称为概率分布律:

(1)
$$p_k = C\left(\frac{2}{3}\right)^k$$
, $k = 1, 2, 3$;

(2)
$$p_k = C \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 1, 2, \dots$$

4. 设离散型随机变量 X 的分布律为

$$\begin{array}{c|ccccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & 1/4 & a & b \end{array}$$

分布函数为
$$F(x) = \left\{ egin{array}{ll} c & -\infty < x < -1 \\ d & -1 \leqslant x < 0 \\ 3/4 & 0 \leqslant x < 1 \\ e & 1 \leqslant x < +\infty \end{array} \right. ,$$

试求常数 a, b, c, d, e,

- 5. 甲、乙两人射击,各射 3 次。甲、乙命中率分别为 0.6,0.7,求 (1) 两人射中次数相等的概率;
- (2) 甲比乙射中次数多的概率。
- 6. 某街道有 n 个路口装有红绿灯,各路口出现红绿灯相互独立,红绿灯显示时间长度为 1:2。现有一辆汽车从头沿街道行驶,以 X 表示该车首次遇红灯前已通过的路口个数,求 X 的分布律。
- 7. 设有甲、乙两种颜色和味觉都极为相似的名酒各 4 杯, 若从中挑 4 杯能将甲酒全部挑出来, 算是试验成功一次,
 - (1) 某人随机地去猜,问他试验成功一次的概率是多少?
- (2) 某人声称他通过品尝可区分这两种酒,他独立试验 10 次成功 3 次。利用小概率事件原理推断,他是猜对的,还是确有区分能力的。
- 8. 已知每天到达某港口的油船数 X 服从参数为 2.5 的泊松分布,而港口的服务能力最多只能服务 3 只船,如果一天中到达港口的油船多于 3 只,则超过 3 只的油船必须转港。(1) 求一天中必须有油船转港的概率;(2) 求一天中最大可能到达港口的油船数及其概率;(3) 问服务能力提高到多少只油船时,才能使到达油船以 90%的概率得到服务。
- 9. 在区间 [2,6] 随机投点,设落点坐标 X,现对 X 进行三次独立观测,求至少有两次观测值大于 3 的概率。
 - 10. 下列函数是随机变量 x 的密度函数, 试确定常数 a。

$$\begin{aligned} &(1) \ p(x) = ae^{-|x|}, \quad -\infty < x < \infty; \\ &(2) \ p(x) = \left\{ \begin{array}{cc} a \sin \frac{x}{2} & 0 \leqslant x \leqslant 2\pi \\ 0 & \text{其他} \end{array} \right.; \\ &(3) \ p(x) = \left\{ \begin{array}{cc} \cos x & 0 \leqslant x \leqslant a \\ 0 & \text{其他} \end{array} \right.;$$

(4)
$$p(x) = \begin{cases} \frac{a}{1+x^2} & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$
.

11. 设随机变量 x 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} A + Be^{-x^2/2} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases},$$

求 A, B 及概率 $P(-1 < X \le 1)$ 。

12. 设随机变量 x 的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} Ax^3 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

- (1) 求常数 A; (2) 求 X 的分布函数 F(x); (3) 求常数 B, 使 P(X < B) = P(X > B)。
- 13. 设随机变量 X 密度

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{18}x^2 & -3 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

求关于 y 的方程: $4y^2 + 4Xy + X + 2 = 0$ 有实根的概率。

14. 设 $X \sim N(5,4)$, 求 a, 使得 (1)P(X < a) = 0.9; (2)P(|X - 5| > a) = 0.01.

15. 设随机变量 $X \sim N(60,9)$, 求分点 x_1, x_2 , 使 X 落在 $(-\infty, x_1)$, (x_1, x_2) , $(x_2, +\infty)$ 的概率 之比为 3:4:5。

16. 设随机变量 X 和 Y 均服从正态分布, $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$, 记 $p_1 = P(X \leq \mu - 4)$, $p_2 = P(Y \geq \mu + 5)$, 试比较 p_1 和 p_2 的大小。

17. 在电源电压不超过 200V, 介于 200~240V, 超过 240V 三种情况下, 某电子元件损坏的概率分别为 0.1, 0.001, 0.2。设电源电压 X(V) 服从正态分布 N (220, 25²)。求 (1) 该电子元件损坏的概率; (2) 已知该电子元件损坏,问此时电压介于 200~240V 的概率。

18. 某种英语考试的标准分 X 服从均值 500 正态分布,已知考分 612 以上占全体考生的 5.5%,若将及格线设定为 85%的考生都能通过,问及格分应是多少分 (取整)。

19. 设离散型随机变量 X 的分布律为

求下列随机变量的分布律: (1)Y = 2X; $(2) Y = X^2$; $(3) Y = \sin\left(\frac{\pi}{2}X\right)$.

- 20. 设随机变量 X 服从 [-1, 1] 上的均匀分布, $Y = X^2$, 求 Y 的密度函数 $p_Y(y)$ 。
- 21. 设随机变量 X 的密度为 $p(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}}e^{-\frac{1}{16}(x^2-4x+4)}$, 求 Y = 2X+4 的密度。
- 22. 设随机变量 X 服从 $[0, \pi]$ 的均匀分布, 求 $Y = \sin X$ 的概率密度。
- 23. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 求 Y = 2(1-|X|) 的概率密度函数。
- 24. 设随机变量 X 服从柯西分布, 即密度函数为

$$p_X(x) = \frac{1}{\pi (1 + x^2)}, -\infty < x < +\infty,$$

求 $Y = 1 - \sqrt[3]{X}$ 的密度函数 $p_Y(y)$ 。

- - 26. 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布,证明 $Y = 1 e^{-2X}$ 在区间 [0,1] 上服从均匀分布。