

### Problem 1

$p \ q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
0 0	1	1
0 1	0	0
1 0	0	0
1 1	0	0

对任意的变元赋值,  $\neg(p \vee q)$ 和 $\neg p \wedge \neg q$  取值相同,  $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ .

### Problem 2

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r \equiv \neg(p \wedge q) \vee r \equiv p \wedge q \rightarrow r.$$

### Problem 3

$$p \rightarrow (\neg q \vee r) \rightarrow s \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \rightarrow s \equiv \neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \vee s \equiv \neg(\neg(p \wedge q) \vee r) \vee s$$

$$\equiv p \wedge q \wedge \neg r \vee s \equiv (p \wedge q \wedge \neg r) \vee s;$$

$$p \wedge q \rightarrow \neg(r \vee s) \equiv \neg(p \wedge q) \vee \neg(r \vee s) \equiv \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s \equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \vee s;$$

当  $p=1, q=1, r=0, s=0$  时,  $p \rightarrow (\neg q \vee r) \rightarrow s = 1, p \wedge q \rightarrow \neg(r \vee s) = 0$ .

则  $p \rightarrow (\neg q \vee r) \rightarrow s$  和  $p \wedge q \rightarrow \neg(r \vee s)$ 不是逻辑等价.

### Problem 4

$$((r \rightarrow p) \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv ((\neg r \vee p) \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q) \equiv (\neg(\neg r \vee p) \vee q) \rightarrow (\neg p \vee q)$$

$$\equiv \neg(r \wedge \neg p \vee q) \vee (\neg p \vee q) \equiv ((\neg r \vee p) \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee q)$$

$$\equiv ((\neg r \vee p) \vee (\neg p \vee q)) \wedge \neg q \vee (\neg p \vee q) \equiv (\neg r \vee (p \vee \neg p) \vee q) \wedge (\neg p \vee (\neg q \vee q))$$

$$\equiv (\neg r \vee 1 \vee q) \wedge (\neg p \vee 1) \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1.$$

$p \ q \ r$	$r \rightarrow p$	$(r \rightarrow p) \rightarrow q$	$p \rightarrow q$	$((r \rightarrow p) \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	1	1	1
0 1 0	1	1	1	1
0 1 1	0	1	1	1
1 0 0	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 1 0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1

则 $((r \rightarrow p) \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ 是永真式.

### Problem 5

9 个析取中有 6 个含  $\neg s$ , 取  $\neg s=1$  即  $s=0$ , 则至少这 6 个析取为真,

此时判断  $p \vee \neg q, \neg p \vee \neg r, p \vee r$ , 取  $p=1, r=0$ , 此时 9 个析取可以全部为真.

### Problem 6

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \equiv \neg(p \rightarrow q) \vee \neg(q \rightarrow p) \equiv \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p)$$

$$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv (p \vee \neg p \wedge q) \wedge (\neg q \vee \neg p \wedge q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$$

$$\neg p \leftrightarrow q \equiv (\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$$

则 $\neg(p \leftrightarrow q)$ 和 $\neg p \leftrightarrow q$  逻辑等价.

Problem 7

$$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$$

在  $p, q$  和  $r$  中恰有两个为假时此命题为真, 否则为假.

Problem 8

$p$  与  $q$  是逻辑等价的, 对任意的变元赋值,  $p$  与  $q$  取值相同;

$q$  与  $r$  是逻辑等价的, 对任意的变元赋值,  $q$  与  $r$  取值相同;

则对任意的变元赋值,  $p$  与  $r$  的取值相同, 即  $p$  与  $r$  是逻辑等价的.