解 (1) 设 X_i 为第 i 人负责的 20 台设备中同时发生的故障数，记 $A_i=\{X_i \geqslant 2\}$，当 A_i 至少发生一个时，设备得不到及时维修，$P(X_i = k) = C_{20}^k 0.01^k 0.99^{20-k}$,

$$P(A_i) = P(X_i \geqslant 2) = 1 - P(X_i \leqslant 1) = 1 - 0.99^{20} - C_{20}^1 0.01 \cdot 0.99^{19} = 0.01686,$$

所求概率：$P(A_1 \cup \cdots \cup A_4) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdots P(\bar{A}_4) = 1 - (1 - 0.01686)^4 = 0.06575$。

(2) 设 X 为 80 台设备中同时发生的故障数，$\{X \geqslant 4\}$发生时，设备得不到及时维修。

$$P(X = k) = C_{80}^k 0.01^k 0.99^{80-k},$$

所求概率：

$$P(X \geqslant 4) = 1 - P(X \leqslant 3) = 1 - \sum_{k=0}^{3} C_{80}^k \cdot 0.01^k \cdot 0.99^{80-k} = 0.00866。$$

第二种情况中，配备人员减少了，但设备得不到及时维修的概率却下降了。说明我们可以利用概率论的方法解决实际问题。

习 题 一

1. 某人向目标射击 3 次，设第 i 次命中的事件为 A_i，用 A_i 的运算表示下列事件：(1) 只有第一次命中；(2) 目标被命中；(3) 至多命中一次；(4) 至多命中两次；(5) 至少命中两次。

2. 36 个大学生中，英语专业的 12 人，电子专业的 10 人，计算机专业的 8 人，金融专业的 6 人。现从中任选 2 人，求 2 人专业相同的概率。

3. 某公司仓库有 17 桶油漆，其中白漆 10 桶，黑漆 4 桶，红漆 3 桶。但各桶标签全部脱落。现有一顾客订货白漆 4 桶，黑漆 3 桶，红漆 2 桶。发货人随意将油漆发给顾客，求顾客能如数得到订货的概率。

4. 抛 2 枚骰子, 以所抛数 m, n 为点 A 的坐标。求点 $A(m,n)$ 落入圆 $x^2 + y^2=19$ 内的概率。

5. 将 n 只小球随机放入 N 个盒子 $(N \geqslant n)$，求某个指定盒子恰有 m 个球的概率。

6. 在 50 只铆钉中有 3 只强度太弱，如果这 3 只铆钉装在同一个部件上，则这个部件强度就不合格。现有 10 个部件，每个部件装 3 个铆钉，若从 50 只铆钉中随机取用，问恰有 1 个部件强度不合格的概率是多少?

7. 从 $1 \sim 9$ 这 9 个数中有放回地取出 n 个。试求取出的 n 个数的乘积能被 10 整除的概率。

8. 从 $1 \sim 30$ 中任选三个不同的整数，求三数之和能被 3 整除的概率。

9. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \dfrac{1}{4}$, $P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{16}$, $P(A - B) = \dfrac{1}{4}$，求 A, B, C 都不发生的概率。

10. 某人外出旅游 2 天，设第一天下雨的概率为 0.6，第二天下雨概率 0.3，两天都下雨概率 0.1，求：(1) 至少有 1 天下雨的概率；(2) 两天都不下雨的概率；(3) 至少有 1 天不下雨概率；(4) 第一天下雨且第二天不下雨概率；(5) 恰有 1 天下雨的概率。

11. 从 $1 \sim 2000$ 中任取一个整数，求该数不能被 6 也不能被 8 整除的概率。

12. 平面上点 (p, q) 在 $|p| \leqslant 1$, $|q| \leqslant 1$ 内等可能出现，求方程 $x^2 + px + q = 0$ 有实根的概率。

13. 将线段 $(0,\ 2a)$ 任意折成 3 折，求此 3 折线能构成三角形的概率。

14. 已知 $P(B)=\dfrac{2}{5}$，$P(B - A) = \dfrac{1}{3}$，$P(A \cup B) = \dfrac{3}{4}$，求 $P(B|A)$。

15. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，求 $P(\bar{A}\,\bar{B})$。

16. 10 件产品中有 4 件次品，从中取出 2 件，已发现其中至少有 1 件次品，求两件都是次品的概率。

17. (1) 已知 $P(A)=a$, $P(B)=b$, 证明 $P(A|B)\geqslant\frac{a+b-1}{b}$。

(2) 设随机事件 A，B 满足：$P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，证明 A，B 独立。

18. 某厂有甲、乙、丙三个车间生产同种产品，已知其产量分别占全厂的 25%, 35%, 40%。设甲、乙、丙三个车间的次品率分别为 5%, 4%, 2%。从全厂产品中任取一件，(1) 求取得次品的概率；(2) 已知取得次品，求该产品是甲车间生产的概率。

19. 盒中有 12 只乒乓球 (9 新 3 旧)，每轮比赛取用 3 只。设用后为旧, 但仍可再用。求第二轮比赛时取出的 3 只都是新球的概率。

20. 某种元件每盒 20 只，每盒含 0, 1, 2 只次品的概率为 0.8, 0.1, 0.1。抽样检验，规定抽检 4 只，若无次品，则可出厂。(1) 任取一盒，求可以出厂的概率；(2) 已知一盒元件可以出厂，求该盒元件无次品的概率。

21. 足球裁判口袋中有三张卡片，一张双面红色，一张双面黄色，一张一面红色一面黄色。比赛中，如果裁判任取一张卡片，出示给犯规球员看时是红色，求它另一面是黄色的概率。

22. 甲、乙、丙三门炮独立向敌机各射击 1 炮，设甲、乙、丙的命中率分别为 0.4, 0.5, 0.65。敌机中一炮被击落的概率为 0.4，中两炮被击落概率 0.8，中三炮必被击落。求敌机被击落概率。

23. 甲袋有 10 球 (4 白 6 红)，乙袋有 10 球 (5 白 5 红)。现从甲袋任取 2 球，从乙袋任取 1 球一起放入丙袋。再从丙袋取出 1 球，问取到白球的概率。

24. 两个相互独立的随机事件 A 和 B 至少发生一个的概率为 8/9, 事件 A 发生而 B 不发生的概率为 5/9，试求 $P(A)$。

25. 设事件 A，B 独立，A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$，A 发生且 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，求 $P(A)$。

26. 若干门火炮独立射击，每门命中率均为 0.6。(1) 修门炮各射一弹，求目标被命中的概率；(2) 设每炮各射一弹，至少要配多少门炮，才能以 99% 的概率命中目标。

27. 设每人的生日在任何月份都是等可能的，且各人生日独立。已知某单位中至少有一人生日在一月的概率不小于 0.96，问该单位至少有多少人？

28. 某游戏共有独立的 5 关，连过 2 关则成功。某人过每关的概率为 $\frac{1}{2}$，求他过关成功的概率。

29. 随机抛出两个骰子，事件 A 表示 1 号骰子抛出奇数，B 表示 2 号骰子抛出奇数，C 表示两骰子点数之和为奇数。试验证 A, B, C 两两独立，但不是相互独立。

30. 某人连续投篮 4 次，已知他至少投中 1 次的概率为 $\frac{80}{81}$，若他连续投 5 次, 求他至多投中 1 次的概率。

31. 如图 1-19 所示，系统由 $2n$ 个独立工作的元件构成，每个元件的可靠性均为 $p(0<p<1)$。试求该系统的可靠性并且与例 1.25 中的系统比较可靠性大小。

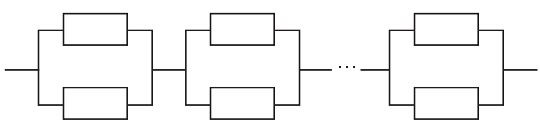

图 1-19

32. 甲、乙两人独立投篮，每次命中率分别为 $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$。每人各投 2 球，求 2 人命中次数相等的概率。

33. 人群中血型为 O, A, B, AB 的概率分别为 0.46, 0.4, 0.11, 0.03。从中任选 5 人，求至多一个 O 型血的概率。

34. 一次考试共有 5 道选择题，每题有 4 个选项，只有一项正确。设每题 20 分，60 分及格。(1) 求一个考生靠蒙能及格的概率；(2)5 个这样的考生，求至少有 2 人靠蒙能及格的概率。

35. 某车间有 10 台功率为 10 千瓦的机床独立工作，且每台机床工作的概率为 0.2。若供电部门只提供 30 千瓦的电力给该车间，求该车间不能正常工作的概率。

36. 某单位有 100 台电话分机，每台分机有 5%的时间使用外线通话，若每台分机使用外线是独立的，问该单位要设立多少条外线，才能以 90%以上的概率保证各分机使用外线不被占线。

37. 抛骰子 10 次，已知至少出现一次 6 点，求至少出现 2 次 6 点的概率。