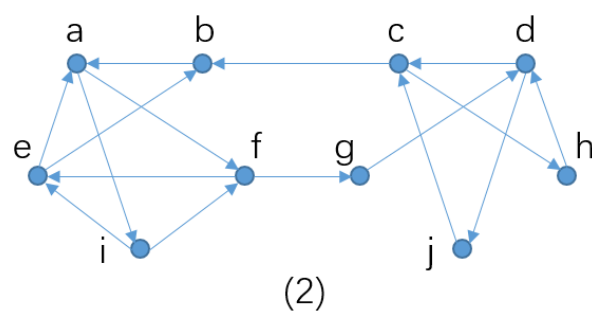
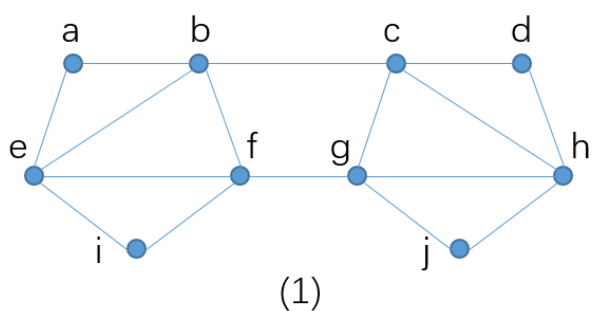


# 离散数学-图论作业 4 欧拉图

如无特意说明，以后各题只考虑有限个点的图。

## Problem 1

试确定下方所示各图是否具有欧拉回路。若存在欧拉回路，则构造出一条欧拉回路。若不存在，试确定这个图是否具有欧拉通路。若存在欧拉通路，则构造出一条欧拉通路。



## Problem 2

对哪些  $m$  和  $n$  值来说，完全二部图  $K_{m,n}$  具有

1) 欧拉回路?

2) 欧拉通路?

## Problem 3

请画出所有互不同构的具有 5 个顶点的欧拉图（仅考虑无向简单图）。

## Problem 4

证明或反驳：若无向简单图  $G_1$  和  $G_2$  是顶点数、边数均相等的欧拉图，则  $G_1$  和  $G_2$  同构。

## Problem 5

若无向简单图  $G$  有欧拉通路，证明或反驳：

- 1) 当  $G$  的顶点数是奇数时，若补图  $\bar{G}$  是连通的，则  $\bar{G}$  中存在欧拉通路。
- 2) 当  $G$  的顶点数是偶数时，若补图  $\bar{G}$  是连通的，则  $\bar{G}$  中不存在欧拉通路。

## Problem 6

给定无向简单图  $G$  ( $|G| \geq 3$ )，定义线图  $L(G)$  如下：

- 对  $G$  中的每条边， $L(G)$  中恰好有一个顶点与之对应；
- $L(G)$  中任意两点相邻当且仅当它们在  $G$  中对应的两条边相邻（即有一个公共顶点）。

证明若  $G$  是简单、连通的  $r$ -正则图，则  $L(G)$  是欧拉图。