

离散数学-第三次作业

Problem 1

令 $P(x)$ 为 “ x 精通 C++”，令 $Q(x)$ 为 “ x 会俄语”。使用 $P(x)$, $Q(x)$ ，量词和逻辑连接词表示下面的句子。其中量词域由所在学校的所有学生组成。

1. 存在一个学生既会说俄语又精通 C++
2. 没有一个学生会说俄语或者精通 C++
3. 所有精通 C++ 的学生都会说俄语
4. 每个学生要么会说俄语要么懂 C++

Problem 2

证明下列逻辑等价式，其中 x 在 A 中不作为自由变元出现。假设论域非空。

a) $(\forall x P(x)) \vee A \equiv \forall x (P(x) \vee A)$

b) $(\exists x P(x)) \vee A \equiv \exists x (P(x) \vee A)$

Problem 3

下列逻辑公式的真值是什么？

a) $\exists! x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$

b) $\forall x P(x) \rightarrow \exists! x P(x)$

c) $\exists! x \neg P(x) \rightarrow \neg \forall x P(x)$

Problem 4

使用谓词、量词、逻辑联结词和数学运算符表达语句 “有一个正整数不是三个整数的平方和”。

Problem 5

假定命题函数 $P(x, y)$ 的论域由 x 和 y 的有序对组成, 其中 x 是 1、2 或 3, y 是 1、2 或 3。用析取式和合取式写出下列逻辑公式。

a) $\forall x \forall y P(x, y)$

b) $\forall y \exists x P(x, y)$

Problem 6

找出变元 x 、 y 和 z 的一个公共论域, 使逻辑公式 $\forall x \forall y ((x \neq y) \rightarrow \forall z ((z = x) \vee (z = y)))$ 为真, 再找出另外一个论域使其为假。

Problem 7

对于如下两个逻辑公式 $\neg \exists x \forall y P(x, y)$ 和 $\forall x \exists y \neg P(x, y)$, 假定相同字符指示的变元有相同的论域, 证明它们是逻辑等价的。

Problem 8

用推理规则证明: 如果 $\forall x (P(x) \vee Q(x))$, $\forall x (\neg Q(x) \vee S(x))$, $\forall x (R(x) \rightarrow \neg S(x))$ 和 $\exists x \neg P(x)$ 为真, 则 $\exists x \neg R(x)$ 为真。