TS225 - Projet Signal

Maxime PETERLIN - Gabriel VERMEULEN

ENSEIRB-MATMECA, Bordeaux

14 novembre 2014

Table des matières

1 Introduction

2 Analyse spectrale et préliminaire à l'analyse temps-fréquence

2.1 Étude théorique

La FFT (*Fast Fourier Transform*) est un algorithme de calcul de la transformée de Fourier discrète. Pour appliquer ce dernier, le signal que l'on cherche à étudie doit être constitué de 2^N points, avec $N \in \mathbb{N}$. Si le signal analysé ne possède pas un nombre de points suffisant, on peut compléter ce dernier par des zéros, ce procédé est nommé zero-padding. Le nombre de point étant augmenté dans le domaine temporel, on gagne en précision dans le domaine fréquentiel.

Matlab nous fourni de nombreux outils implémentant cette algorithme. On peut ainsi s'aider des fonctions suivantes :

fft Permet de calculer une transformée de Fourier discrète avec l'algorithme de la transformée de Fourier rapide ;

fft2 Permet de calculer une transformée de Fourier 2D discrète avec l'algorithme de la transformée de Fourier rapide ;

fftshift Permet de recentrer la transformée de Fourier par rapport à la composante de fréquence nulle.

Lorsqu'on étudie des signaux, on ne peut le faire sur des temps inifinis. Ainsi, afin d'avoir un support temporel qui soit fini, on fenêtre les signaux étudiés. Nous allons, ici, analyser spectralement l'impact d'un tel fenêtrage sur un signal sinusoïdal, que l'on échantillonnera par la suite, représenté par la fonction suivante : $s(x) = sin(2\pi f_0 t)$.
On fenêtre ce signal rectangulairement par une porte de taille N, on obtient alors :

$$f(x) = sin(2\pi f_0 t) \cdot \Pi_N(t)$$

Puis on échantillonne ce dernier à une fréquence f_{ech} :

$$\tilde{f}(x) = sin(2\pi f_0 t) \cdot \Pi_N(t) \cdot \text{Ш}_{\frac{1}{f_{ech}}}(t)$$

On calcule alors la transformée de Fourier de ce signal :

$$\tilde{F}(\nu) = \frac{1}{2j}[\delta(\nu + f_0) - \delta(\nu - f_0)] \otimes N \cdot sinc(N\nu) \otimes f_{ech}\text{Ш}_{f_{ech}}(\nu) \quad (1)$$

$$= \quad (2)$$