

反正切函数的应用

arctan.pas/c/cpp

反正切函数可展开成无穷级数，有如下公式

$$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} \quad (\text{其中 } 0 \leq x \leq 1) \quad \text{公式(1)}$$

使用反正切函数计算 π 是一种常用的方法。例如，最简单的计算 π 的方法：

$$\begin{aligned} \pi &= 4 \arctan(1) \\ &= 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots \right) \end{aligned} \quad \text{公式(2)}$$

然而，这种方法的效率很低，但我们可以根据角度和的正切函数公式：

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha) \tan(\beta)} \quad \text{公式(3)}$$

通过简单的变换得到：

$$\arctan(p) + \arctan(q) = \arctan\left(\frac{p+q}{1-pq}\right) \quad \text{公式(4)}$$

利用这个公式，令 $p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{p+q}{1-pq} = 1$ ，有

$$\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}\right) = \arctan(1)$$

使用 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 的反正切来计算 $\arctan(1)$ ，速度就快多了。

我们将公式(4)写成如下形式

$$\arctan\left(\frac{1}{a}\right) = \arctan\left(\frac{1}{b}\right) + \arctan\left(\frac{1}{c}\right)$$

其中 a 、 b 和 c 均为正整数。

我们的问题是：对于每一个给定的 a ($1 \leq a \leq 60000$)，求 $b + c$ 的值。我们保证对于任意的 a 都存在整数解。如果有多个解，要求你给出 $b + c$ 最小的解。

输入文件 (arctan.in)

输入文件中只有一个正整数 a ，其中 $1 \leq a \leq 60000$ 。

输出文件 (arctan.out)

输出文件中只有一个整数，为 $b + c$ 的值。

输入样例

1

输出样例

5