

NOI 分区联赛 - 1997 年第四届初中组

试题解析

注意：解析和源程序均为 OIBH 站长刘汝佳所写，疏漏在所难免

一、设有一个 $N \times M$ 方格的棋盘 ($1 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq 100$) (30%)

求出该棋盘中包含有多少个正方形、多少个长方形 (不包括正方形)。

例如：当 $N=2, M=3$ 时：

正方形的个数有 8 个：即边长为 1 的正方形有 6 个；

边长为 2 的正方形有 2 个。

长方形的个数有 10 个：

即 2×1 的长方形有 4 个：

1×2 的长方形有 3 个：

3×1 的长方形有 2 个：

3×2 的长方形有 1 个：

程序要求：输入： N, M

输出：正方形的个数与长方形的个数

如上例：输入：2 3

输出：8, 10

[分析]

题目够简单吧！直接套公式。不知道公式也可以，自己推吧。

根据乘法原理，先确定长方形的长的总个数，再确定宽。

二、把 1, 2, ..., 9 共 9 个数排成下列形状的三角形：(30%)

```
      a
     b c
    d   e
   f g h i
```

其中： $a \sim i$ 分别表示 1, 2, ..., 9 中的一个数字，并要求同时满足下列条件：

(1) $a < f < i$

(2) $b < d, g < h, c < e$ ；

(3) $a+b+d+f=f+g+h+i=i+e+c+a=P$

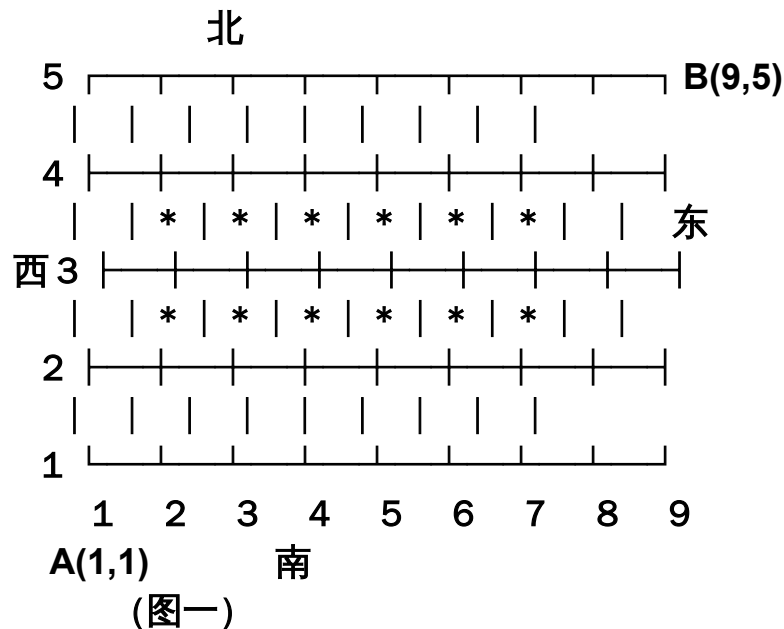
程序要求：根据输入的边长之和 P ，输出所有满足上述条件的三角形的个数及其中的一

种方案。

[分析]

直接枚举就可以了，没有什么问题。注意因为 $a+b+d+f=P$ ，只需要枚举 a,b,d ，根据 $f=P-a-b-d$ 计算出 f

三、设有一个 $N * M$ ($1 \leq N \leq 50, 1 \leq M \leq 50$) 的街道 (如图一) : (40%)



规定行人从 $A(1,1)$ 出发，在街道上只能向东或北方向行走。

图二为 $N = 3, M = 3$ 的街道图，从 A 出发到达 B 共有 6 条可供行走的路径：

1. $A-A1-A2-A5-B$
2. $A-A1-A4-A5-B$
3. $A-A1-A4-A7-B$
4. $A-A3-A4-A5-B$
5. $A-A3-A4-A7-B$
6. $A-A3-A6-A7-B$

若在 $N * M$ 的街道中，设置一个矩形障碍区域 (包括围住该区域的街道) 不让行人通

行，如图一中用“*”表示的部分。

此矩形障碍区域用 2 对顶点坐标给出，图一中的 2 对顶点坐标为： $(2, 2)$, $(8, 4)$ ，此时从

A 出发到达 B 的路径仅有两条。

程序要求

任务一：给出 N, M 后，求出所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。

任务二：给出 N, M ，同时再给出此街道中的矩形障碍区域的 2 对顶点坐标 $(X1, y1)$,

$(X2, Y2)$ ，然后求出此种情况下所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。

[分析]

注意：N=50,M=50,无障碍时，数目为 $100!/(50!*50!) > 10^{29}$,连 extended 都不行了，需要用高精度计算。

另外，这么大的数也说明了本题不可能用搜索，只能用递推。也就是借助加法原理来计算。

在中间有 $t[x,y]=t[x-1,y]+t[x,y-1]$ ，其他地方类似。

有障碍或在边上时把公式变一下，少加一两项就可以了。

Copyright OIBH <http://oibh.yeah.net>