《rainfall》设计报告

吴景岳

【题目背景】

本题是第二试的第一题，数据范围很小，算法也不难想到。本题所考察的重点并不是算法，而是选手的编程基本功，例如思维的清晰度、代码的编写能力、程序的调试能力以及测试数据的设计等等。

【标准算法】

如果不进行抽象，直接硬做，是很麻烦的，因为需要考虑的东西实在太多。比如每两把伞何时相遇、何时追击以及每把伞在某个特定时刻的位置等等。

事实上稍加抽象，问题便可简单明了很多。

题目要求 T 时间内落到人行横道上的雨水体积，也就是落下来的雨水的总体积减去被自动伞挡掉的雨水体积。

以时间 t 作为横坐标，伞的位置 x 作为纵坐标，建立平面直角坐标系。每把伞在 T 时间内的移动情况都可以在这个坐标系上表示出来。

例如：有两把伞，长度均为 1，人行横道的宽度为 4，T=5。第一把伞的初始位置为 0，初始速度为 1；第二把伞的初始位置为 3，初始速度为-1。这两把伞的移动情况在坐标系上表示如图 1。

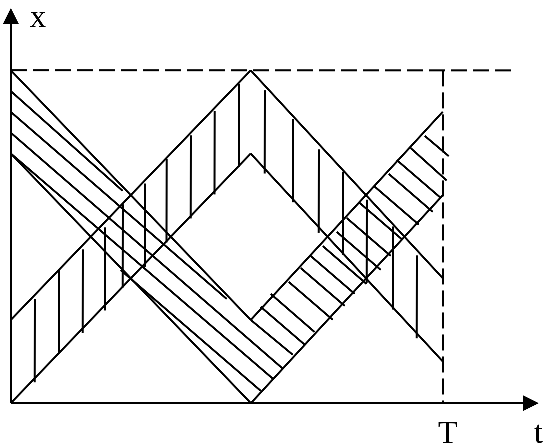

图 1

如果把每把自动伞分开考虑，一把自动伞所挡掉的雨水体积在图上就是一条由若干小平行四边形拼接而成的折线条。那么，时间 T 内被所有自动伞挡掉的雨水体积就是所有小平行四边形的面积并，即图 1 中阴影部分的面积。我们只要用计算几何的方法，求出阴影部分的面积，问题便宣告解决了。

求阴影部分的面积可以采取分段处理的方法。先求出图上所有线段两两之

间的交点，把这些交点的横坐标称作事件点，依次表示为 T_0（=0），T_1，T_2，……，T_r（=T），，如图 2 所示，我们来研究如何计算相邻两个事件点之间面积。记 t 时刻被所有自动伞挡掉的面积为 $S(t)$，显然在区间 $[T_i,T_{i+1}]$ 上，$S(t)$ 是线性变化的，于是在坐标系中事件

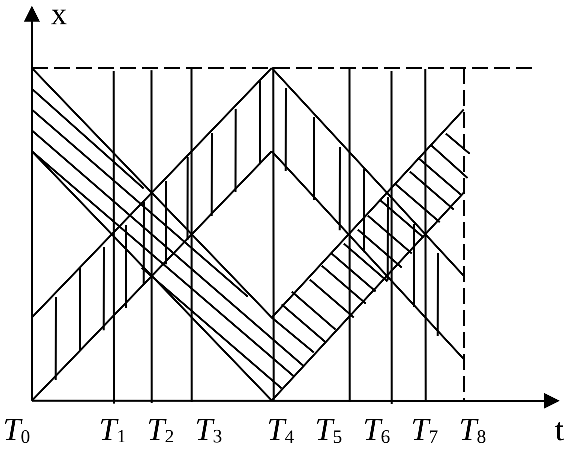

图 2

点 T_i 和 T_{i+1} 之间的面积一定等于 $\dfrac{[S(T_i)+S(T_{i+1})]\times(T_{i+1}-T_i)}{2}$。因此，整个阴影部分的面积等于 $\sum_{i=0}^{r-1}\dfrac{[S(T_i)+S(T_{i+1})]\times(T_{i+1}-T_i)}{2}$。

现在只剩下一个问题了——如何求 $S(t)$。继续对照坐标系，如果在 t 处画一条竖直的线（如图 3），每把伞对应的折线条都与该直线相交于一条竖直的线段，显然，这些线段的长度并就等于 $S(t)$。

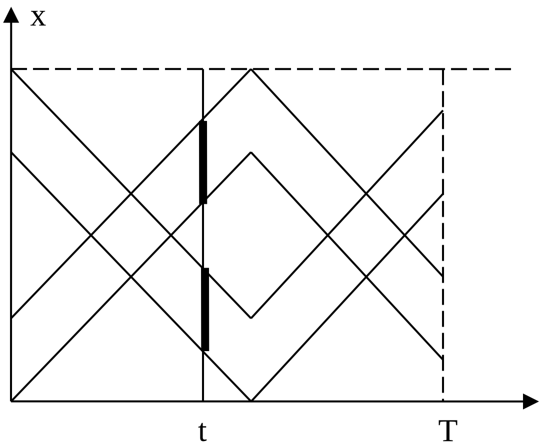

图 3

【其它算法】

- 仍然使用公式 $\sum_{i=0}^{r-1}\frac{[S(T_i)+S(T_{i+1})]\times(T_{i+1}-T_i)}{2}$，但是 T_i 不是事件点，而是以一个很小的值 d 作为时间步长得到的时刻，即 $T_0=0$，$T_r=T$，$T_{i+1}-T_i=d$（$i=1,2,\ldots,r$）。
- 预计得分：20 分

【测试数据】

测试点编号	n
1	2
2	2
3	3
4	5
5	8
6	10
7	10
8	10
9	10
10	10