

第十六届全国青少年信息学(计算机)奥林匹克竞赛  
(NOI'99)

# 第一试试题

· 试题说明

试题名称	分值	可执行文件名	输入文件名	输出文件名	试题文本页数
01 串	50	Sequence.exe	Input.txt	Output.txt	1
钉子与小球	50	Ball.exe	Input.txt	Output.txt	2
生日蛋糕	50	Cake.exe	Input.txt	Output.txt	1

· 竞赛时间：8:00—12:00

## 01 串

### 01 Sequence

**sequence.{pas|bas|c}**

**sequence.exe**

给定 7 个整数  $N, A_0, B_0, L_0, A_1, B_1, L_1$ ，要求设计一个 01 串  $S=s_1s_2\dots s_i\dots s_N$ ，满足：

1.  $s_i=0$  或  $s_i=1$ ， $1\leq i\leq N$ ；
2. 对于  $S$  的任何连续的长度为  $L_0$  的子串  $s_js_{j+1}\dots s_{j+L_0-1}$  ( $1\leq j\leq N-L_0+1$ )，0 的个数大于等于  $A_0$  且小于等于  $B_0$ ；

3. 对于 S 的任何连续的长度为  $L_1$  的子串  $s_j s_{j+1} \dots s_{j+L_1-1}$  ( $1 \leq j \leq N-L_1+1$ )，1 的个数大于等于  $A_1$  且小于等于  $B_1$ ;

例如， $N=6, A_0=1, B_0=2, L_0=3, A_1=1, B_1=1, L_1=2$ ，则存在一个满足上述所有条件的 01 串  $S=010101$ 。

## 输入

仅一行，有 7 个整数，依次表示  $N, A_0, B_0, L_0, A_1, B_1, L_1$  ( $3 \leq N \leq 1000$ ,  $1 \leq A_0 \leq B_0 \leq L_0 \leq N$ ,  $1 \leq A_1 \leq B_1 \leq L_1 \leq N$ )，相邻两个整数之间用一个空格分隔。

## 输出

仅一行，若不存在满足所有条件的 01 串，则输出一个整数 -1，否则输出一个满足所有条件的 01 串。

## 样例输入

6 1 2 3 1 1 2

## 样例输出

010101

## 钉子和小球

### Nails & Ball

Ball.{pas|bas|c}

Ball.exe

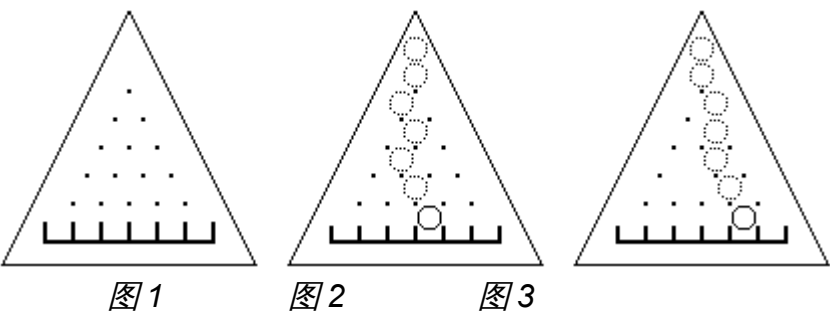
有一个三角形木板,竖直立放，上面钉着  $n(n+1)/2$  颗钉子，还有  $(n+1)$  个格子（当  $n=5$  时如图 1）。每颗钉子和周围的钉子的距离都等于  $d$ ，每个格子的宽度也都等于  $d$ ，且除了最左端和最右端的格子外每个格子都正对着最下面一排钉子的间隙。

让一个直径略小于  $d$  的小球中心正对着最上面的钉子在板上自由滚落，小球每碰到一个钉子都可能落向左边或右边（概率各  $1/2$ ），且球的中心还会正对着下一颗将要碰上的钉子。例如图 2 就是小球一条可能的路径。

$$C_n^i / 2^n = \frac{n!}{i!(n-i)!} / 2^n$$

我们知道小球落在第  $i$  个格子中的概率  $p_i = \frac{1}{2^n}$ ，其中  $i$  为格子的编号，从左至右依次为  $0, 1, \dots, n$ 。

现在的问题是  
确定最下面一  
路径。



$\frac{1}{2^n} p_m$ 。假  
可能的

输入

第 1 行为整数  $n$  ( $2 \leq n \leq 50$ ) 和  $m$  ( $0 \leq m \leq n$ )。以下  $n$  行依次为木板上从上至下  $n$  行钉子的信息，每行中“\*”表示钉子还在，“.”表示钉子被拔去，注意在这  $n$  行中空格符可能出现在任何位置。

输出

仅一行，是一个既约分数(0 写成 0/1)，为小球落在编号为  $m$  的格子中的概率  $p_m$ 。既约分数的定义： $A/B$  是既约分数，当且仅当  $A$ 、 $B$  为正整数且  $A$  和  $B$  没有大于 1 的公因子。

样例输入

5 2  
  
\*  
  
\* .  
  
\* \* \*  
  
\* . \* \*  
  
\* \* \* \* \*

样例输出

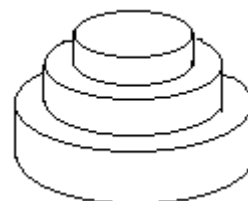
7/16

## Cake.{pas|bas|c}

### Cake.exe

7月17日是Mr.W的生日，ACM-THU为此要制作一个体积为 $N\pi$ 的M层生日蛋糕，每层都是一个圆柱体。

设从下往上数第 $i$  ( $1 \leq i \leq M$ )层蛋糕是半径为 $R_i$ ，高度为 $H_i$ 的圆柱。当 $i < M$ 时，要求 $R_i > R_{i+1}$ 且 $H_i > H_{i+1}$ 。



由于要在蛋糕上抹奶油，为尽可能节约经费，我们希望蛋糕外表面（最下一层的下底面除外）的面积 $Q$ 最小。

令 $Q = S\pi$

请编程对给出的 $N$ 和 $M$ ，找出蛋糕的制作方案（适当的 $R_i$ 和 $H_i$ 的值），使 $S$ 最小。

（除 $Q$ 外，以上所有数据皆为正整数）

### 输入

有两行，第一行为 $N$  ( $N \leq 10000$ )，表示待制作的蛋糕的体积为 $N\pi$ ；第二行为 $M$  ( $M \leq 20$ )，表示蛋糕的层数为 $M$ 。

### 输出

仅一行，是一个正整数 $S$ （若无解则 $S=0$ ）。

### 样例输入

100  
2

### 样例输出

68

附：圆柱公式

体积 $V = \pi R^2 H$

侧面积 $A' = 2\pi R H$

底面积 $A = \pi R^2$