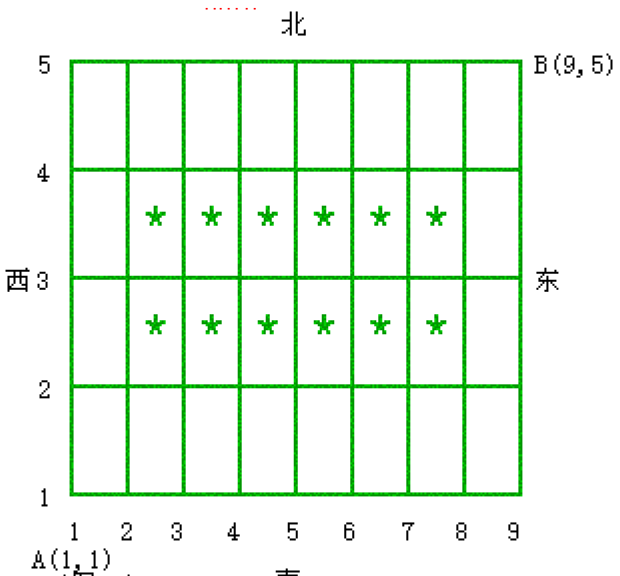
1997 年全国青少年信息学（计算机）奥林匹克分区联赛复赛试题（初中组 竞赛用时：3 小时）

一、设有一个 N*M 方格的棋盘（ l< = N< = 100，1< = M< = 100）。 (30％)
求出该棋盘中包含有多少个正方形、多少个长方形（不包括正方形）。
例如：当 N=2， M＝3 时：

正方形的个数有 8 个：即边长为 1 的正方形有 6 个；
边长为 2 的正方形有 2 个。
长方形的个数有 10 个：
即 2*1 的长方形有 4 个：
1*2 的长方形有 3 个：
3*1 的长方形有 2 个：
3*2 的长方形有 1 个：
程序要求：输入：N，M
输出：正方形的个数与长方形的个数
如上例：输入：2 3
输出：8，10
二、把 1，2，… 9 共 9 个数排成下列形状的三角形：（ 30％）
a
b c
d e
f g h i

其中：a～i 分别表示 1，2，...9 中的一个数字，并要求同时满足下列条件：
(1) a<f<i
（2）b＜d, g＜h， c＜e；
（3）a＋b＋d＋f＝ f＋g＋h＋i＝ i＋e＋c＋a＝ P
程序要求：根据输入的边长之和 P，输出所有满足上述条件的三角形的个数及其中的一种方案。
三、设有一个 N＊M（l＜＝ N＜＝50，l＜＝ M＜＝ 50）的街道（如图一）：（40%）



（图一）

规定行人从 A(1,1)出发，在街道上只能向东或北方向行走。
图二为 N＝3，M=3 的街道图，从 A 出发到达 B 共有 6 条可供行走的路径：

1. A-A1-A2-A5-B
2. A-A1-A4-A5-B
3. A-A1-A4-A7-B
4. A-A3-A4-A5-B
5. A-A3-A4-A7-B
6. A-A3-A6-A7-B

若在 N * M 的街道中，设置一个矩形障碍区域（包括围住该区域的的街道）不让行人通行，如图一中用“ * ”表示的部分。
此矩形障碍区域用 2 对顶点坐标给出,图一中的 2 对顶点坐标为:(2，2),(8，4),此时从 A 出发到达 B 的路径仅有两条。
程序要求
任务一：给出 N，M 后，求出所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。
任务二：给出 N，M，同时再给出此街道中的矩形障碍区域的 2 对顶点坐标(X1,y1),（X2，Y2），然后求出此种情况下所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。

NOI 分区联赛 - 1997 年第三届初中组试题解析

注意：解析和源程序均为 OIBH 站长刘汝佳所写，疏漏在所难免

一、设有一个 N*M 方格的棋盘（l<=N<=100,1<=M<=100）(30％)
求出该棋盘中包含有多少个正方形、多少个长方形（不包括正方形）。
例如：当 N=2, M=3 时：

正方形的个数有 8 个：即边长为 1 的正方形有 6 个；

边长为 2 的正方形有 2 个。

长方形的个数有 10 个：

即 2*1 的长方形有 4 个：

1*2 的长方形有 3 个：

3*1 的长方形有 2 个：

3*2 的长方形有 1 个：

程序要求：输入：N，M

输出：正方形的个数与长方形的个数

如上例：输入：2 3

输出：8，10

[分析]
题目够简单吧！直接套公式。不知道公式也可以，自己推吧。
根据乘法原理，先确定长方形的长的总个数，再确定宽。

二、把 1，2，… 9 共 9 个数排成下列形状的三角形：（30％）

```
      a
    b   c
  d       e
f   g   h   i
```

其中：a～i 分别表示 1，2，...9 中的一个数字，并要求同时满足下列条件：

(1) a<f<i

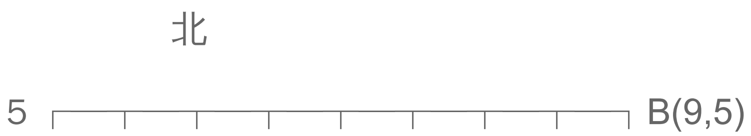
（2）b<d, g<h，c<e；

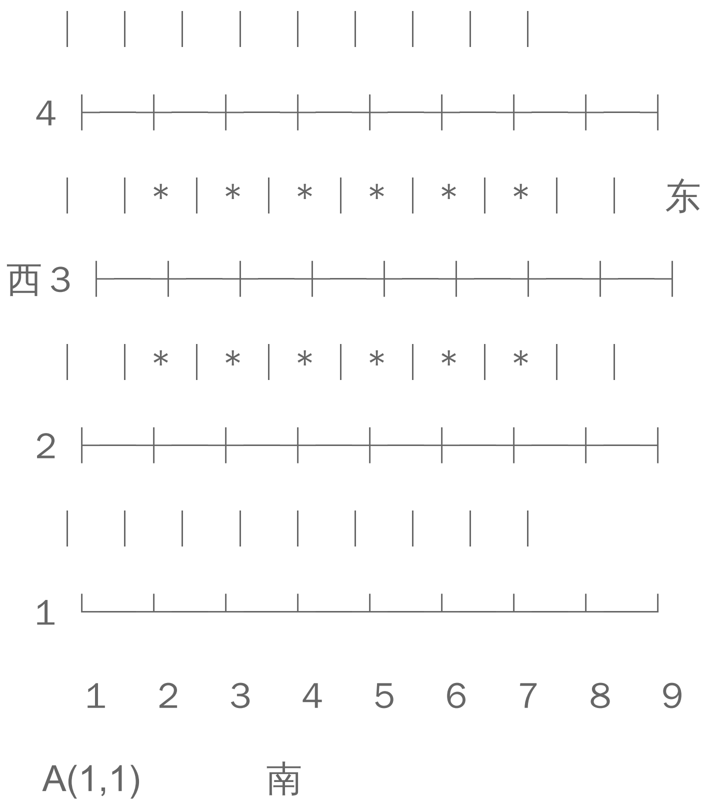
（3）a+b+d+f=f+g+h+i=i+e+c+a=P

程序要求：根据输入的边长之和 P，输出所有满足上述条件的三角形的个数及其中的一
种方案。

[分析]
直接枚举就可以了，没有什么问题。注意因为 a+b+d+f=P,只需要枚举 a,b,d，根据 f=P-a-b-d
计算出 f

三、设有一个 N＊M（I<=N<=50，I<=M<=50）的街道（如图一）：（40%）





（图一）

规定行人从 A(1,1)出发，在街道上只能向东或北方向行走。
图二为 N＝3，M=3 的街道图，从 A 出发到达 B 共有 6 条可供行走的路径：

1. A-A1-A2-A5-B
2. A-A1-A4-A5-B
3. A-A1-A4-A7-B
4. A-A3-A4-A5-B
5. A-A3-A4-A7-B
6. A-A3-A6-A7-B

若在 N＊M 的街道中，设置一个矩形障碍区域（包括围住该区域的的街道）不让行人通
行，如图一中用“＊”表示的部分。
此矩形障碍区域用 2 对顶点坐标给出,图一中的 2 对顶点坐标为:(2，2),(8，4),此时从
A 出发到达 B 的路径仅有两条。
程序要求
任务一：给出 N，M 后，求出所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。
任务二：给出 N，M，同时再给出此街道中的矩形障碍区域的 2 对顶点坐标(X1,y1),

（X2，Y2），然后求出此种情况下所有从 A 出发到达 B 的路径的条数。

[分析]

注意：N=50,M=50,无障碍时，数目为 100!/(50!*50!)>10^29,连 extended 都不行了，需要
用高精度计算。
另外，这么大的数也说明了本题不可能用搜索，只能用递推。也就是借助加法原理来计算。
在中间有 t[x,y]=t[x-1,y]+t[x,y-1]，其他地方类似。
有障碍或在边上时把公式变一下，少加一两项就可以了。

附：测试数据：http://www.shzx.net.cn/cms/oi/shiti/1997fspdata.r