Aufgabe 1
Sehen Sie sich die folgenden Videos an. (Die Summe der Videozeiten beträgt ca 54 Min. Der Youtube-Kanal ist hier erreichbar:
$https://www.youtube.com/playlist?list = PLN -_r Z2fx9i39MsMhJp - f9SbuRk41khfx$

1. *01 Einführungsvideo* (18 : 18 Min)
   Einige wichtige Informationen zum erwarteten Vorwissen und zur Vorlesung.
2. *02 Reelle Zahlen* (5 : 13 Min)
   Enthält eine Vorstellung der verschiedenen Zahlenmengen. In dem Video wird gezeigt, dass man die Zahlen auch konkret auf der Zahlenachse (geometrisch) darstellen kann. Die geometrischen Konstruktionsverfahren werden nicht abgefragt (gehören nicht zur Vorlesung), sondern sollen nur einen Hinweis geben, dass Zahlen auch geometrisch konstruiert werden können. (Das gilt nicht für alle irrationalen Zahlen, z.B. $\sqrt[3]{2}$.)
3. *03 Reelle Zahlen Axiom I* (3:42 Min)
   Hieraus entnehmen Sie neben dem Axiom I unbedingt den Gruppenbegriff und die Rechenregeln. Beides müssen Sie auswendig wissen. (Falls Sie mit den Rechenregeln noch Schwierigkeiten haben, schauen Sie im Verzeichnis „/Begleitmaterial/Schulwissen“ nach.)
4. *05 Reelle Zahlen Axiom II* (6:52 Min)
   Hieraus entnehmen Sie neben dem Axiom II unbedingt die Regeln für das Rechnen mit Ungleichungen. Diese müssen Sie auswendig wissen.
5. *06 Reelle Zahlen Axiom III* (8:59 Min)
   Neben dem Axiom III lernen Sie hier wichtige Grundbegriffe und Eigenschaften von Mengen kennen: Intervalle, Ungleichungen zwischen Mengen, den Beschränktheitsbegriff und damit zusammenhängende Begriffe wie Supremum, Infimum, Maximum und Minimum. Das alles sind Grundbegriffe, die wir immer wieder verwenden werden und die Sie kennen müssen.
6. *07 Betrag und Abstand* (7:16 Min)
   Ganz wichtig. Schauen Sie hierzu auch im entsprechenden Grundlagendokument zum Schulwissen nach (Verzeichnis „/Begleitmaterial/Schulwissen“). Es kommt immer wieder vor, dass Studierende noch in der Klausur Schwierigkeiten mit der Betragsfunktion haben.
7. *08 Epsilon-Umgebung und Umgebung* (3:46 Min). Hier wird Ihnen ein Werkzeug vorgestellt, mit dem man Zahlen in der Nähe anderer Zahlen charakterisieren kann. Dieses werden wir immer wieder verwenden. Mit dem Umgebungsbegriff sollten Sie „auf Du und Du sein“.

Das Video *04 Irrationalitaet-Wurzel-Zwei* (3:01 Min) ist optional und können Sie bei Interesse ansehen (Nicht klausurrelevant).

Beachten Sie bitte, dass die Videoinhalte zum ersten Vorlesungstermin schon vorausgesetzt werden.

Ziel dieser Vorarbeit ist, dass alle Studierende ein gleiches Verständnis über das Fundament der Analysis mitbringen: Wir benutzen drei (angenommene und nicht beweisbare) Eigenschaften (Axiome) und leiten daraus Grundeigenschaften der reellen Zahlen her.

Einige Beispielfragen zu den Videos:

1. Auf welchen Grundtatsachen bauen die reellen Zahlen auf?
2. Was bedeutet die Aussage: "Die Menge der reellen Zahlen ist ein angeordneter Körper."?
3. Was heißt es, wenn eine Menge (reeller Zahlen) beschränkt ist?
4. Was ist eine obere (untere) Schranke?
5. Welche Lösungsmenge hat die Ungleichung $1 + |x| < 4$?
6. Kann eine Menge reeller Zahlen ein Maximum aber kein Supremum haben?
7. Geben Sie eine Menge an, die nach unten aber nicht nach oben beschränkt ist.
8. Geben Sie eine Menge mit Supremum aber ohne Maximum an.
9. Kann eine Menge ohne Maximum und ohne Supremum beschränkt sein?

(Falls nichts anderes gesagt: Menge = Menge reeller Zahlen.)

Aufgabe 2
Schauen Sie sich das Video „09 Aufgabenbeispiele zu Ungleichungen an“ und versuchen Sie die gezeigten Rechnungen nachzuvollziehen.

Aufgabe 3
Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die sog. Bernoullische Ungleichung:
Für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geqslant -1$ und für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $(1+x)^n \geqslant 1+nx$.
Optionale Frage: Für welche Fälle gilt das Gleichheitszeichen?

(Diese Aufgabe sollte eine Wiederholung der vollständigen Induktion sein, die Sie ja schon in der Vorlesung Diskrete Mathematik I gelernt haben.)

Aufgabe 4
Beweisen Sie:
Eine nichtleere Teilmenge M von $\mathbb{R}$ hat höchstens ein Supremum und höchstens ein Infimum.

(Möglicherweise sind Ihnen solche Aufgaben ungewohnt. Versuchen Sie es einfach mal. Tip: Nehmen Sie das Gegenteil an.)

Aufgabe 5
Stellen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen fest.

1. $\frac{2x+1}{5} + b = a, \quad a, b$ sind reelle Konstanten.
2. $3x(x+4)+11 = x(3x+4)+8(x+2)$
3. $2x\left(x+1+\frac{1}{x}\right) = 2(x^2+x)+2$
4. $\frac{x+1}{x-3} < 3$
5. $x^2 - 2x > 2$
6. $|x+2| = |2x-3|+1$