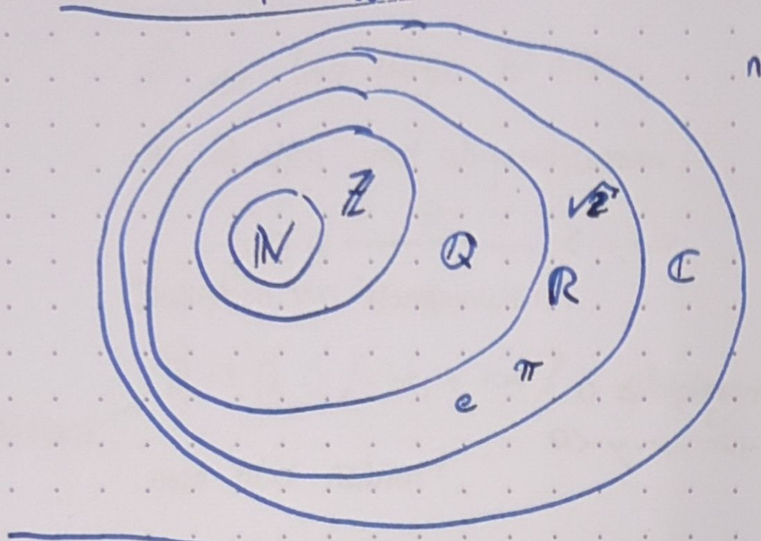
Blick auf Zahlen



natürliche Zahlen

$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z} := \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ Ganze Zahlen

$\mathbb{Q} := \{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{N}\}$ Irrationalen Zahlen

Lsg. $3x = 5$

$\mathbb{R} := \mathbb{Q} \cup$ Menge der irrationalen Zahlen

$x^2 + 1 = 0 \qquad i^2 = -1 \qquad i := \sqrt{-1}$

$\mathbb{C} := \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ $\qquad \mathbb{C}$ ist Körper, aber nicht angeordnet

$3 + 4i$ komplexe Zahl

Notation: $A \subsetneq B$ echte Teilmenge

$A \subseteq B$ echte oder unechte Teilmenge

$M := \{1, 2, 3\}$ $\quad |M| = 3$ Mächtigkeit von M $\quad$ endliche Menge: Anzahl der Elemente

nat. Zahlen:

$|\mathbb{N}| = \aleph_0$ (Aleph 0) abzählbar unendlich

Ganze Zahlen

$|\mathbb{Z}| = \aleph_0$

Rationale Zahlen

$|\mathbb{Q}| = \aleph_0$

$n \backslash z$	1	2	3	4	…
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	…
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	
4	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	
⋮		⋮			

$\mathbb{R}$ ist überabzählbar unendlich

$|\mathbb{R}| = \aleph_1$

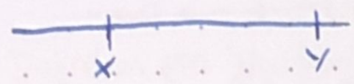
z.B. Zahlen von 0 bis 1: aufschreiben als unendliche Dezimalbrüche

0,125524…
0,21067…
0,31986…

Wiederholung

$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Betrag von



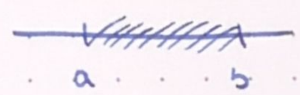
Abstand von x,y: $|x-y| = \begin{cases} x-y & \text{für } x-y \geq 0 \\ -\underbrace{(x-y)}_{y-x} & \text{für } x-y < 0 \end{cases}$

Wichtig: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

$|x+y| \leq |x| + |y|$ Dreiecksvergleich

Intervalle

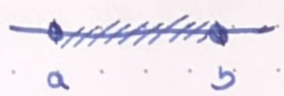
$a, b \in \mathbb{R}$

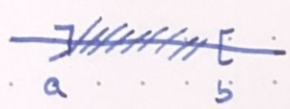


$[a,b] := \{x \mid a \leq x \leq b\}$

abgeschlossenes Intervall

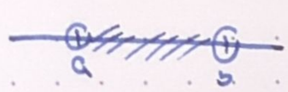
a & b sind Randpunkte





$]a,b[:= \{x \mid a < x < b\}$

offenes Intervall

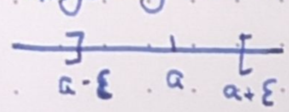


$]a,b] := \{x \mid a < x \leq b\}$

halboffenes Intervall

$[a,b[$ ...

ε-Umgebung von $a \in \mathbb{R}$

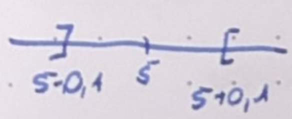


$\varepsilon > 0$

$U_\varepsilon(a) := \{x \mid a-\varepsilon < x < a+\varepsilon\}$

symmetrisches, offenes Intervall um a

$= \{x \mid |a-x| < \varepsilon\}$



$\varepsilon = 0,1$

$|a-x| < \varepsilon$

-> siehe Betrag Fallunterscheidung

$\emptyset$ die leere Menge ist offen

$\mathbb{R}$ ist offen und abgeschlossen

$$-\infty < \overset{\mathbb{R}}{\overline{\qquad\qquad}} < +\infty$$

Definition von "Randpunkten"

R-Dach $\widehat{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ Achtung: $\widehat{\mathbb{R}}$ ist kein Körper; mit den Symbolen kann man nicht rechnen!