Vorlesung 1

F.5

$$|M \times N| = 6 = |M| \cdot |N|$$

F.10 $M := \{1,2,3\}$, $N := \{2,3\}$

Relation: „kleiner als", Symbol: „<".

Es gilt: $1 < 2$, $1 < 3$, $2 < 3$

Es ist:

$$M \times N = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$$

Damit: $< \; = \{(1,2), (1,3), (2,3)\} \subseteq M \times N$.

F.12 Matrix (Matrizen)

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,3 \\ j=1,\dots,3}}, \; a_{ij} \in \mathbb{R}$$

Hauptdiagonale $(i=j)$

$$A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

Spaltenanzahl

Zeilenanzahl

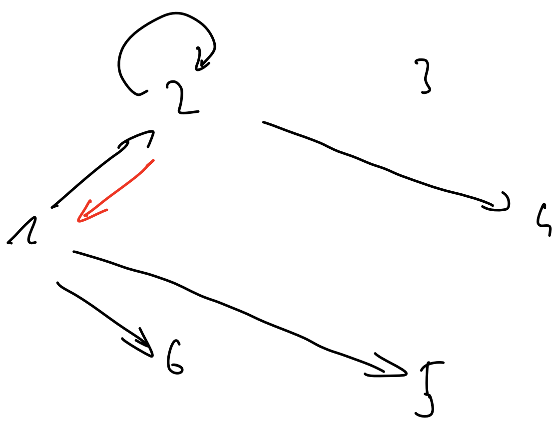
$$B := \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = (b_{ij})_{\substack{i=1,\dots,3 \\ j=1,2}} \in \mathbb{R}^{3\times 2}$$

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & -6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 3}$$

Relationen R auf $M \times N$ sind in der Matrixdarstellung (M_R) Elemente von $\{0,1\}^{|M|\times|N|}$,

d.h.: $M_R \in \{0,1\}^{|M|\times|N|}$.

F. 14



$R \cup \{(2,1)\}$

F. 15 ~~36~~, $6^6 = \cancel{4}6656$, $\cancel{6^1+6^2+\dots+6^6}$, $\cancel{2^6=64}$, ~~30~~, ~~72~~, $\cancel{2^7=128}$, $\cancel{2^{6!}=720}$, ~~66~~

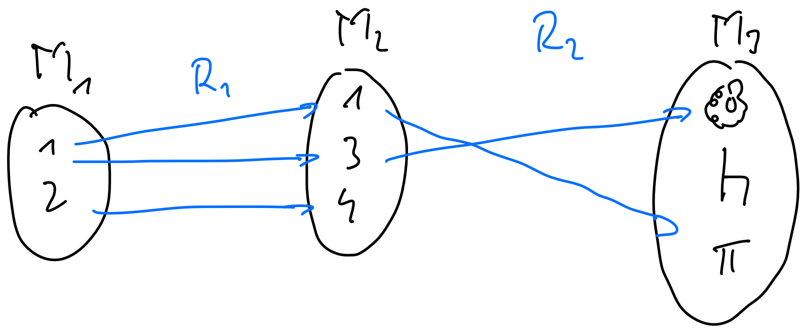
F.11

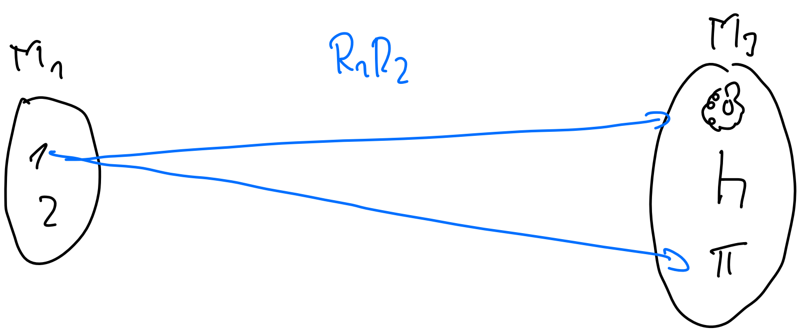
Hauptdiagonale ist die Diagonale, bei der die Indizes i,j gleich sind.

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{spiegeln}} A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

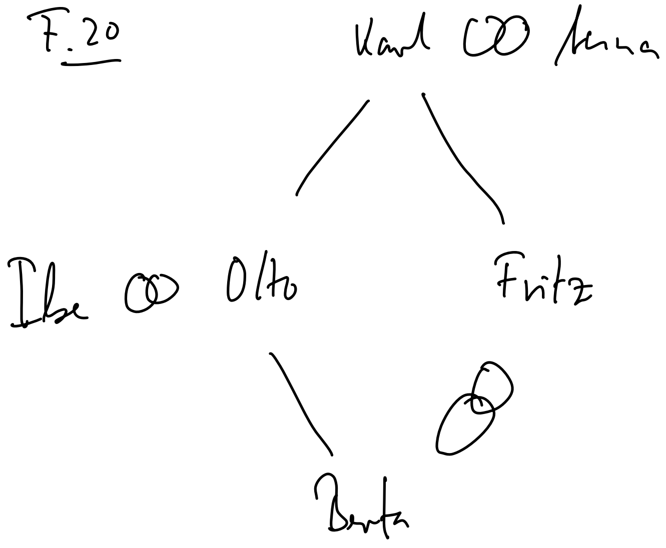
$$B := \underbrace{\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}}_{\in \mathbb{R}^{3\times 2}} \xrightarrow{\text{spiegeln}} B^T = \underbrace{\begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \end{pmatrix}}_{\in \mathbb{R}^{2\times 3}}$$

F.19





F. 20



F. 22 Bew. Satz (ausführliche Variante):

[7.7: $(R_1 R_2) R_3 = R_1 (R_2 R_3)$]

„$\subseteq$": Sei $u \in (R_1 R_2) R_3 \subseteq M_1 \times M_4$.

Nach Def. „$\times$" ex. ein $x_1 \in M_1$ und $x_4 \in M_4$ mit $u = (x_1, x_4)$. Nach Def. „$\circ$" ex. ein $x_3 \in M_3$ mit

$$(x_1, x_3) \in R_1 R_2 \quad \text{und} \quad (x_3, x_4) \in R_3.$$

Nach Def. „$\circ$" ex. ein $x_2 \in M_2$ mit $(x_1, x_2) \in R_1$ und $(x_2, x_3) \in R_2$.

Nach Def. „∘" ist $(x_2, x_4) \in R_2 R_3$.

Nach Def. „∘" ist $(x_1, x_4) \in R_1 (R_2 R_3)$.

Also $u \in R_1 (R_2 R_3)$.

„$\supseteq$": Aufgabe in moodle. //

<u>Bew. Satz (Kurze Variante):</u>

[7.7.: $(R_1 R_2) R_3 = R_1 (R_2 R_3)$]

„$\subseteq$": Sei $(x_1, x_4) \in (R_1 R_2) R_3 \subseteq M_1 \times M_4$.

Nach Def. „∘" ex. ein $x_3 \in M_3$ mit $(x_1, x_3) \in R_1 R_2$ und $(x_3, x_4) \in R_3$.

Nach Def. „∘" ex. ein $x_2 \in M_2$ mit $(x_1, x_2) \in R_1$ und $(x_2, x_3) \in R_2$.

Nach Def. „∘" ist $(x_2, x_4) \in R_2 R_3$.

Nach Def. „∘" ist $(x_1, x_4) \in R_1 (R_2 R_3)$.

„$\supseteq$": Aufgabe in moodle. //