

Funktion: $f: D_f \rightarrow W_f$ Eigenschaften: - Monotonie
- Beschränktheitachsensym. \rightarrow geradepunktsym. \rightarrow ungerade

- periodisch

- homogen vom Grad r

$$f(x) = f(-x) \quad \text{z.B. } y = x^2$$

$$f(x) = -f(-x)$$

$$f(x) = f(x+p) \quad p \text{ Periode}$$

$$f(\lambda x) = \lambda^r f(x) \quad f(x) = x^2, f(2x) = (2x)^2 = 2^2 x^2 = 2^2 f(x)$$

Jede Funktion lässt sich darstellen als Summe einer geraden und ungeraden

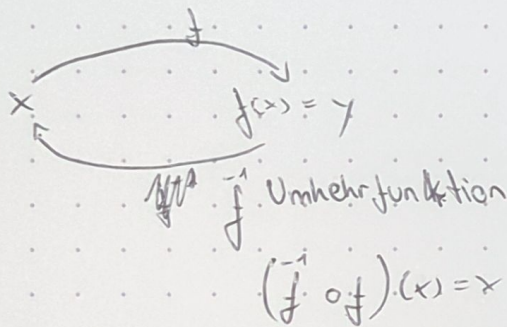
Funktion

Wenn ich die Produktion verdoppelte, erhalte ich dann auch den doppelten

Output?

 $f(x)$ streng monoton \Rightarrow Funktion injektiv, aber injektiv \nRightarrow streng monoton

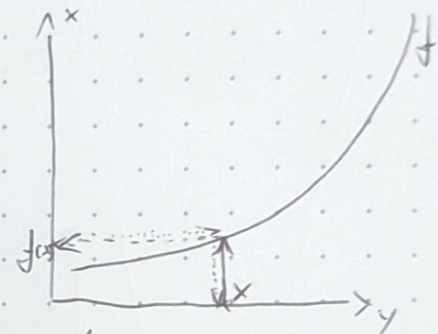
Umkehrfunktion:



$$y = f(x)$$

$$(f \circ f^{-1})(y) = y$$

$$y = \frac{x+2}{x-1}$$



$$f^{-1}(f(x)) = x \quad \text{Umkehrfunktion}$$

$$f(f^{-1}(y)) = y$$

$$f^{-1}(f^{-1}(y)) = y$$

Rezept: Umkehrfunktion von
 $y = f(x)$

- 1) Auflösen nach x
- 2) Vertausche x und y

Rezept 2:

1. Vertausche x und y
2. Auflösen nach y

Umkehrfunktion zu $y = \frac{x+2}{x-1}$:

$$1. \quad x = \frac{y+2}{y-1} \quad | \cdot (y-1)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (y-1) = y+2 \quad |$$

$$\Leftrightarrow xy - x = y+2 \quad | +x \quad | -y$$

$$\Leftrightarrow (x-1)y = x+2 \quad | : (x-1)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{x+2}{x-1}$$

$$x \cdot y = (x) \cdot y$$

$$(x-1)y$$

$$xy - y$$

$$+y$$

$$(x-1)y$$

13. Februar 2025

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{y^2}{y^2+1} \\
 x(y^2+1) &= y^2 \\
 xy^2 + x &= y^2 \\
 x + x &= 1 \\
 x &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Eine Funktion ist nicht immer ihre eigene Umkehrfunktion.

Eine Folge ist nur auf isolierten Punkten definiert, ist dementsprechend also immer stetig.

Addition & Multiplikation von Grenzwerten.

- a) $\lim_{x \rightarrow a} (f+g)(x) = u+v$
- b) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\alpha f}{\beta g} \right)(x) = \alpha u$
- c) $\lim_{x \rightarrow a} ($

Wenn zwei Funktionen übereinander:

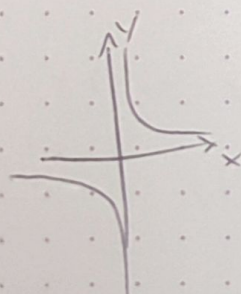
- Grenzwert der unteren bleibt immer niedriger oder wird max. gleich

$$\begin{array}{ccccc}
 x \rightarrow f(x) & \xrightarrow{h} & h(f(x)) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 a & & u
 \end{array}$$

Bsp: $\lim_{x \rightarrow 3} e^{\sin(x)} \rightarrow e^{\sin(3)}$

$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)) = f(a) \Rightarrow$ zweiseitiger Grenzwert gleich dem Funktionswert \Rightarrow stetig

stetig?
 $\frac{1}{x}$



$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Der Begriff der Stetigkeit bezieht sich ausschließlich auf den Definitionsbereich.

Alle elementaren Funktionen sind stetig.