

恒星大气

预备知识

- 热辐射：由于物质中的分子、原子受到热激发而发射电磁波的现象为热辐射。
- 单色辐射强度：描述物体辐射本领的物理量。

$$I_\lambda(T) = \frac{dE_\lambda}{d\lambda}$$

表示在一定温度 T 下，单位时间内从物体表面单位面积上波长在 λ 附近单位波长间隔内辐射出的能量。

- 辐射强度：描述物体在温度 T 时向外辐射本领的物理量，单色辐射强度对频率的积分。

$$I(T) = \int_0^\infty I_\lambda(T) d\lambda$$

表示在一定温度 T 下，单位时间内从物体表面单位面积上全波段范围内辐射出的能量。

- 热平衡辐射：物体辐射的能量等于在同一时间内所吸收的能量时，热辐射过程达到热平衡。
- 非热平衡辐射：不能仅用维持温度来使辐射继续下去，而且还要依靠某种激发机制来获得能量才能发生辐射。包括：
 - 电致发光
 - 光致发光
 - 化学发光
 - 热发光

它们都有一个共同点，即都是非平衡辐射，其光谱主要是分立的线状谱或带状谱。不同的原子、离子和分子分别具有不同的标识谱线或谱带。需要强调，热发光要加热到一定温度才会发光，如Na双黄线，而热辐射不限定于一定温度上，且形成辐射连续谱不是分立线状谱。

- 太阳和其他恒星的辐射是热辐射（黑体谱、连续谱）和热发光（非连续谱）的叠加。
- 黑体辐射：
 - 电磁波辐射和物质的相互作用有四种方式：发射、吸收、反射和透射。一个物体发射电磁波的同时，也会吸收其他物体的电磁辐射。
 - 绝对黑体：能够吸收外来一切电磁波辐射而毫无反射的物体。
- 斯特藩-玻耳兹曼定律：

$$I(T) = \int_0^\infty I_\lambda(T) d\lambda = \sigma T^4$$

9. 维恩位移定律:

$$\lambda_{max} T = Const.$$

10. 瑞利-金斯公式:

$$B_\nu(T) = \frac{2k\nu^2 T}{c^2} = \frac{2ckT}{\lambda^4}$$

11. 普朗克量子假设、黑体辐射公式:

- 能量分离不连续
- Planck公式

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

第一章 恒星观测的基本特性

第一节 恒星的光度

1. 光度 L : 天体每秒由其表面所辐射出的总能量。 (J/s)

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

亮度 I : 在地球上单位时间单位面积接收到的天体的辐射量。 (会受星际物质的吸收和散射影响)

$$I = \frac{L}{4\pi d^2}$$

2. 视星等: 天体在频率 ν 处的视星等定义为

$$m_\nu = -2.5 \log \left(\frac{f_\nu}{f_\nu(Vega)} \right)$$

视星等是恒星亮度的度量

$$m_V^A - m_V^B = -2.5 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right)$$

热星等 m_{bol} : 对整个波段积分总光度。

$$m_{bol} = m_V + B.C.$$

其中 $B.C.$ 称为热改正。

3. 绝对星等: 将恒星移动到距地球 $10pc$ 处所得的亮度, 表示恒星固有发光能力, 与距离无关。

$$M_V - m_V = -2.5 \log \left(\frac{L/4\pi 10^2}{L/4\pi d^2} \right) = 5 - 5 \log d$$

光度与绝对星等有关系

$$M_1 - M_2 = -2.5 \log \left(\frac{L_1}{L_2} \right)$$

绝对热星等 M_{bol} :

$$M_{bol} = M_V + B.C.$$

恒星的光度:

$$\log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) = -0.4 (M_{bol} - M_{bol,\odot})$$

4. 色指数: 两种颜色的星等差。

第二节 恒星的有效温度

1. 黑体辐射:

当一个辐射体是热辐射源时, 其辐射遵循Planck黑体辐射定律

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

瑞利-金斯近似: 当 $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$ 时, $e^{h\nu/kT} \approx 1 + h\nu/kT$, 因此

$$B_\nu(T) = \frac{2k\nu^2 T}{c^2} = \frac{2ckT}{\lambda^4}$$

维恩近似: 当 $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$ 时, $e^{h\nu/kT} - 1 \approx e^{h\nu/kT}$, 因此

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2hc}{\lambda^3} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

维恩定律:

$$\lambda_{max} T = Const.$$

2. 有效温度:

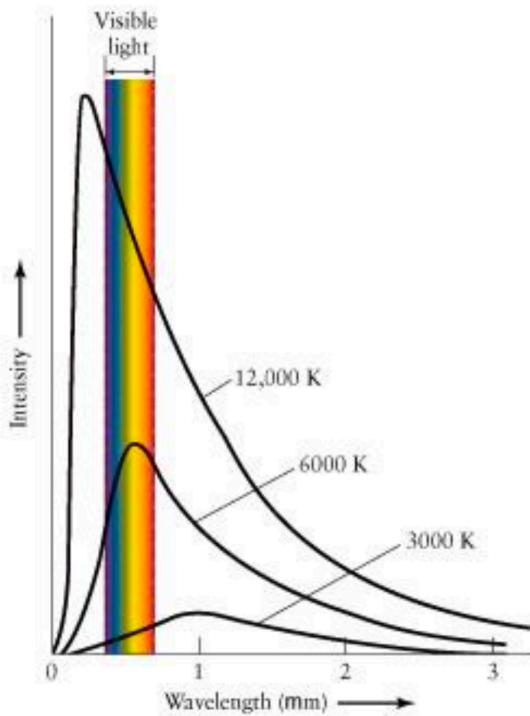
对Planck公式积分, 有

$$B(T) = \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right]^{-1} d\nu = \frac{2k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2k^4 T^4}{c^2 h^3} \cdot \frac{\pi^4}{15}$$

令 $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$, 则有

$$B(T) = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

温度越高的辐射源，其辐射峰值频率越高。



将恒星的辐射等价为黑体辐射（实际并不遵守），并定义有效温度

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4$$

第三节 恒星的分类

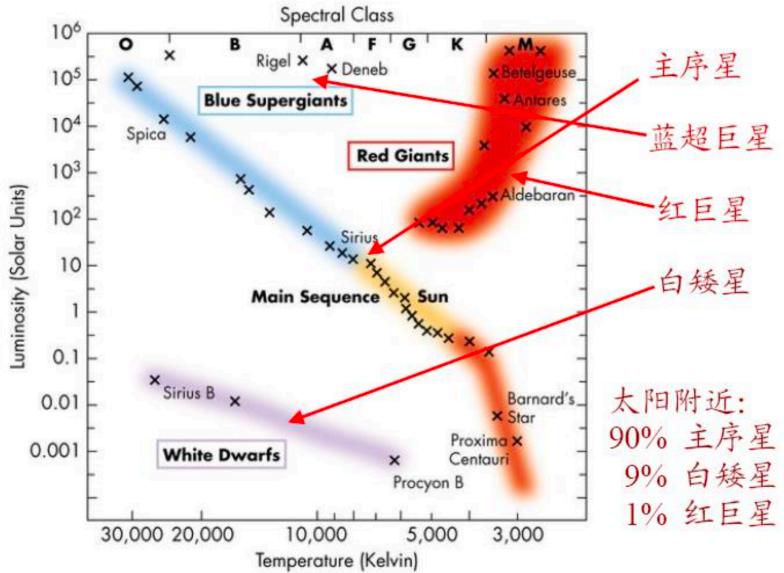
1. 光谱分类：

- 正常恒星光谱由连续谱和吸收线组成。连续谱来自于较热的致密的恒星内部，吸收线来自于较冷的稀薄的恒星大气。
- 恒星光谱包含恒星性质的丰富信息，如表面温度、质量、半径、光度、化学组成等。
 - 光谱型：O、B、A、F、G、K、M

2. 光度型和MK分类法

第四节 H-R图

1. 赫罗图：将恒星光度 L 对其表面有效温度 T_{eff} 所作的图。H-R图反应了恒星光度和有效温度之间的关系，总结了恒星的许多观测性质，是研究恒星结构演化的重要方法。



第二章 辐射转移理论基础

第三章 物质函数

第四章 恒星大气的基本方程组

第一节 统计平衡方程组

- 单位体积内原子在各个能级上的占据数为常量，即

$$\frac{d}{dt} n_i^{\alpha\beta} = 0$$

即跃入等于跃出。

- 讨论 α 类原子处于 β 电离度时

$$n_i \sum_{j \neq i}^k P_{ij} = \sum_{j \neq i}^k n_j P_{ji}$$

式中 P_{ij} 表示单位时间内原子由 i 能级跃迁到 j 能级的跃迁几率， k 代表连续谱。

- 讨论 P_{ij}

- 与辐射场有关
- 由辐射部分和碰撞部分组成

$$P_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$$

其中 R_{ij} 为辐射跃迁速率， C_{ij} 为碰撞跃迁速率。

- 辐射跃迁速率 R_{ij}
- 碰撞跃迁速率 C_{ij}

第二节 粒子数守恒和电荷数守恒方程

1. 总粒子数守恒方程

$$n = n_e + \Sigma_{\alpha} \Sigma_{\beta} \Sigma_i n_i^{\alpha\beta}$$

2. 元素 α 的粒子数守恒方程

$$nX_{\alpha} = \Sigma_{\beta} \Sigma_i n_i^{\alpha\beta}$$

3. 电荷数守恒方程

$$n_e = \Sigma_{\alpha} \Sigma_{\beta} \beta \Sigma_i n_i^{\alpha\beta}$$

第三节 流体静力学平衡方程

1. 由流体静力学平衡条件

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho$$

平面平行情况：

$$dp_g + dp_R = -g\rho dz$$

第四节 辐射转移方程

1. 辐射穿越一介质层 ds 后，产生辐射强度变化 dI_{ν} 的原因：

- 吸收作用：

$$dI_{\nu} = -\kappa_{\nu} I_{\nu} ds$$

- 发射作用：

$$dI_{\nu} = \eta_{\nu} ds$$

总辐射变化 dI_{ν} 为

$$\begin{aligned}\mu \frac{dI_{\nu}}{dz} &= -\kappa_{\nu} I_{\nu} + \eta_{\nu} \\ \mu \frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}} &= I_{\nu} - \frac{\eta_{\nu}}{\kappa_{\nu}}\end{aligned}$$

其中 $d\tau_{\nu} = -\kappa_{\nu} dz$ 。定义源函数 $S_{\nu} = \frac{\eta_{\nu}}{\kappa_{\nu}}$ ，因此

$$\mu \frac{dI_{\nu}}{d\tau_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu}$$

2. 对辐射转移方程两边乘以积分因子 $e^{-\tau_\nu}/\mu$ 再积分，有辐射转移方程通解

$$I_\nu(0) = I_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu/\mu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-t_\nu/\mu} \frac{dt_\nu}{\mu}$$

右边第一项代表入射辐射的贡献，第二项代表介质层的贡献。

第五节 能量平衡方程与能量定理

1. 能量平衡方程：

恒星大气温度较低，没有热核反应，只有能量输运。有两种方式：

- 辐射转移（表面→内部 $\tau = 1$ 的范围，辐射平衡区）
- 对流转移（晚于F5的恒星在 $\tau = 1$ 以下的区域内，H、He部分电离区，对流平衡区）

当恒星大气处于辐射平衡时，任意体元 dV 每秒吸收的能量应该与辐射出去的能量相等，即

$$\int_\nu \int_\omega [\kappa_\nu I_\nu(\tau_{nu}, \mu) + \eta_\nu(\tau_\nu)] \frac{d\omega}{4\pi} d\nu = 0$$

该式称为能量平衡方程。

2. 能量定理：

将辐射转移方程左侧对频率 ν 和空间角 ω 积分

$$\int_\nu \int_\omega \mu \frac{dI_\nu}{dz} d\nu d\omega = \frac{d}{dz} \int_\nu \int_\omega \mu I_\nu d\nu d\omega = \int_\nu \int_\omega (-\kappa_\nu I_\nu + \eta_\nu) d\nu d\omega = 0$$

又 $\pi F = \int_0^\infty \pi F_\nu d\nu = \int_\nu \int_\omega \mu I_\nu d\nu d\omega$ ，因此

$$\frac{d\pi F}{dz} = 0$$

该式称为能量定理，仅对总辐射流成立。又 πF 表示恒星向外的净辐射流，因此

$$\pi F = \frac{L}{4\pi R^2} = \sigma T_{eff}^4 = Const.$$

恒星大气处于辐射平衡时，总辐射流应该是由辐射方式和对流方式传递的能量流之和，即

$$\pi F = \pi F_{rad} + \pi F_{conv} = \sigma T_{eff}^4 = Const.$$

第六节 对流

1. 史瓦西条件推导：

考虑流体元因浮力作用上浮一段距离 dr ，其内部密度与环境密度的差为

$$\Delta\rho(r+dr) = \Delta\rho(r) + dr \cdot \frac{d}{dr}(\Delta\rho)$$

其中 $\Delta\rho(r) < 0$, $dr > 0$ 。当 $\frac{d}{dr}(\Delta\rho) \leq 0$ 时， $\Delta\rho(r+dr) < 0$ ，即流体密度仍低于环境密度，流体可以继续上浮。因此，对流非稳定性条件为

$$\frac{d}{dr}(\Delta\rho) \leq 0$$

考虑化学组分均匀的区域，有物态方程

$$\rho = \rho(P, T)$$

写出了 $\ln P$ 的全微分

$$d\ln P = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T d\ln P + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P d\ln T$$

应用于流体元内部有

$$\frac{d\ln \rho_e}{dr} = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T \frac{d\ln P_e}{dr} + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P \frac{d\ln T_e}{dr}$$

应用于流体元环境有

$$\frac{d\ln \rho_R}{dr} = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T \frac{d\ln P_R}{dr} + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P \frac{d\ln T_R}{dr}$$

两式相减得

$$\frac{d}{dr}(\Delta \ln \rho) = \frac{d\ln \rho_e}{dr} - \frac{d\ln \rho_R}{dr} = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T \left(\frac{d\ln P_e}{dr} - \frac{d\ln P_R}{dr} \right) + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P \left(\frac{d\ln T_e}{dr} - \frac{d\ln T_R}{dr} \right)$$

又 $\Delta P = P_e - P_R = 0$, 因此

$$\frac{d}{dr}(\Delta \ln \rho) = - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P \left(\frac{d\ln T_R}{dr} - \frac{d\ln T_e}{dr} \right)$$

由对流非稳定性条件 $\frac{d}{dr}(\Delta \rho) \leq 0$, 有

$$\frac{d\ln T_R}{dr} \leq \frac{d\ln T_e}{dr}$$

引入压强标高

$$H_P \equiv - \frac{dr}{d\ln P} = -P \frac{dr}{dP}$$

当 P 随 r 增大而减小时, $H_P > 0$ 。因此, 两侧同乘 H_P

$$\left(\frac{d\ln T}{d\ln P} \right)_R \geq \left(\frac{d\ln T}{d\ln P} \right)_e$$

定义 $\nabla_R \equiv \left(\frac{d\ln T}{d\ln P} \right)_R$, $\nabla_e \equiv \left(\frac{d\ln T}{d\ln P} \right)_e$, 有

$$\nabla_R \geq \nabla_e$$

因假设对流流体元来不及与环境温度交换, 即绝热, 有 $\nabla_e = \nabla_{ad}$, 因此,

$$\nabla_R \geq \nabla_{ad}$$

第五章 恒星大气模型

第一节 基本假设

第二节 灰大气模型

1. 基本假设:

- 不透明度与频率无关，即

$$\kappa_\nu = \bar{\kappa}$$

- 恒星大气处于热动平衡状态，满足

$$\begin{cases} \frac{\eta_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T) \\ S_\nu(\tau) = B_\nu(T(\tau)) \\ B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \end{cases}$$

2. 模型优点:

- 基本方程组之间的相关性被忽略
- 方程可单独求解，计算简单

3. 辐射转移方程通解:

已知辐射转移方程

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu$$

由于在灰大气近似下不透明度与频率无关，即有

$$\mu \frac{dI}{d\tau} - I = -S$$

其中 $I = \int_0^\infty I_\nu d\nu$, $S = \int_0^\infty S_\nu d\nu$ 。两侧同乘积分因子 $e^{-\tau/\mu}$

$$\frac{d}{d\tau} (I e^{-\tau/\mu}) = -\frac{1}{\mu} S e^{-\tau/\mu}$$

积分可得

$$I e^{-\tau/\mu} \Big|_{\tau_1}^{\tau_2} = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} S(t) e^{-\tau/\mu} \frac{dt}{\mu}$$

即

$$I(\tau_1, \mu) = I(\tau_2, \mu) e^{-\frac{\tau_2 - \tau_1}{\mu}} + \int_{\tau_1}^{\tau_2} S(t) e^{-\frac{t - \tau_1}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$$

该式为辐射转移方程通解。

4. 平均辐射强度、辐射流和K-积分的表达式

◦

5.

第二节 局部热动平衡 (LTE) 大气模型

第六章 谱线理论

第一节 谱线基本知识

1. 发射光谱：炽热气体的光谱，是由连续分布的一切波长的光组成的，这种光谱叫做连续光谱。

- 连续光谱：炽热气体的光谱，是由连续分布的一切波长的光组成的，这种光谱叫做连续光谱。恒星连续谱可以用黑体辐射解释，满足维恩位移定律，即

$$\lambda_{max} T = Const.$$

- 辐射能量流 F ：单位时间通过单位面积向一侧辐射的总辐射能量，有：

$$F = \sigma T^4$$

- 明线光谱：由游离状态的原子发射的，也叫原子光谱。（ex. 稀薄气体发射的光谱是明线光谱。）

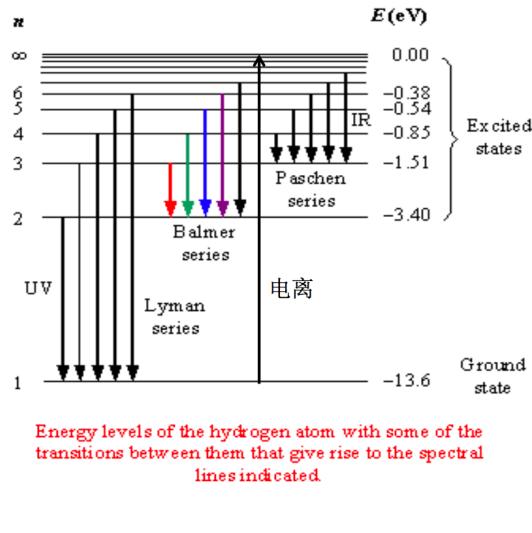
2. 吸收光谱：高温气体发出的白光（其中包含连续分布的一切波长的光），通过介质时，某些波长的光被物质吸收后产生的光谱，叫做吸收光谱。

3. 恒星光谱中的谱线：

- 发射线、吸收线
- 允许线、禁线
- 星际吸收线、大气吸收线
- 根据恒星光谱特点给恒星分类

4. 氢原子光谱及线系：

- 发射线、吸收线和电离



- 能级分裂
- 跃迁定则
 - 允许线
 - 禁戒线

5. 观测量:

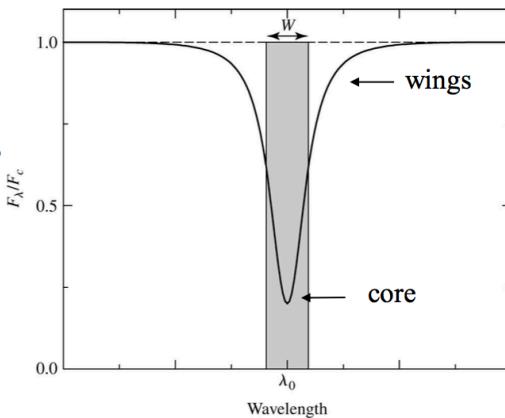
- 谱线敏感于 T_{eff} , $\log g$, ξ_t , $[X/H]$
- 光谱方法:
 - 高分辨率观测 ($R = \lambda/\Delta\lambda > 20000$) ;
 - 谱线认证;
 - 定量分析谱线;
- 谱线轮廓和等值宽度
 - 吸收线形成: 与连续谱相反, 谱线的辐射来自比较大的光深范围, 它们的线翼 (Line wings) 来自恒星大气的内部, 而线心 (Line core) 来自恒星大气的高层。
 - 谱线轮廓: 改正了仪器的影响后的谱线的真实形状, 是谱线强度按频率的分布, 定义为

$$A_\nu \equiv \frac{F_\nu}{F_c}$$

其中 F_ν 表示恒星表面频率为 ν 的辐射流, F_c 表示恒星表面连续谱的辐射流。

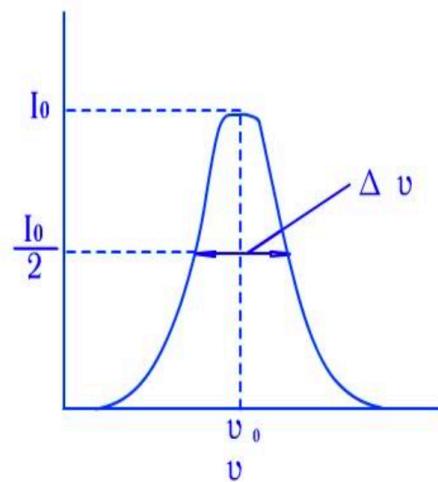
- 谱线深度: $R_\nu \equiv (F_c - F_\nu)/F_c = 1 - A_\nu$
- 等值宽度: 以连续光谱背景的强度为单位, 取长为一个单位强度的矩形, 令其面积等于谱线所占的面积, 则矩形的宽就是等值宽度 (以波长标度表示)。谱线所占的面积

$$W = \int \left(\frac{F_c - F_\lambda}{F_c} \right) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} 1 d\lambda$$



■ 半峰宽度：谱线轮廓的半高（深）所对应的轮廓宽度。

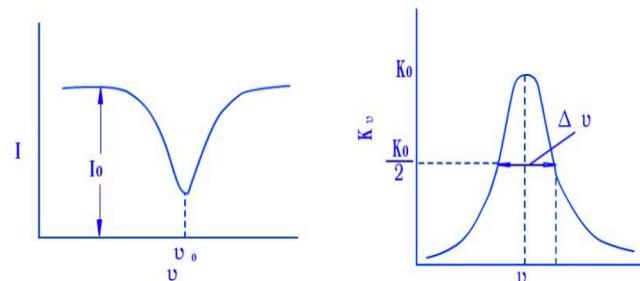
■ 发射线：用峰高 I_0 和半峰宽 $\Delta\nu$ 来表示谱线轮廓；



■ 吸收线：吸收线经常用不透明度 κ_ν 来描述，频率为 ν 强度为 I_0 的光通过光程为 s 后，光强为 I_ν ，有

$$I_\nu = I_0 e^{-\kappa_\nu s}$$

吸收峰 K_0 的一半处 ($K_0/2$) 所对应的频率 $\Delta\nu$ 即为吸收线的“半宽度”。



吸收线、吸收线轮廓和半宽度

6. 谱线致宽

1. 辐射阻尼轮廓：能级寿命有限

由海森堡不确定关系

$$\Delta E \cdot \tau = \hbar$$

其中 τ 为能级寿命。因此，寿命越短，谱线越宽；寿命越长，谱线越窄。这种自然宽度又称为洛伦兹轮廓。

$$\phi_\nu = \frac{\gamma/4\pi^2}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\gamma/4\pi)^2}$$

其中 $\gamma = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_0^2}{3m_e c^2}$ 。

2. 多普勒致宽：原子在空间作热运动所引起的，原子热运动速度分布满足麦克斯韦分布。

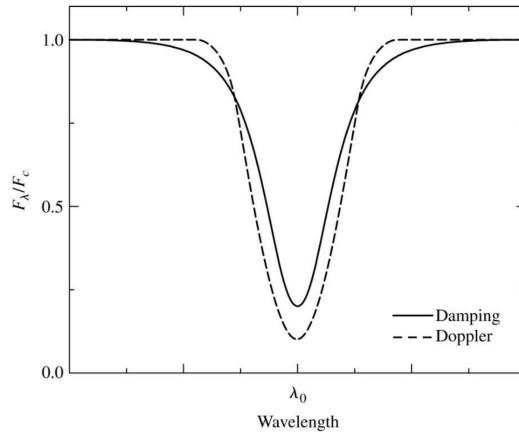
- 多普勒宽度：

$$\Delta\nu_D = \nu_0 v_0 / c$$

高斯轮廓：

$$\phi_\nu = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\Delta\nu_D^2}}$$

- Lorentzian和Gaussian轮廓结合就是大多数恒星的真实谱线轮廓，叫Voigt轮廓。



3. 压力致宽：

- 碰撞（与原子 / 离子 / 电子 / 分子）引起能级变化
- 速率与压强有关
- 影响谱线：展宽，位移，不对称
- Stark效应：有电场存在时退简并

4. 总吸收轮廓：Voigt轮廓

5. 外部致宽机制：

- 恒星自转
- 宏观湍流：恒星光球中的气体运动。只是平移而不改变谱线吸收强度。
- 仪器轮廓致宽

