

Physikalisches Anfängerpraktikum

Sommersemester 2023

Versuch 31

Tutor: Mareike Reiser

Optische Abbildung

1 Einleitung

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollen durch variieren der Bild- und Gegenstandsweite die Eigenschaften der optischen Abbildung untersucht werden (z.B. Abbildungsmaßstab, virtuelles und reelles Bild, etc.). Und die Brennweite einer Linse soll graphisch und mithilfe des Bessel-Verfahrens bestimmt werden. Die chromatische Aberration ist experimentell zu untersuchen und der Einfluss der sphärischen Aberration ist qualitativ zu beobachten. Außerdem sollen Gitterkonstante eines Gitters und das Auflösevermögen eines Mikroskops in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel des Objektivs (quantitativ) und der Wellenlänge (qualitativ) bestimmt werden.

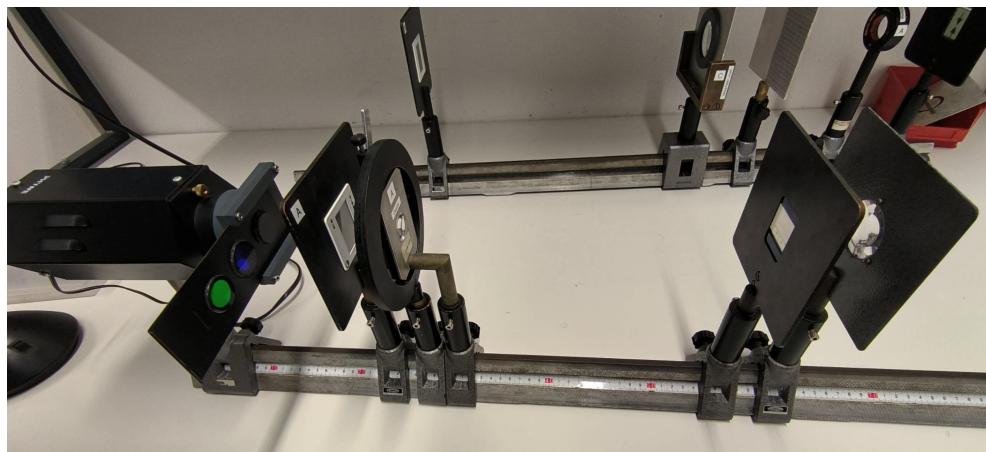


Abbildung 1: Aufbau des Versuchs Optische Abbildung

1.2 Physikalische Grundlagen

1.2.1 Definition

Zuerst werden wir einige wichtige Definitionen behandeln und uns mit den Verständnisfragen am Anfang beschäftigen, um einen besseren Überblick über die weiteren Prinzipien bei den Messungen zu erhalten.

- Reelle und virtuelle Bilder

Bei einer optischen Abbildung werden Lichtstrahlen oft von einem Objektpunkt durch ein optisches System zu einem Bildpunkt gebündelt. Bei einem Planspiegel (Abbildung 2a) werden die Lichtbündel, die von einem Objektpunkt ausgehen, gemäß dem Reflexionsgesetz divergent im unteren Halbraum reflektiert. Dadurch erscheinen für einen Beobachter alle Lichtbündel so, als kämen sie von einem einzigen Punkt hinter dem Spiegel, obwohl die reflektierten Lichtbündel diesen Bildpunkt überhaupt nicht erreichen. Dieses Erscheinungsbild wird als ***virtuelles Bild*** bezeichnet. Solche Bilder können nicht auf einem Schirm dargestellt werden.

Im Gegensatz zum Planspiegel erzeugt ein sphärischer Spiegel ein ***reelles Bild***. Basiert ebenfalls auf dem Reflexionsgesetz bewirkt die Krümmung der Spiegeloberfläche jedoch, dass die Lichtbündel sich im Bildpunkt schneiden, anstatt zu divergieren. Ein reelles Bild kann auf einem Schirm dargestellt werden.

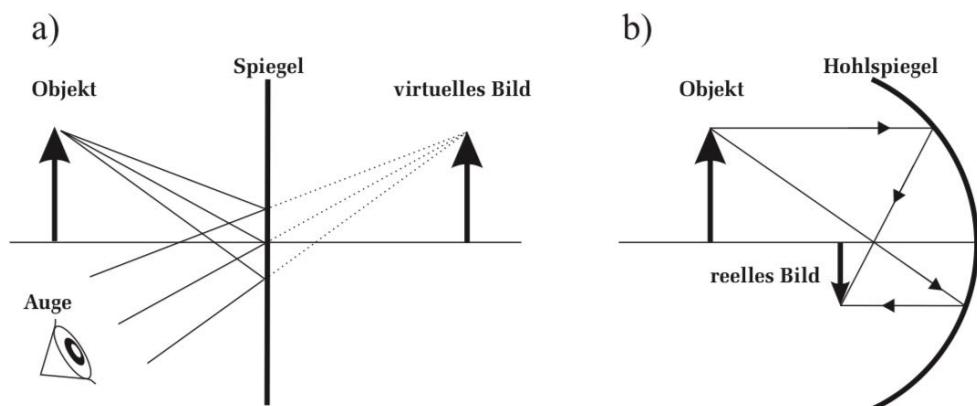


Abbildung 2: Links: virtuelles Bild; rechts: reelles Bild

- Der Abbildungsmaßstab und die Vergrößerung

Der Abbildungsmaßstab ist das Verhältnis der Größe des abgebildeten Objekts zum tatsächlichen Objekt. Er beschreibt, wie groß oder klein das abgebildete Objekt im Vergleich zum Original ist. Er kann positiv (wenn das Bild aufrecht ist) oder negativ (wenn das Bild umgekehrt ist) sein.

Die Vergrößerung ist ein Maß dafür, wie viel größer das abgebildete Objekt im Vergleich zum Original ist und kann als Verhältnis oder als Prozentsatz sowohl für reale Bilder (wie bei Mikroskopen) als auch für virtuelle Bilder (wie bei Spiegeln) ausgedrückt werden. Zum Beispiel bedeutet eine Vergrößerung von 2x, dass das abgebildete Objekt doppelt so groß ist wie das Original.

- Auflösungsvermögen

Auflösung wird in der Optik und in der Bildverarbeitung als die Fähigkeit eines optischen Systems oder einer Vorrichtung, feine Details oder Unterschiede in einem Bild oder einer Szene zu erfassen und darzustellen, definiert.

Der Begriff ***Auflösungsvermögen*** bezeichnet in der Optik die Unterscheidbarkeit feiner Strukturen, um sie als getrennte Objekte wahrnehmen zu können.

Das Auflösungsvermögen des bloßen Auges kann von Person zu Person stark variieren. Normalsichtige Erwachsene können Dinge noch scharf sehen, die bis auf etwa 10 cm an das Auge heran bewegt werden. Der Gegenstand kann jedoch nicht beliebig nah ans Auge gebracht werden, da die Ziliarmuskulatur die Linse nur begrenzt verändern kann (Akkommodation). Unterhalb einer bestimmten Entfernung wird der Gegenstand verschwommen, und dieser kleinste Abstand, den das Auge über längere Zeit ermüdfrei akkommodieren kann, wird als deutliche Sehweite $s_0 = 25 \text{ cm}$ bezeichnet.

1.2.2 Linse

Wenn parallel zur optischen Achse verlaufende Lichtbündel auf eine transparente, kugelförmige Fläche treffen, die das Medium 2 begrenzt, werden sie in einem Punkt auf der optischen Achse gebrochen, der als Brennpunkt F bezeichnet wird. Der Abstand zwischen diesem Brennpunkt und der Kugeloberfläche entlang der optischen Achse wird als Brennweite f bezeichnet.

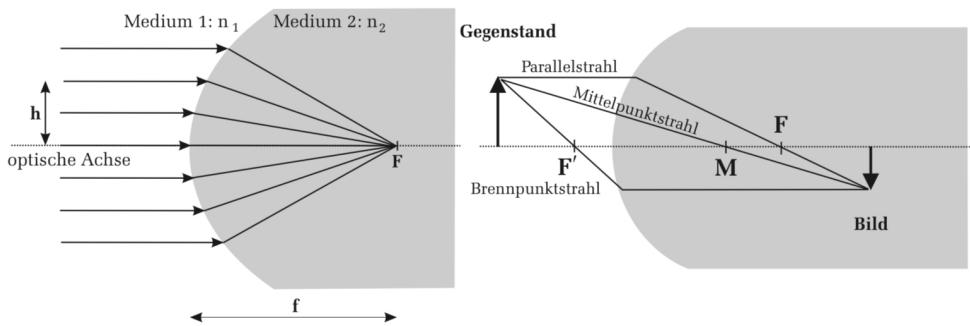


Abbildung 3: Links: Brechung von parallelen Lichtbündeln an einer sphärischen Oberfläche. Rechts: Darstellung eines Gegenstandes durch ein Kugelsegment.

Für kleine Einfallswinkel bzw. für Lichtbündel, die in einem geringen Abstand h zur optischen Achse auf die Linse treffen, gilt die Brennweite:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \frac{1}{r} \quad (1)$$

Die Gleichung wird in der Literatur auch als ***paraxiale*** oder als ***Gaußsche Näherung*** bezeichnet.

Sphärische Linsen sind aus transparentem Material mit Brechungsindex n und haben kugelförmige Grenzflächen mit Radien r_1 und r_2 . Bei dünnen Linsen, bei denen die Dicke klein gegenüber der Krümmungsradien ist, ergibt sich die Brennweite f wie folgt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (2)$$

Die Brennweite hängt also nur vom Brechungsindex und von den Radien der Grenzflächen ab. Je nach Vorzeichen und Kombination der Grenzflächen definiert man verschiedene Linsentypen:

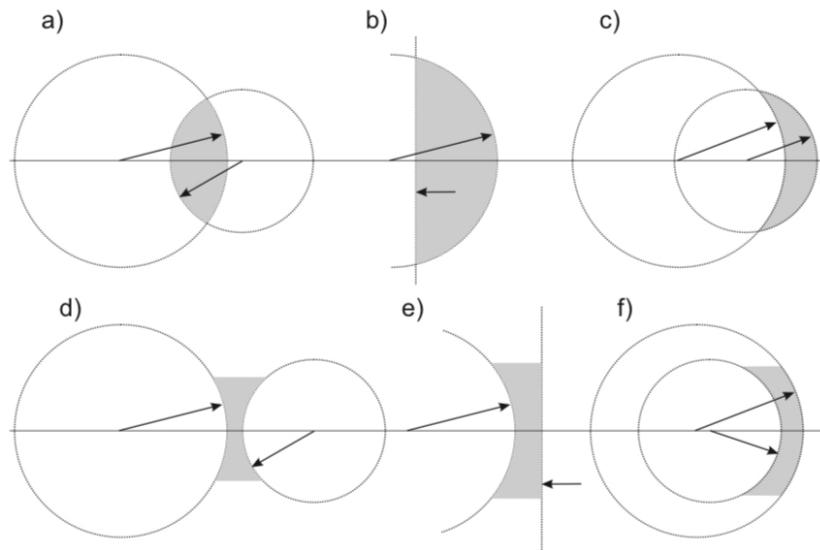


Abbildung 4: Klassifizierung von Linsen: a) bikonvex b) plankonvex c) positiver Meniskus d) bikonkav e) plankonkav f) negativer Meniskus.

An einer dünnen Linse werden Lichtstrahlen wie folgt (Abbildung 5) gebrochen:

- Mittelpunktstrahlen werden nicht abgelenkt.
- Gegenstandsseitige Parallelstrahlen werden zu bildseitigen Brennpunktstrahlen.
- gegenstandsseitige Brennpunktstrahlen werden zu bildseitigen Parallelstrahlen.

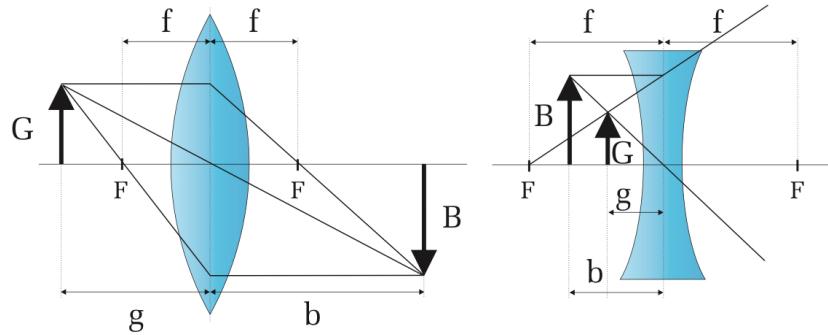


Abbildung 5: Optische Abbildung durch eine dünne bikonvex Linse und eine bikonkav Linse

Bei der optischen Abbildung mit einer Linse sind die Größen Bildweite b , Gegenstandsweite g und Brennweite f durch die Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (3)$$

miteinander verknüpft. Bildweite und Gegenstandsweite stehen im direkten Zusammenhang mit der Gegenstandsgröße G und der Bildgröße B . Man definiert den Abbildungsmaßstab β durch:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \iff \frac{1}{\beta} = \frac{g}{f} - 1 \iff \beta = \frac{b}{f} - 1 \quad (4)$$

1.2.3 Bessel-Verfahren

Für die Bestimmung der Brennweite einer Linse ist die Gl.(3) zu schwach, da sie nur unter der Voraussetzung, dass die Linse gut zentriert in die Fassung montiert mit der vernachlässigbarer Dichte d ist und Strahlen achsennahe sind, gilt.

Um diese Nachteile zu überwinden und ohne die genaue Lage zu erkennen, benutzen wir die Bessel-Methode. In diesem Verfahren (Abbildung 6) nutzt man aus, dass es bei einem konstanten Abstand $L > 4f$ zwischen Bild und Gegenstand zwei Linsenstellungen gibt, die zu scharfen Abbildungen (einmal Vergrößerung und einmal Verkleinerung) führen. Der Abstand d zwischen diesen Stellungen kann genau gemessen werden, und für die Brennweite f gilt:

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L} \quad (5)$$

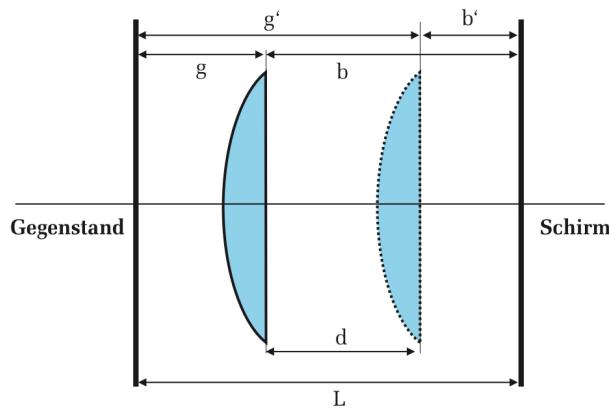


Abbildung 6: Prinzip des Bessel-Verfahren zur Brennweitenbestimmung

1.2.4 chromatische- und sphärische Aberration

Bei sphärischen Linsen gilt Gleichung (3) nur für achsennahe Strahlen. Lichtbündel, die auf weiter außen von der optischen Achse gelegenen Zonen der Linse treffen, werden nicht mehr in den gleichen Punkt fokussiert und haben daher eine etwas andere Brennweite als das Linsenzentrum. Dieser Linsenfehler wird als **sphärische Aberration** bezeichnet.

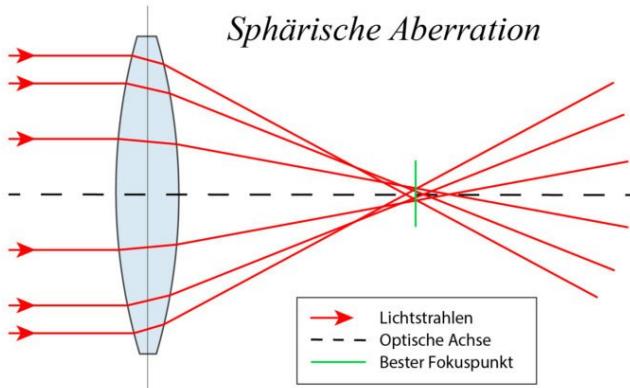


Abbildung 7: Sphärische Aberration

(Quelle: <https://www.pixolum.com/blog/fotografie/sphaerische-aberration>)

Um die sphärische Aberration einer Linse zu minimieren, können wir eine Lochblende verwenden damit nur achsennahe Lichtbündel zur Abbildung zugelassen werden. Ein kleinerer Blendendurchmesser führt zwar zu einem schärferen Bild, aber auch zu einer geringeren Helligkeit, da sie proportional zur Linse Fläche ist. Eine andere Methode ist die Verwendung von asphärischen Linsen. Solche Linsen sind so geschliffen, dass auch achsenferne Strahlen in den selben Punkt fokussiert werden wie achsennahe.

Weil die Brechungsindex n selbst auch von den Wellenlängen abhängt, nach die Bestimmung der Brennweite nach Gl.(2) beeinflusst wird. Daher treten im Bild Farbsäume auf, die als **chromatische Aberration** bezeichnet wird. Da achsenferne Lichtbündel am meisten zur Aberration beitragen, lässt sich der Farbfehler ebenfalls durch Abblenden reduzieren. Eine bessere Methode ist die Verwendung von sogenannten Achromaten, die den Farbfehler für zwei Wellenlängen vollständig ausgleichen können.

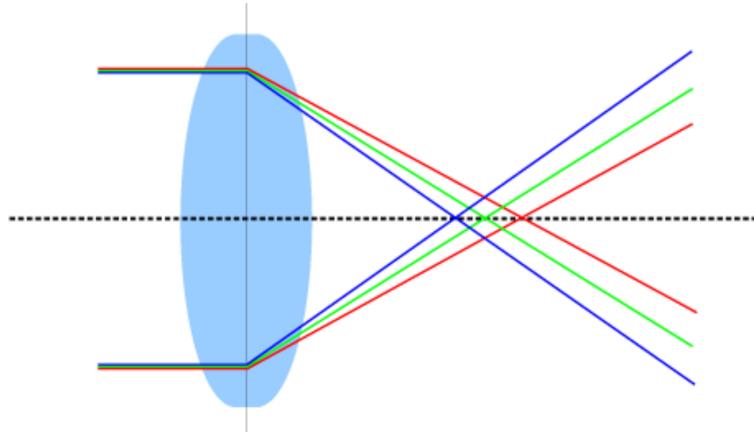


Abbildung 8: Chromatische Aberration

(Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Chromatische_Aberration)

1.2.5 Erweiterung für Auflösungsvermögen

Um viele feinere Details eines Objekts zu erkennen benötigt man optische Instrumente, die den Sehwinkel und damit die Bildgröße auf der Netzhaut vergrößern.

(a) Lupe: Mit einer bikonvexer Linse kann man eine Vergrößerung schaffen. Wenn der Gegenstand sich in der Brennebene der Linse befindet, ist das Auge entspannt und auf Unendlichkeit akkommodiert. Der Sehwinkel α_L , wobei L für Lupe steht, ergibt sich wie folgt:

$$\tan(\alpha_L) = \frac{G}{L} \quad (6)$$

Ohne Lupe, bei dem sich der Gegenstand in der deutlichen Sehweite $s_0 = 25 \text{ cm}$ befindet, erhält man dagegen für den Sehwinkel α_0 :

$$\tan(\alpha_0) = \frac{G}{s_0} \quad (7)$$

Die Vergrößerung V wird als das Verhältnis der Sehwinkel mit Lupe und ohne Lupe definiert:

$$V_{Lupe} = \frac{\tan(\alpha_L)}{\tan(\alpha_0)} = \frac{s_0}{f} \quad (8)$$

Weitaus größere Vergrößerungen sind mit einem Mikroskop möglich. Ein Mikroskop besteht hauptsächlich aus zwei Linsen, dem Objektiv und dem Okular, die die Abbildung und Vergrößerung ermöglichen. Der Strahlengang ist in Abbildung 7 dargestellt:

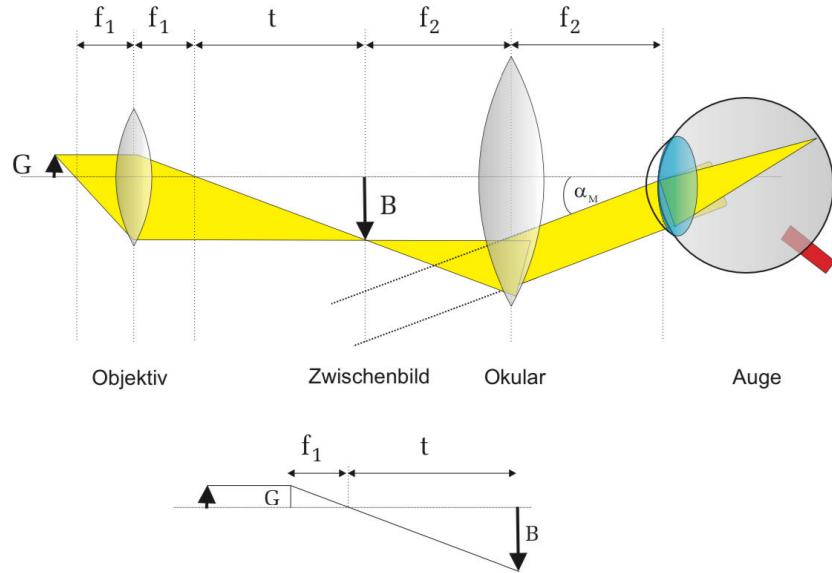


Abbildung 9: Strahlengang eines Mikroskops. Die untere Skizze dient zur Berechnung der Mikroskopvergrößerung

Mit dem Objektiv wird dieser Gegenstand in die Bildebene abgebildet. Es entsteht ein reelles, umgekehrtes Bild B, das im Folgenden als **Zwischenbild** bezeichnet wird. Das Zwischenbild befindet sich genau in der Brennweite der Okularlinse, so dass das Auge auf Unendlich akkomodiert.

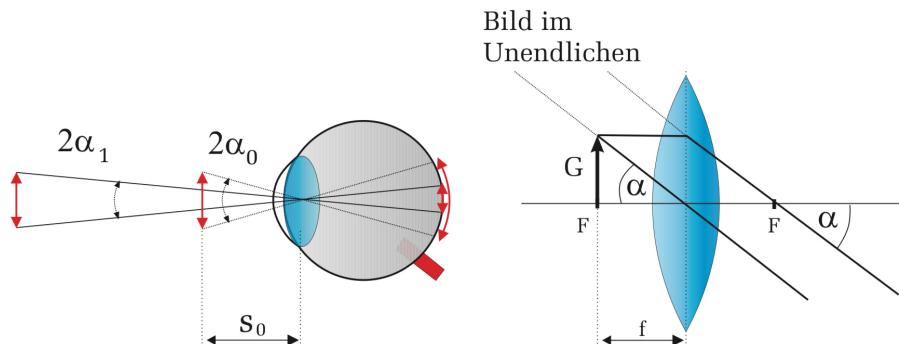


Abbildung 10: Links: Prinzip des Auges. Rechts: Wirkungsweise einer Lupe

Für Abbildung 7 gilt der Sehwinkel nach Gl.(6) sowie die Relation nach Gl.(4):

$$\tan(\alpha_M) = \frac{B}{f_2} \quad \frac{G}{f_1} = \frac{B}{t} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha_M) = \frac{Gt}{f_1 f_2} \quad (10)$$

wobei B die Bildgröße des Zwischenbilds und f_2 die Okularbrennweite darstellt. Die Größe t wird als **Tubuslänge** bezeichnet und gibt den Abstand zwischen gegenüberliegenden Objektivbrennpunkt und bildseitigen Okularbrennpunkt an.

Für die Vergrößerung wie die Gl.(8):

$$V_M = \frac{\tan(\alpha_M)}{\tan(\alpha_0)} = \frac{Gt}{f_1 f_2} \cdot \frac{s_0}{G} = \frac{s_0 t}{f_1 f_2} =: v_1 v_2 \quad (11)$$

Dabei definieren wir die Objektivvergrößerung $v_1 := \frac{t}{f_1}$ und nach Gl.(8) die Okularvergrößerung $v_2 := \frac{s_0}{f_2}$.

1.2.6 Beugung und Rayleigh-Kriterium

Ist es möglich dass die Gesamtvergrößerung beliebig gesteigert werden kann, indem man die Brennweiten der Linsen sehr klein und die Tubuslänge des Mikroskops sehr groß wählt? In der Realität ist jedoch die nutzbare Vergrößerung aufgrund der Wellennatur des Lichts durch Beugung begrenzt. Wenn eine Lochblende mit parallelem Licht beleuchtet wird, zeigt sich auf einem dahinter stehenden Schirm nicht einfach ein heller Lichtpunkt, wie es gemäß der geometrischen Optik erwartet werden würde. Stattdessen erscheint ein Beugungsbild mit einer Intensitätsverteilung.

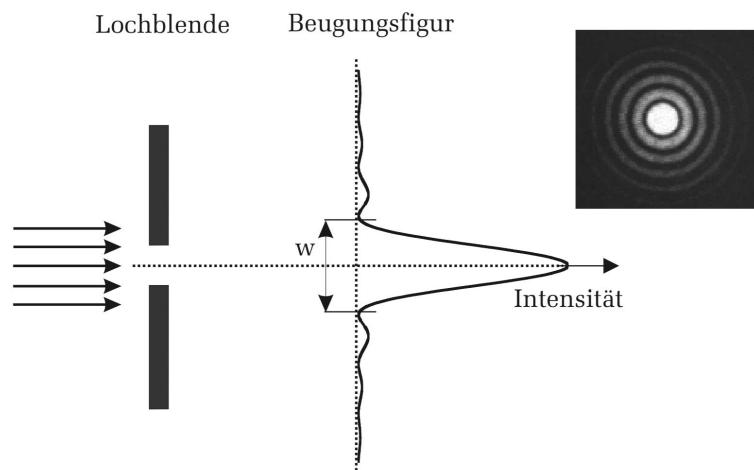


Abbildung 11: Beugung an einem Spalt. Das Bild rechts zeigt die Beugungsfigur einer Lochblende

Das Beugungsbild besitzt ein sehr helles zentrales Maximum, gefolgt von mehreren Minima und Nebenmaxima, dessen Intensitäten allerdings schnell abnehmen.

In einem Mikroskop erzeugt nun jeder Punkt des darzustellenden Gegenstands ein solches Beugungsbild im Zwischenbild (Abbildung 9). Die Breite w des zentralen Maximums beträgt:

$$w = 2,44 \frac{\lambda b}{D} \quad (12)$$

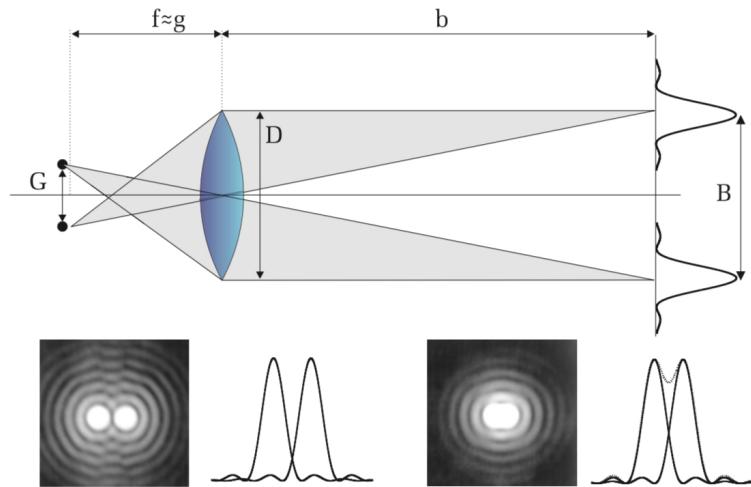


Abbildung 12: Jeder Objektpunkt erzeugt im Zwischenbild eine Beugungsfigur. Damit zwei Punkte noch getrennt erkennbar sind, dürfen sich die Beugungsbilder nicht zu stark überlappen. Im unteren rechten Bild sind die beiden Punkte nicht mehr unterscheidbar.

Je kleiner der Abstand g zwischen zwei Objektpunkten ist, desto näher rücken auch die Beugungsbilder dieser Punkte im Zwischenbild zusammen. Ab einem gewissen Mindestabstand b_{min} überlappen sich die Beugungsbilder so stark, dass sie nicht mehr als zwei getrennte Objekte wahrgenommen werden können.

Um dies zu quantifizieren, wird das Auflösungsvermögen nach dem Rayleigh-Kriterium definiert: **Zwei Objektpunkte sind nur dann voneinander unterscheidbar, wenn der Abstand der beiden Beugungsfiguren größer ist als die halbe Breite des zentralen Maximums.** Die Auflösungsgrenze ist erreicht, wenn das Beugungsmaximum eines Punktes in das Beugungsminimum des anderen fällt. Der minimale Abstand zwischen den Beugungsfiguren kann nach Gleichung (12) berechnet werden:

$$B_{min} = 0,5w = 1,22 \frac{\lambda b}{D} \quad (13)$$

Mit Hilfe von Gleichung (4) ergibt sich durch $B_{min}/b = G_{min}/g$ der kleinste Abstand G_{min} zweier Objektpunkte, der noch mit dem Mikroskop aufgelöst werden kann:

$$G_{min} = \frac{B_{min}g}{b} = 1,22 \frac{\lambda g}{D} \quad (14)$$

Aus Abbildung (7) wissen wir, dass das Zwischenbild befindet sich genau in der Brennweite der Okularlinse, so dass das Auge auf Unendlich akkomodiert. Damit gilt $g \approx f$:

$$G_{min} = 1,22 \frac{\lambda f}{D} \quad (15)$$

Der Quotient $D/f = 2\sin\alpha$ stellt gerade den Sinus des halben Öffnungswinkel der Objektivlinse dar, wenn wir α als Sehwinkel auffassen.

Wenn sich zwischen dem Objekt und dem Objektiv eine Flüssigkeit mit dem Brechungsindex n (z.B. Immersionsöl) befindet, ergibt sich schließlich für das Auflösungsvermögen:

$$G_{min} = 1,22 \frac{\lambda}{2nsin\alpha} \quad (16)$$

Mit Abkürzung $NA = nsin\alpha$, die als ***numerische Apertur*** bezeichnet wird:

$$G_{min} = 0,61 \frac{\lambda}{NA} \quad (17)$$

Zum Schluss möchten wir uns noch qualitativ ein bisschen über Elektronenmikroskop diskutieren. Ein Elektronenmikroskop ist ein spezielles Mikroskop, das Elektronenstrahlen anstelle von sichtbarem Licht verwendet, um Proben zu vergrößern und zu analysieren. Im Vergleich zu optischen Mikroskopen bietet das Elektronenmikroskop eine erheblich höhere Auflösung:

- Die Wellenlänge der Elektronen ist viel kürzer als die des sichtbaren Lichts. Wir können uns demzufolge aus Gl.(14) vorstellen, dass mit Elektronen bekommen wir auch das viel kleinere Auflösungsvermögen.
- Die Elektronen werden in Elektronenmikroskopen mithilfe von Elektronenquellen wie Kathodenstrahlröhren oder Feldemissionsquellen erzeugt. Diese Quellen kann die Elektronenstrahlen mit sehr hoher Energie und Intensität erzeugen um die Sichtbarkeit zu erhöhen.
- Die von Elektronenmikroskope benutzten Elektronenlinsen sind in der Lage, Elektronenstrahlen auf sehr präzise Weise zu fokussieren und damit die Aberrationen möglichst vermieden werden.

2 Versuchsdurchführung

2.1 Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll

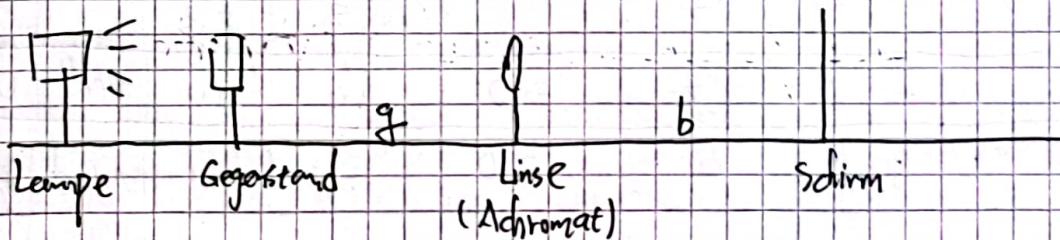
Siehe folgende Seiten.

Optische Abbildung

Yulai Shi Yuting Shi

Meßgeräte:

- Optische Schiefe
- Lampe mit Kondensator und verstellbaren Farbfiltern
- 2 bikonvex Linsen, 1 Achromat-Linse
- Loch- und Ringblende
- Fassung zur Aufnahme der Linsen und Blenden
- Fassung zur Aufnahme der Linsen und Blenden
- Schirm
- Dias mit Teststrukturen sowie ein Kreuzgitter
- Verstellbarer Messspalt (Spaltbreite ist in mm geachtet)
- Zwischenbild mit mm-Einteilung

1. Untersuchung der Abbildung einer Kondensorlinse

g: Gegenstandsweite, b: Bildweite

Zunächst wird g und b so verändert, dass ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht. Die Position des Gegenstands P_G , der Linse P_L und der Schirms P_S betragen:

$$P_G = (25.00 \pm 0.05) \text{ cm}$$

$$P_L = (40.00 \pm 0.05) \text{ cm}$$

$$P_S = (48.16 \pm 0.05) \text{ cm}$$

$$g = P_L - P_G = 15 \text{ cm}$$

$$b = P_S - P_L = 8.16 \text{ cm}$$

$$\Delta b = \sqrt{\Delta P_S^2 + \Delta P_G^2} = 0.07 \text{ cm}, \quad \Delta g = \sqrt{\Delta P_L^2 + \Delta P_G^2} = 0.07 \text{ cm}$$

$$\text{Brennweite: } f = \frac{1}{\frac{1}{g} + \frac{1}{b}} = 5.28 \text{ cm}$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{1}{g} \Delta g\right)^2 + \left(\frac{1}{b} \Delta b\right)^2} \Rightarrow f = (5.280 \pm 0.006) \text{ cm}$$



扫描全能王 创建

Nun werden zu unterschiedlichen Konstanten die Abbildungen untersucht. Diese sind in Tabelle 1 notiert. Die Brennweite wird aufgrund der Gestaltungsgenauigkeit auf $f = 5.3\text{cm}$ gewählt.

Tabelle 1: Messung v. Gegenstandsweite g , Gegenstandsgröße G , Bildgröße B , Bildweite b und Art und Richtung des Bildes.

Nr.		$g [\text{cm}]$	$G [\text{cm}]$	$b [\text{cm}]$	$B [\text{cm}]$	Art	Richtung
1		13		8.9	2.0		
2	$g > 2f$	20	3.0	7.46	1.1	reell	umgekehrt
3		1.5		8.22	1.6		
	$g = 2f$	10.6	3.0	10.4	3.2	reell	umgedreht
1		6		20.86	10		
2	$f < g < 2f$	7	3.0	22.2	10.4	reell	umgekehrt
3		8		18.8	8.3		
	$g = f$	5.3	3.0	1.1	1.1	reell	umgedreht
	$g < f$	4	3.0	1.21	1.21	virtuell	aufrecht

(1) schiefes Bild nur auf Wand darstellbar; Zentrum des Dias wird gar nicht scharf

(2) schiefes Bild nicht erkennbar (virtuell), aber beim Durchqueren vergrößertes Bild (aufrecht) erkennbar.
(Augen = Schirm)

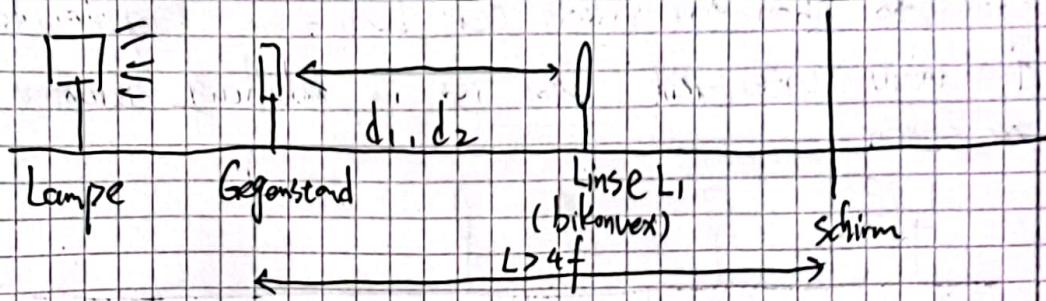
$$\Delta g = 0.10 \text{ cm}$$

$$\Delta G = 0.10 \text{ cm}$$

$$\Delta B = 0.1 \text{ cm}$$



2. Messung der Brennweite durch das Besselverfahren



Es wird $L = 60 \text{ cm}$ eingestellt ($\Delta L = 0.05 \text{ cm}$)
 $f \approx 12 \text{ cm}$

Die Distanzen d_1, d_2 werden gemessen.

$$d = |d_1 - d_2|, \Delta d = \sqrt{\Delta d_1^2 + \Delta d_2^2}$$

Tabelle 2: Dreifache Messung von d

Nr.	$d_1 [\text{cm}]$	$d_2 [\text{cm}]$	$d [\text{cm}]$
1	17.32	43.50	26.18
2	17.21	43.30	26.09
3	17.50	43.50	26.00
	$\Delta d_1 = 0.05 \text{ cm}$	$\Delta d_2 = 0.05 \text{ cm}$	$\Delta d = 0.07 \text{ cm}$

3. Untersuchung der chromatischen Aberration

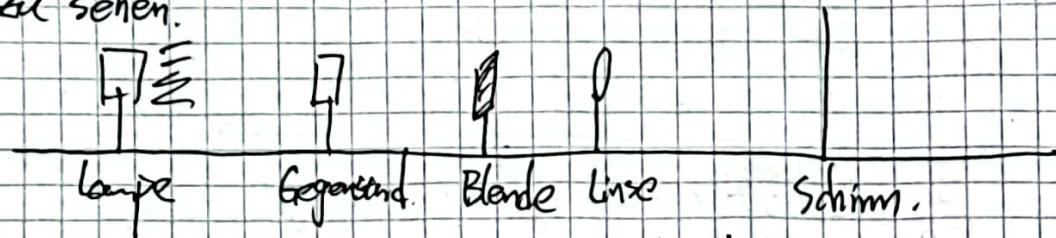
Es wird derselbe Versuchsaufbau wie in Abb 2 aufgebaut und ein Farbfilter eingesetzt.

$L = 60 \text{ cm}$ Tabelle 3: Messungen mit Farbfiltern.

$\Delta L = 0.05$	Nr.	Filter	$d_1 [\text{cm}]$	$d_2 [\text{cm}]$	$d [\text{cm}]$
rot	1		17.76	43.32	25.56
	2		17.72	43.31	25.59
	3		17.50	43.4	25.9
blau	1		17.34	43.45	26.11
	2		17.50	43.48	25.98
	3		16.89	43.38	26.49



Danach wird der Farbfilter entfernt und die sphärische Abberation mittels der Loch- u. Ringblende qualitativ untersucht. Dies ist in Abbildung darunter zu sehen.



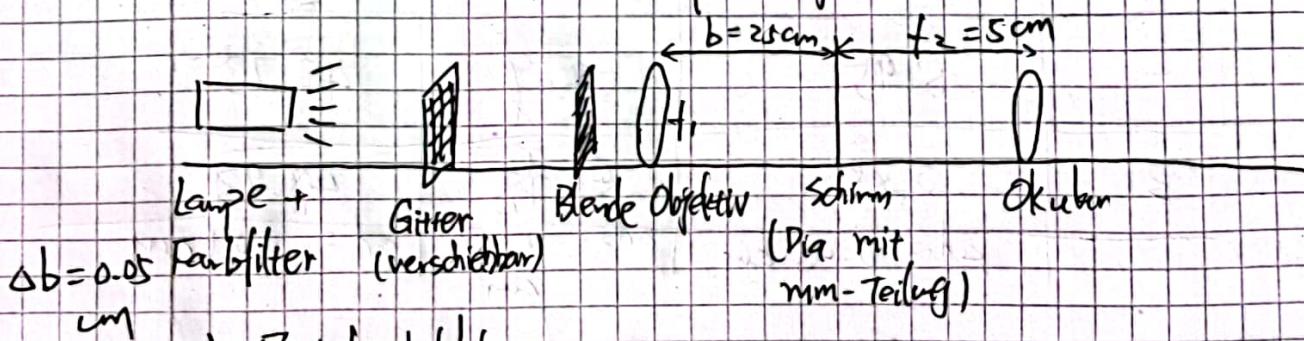
Wir messen die Distanz (wie oben).

$$d_{\text{Loch}} = (43.50 - 16.75 = 26.75) \text{ cm}$$

$$d_{\text{Ring}} = (43.15 - 17.60 = 25.55) \text{ cm}$$

4. Untersuchung des Gitters mit dem Mikroskop

Es wird ein Mikroskop aufgebaut,



a) Zwischenbild

Der Abbildungsmaßstab berechnet sich durch:

$$\beta = \frac{b}{f_1} - 1 = 5.25 \text{ cm}$$

$$\beta = (6.250 \pm 0.02) \quad \cancel{\text{cm}} \quad f_1 = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta \beta = \frac{\Delta b}{f_1} = 0.0125$$

Es wurden 2 Blöcke auf (1) mm bestimmt.

Damit beträgt der gesuchte Abstand zweier vertikaler Linien

$$s' \text{ im Gitter } s' = (0.50 \pm 0.03) \text{ mm}$$

Der tatsächliche Abstand berechnet sich durch: $s = \frac{s'}{\beta}$.

$$\Delta s = s \sqrt{\left(\frac{\Delta s'}{s'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2}$$

$$\Rightarrow s = (0.095 \pm 0.006) \cancel{\text{mm}}$$



扫描全能王 创建

Abstand Gitter-Spalt:

Nun wird der Spalt der Blende verringert, bis die vertikalen Striche gerade nicht mehr erkennbar sind.
⇒ Grüner Farbfilter vorliegen.

Tabelle 4: Spaltbreite der Blende, bei der die vertikalen Striche des Gitters gerade nicht mehr erkennbar sind.

Nr	d [mm]	
1	0,40	
2	0,38	$\Delta d = 0,10 \text{ mm}$
3	0,39	

Es wird erneut die Dicke des Spaltes gemessen, bei der die vertikalen Striche des Gitters nicht mehr zu erkennen sind, wobei die für den roten Farbfilter d_r und den blauen Farbfilter d_b durchgeführt wurde.

$$d_r = (0,30 \pm 0,10) \text{ mm}$$

$$d_b = (0,30 \pm 0,10) \text{ mm}$$

Für die Einstellung bei d_r konnte man mit dem blauen Filter noch sehen. Es wurde die Gitterdicke für grünes Licht eingestellt, sodass die vertikalen Linien gerade noch erkennbar waren.

Für solche Einstellung sind beim roten Licht die Linien noch zu sehen, aber schwer, beim blauen Licht sind diese gut zu sehen.

26.9.23

M. Böse

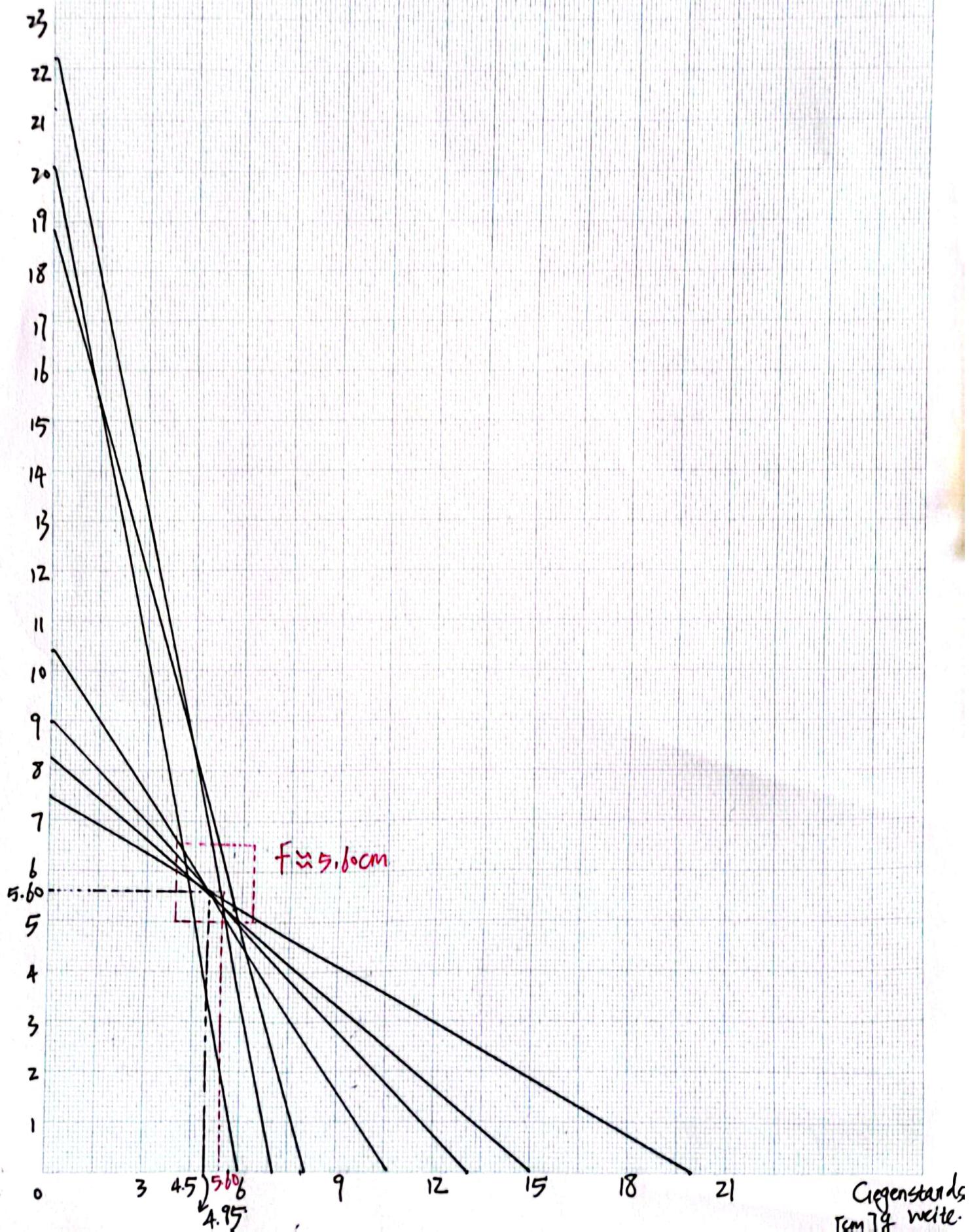


扫描全能王 创建

Bildweite b [cm]

Diagramm 1: Graphische Bestimmung

der Brennweite.



Objektweite
a [cm] 7,8

3 Auswertung

3.1 Untersuchung der optischen Eigenschaften einer Linse

Durch variieren der Bild- und Gegenstandsweite haben wir die Eigenschaften der optischen Abbildung untersucht. Die genaue Zusammenfassung haben wir in Messprotokoll geschrieben. Graphisch dargestellt werden die Prinzipien der 5 optischen Darstellung unten durch die Abbildung

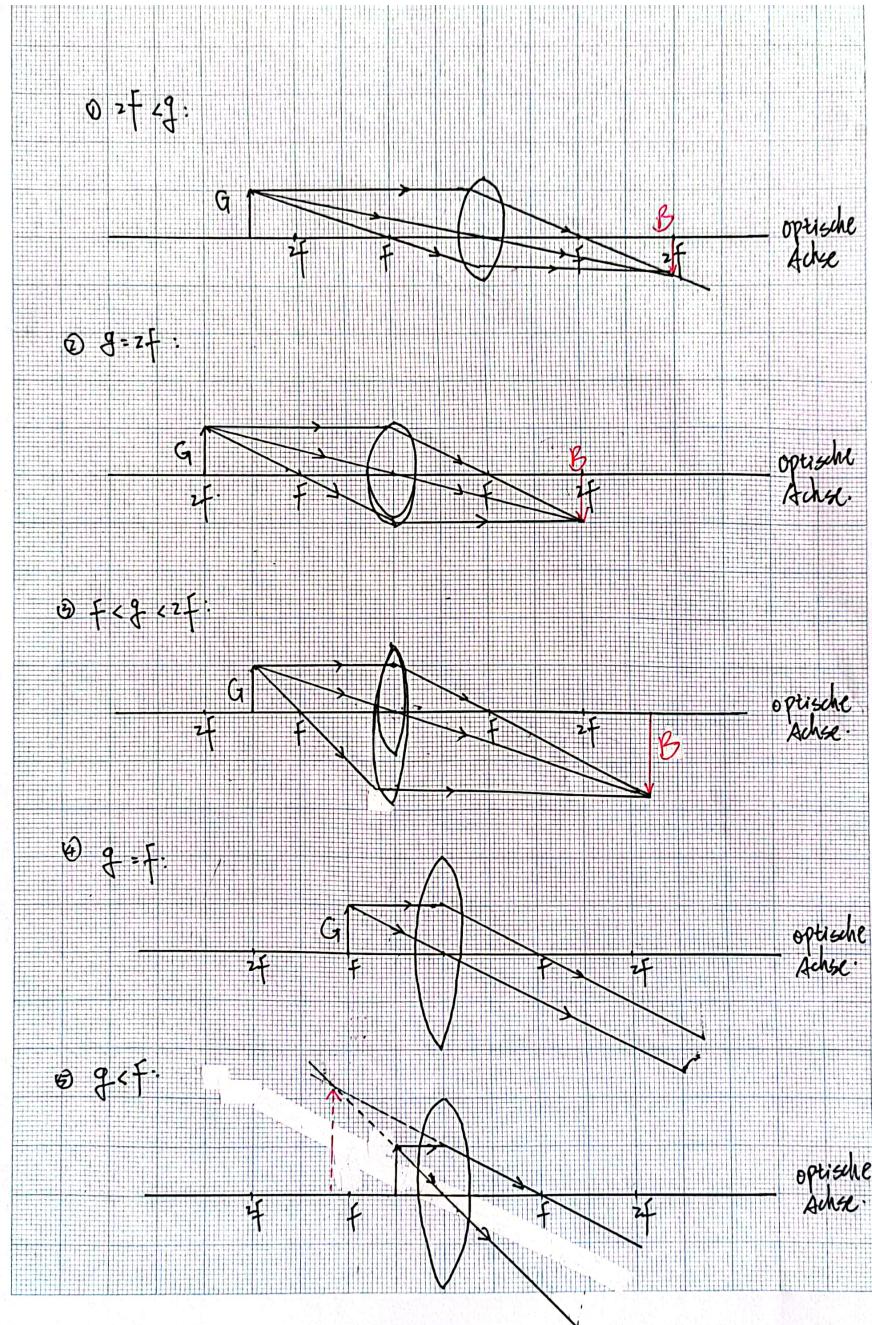


Abbildung 13: Prinzip der optischen Darstellung

Ausgehen von unserem Messprotokoll fassen wir die gemessenen Werte zusammen:

Tabelle 1: Auswertung der an der Linse gemessenen Werte

Nr.	g	b	Art	Richtung	β
I	$\infty > g > 2f$	$g > 2f > b$	reell	umgekehrt	< 1
II	$g = 2f$	$g = b = 2f$	reell	umgekehrt	$= 1$
III	$2f > g > f$	$g < 2f < b$	reell	umgekehrt	< 1
IV	$g = f$	$g = f < b = \infty$	reell	umgekehrt	∞
V	$f > g$	-	virtuell	aufrecht	-

Nach Diagramm 1 können wir grob abschätzen, dass alle Geraden sich ungefähr in einem Punkt schneiden. Die Koordinaten des Punkts entsprechen gerade der Brennweite.

Die graphische Bestimmung der Brennweite aus Diagramm 1 liefert als Brennweite f der Linse einen Wert von $f = 5,6\text{cm}$. Wegen der großen systematischen Fehler während der Messung schneiden sich alle Linien nicht unbedingt überein, und es gibt sogar eine sichtbare Abweichung. Der Fehler wird daher auf Grund der Abweichungen der beiden Linien, die nicht durch den Schnittpunkt verlaufen auf $0,5\text{cm}$ geschätzt. Somit beträgt die graphisch bestimmte Brennweite:

$$f = (5,6 \pm 0,5)\text{cm} \quad (18)$$

Wir vergleichen die Brennweite mit dem Wert, den wir am Anfang festgestellt haben:

$$\frac{|f - f_0|}{\sqrt{(\Delta f)^2 + (\Delta f_0)^2}} \approx 0,64 \quad (19)$$

Mit der Fehlerabweichung von $0,64\sigma$ ist die Abweichung gar nicht signifikant. Unser Ergebnis stimmt also mit dem Messwert überein.

3.2 Messung der Brennweite der bikonvex Linse nach dem Bessel-verfahren

Wir stellen auf der optischen Bank einen geeigneten Abstand Bild-Gegenstand ein und suchen die beiden Scharfeinstellungen auf.

Um die Brennweite zu berechnen, sollen die Daten aus Tabelle 2 im Messprotokoll verwendet werden. Hierbei wird der Mittelwert dieser Daten gebildet, und der Fehler des Mittelwerts wird als Fehler angenommen. Auf diese Weise lässt sich der Abstand zwischen den beiden scharf abbildenden Punkten wie folgt bestimmen:

$$\bar{d} = \frac{26,18 + 26,09 + 26,00}{3} = 26,09 \text{ cm} \quad (20)$$

Der Fehler von den Stellen, an denen eine Vergrößerung oder Verkleinerung auftritt, beträgt jeweils $\Delta d_x = 0,05 \text{ cm}$, der Fehler von d ist daher gegeben als:

$$\Delta d' = \sqrt{(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2} \approx 0,071 \text{ cm} \quad (21)$$

Nachdem wir den mittleren Fehler $\sigma_{\bar{d}} = 0,052 \text{ cm}$ berechnet haben, ergibt sich der gesamte Fehler:

$$\Delta d = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}})^2 + (\Delta d')^2} \approx 0,088 \text{ cm} \quad (22)$$

Somit ist der Abstand zwischen den beiden scharf abbildenden Punkten wie folgt:

$$\implies \underline{\bar{d}} = (26,09 \pm 0,09) \text{ cm} \quad (23)$$

Mit dem für L bestimmten Wert von

$$L = (60,00 \pm 0,05) \text{ cm} \quad (24)$$

berechen wir die Brennweite nach dem Bessel-Verfahren mithilfe von Gl.(5):

$$f = \frac{L^2 - \bar{d}^2}{4L} \approx 12,164 \text{ cm} \quad (25)$$

Der Fehler der Brennweite können wir mit Gauß-Fehlerfortpflanzung ermitteln:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{d}} \Delta \bar{d}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L} \Delta L\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\bar{d}}{2L} \Delta \bar{d}\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{4} + \frac{\bar{d}^2}{4L^2}\right) \Delta L\right)^2} \quad (26)$$

$$\approx 0,025 \text{ cm} \quad (27)$$

Die ermittelte Brennweite beträgt also:

$$\implies \underline{f} = (12,16 \pm 0,03) \text{ cm} \quad (28)$$

3.3 Untersuchung der Linsenfehler

Unter Beibehaltung des unveränderten Abstands L wurden jeweils 3 Messungen für d durchgeführt, einmal mit einem Rotfilter und einmal mit einem Blaufilter. Im Folgenden werden die Brennweiten weiter verglichen, wobei das Besselverfahren und die Werte aus Tabelle 3 im Messprotokoll verwendet werden. Hierbei steht der Index r für rotes Licht und der Index b für blaues Licht. Wie bereits im vorherigen Abschnitt wird zuerst der gemittelte Abstand \bar{d}_x berechnet, wobei der mittlere Fehler des Mittelwerts als Fehler verwendet wird.

$$\bar{d}_r = \frac{25,56 + 25,59 + 25,90}{3} = 25,683 \text{ cm} \quad \sigma_{\bar{d}_r} \approx 0,109 \text{ cm} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{d}_r = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}_r})^2 + (\Delta d')^2} \approx 0,130 \text{ cm} \quad (30)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\bar{d}_r = (25,68 \pm 0,13) \text{ cm}}} \quad (31)$$

$$\bar{d}_b = \frac{26,11 + 25,98 + 26,49}{3} = 26,193 \text{ cm} \quad \sigma_{\bar{d}_b} \approx 0,153 \text{ cm} \quad (32)$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{d}_b = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}_b})^2 + (\Delta d')^2} \approx 0,169 \text{ cm} \quad (33)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\bar{d}_b = (26,19 \pm 0,17) \text{ cm}}} \quad (34)$$

Somit ergeben sich die beiden Brennweiten wieder nach Gl.(5):

$$f_r = \frac{L^2 - d_r^2}{4L} \approx 12,252 \text{ cm} \quad (35)$$

$$f_b = \frac{L^2 - d_b^2}{4L} \approx 12,142 \text{ cm} \quad (36)$$

(37)

Wir berechnen den Fehler nach Gl.(26):

$$\Delta f_r = \sqrt{\left(\frac{\bar{d}_r}{2L}\Delta \bar{d}_r\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{4} + \frac{\bar{d}_r^2}{4L^2}\right)\Delta L\right)^2} \approx 0,032 \text{ cm} \quad (38)$$

$$\Delta f_b = \sqrt{\left(\frac{\bar{d}_b}{2L}\Delta \bar{d}_b\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{4} + \frac{\bar{d}_b^2}{4L^2}\right)\Delta L\right)^2} \approx 0,040 \text{ cm} \quad (39)$$

(40)

Wir haben dann die Brennweiten der beiden Farben:

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_r = (12,25 \pm 0,03) \text{ cm}}} \quad (41)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_b = (12,14 \pm 0,04) \text{ cm}}} \quad (42)$$

$$(43)$$

Wie erwartet, wird kurzwelliges Licht stärker gebrochen (abgesehen von Dispersion in Prisma), weshalb der Brennpunkt des blauen Lichts (f_b) näher an der Linsenachse liegt. In einem Medium mit normaler Dispersion bewegt sich Licht längere Wellenlängen, wie rotes Licht, langsamer durch das Material als Licht kürzere Wellenlängen, wie blaues Licht. Und das blaue Licht erhält aufgrund des Verhältnisses $v = c/n$ wegen seiner niedrigen Geschwindigkeit einen größeren Brechungsindex n.

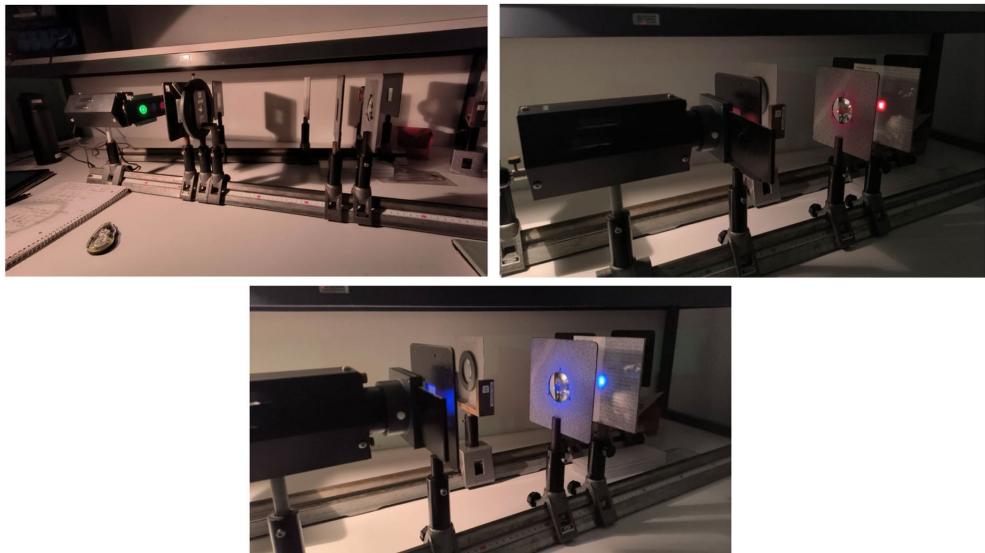


Abbildung 14: Messungen für chromatische Aberration

Zur qualitativen Beobachtung der sphärischen Aberration wurde die Linse einmal mit einer Lochblende und einmal mit einer Ringblende vor der Linse platziert und der Abstand d wieder bestimmt. Aus dem Messprotokoll können wir sehen, dass der Abstand d für achsenferne Strahlen größer ist als für achsennahe Strahlen ($d_{Loch} \geq d_{Ring}$), wodurch der Brennpunkt mit zunehmender Entfernung von der optischen Achse nach Gl.(5) in Richtung der Linsenachse verschoben wird.



Abbildung 15: Messungen für sphärische Aberration

3.4 Untersuchung des optischen Mikroskops

Um ein Mikroskop zu installieren platzieren wir das Dia mit Kreuzgitter hinter der Lampe mit dem Grünfilter. Direkt dahinter setzen wir den Spalt mit den Schneiden ein, so dass er zum Objektiv zeigt. Das Objektiv ($f_1 = 4 \text{ cm}$) wird ebenfalls direkt dahinter eingesetzt. Der Abstand von der Linsenebene bis zur Mitte des Reiters beträgt exakt 3 cm . Wir Stellen den Schirm für das Zwischenbild (mit Millimeter-Teilung) in einem Abstand von $b = 25 \text{ cm}$ vom Objektiv auf, und setzen das Okular dahinter im Abstand von $f_2 = 5 \text{ cm}$ ein.

Wie bereits im Messprotokoll angemerkt, beträgt der tatsächliche Abstand s zweier vertikaler Linien des Gitters:

$$s = (0.095 \pm 0.006) \text{ mm} \quad (44)$$

Damit haben wir die Gleichung: $s = s'/\beta$ benutzt, s' bezeichnet sich als der gesehene Abstand zweier vertikaler Linien im Gitter und β der Abbildungsmaßstab. Der Fehler von s ist gegeben durch die Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta s = s \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta s'}{s'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2} \quad (45)$$

Nach Gl.(4) ist $\beta = b/f - 1$, daher können wir den Fehler $\Delta \beta$ bestimmen:

$$\Delta \beta = \frac{\Delta b}{f_1} \quad (46)$$

Somit ist s die Gitterkonstante. Der Abstand zwischen Spalt und Gitter beträgt:

$$g = (5,27 \pm 0.10) \text{ cm} = (52,7 \pm 1,0) \text{ mm} \quad (47)$$

Nun wird der Spalt der Blende verringert, bis die vertikalen Striche gerade nicht mehr erkennbar sind. Dabei haben wir den grünen Farbfilter benutzt:



Abbildung 16: Links: vertikale Striche erkennbar. Rechts: Nicht erkennbar.

Wir haben insgesamt dreimal die Spaltbreite der Blende gemessen, die wir benötigen um die vertikale Striche zu entfernen. Als Dicke \bar{D} der Blende soll der Mittelwert und dessen mittlerer Fehler aus den Werten in Tabelle 4, Messprotokoll, verwendet werden:

$$\bar{D} = \frac{0,40 + 0,38 + 0,39}{3} = 0,390 \text{ mm} \quad (48)$$

Als Fehler der Breite benutzen wir wieder den mittleren Fehler sowie die Ablesegenauigkeit während der Messung:

$$\sigma_{\bar{D}} \approx 0,006 \text{ mm} \quad \Delta d = 0,10 \text{ mm} \quad (49)$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{D} = \sqrt{(\sigma_{\bar{D}})^2 + (\Delta d)^2} \approx 0,10 \text{ mm} \quad (50)$$

Die Spaltbreite beträgt:

$$\bar{D} = (0,39 \pm 0,10) \text{ mm} \quad (51)$$

Die Wellenlänge des grünen Lichts liegt normalerweise zwischen 490 nm und 550 nm , als grobe Abschätzung werden wir die Wellenlänge als $\lambda = 540 \text{ nm}$ annehmen. Der Brechungsindex von Luft beträgt auf Meeressniveau (trockene Luft bei Normalatmosphäre) $n = 1,00028$ (Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Brechungsindex>)

Wir setzen alle Werte in die Gl.(15) ein und berechnen das Auflösungsvermögen des Mikroskops:

$$G_{min} = 1,22 \frac{\lambda g}{nD} = 1,22 \cdot \frac{540 \text{ nm} \cdot 52,7 \text{ mm}}{1,00028 \cdot 0,39} \approx 0,089 \text{ mm} \quad (52)$$

Da der Brechungsindex der Luft ganz ideal unter Normaldruck gilt, haben wir ein Fehler Δn von 1% angenommen. Die Wellenlänge λ wird als genau angemessen und bei Fehlerabschätzung einfach vernachlässigt. Der Fehler von Gleichung (52) ergibt sich laut der Gauss-Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta G_{min} = G_{min} \sqrt{\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2} \quad (53)$$

$$= 0,089 \cdot \sqrt{\left(\frac{1,0}{52,7}\right)^2 + 0,01^2 + \left(\frac{0,10}{0,39}\right)^2} \quad (54)$$

$$\approx 0,023 \text{ mm} \quad (55)$$

Somit folgt für das Auflösungsvermögen:

$$\implies \underline{G_{min} = (0,089 \pm 0,023) \text{ mm}} \quad (56)$$

Nun betrachten wir die Fehlerabweichung zwischen den theoretisch und experimentell bestimmten Auflösevermögen:

$$\frac{|G_{min} - s|}{(\Delta G_{min})^2 + (\Delta s)^2} = \frac{0,006}{\sqrt{0,006^2 + 0,023^2}} \approx 0,252 \quad (57)$$

Mit $0,252\sigma$ liegt die Abweichung im 1σ -Bereich und ist also nicht signifikant. Aber ehrlich zu sein, wir haben die Fehler ein bisschen überschätzt, dies liegt daran, dass beim Ablesen der Größe des Zwischenbildes die vertikalen Linien nicht ganz parallel zu der mm-Teilung sind. Und auch beim Scharfeinstellungen sind wir einfach nicht sicher, ob das Bild genau am schärfsten ist, weil es visuelle Erschöpfung gibt.

Zum Schluss beobachten wir noch qualitativ den Einfluss der Wellenlänge auf das Auflösungsvermögen, indem wir das rote und das blaue Farbfilter benutzen. Es wird wieder die Spaltbreite gemessen, bei der die vertikalen Striche des Gitters nicht mehr zu erkennen sind, wobei die für den roten Farbfilter d_r und den blauen Filter d_b durchgeführt wurde:

$$d_r = (0,50 \pm 0,10) \text{ mm} \quad d_b = (0,30 \pm 0,10) \text{ mm} \quad (58)$$

Diese Messungen entsprechen auch unserer Erwartung, weil rotes Licht im Vergleich zu blauem Licht eine deutlich längere Wellenlänge hat, muss rotes Licht nach Gl.(15) bei gleichem Auflösungsvermögen (Wenn die vertikalen Striche gerade verschwinden.) größere Spaltbreite aufweisen soll als blaues Licht.

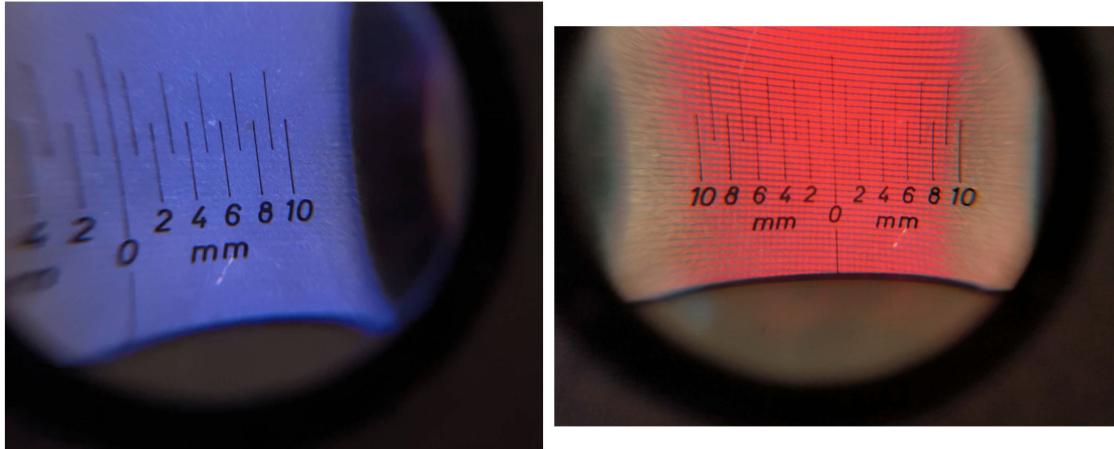


Abbildung 17: Auflösungsvermögen für das rote und blaue Licht

Im Alltagsleben ist die Herstellung einer sehr kleinen Spaltbreite allerdings sehr aufwendig, so dass diese vorwiegend nur in teuren Spezialoptiken eingesetzt werden. Unter diesen Umständen ist daher realisierbar, dass man mithilfe von dem roten Licht bei vorhandener Spaltbreite sich das Auflösungsvermögen deutlich erhöhen lässt. Mit der großen Wellenlänge des roten Lichts wird die Sichtbarkeit beim Ablesen auch verbessert, weil elektromagnetische Wellen mit relativ langen Wellenlängen haben eine bessere Durchdringungsfähigkeit. Dies ist auch der Grund, warum Menschen das rote Licht als Alarm oder Signal sondern nicht das blaue Licht benutzt hat.

3.5 Diskussion

Im gesamten Verlauf dieser Untersuchung haben wir die Eigenschaften optischer Abbildungen unter die Lupe genommen. Dies erfolgte durch die Variation der Gegenstandsweite und die Messung der entsprechenden Bildweite. In einem weiteren Schritt haben wir uns den Einfluss von Aberrationen in Linsen gewidmet. Hierzu verwendeten wir Loch- und Ringblenden sowie verschiedene Farbfilter und wandten das Bessel-Verfahren an, um die Brennweiten zu ermitteln und miteinander zu vergleichen. Im abschließenden Teil unseres Experiments haben wir ein Mikroskop mit zwei bikonvexen Linsen, einer Blende, Dias mit Teststrukturen und einem Kreuzgitter aufgebaut, um die Gitterkonstante und das Auflösungsvermögen zu untersuchen.

Im ersten Teil konnten wir die Brennweite der Linse graphisch bestimmen und erhielten einen Wert von $f = (5,6 \pm 0,5) \text{ cm}$. Dieser Wert wies nur eine geringfügige relative Fehlerabweichung von $0,64\sigma$ auf und liegt somit im 1σ -Bereich, was als nicht signifikant betrachtet werden kann. Allerdings überschneiden sich einige Linien im Diagramm 1 nicht, und bei einigen Linien gab es sogar erhebliche Abweichungen. Aus diesem Grund entschieden wir uns, zuerst einen Punkt zu finden, an dem die meisten Linien sich annähernd schneiden, und lasen den entsprechenden b-Achsen-Wert ab, der innerhalb des Fehlerbereichs lag. Um systematische Fehler zu berücksichtigen,

schätzten wir einen großen Fehler von $0,5\text{ cm}$ ab. Die große Abweichung liegt daran, dass während des Experimentierens wir aufgrund visueller Ermüdung und der Unfähigkeit, die genaue Position des Bildes mit der besten Klarheit anzupassen, den Lichtschirm oft nur auf ein grobes Intervall einstellen können. Daher haben wir den Fehler auch möglichst groß abgeschätzt, was zu einer relativen kleinen Fehlerabweichung führt. Darüber hinaus sind die Brechungsfehler in der Nähe der Linsenränder ausgeprägter und können die Messungen beeinflussen.

Im zweiten Teil verwendeten wir das Bessel-Verfahren, um ebenfalls eine Brennweite zu ermitteln (für zwei Wellenlängen). Hierbei traten ähnliche Probleme wie im ersten Teil auf, wobei gleichzeitig auch die große Reibung auf der Schiene negativen Einfluss auf unsere Experimente ausgeübt hat. Die Bewegung der Linse erforderte erhebliche Kraftanstrengungen, um den schärfsten Punkt zu finden, was zu schlechter Steuerung und gelegentlichem Berühren des Lichtschirms oder des Objektivs führte und somit die vorher festgelegte Position störte. Für zukünftige Experimente schlagen wir daher vor, Schmieröl zur Verfügung zu stellen, um solche Reibungseffekte zu minimieren.

Der Vergleich der relativen Fehler (durch das Bessel-Verfahren nur $0,03\text{ cm}$, im ersten Teil $0,5\text{ cm}$) zeigt, dass das Bessel-Verfahren genauer ist als das graphische Verfahren. Das Bessel-Verfahren ermöglicht die Eliminierung systematischer Fehler, die bei festen Linsenpositionen auftreten können, wie Verzerrungen oder Fehler in der Linsenposition. Durch die Messung der Entfernung zwischen den beiden Positionen, an denen das Bild scharf ist, können auch Parallaxenfehler minimiert werden. Parallaxe tritt auf, wenn das Beobachtungauge nicht genau auf die optische Achse ausgerichtet ist, was bei Ein-Positions-Messmethoden zu Ungenauigkeiten führen kann. Darauf hinaus wird durch das Bessel-Verfahren der Informationsverlust beim Auftragen der Linien minimiert, wie er bei der einfachen Linsenmaker-Methode während des Diagrammzeichnens auftritt. Mit den Ring- und Lochbelenden sowie verschiedenen Farbenfiltern werden chromatischer und sphärischer Aberration deswegen erfolgreich bestätigt.

Im dritten Teil unseres Experiments haben wir die Gitterkonstante und das Auflösungsvermögen des Mikroskops bestimmt. Die geringe Fehlerabweichung von $0,252\sigma$ ist gar nicht signifikant und zeigt, dass unsere Messungen genau waren. Die Genauigkeit unserer Messung lässt sich zurückführen, dass wir die Fehler ein bisschen überschätzt. Ein anderer Grund dafür ist, dass aufgrund der Empfindlichkeit des menschlichen Auges für grünes Licht es leicht zu beurteilen, wann das Bild am klarsten ist, um das Gitter an die entsprechende Position zu bewegen. Bei Messungen im blauen Licht traten jedoch Schwierigkeiten auf. Aufgrund der kurzen Wellenlänge des blauen Lichts ist die Transmission äußerst gering, was es uns erschwert, das Zwischenbild klar im Okular wahrzunehmen. Diese Herausforderung wird auch in Abbildung 17 deutlich, in der die Schwäche des blauen Lichtbildes gut erkennbar ist. In Zukunft könnte die Verwendung von Vergrößerungshilfen oder besserer Beleuchtung dieses Problem lösen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass unsere Experimente zur Untersuchung optischer Abbildungen wertvolle Einblicke in die Phänomene der Optik geliefert haben.

Durch die Anwendung verschiedener Methoden können wir die Genauigkeit unserer Ergebnisse steigern und Fehler minimieren. Aber Für zukünftige Untersuchungen sollten jedoch weitere Verbesserungen in Betracht gezogen werden, wie die Verwendung von Schmieröl, um Reibungseffekte zu reduzieren, oder die Verwendung von Vergrößerungshilfen für Messungen im blauen Licht.