Physikalisches Anfängerpraktikum II
Sommersemester 2023

Versuch 212 Tutor: Hannah Todte

Zähigkeit von Flüssigkeiten

1 Einleiung[1]

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Experiment soll die Viskosität von Polyethylenglykol sowohl mit dem Kugelfallviskosimeter nach Stokes als auch mit dem Kapillarviskosimeter nach Hagen-Poiseuille ermittelt werden. Die dabei erhaltenen Ergebnisse werden anschließend miteinander verglichen. Zusätzlich soll die Gültigkeitsgrenze des Stokes'schen Gesetzes untersucht werden, indem wir den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung um die Kugel (Wirbelablösung) bestimmen.

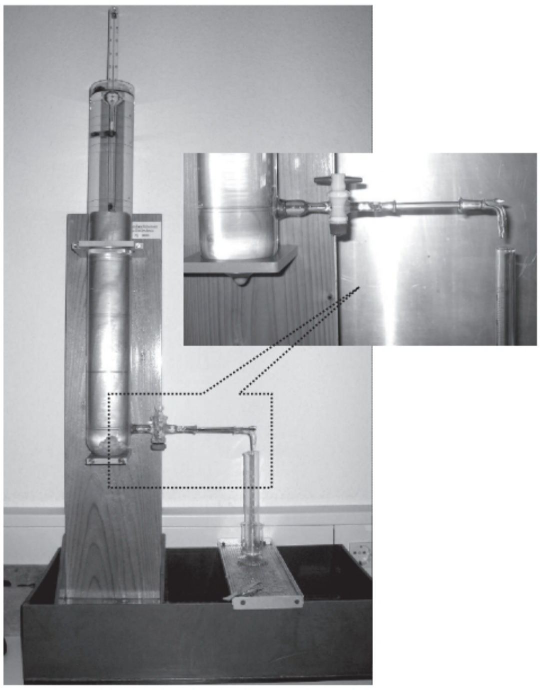


Abbildung 1: Versuchsaufbau

[1]Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 2.0β Stand 04/2023 - Python Edition

1.2 Bewegung in einer flüssigem Medium

Wenn sich ein Objekt mit gleichbleibender Geschwindigkeit durch ein flüssiges oder gasförmiges Medium bewegt, so ist eine Nettokraft erforderlich, um die zusätzlichen Reibungskräfte auszugleichen, die durch intermolekulare Kräfte entstehen. Die Stärke dieser Reibungskräfte hängt von der "Viskosität"der Flüssigkeit ab. Qualitativ lässt sich sagen, dass aufgrund der Adhäsion ein an der Oberfläche des Körpers haftender Flüssigkeitsfilm existiert. Dieser übt eine Tangentialkraft auf die darunterliegende Schicht aus und beschleunigt sie auf eine bestimmte Geschwindigkeit. Gemäß dem Reaktionsprinzip existiert daher immer eine entgegengesetzte, bremsende Kraft, die propotional zur Fläche A und zur Geschwindigkeit v und umgekehrt proportional zum Abstand z der zwei parallel zueinander ausgerichteten Platten ist:

$$F_r = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dz} \qquad [\eta] = Pa \cdot s \tag{1}$$

Die Proportionalitätskonstante η ist eine flüssigkeitsspezifische Größe und wird als dynamische Viskosität, Zähigkeit oder meist auch nur als ***Viskosität*** bezeichnet. Wir sprechen also von einer Schichtströmung oder ***laminarer Strömung***. Für den Fall die einzelne Schichte gleiten entspreícht natürlich dann auch des Newtonschen Reibungsgesetzes.

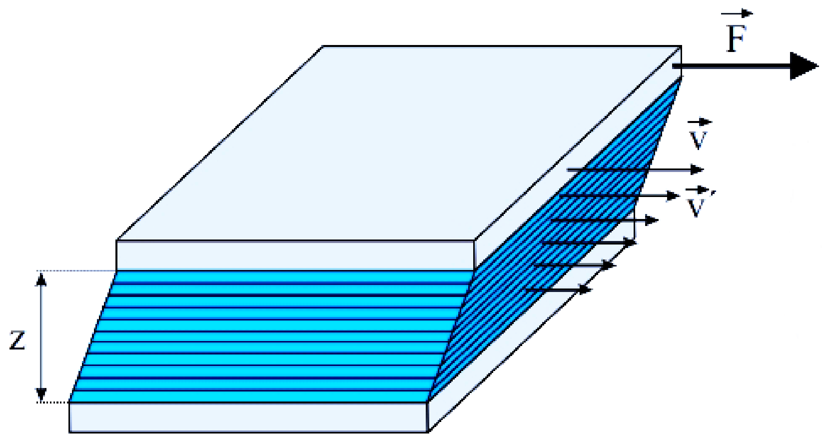


Abbildung 2: Die Flüssigkeit bewegt sich schichtweise in Richtung der Kraft und erzeugt daher eine Reibungskraft

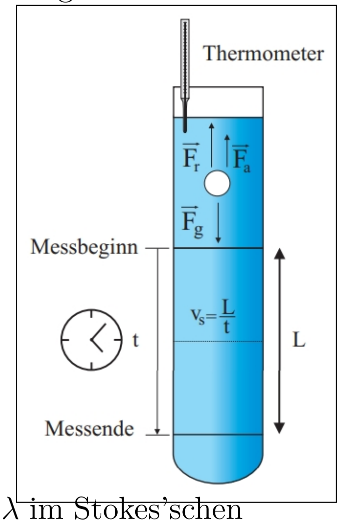
Allerdings bei einer ***turbulenten Strömung*** können die Schichten vermischt werden und daher das Newtonsche Gesetz nicht mehr gilt. Der Fall lässt sich mit Hilfe der dimensionslosen ***Reynoldszahl*** abschätzen, die das Verhältnis der (doppelten) kinetischen Energie eines Volumenelements der Flüssigkeit, zu den Reibungsverlusten beschreibt:

$$Re = \frac{2E_{kin}}{W_{Reibung}} = \frac{\rho v L}{\eta} \tag{2}$$

Dabei sind ρ die Dichte der Flüssigkeit, v die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und L die charakteristische Länge. Bei niedrigen Reynolds-Zahlen ist die kinetische Energie kleiner oder gleich der Reibungsenergie, die innere Reibung wirkt stabilisierend auf die Strömungsbewegug, was zu laminarer Strömung führt. Bei Überschreitung eines kritischen Reynolds-Zahlen-Wertes (Re_{kr}) wird die Strömung turbulent und instabil, wobei die kinetische Energie deutlich größer als die Reibungsenergie ist. Die kritischen Reynolds-Zahlen sind
aber experimentell abhängig.

1.3 Bestimmung der Viskosität mit einem Kugelfallviskosimeter nach Stokes

Abbildung 3: Kugelfallviskosimeter



Eine Kugel mit Radius r und konstanter Geschwindigkeit v erfährt eine Reibungskraft durch die Flüssigkeit nach dem Stokes'schen Satz:

$$F_r = 6\pi\eta r v \tag{3}$$

Das Stokes'sche Gesetz hat jedoch eine Näherung für laminare Strömungen mit $Re < 1$ angenommen und ist daher nur für unendlich ausgedehnte Flussigkeiten gültig. Durch den begrenzten Durchmesser des Fallrohres wird die Sinkgeschwindigkeit systematisch unterschätzt, wobei der Fehler mit zunehmendem Kugelradius steigt. Dies kann durch die Ladenburg'sche Korrektur λ im Stokes'schen Gesetz berücksichtigt werden:

$$F_r = 6\pi\eta r v\lambda \qquad \lambda = 1 + 2.1\frac{r}{R} \tag{4}$$

wobei R den Radius des Fallrohres beschreibt.
Die Viskosität η lässt sich durch den Fall einer Kugel bestimmen, indem wir eine Kraft Analyse durchgeführen:

$$F_g = \rho_k V_k g \text{ (Gewichtskraft)} \qquad F_a = -\rho_f V_k g \text{ (Auftriebskraft)} \tag{5}$$

$$F_r = -6\pi\eta r v_s \text{ (Reibungskraft)} \qquad F_g + F_a + F_r = 0 \tag{6}$$

$$\Longrightarrow \eta = \frac{2}{9} g \frac{\rho_k - \rho_f}{v_s} r^2 \tag{7}$$

1.4 Bestimmung der Viskosität nach Hagen-Poiseuille: Laminare Rohrströmung

Ein weiterer Weg die Viskosität zu bestimmen ist über die Messung des Volumenstroms. Hierzu wird ein Rohr mit Länge L, Radius R und Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$

zwischen den beiden Füllständen eingesetzt. In diesem Kapillarviskosimeter fließt ein laminarer Strom, wobei die Flüssigkeitsbewegung als Schichtströmung verstanden werden, bei der sich einzelne zylinderförmige Schichten gegeneinander verschieben:

$$F_p = \pi r^2 (p_1 - p_2) \qquad F_r = -2\pi r L \eta \frac{dv}{dr} \tag{8}$$

Die Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich durch Umstellen unter stationärer Situation und integrieren:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L}(R^2 - r^2) \tag{9}$$

Nach integrieren über die Querschnittsfläche ergiebt sich das Gesetz von Hagen-Poiseuille für den Volumenfluss:

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8\eta L} \tag{10}$$

Die Viskosität lässt sich durch Messung des Volumenstroms bestimmen, wenn Länge, Radius des Rohres und die Druckdifferenz bekannt sind.

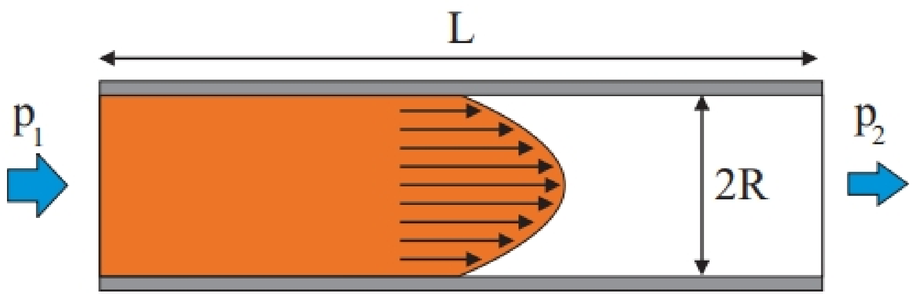


Abbildung 4: Laminare Rohrströmung mit parabelförmigem Geschwindigkeitsprofil

2 Versuchsdurchführung

Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll siehe folgende Seiten.

PAP 2.1 Messprotokoll 20.12.2023

Versuch 212 — Zähigkeit von Flüssigkeiten 13:00 ~ 17:00

Yuting Shi Yulai Shi

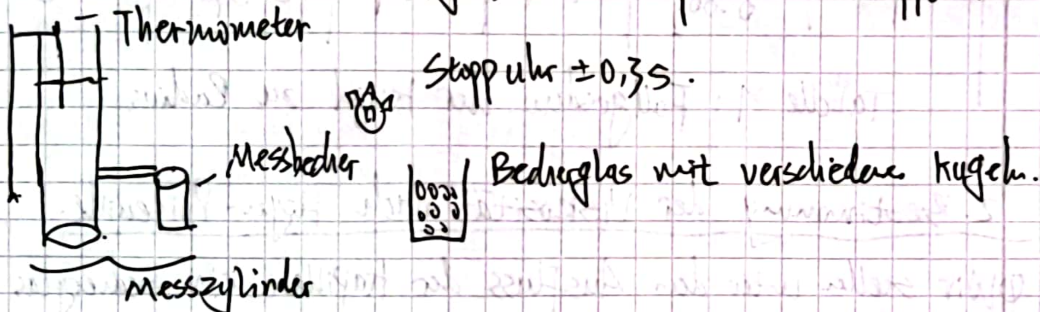
Messaufbau:

· Messzylinder aus Hartglas mit Messskaler, gefüllt mit Polyethylenglykol. Am unteren Teil des Zylinders befindet sich eine Präzisions ~~Konstante~~ kapillare (Länge 100 mm ± 0.5 mm, Kapillardurchmesser 1.5 mm ± 0.01 mm)

· Kugeln aus „Hostaform C" mit folgende Durchmessern: $2r = 2,0/3,0/4,0/5,0/6,0/7,144/8,0/9,0$ mm ($\pm 1\%$). Die Dichte der Kugel sowie der Polyethylenglykol sind im folgende gegeben.

· Thermometer · Pinzette, Bechergläser · Maßstab · Stoppuhr.

Skizze:



1. Bestimmung der Viskosität nach Stokes mit Kugelfallviskosimeter.

Es wurde die Fallzeit Δt der Kugel zwischen zwei im Abstand Δs angebrachten Markierungen gemessen.

Die Kugel wurde bevor der Experiment immer in Becherglas mit Flüssigkeit getaucht, ~~damit~~ und geschwenkt, damit keine Luftblasen an der Kugel haften.

Die Sinkgeschwindigkeit für $\forall$ Kugeln mit jeweiligen Durchmessern wurde 5 mal gemessen. $T = 19.3 \pm 0,4$ °C

Durchmesser des Glaszylinders: $2R = 75$ mm

ΔS	d [mm]	ρ_K [g/cm³]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_5 [s]
50mm	1.5	1.357 ± 0.003	47.09	48.53	49.45	51.15	46.56
50mm	2	1.402 ± 0.003	24.76	25.46	23.58	22.09	23.50

Δs	d [mm]	ρ_K [g/cm³]	t_1[s]	t_2[s]	t_3[s]	t_4[s]	t_5[s]
100mm	3	1.377± 0.003	23.00	22.26	25.24	24.39	24.82
100mm	4	1.377± 0.003	14.40	13.84	13.78	13.68	15.23
100mm	5	1.377± 0.003	8.92	9.28	9.39	8.81	10.61
200mm	6	1.377± 0.003	13.46	13.29	13.32	13.80	13.21
200mm	7.144	1.377± 0.003	9.81	9.95	9.87	9.89	9.58
200mm	8	1.357± 0.003	8.87	8.82	8.45	9.00	8.86
200mm	9	1.362± 0.003	6.82	6.84	6.84	6.86	6.95

Tabelle 1: Fallgeschw. der Kugel zu Radius.

2. Bestimmung der Viskosität nach Hagen-Poiseuille.

① Wir stellen unter den Ausfluss der Kapillare ein Becherglas und öffnen den Hahn, dann warten bis die Strömungsverhältnisse stabilisiert. und eine gleichmäßige Tropfenfolge zu beobachten.

② Es wurden Anfangshöhe h_1 sowie die ~~Zeit~~ Ausflusszeit gemessen, Druckdifferenz messen.

Die Flüssigkeit wurde durch den Hahn in einen Messzylinder abgelese.

Ausfluss [cm³]	5	10	15	20	25
t [,]	2'14''98	5'23''24	8'15''32	11'08''76	13'59''10

s: '' min: '

Δh=1.5mm. Anfangshöhe der Flüssigkeitssäule: h_1 = 488. mm.

Endehöhe ~ h_2 = 482 mm.

T = (19.6 ± 0.4) °C

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Viskosität nach Stokes

Nach Gl.(7) können wir nach der Sinkgeschwindigkeit v_{lam} einer Kugel unter dem Einfluss Stokes'scher Reibung bei laminarer Strömung lösen:

$$v_{lam} = \frac{2}{9} g \frac{\rho_k - \rho_f}{\eta} r^2 \tag{11}$$

Da die Dichte der Kugel abhängig von dem Radius ist sollen wir statt den Mittelwert der Sinkgeschwindigkeit $\bar{v}$ gegen r^2 aufzutragen das Verhältnis $v := \bar{v}/(\rho_k - \rho_f)$ gegen r^2 auftragen, dies ergibt sich dann eine Gerade mit der Steigung $2g/9\eta$, mit der wir zuerst ohne Korrekturterm die Viskosität berechnen können. Dabei wird die Dichte der Flüssigkeit aus dem aktuellen Temperatur $(19,3 \pm 0,4)°C$ als $\rho_f = (1,1506 \pm 0,0006)\ g/cm^3$ ausgelesen:

$$v = \frac{\bar{v}}{\rho_k - \rho_f} = \frac{2g}{9\eta} r^2 \tag{12}$$

$$\Delta v = \sqrt{(\frac{\partial v}{\partial \bar{v}} \Delta \bar{v})^2 + (\frac{\partial v}{\partial \rho_k} \Delta \rho_k)^2 + (\frac{\partial v}{\partial \rho_f} \Delta \rho_f)^2} \tag{13}$$

$$= v \sqrt{(\frac{\Delta \bar{v}}{\bar{v}})^2 + (\frac{\Delta \rho_k}{\rho_f - \rho_k})^2 + (\frac{\Delta \rho_f}{\rho_f - \rho_k})^2} \tag{14}$$

Für jede Kugel mit unterschiedlichem Radius berechnen wir zuerst den Mittelwert der Sinkgeschwindigkeit sowie den mittleren Fehler des Mittelwerts als der statistische Fehler. Mit dem Messfehler quadrieren wir die beiden und addieren dann eine Wurzel ziehen, sodass wir die gesamte Messfehler bekommen. Eine analoge Rechung unter Berücksicht auf Korrekturterm wird auch durchgeführt, indem wir die Sinkgeschwindigkeit mit einem Faktor $\lambda = 1 + 2.1r/R$ aus Gl.(4) multiplizieren:

$$\bar{v_o} = \bar{v} \cdot \lambda \qquad \Delta \bar{v_o} = \sqrt{(\Delta \bar{v} \cdot \lambda)^2 + (\bar{v} \Delta \lambda)} \tag{15}$$

$$\Delta \lambda = \sqrt{(\frac{\partial \lambda}{\partial r} \Delta r)^2 + (\frac{\partial \lambda}{\partial R} \Delta R)^2} = \sqrt{(\frac{2,1}{R} \Delta r)^2 + (\frac{2,1r}{R^2} \Delta R)^2} \tag{16}$$

Dies fuhrt dazu, dass die Sinkgeschwindigkeiten der Kugeln mit dem Korrekturfaktor multipliziert werden müssen, der neue Relativfehler ergibt sich durch quadratische Addition des Relativfehlers zum vorherigen Relativfehler.

Es werden nun die Daten $\bar{v}$ aus Messung zusammen mit der Fehler umgerechnet und in die folgende Tabelle eingetragen, dabei bezeichnet sich $\bar{v_o}$ die Fallgeschwindigkeit ohne und $\bar{v_m}$ mit Korrekturterm:[2]

[2] Python Code 1

r [mm]	$\bar{v}_o[mm/s]$	$\bar{v_m}[mm/s]$
0.750±0.008	1.030±0.019	1.073±0.019
1.00±0.01	2.09±0.06	2.21±0.06
1.500±0.015	4.18±0.11	4.53±0.12
2.00±0.02	7.05±0.21	7.84±0.23
2.500±0.025	10.6±0.5	12.1±0.6
3.00±0.03	14.9±0.4	17.4±0.4
3.57±0.04	20.4±0.6	24.4±0.8
4.00±0.04	22.7±0.8	27.8±1.0
4.50±0.04	29.1±1.3	36.5±1.6

Tabelle 1: $\bar{v}$ aufgetragen gegen r

Nun wird das Verhältnis v gegen r^2 aufgetragen $v = \frac{v_s}{\rho_k - \rho_f}$, dazu werden die Dichten der Kugeln benötigt:

Durchmesser 2r [mm]	Dichte ρ_K $[g/cm^3]$
1.5	1.357±0.003
2	1.402±0.003
3 bis 7.144	1.377±0.003
8	1.357±0.003
9	1.362±0.003

Tabelle 2: Kugeldichten

Abbildung 5: Kugeldichten

Es werden nun beide Diagramme eingezeichnet sowie die Steigungen ermittelt:[3]

[3]Python Code 2

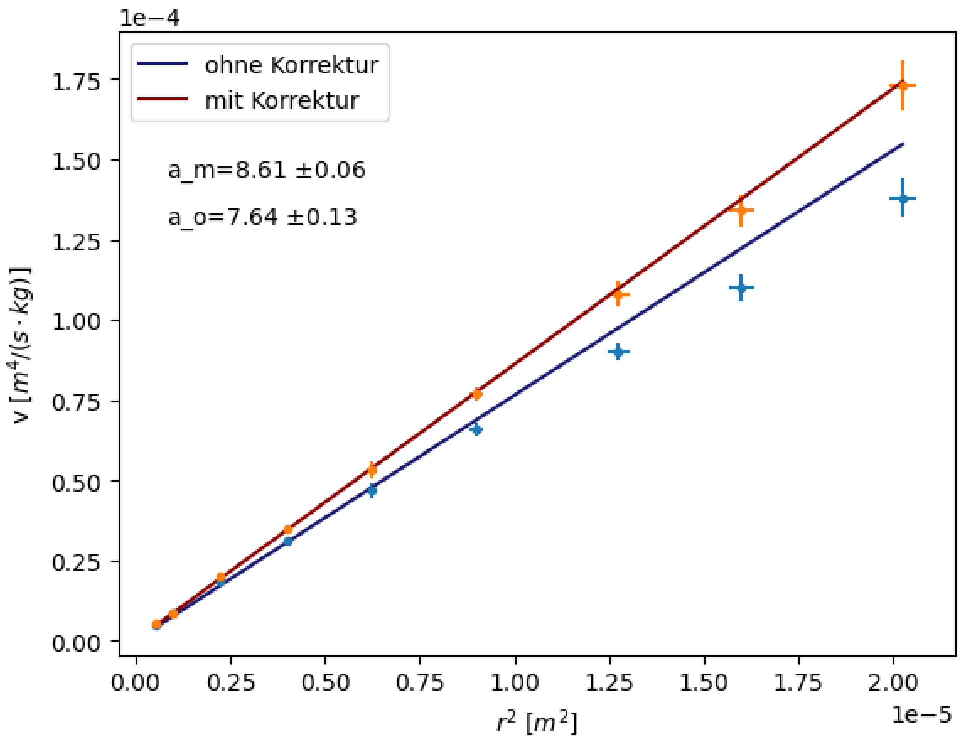


Abbildung 6: Eichkurve von v gegen r^2 mit und ohne Korrekturterm

Die Steigung a kann aus diesen Daten abgeleitet werden, wobei der Fokus auf dem linearen Segment liegt. Aus diesem Grund basiert die Konstruktion der Geraden ausschließlich auf den ersten fünf Messwerten. Die zunehmende Abweichung von der Linearität bei nachfolgenden Messwerten ist auf den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung zurückzuführen, der in diesem Bereich auftritt. Mit Gl.(12) - (14) lässt sich nun die Viskosität der Flüssigkeit bestimmen:[4]

$$\eta = \frac{2g}{9a_m} \pm \eta\sqrt{\left(\frac{\Delta a_m}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} = 0.2533 \pm 0.0016 \frac{kg}{m \cdot s} \tag{17}$$

Aus der ausgerechneten Viskosität können wir theoretisch die Sinkgeschwindigkeit in laminar Strömung berechnen, indem wir die Gleichung 11 benutzen: [5]

[4] Python Code 3
[5] Python Code 4

$$\Delta v_{\text{lam}} = \sqrt{\left(\frac{\partial v_{\text{lam}}}{\partial \rho_k}\Delta\rho_k\right)^2 + \left(\frac{\partial v_{\text{lam}}}{\partial \rho_f}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{\partial v_{\text{lam}}}{\partial \eta}\Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{\partial v_{\text{lam}}}{\partial r}\Delta r\right)^2} \tag{18}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2gr^2}{9\eta}\Delta\rho_k\right)^2 + \left(\frac{2gr^2}{9\eta}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{2gr^2(\rho_f - \rho_k)}{9\eta^2}\Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{4gr(\rho_f - \rho_k)}{9\eta}\Delta r\right)^2} \tag{19}$$

$$= v_{\text{lam}}\sqrt{\left(\frac{\Delta\rho_k}{\rho_f - \rho_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho_f}{\rho_f - \rho_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta r}{r}\right)^2} \tag{20}$$

Dann wird ein Vergleich mit den experimentell bestimmten Werten ($\bar{v}$) gemacht sowie die zugehörige Fehlerabweichung ermittelt. Die Ergebnisse tragen wir in die folgende Tabelle ein:

r [mm]	v_{lam} [mm/s]	v [mm/s]	Sigmaabweichung
0.75	1.00±0.03	1.073±0.019	2.32
1.0	2.16±0.05	2.21±0.06	0.59
1.5	4.39±0.10	4.53±0.12	0.91
2.0	7.8±0.2	7.84±0.23	0.15
2.5	12.2±0.3	12.1±0.6	0.12
3.0	17.5±0.4	17.4±0.4	0.24
3.57	24.8±0.7	24.4±0.8	0.43
4.0	28.5±0.7	27.8±1.0	0.57
4.5	36.9±0.8	36.5±1.6	0.19

Tabelle 3: Vergleich mit den theoretischen und experimentell bestimmten Werten

Alle Fehlerabweichungen liegen innerhalb von 3σ und sind damit nicht signifikant.

Es wird außerdem für jeden Kugelradius die Reynoldszahl bestimmt nach Gl.(2). Bei der Bewegung einer Kugel durch eine Flüssigkeit beschreibt L den Durchmesser der Kugel:[6]

[6] Python Code 5

$$Re = \frac{\rho_f v_{lam} L}{\eta} = \frac{2r\rho_f v_{lam}}{\eta} \tag{21}$$

$$\Delta Re = \sqrt{(\frac{\partial Re}{\partial r}\Delta r)^2 + (\frac{\partial Re}{\partial \rho_f}\Delta \rho_f)^2 + (\frac{\partial Re}{\partial v_{lam}}\Delta v_{lam})^2 + (\frac{\partial Re}{\partial \eta}\Delta \eta)^2} \tag{22}$$

$$= \sqrt{(\frac{2\rho_f v_{lam}}{\eta}\Delta r)^2 + (\frac{2r v_{lam}}{\eta}\Delta \rho_f)^2 + (\frac{2\rho_f r}{\eta}\Delta v_{lam})^2 + (\frac{2\rho_f r v_{lam}}{\eta^2}\Delta \eta)^2} \tag{23}$$

$$= Re\sqrt{(\frac{\Delta r}{r})^2 + (\frac{\Delta \rho_f}{\rho_f})^2 + (\frac{\Delta v_{lam}}{v_{lam}})^2 + (\frac{\Delta \eta}{\eta})^2} \tag{24}$$

Nun wird das Verhältnis v/v_{lam} gegen log(Re) in die folgende Tabelle aufgetragen:

r [mm]	Re	v/v_{lam}
0.75	0.0073±0.0002	1.0734±0.0334
1.0	0.0201±0.0006	1.0213±0.0366
1.5	0.0617±0.0018	1.0331±0.0368
2.0	0.1425±0.0045	1.0058±0.0380
2.5	0.2749±0.0140	0.9935±0.0547
3.0	0.4743±0.0123	0.9921±0.0329
3.57	0.7915±0.0279	0.9824±0.0411
4.0	1.0104±0.0383	0.9756±0.0424
4.5	1.4924±0.0674	0.9906±0.0488

Tabelle 4: Reynoldszahl für verschiedene Kugelradien

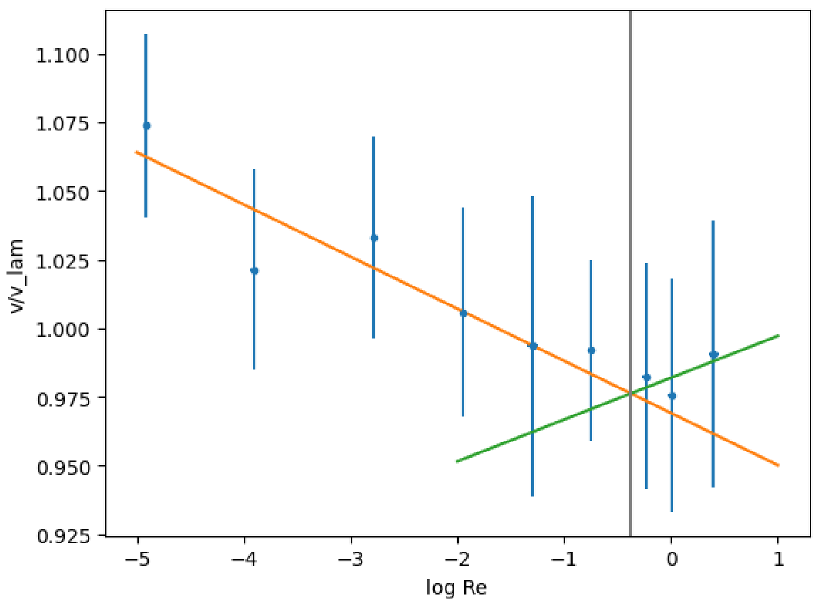


Abbildung 7: Die erhaltenen Reynoldszahlen gegen die vorher errechneten Geschwindigkeitsverhältnisse

Aus dem Diagramm lesen wir den schnittpunkt $Re \approx 10^{-0.38}$ als kritische Reynoldszahl ab, an dem Knick findet der Übergang von einer laminaren zur turbulenten Strömung statt.

3.2 Bestimmung der Viskosität nach Hagen-Poiseuille

Wir werden nun die Viskosität gemäß dem Hagen-Poiseuille-Gesetz ermitteln. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Druck innerhalb der Kapillare durch die Höhe der Flüssigkeitssäule bestimmt wird. Während die Flüssigkeit abfließt, ändert sich die Höhe der Flüssigkeitssäule und somit auch die Druckdifferenz in der Kapillare. Für die Berechnung dieser Druckdifferenz wird der Mittelwert der Anfangs- und Endhöhe, h_A und h_E, herangezogen:

$$p := p_1 - p_2 = \rho_f g \frac{h_A + h_E}{2} \qquad \dot{V} = \frac{\pi p R^4}{8\eta L} \tag{25}$$

$$\Delta p = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial \rho}\Delta\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial h_A}\Delta h_A\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial h_E}\Delta h_E\right)^2} \tag{26}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{g(h_A + h_E)}{2}\Delta\rho\right)^2 + \left(\frac{\rho g}{2}\Delta h_A\right)^2 + \left(\frac{\rho g}{2}\Delta h_E\right)^2} \tag{27}$$

$$= p\sqrt{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_A}{h_A + h_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_E}{h_A + h_E}\right)^2} \tag{28}$$

Die Dichte der Flüssigkeit ist $\rho_f = (1.1502 \pm 0.0005)\ g/cm^3$. Daraus bekommen wir die Druckdifferenz als: $p = (5472 \pm 12)\ Pa$.

Zur genauen Bestimmung des Volumenstroms durch die Kapillare ist es erforderlich, die verschiedenen Zwischenmesswerte über die Zeit hinweg zu erfassen und an diese eine lineare Kongression anzupassen. Wie im Video zu erkennen, beträgt die Skalenteilung des Messbechers 0,5 ml, daher wird der Fehler des Volumens auf 0,25 ml geschätzt. Der Zeitfehler wird auf 0,3 s (Reaktionszeit der Menschen) geschätzt.

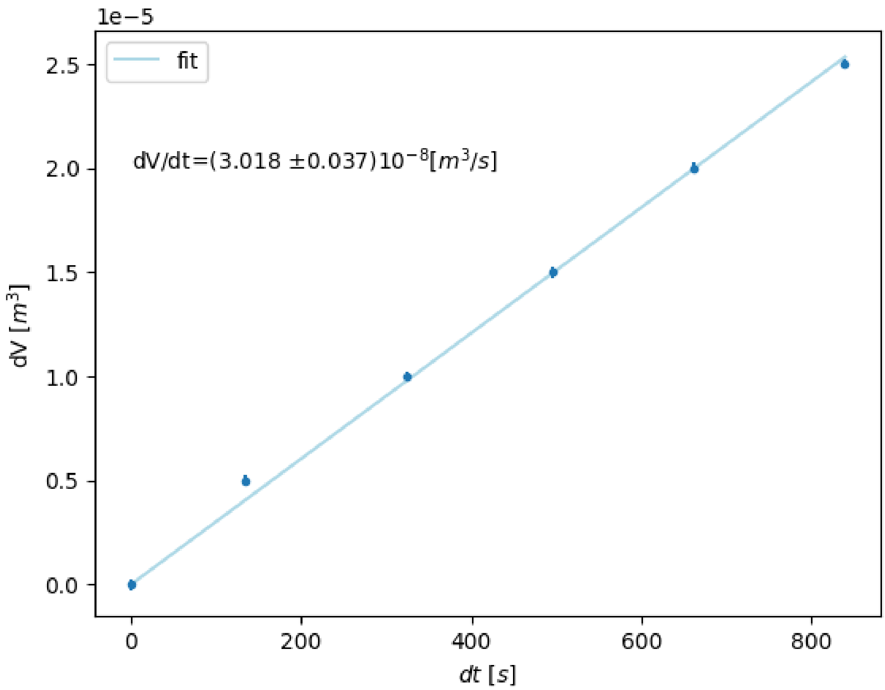


Abbildung 8: Fullvolumen über Zeit mit Fitgerade

Anhand Gl.(25) lässt sich nun die Viskosität bestimmen. Wir beachten Zusätzlich, dass der Kapillardurchmesser $D = (1.50 \pm 0.01)\ mm$ und die Länge $L = (100 \pm 0.5)\ mm$ betragen:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial p}\Delta p\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial R}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \dot{V}}\Delta \dot{V}\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial L}\Delta L\right)^2} \tag{29}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\pi R^4}{8L\dot{V}}\Delta p\right)^2 + \left(\frac{\pi R^3 p}{2L\dot{V}}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\pi R^4 p}{8L\dot{V}^2}\Delta \dot{V}\right)^2 + \left(\frac{\pi R^4 p}{8L^2\dot{V}}\Delta L\right)^2} \tag{30}$$

$$= \eta\sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \dot{V}}{\dot{V}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \tag{31}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\eta = (0.2253 \pm 0.0550)\ Pa \cdot s} \tag{32}$$

Wir machen eine Fehlerabschätzung mit der durch das Stokesche Gesetz betsimmten Viskosität:

$$\frac{|\eta_s - \eta_h|}{\sqrt{(\Delta\eta_s)^2 + (\Delta\eta_h)^2}} \approx 0.51 \tag{33}$$

Mit der Fehlerabweichung von 0.51σ ist der Fehler nicht signifikant.

Nun wird mit der Geschwindigkeit v und deren Fehler Δv die Reynoldszahl wieder nach Gl.(21) bestimmt:

$$v = \frac{\dot{V}}{\pi R^2} \tag{34}$$

$$\Delta v = v\sqrt{(\frac{\Delta \dot{V}}{\dot{V}})^2 + \left(2\frac{\Delta R}{R}\right)^2} \tag{35}$$

Hier bezeichnet R das Radius von dem Kapillar. Bei einer Rohrströmung ist für die effektive Länge der Rohrdurchmesser einzusetzen. Mit den Berechnungen wie vorher folgt damit die Reynoldszahl:

$$Re = \frac{2R\rho_f v}{\eta} \tag{36}$$

$$\Delta Re = Re\sqrt{(\frac{\Delta R}{R})^2 + (\frac{\Delta \rho_f}{\rho_f})^2 + (\frac{\Delta v}{v})^2 + (\frac{\Delta \eta}{\eta})^2} \tag{37}$$

$$\Longrightarrow \boxed{Re = 0.1308 \pm 0.0322} \tag{38}$$

Für eine Kapillare beginnen Strömungen erst ab der kritischen Reynolds-Zahl von 2300 turbulent zu werden.Im Vergleich zu der kritischen Reynoldszahl ist $Re \ll Re_{kritisch}$. Die in unserer Beobachtung festgestellte Strömung liegt, selbst unter Berücksichtigung des Fehlerintervalls und unter Beachtung der maximalen Geschwindigkeit, deutlich im laminaren Bereich.

Wir sehen, dass die Reynoldszahl trotz verschiedenen Situationen nach Hagen-Poiseuille sehr nah an den Werten nach Stokes liegt.

4 Diskussion

In unserem Experiment haben wir die Viskosität und Reynoldszahl mithilfe der Gesetze von Stokes und Hagen-Poiseuille bestimmt. Im ersten Schritt beginnen wir die Viskosität zu berechnen, dabei haben wir den Ladenburgschen Korrekturterm verwendet. Dies war notwendig, da das Stokesche Gesetz in seiner Grundform vor allem für sehr große Rohrradien eine gute Näherung ist. hierbei ist zu sehen, das die ersten beiden Kugeln eine signifikante Abweichung vom experimentellen Wert aufweisen. Grund dafür könnte unter anderem sein, das für diese beiden Kugeln eine kürzere Strecke zur Ermittlung der Geschwindigkeit verwendet wurde.

Einen interessanten Aspekt haben wir in den späteren Messwerten der Eichkurve festgestellt: eine zunehmende Abweichung von der Linearität. Diese Abweichung lässt sich auf den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung zurückführen. Für die Bestimmung der Reynoldszahl haben wir das Verhältnis der theoretisch berechneten zu den experimentell bestimmten laminaren Geschwindigkeiten betrachtet, indem wir durch das Auftragen der Verhältnisse zwischen theoretischen und experimentell betsimmten laminarer Geschwindigkeiten gegen r^2 im Diagramm den Schnittpunkt ermittelt, der einen Übergang ziwschen laminarer und turbulenter Strömung darstellt. Hierbei haben wir festgestellt, dass es schwierig war, den genauen Schnittpunkt zu bestimmen, da sich die Daten nur geringfügig unterschieden. Daher haben wir zwei geneigte Geraden eingeführt, um zu sehen, wo die Steigung sich umkehrt, was mit zunehmendem Kugelradius der Fall war. Aus diesen Ergebnissen haben wir dann die kritische Reynoldszahl berechnet, die für die größten Kugeln turbulente Strömungen anzeigt. Der geschätzte Wert dieser kritischen Reynoldszahl lag bei etwa 1.

Im zweiten Teil des Experiments haben wir die Viskosität erneut gemessen und festgestellt, dass die Werte exakt mit denen aus dem ersten Teil übereinstimmen. Die Reynoldszahlen aus dem zweiten Versuchsteil deuteten klar auf eine laminare Strömung hin. Beim Vergleich der beiden Methoden haben wir uns auf die Viskositätswerte konzentriert, da die Reynoldszahlen aufgrund der unterschiedlichen Versuchsumstände nicht direkt miteinander vergleichbar waren. Bei den Viskositätswerten haben wir eine leichte Abweichung zwischen den Methoden nach Stokes $(0,2533 \pm 0,0016\ Pa \cdot s)$ und Hagen-Poiseuille $(0,2253 \pm 0,0550\ Pa \cdot s)$ festgestellt, was einer Abweichung von etwa $0,51\sigma$ entspricht. Diese Abweichung lag jedoch noch innerhalb der Signifikanzschwelle von 3 Sigma und ist nicht signifikant.

5 Anhang

Auswertung 212

December 24, 2023

Versuch 212 Auswertung Zähigkeit von Flüssigkeiten Aufgabe 1: Bestimmung der Viskosität nach Stokes

Python Code 1

[48]:
```
from math import log10, floor

def round_significant_digit(x):
    """Input error
    Return tuple in form of (error rounded to significant digit, decimal place␣
↪of significant digit)"""
    first_dig = -int(floor(log10(abs(x))))
    if x // (10**floor(log10(x))) <= 2:
        return (round(x, first_dig+1),first_dig+1)
    else:
        return (round(x, first_dig),first_dig)

def latex_table(data):
    """Input 2d-array-like
    Return latex table in string format
    Entries are centered, border for all cells
    Does not escape special characters"""
    latex_string = "\\begin{tabular}{|"
    for i in range(len(data[0])):
        latex_string += "c|"
    latex_string += "}\n\\hline\n"
    latex_string += " \\\\ \\hline\n".join([" & ".join([str(a) for a in row])␣
↪for row in data])
    latex_string += " \\\\ \\hline\n\\end{tabular}"
    return latex_string
```

[49]:
```
import numpy as np
from scipy import stats
from scipy.optimize import curve_fit
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
from scipy.stats import sem
%matplotlib inline
```

```
#########Eichkurve Darstellung ohne Korrekturterm
#innenradius des fallrohres in mm
R=0.5*75

#radien der kugeln in mm
r=np.array([1.5,2,3,4,5,6,7.144,8,9])*0.5
d_r=0.01*r

#messunngen tabelle 1 abstand in mm
s = np.array([50,50,100,100,100,200,200,200,200])

#messung der tabelle 1 zeit in sekunden (index zeigt durchmesser der kugel und␣
 ↪i dass es messwerte aus tabelle 1 sind)

t_1i=np.array([47.09,48.53,49.45,51.15,46.56])
t_2i=np.array([24.76,25.46,23.58,22.09,23.5])
t_3i=np.array([23,22.26,25.24,24.39,24.82])
t_4i=np.array([14.4,13.84,13.78,13.68,15.23])
t_5i=np.array([8.92,9.28,9.39,8.81,10.61])
t_6i=np.array([13.46,13.29,13.32,13.80,13.21])
t_7i=np.array([9.81,9.95,9.87,9.89,9.58])
t_8i=np.array([8.87,8.82,8.45,9,8.86])
t_9i=np.array([6.82,6.84,6.84,6.86,6.95])
d_t_i= 0.3

#zeit mitteln und standardfehler
t_m=np.array([np.mean(t_1i),np.mean(t_2i),np.mean(t_3i),np.mean(t_4i),np.
 ↪mean(t_5i),np.mean(t_6i),np.mean(t_7i),np.mean(t_8i),np.mean(t_9i)])

d_t_std = np.
 ↪array([sem(t_1i),sem(t_2i),sem(t_3i),sem(t_4i),sem(t_5i),sem(t_6i),sem(t_7i),sem(t_8i),sem(

#fehlerrechnung nach gauss
d_t_m= 0.3

#gesamtfehler
d_t_ges=np.sqrt((d_t_std)**2+(d_t_m)**2)

#sinkgeschwindigkeit ohne korrektur in mm/s
v_oK=s/t_m
d_v_oK= s/(t_m**2)*d_t_ges
print('v_s ohne korrektur:', v_oK)
print('fehler v_s ohne korrektur:', d_v_oK)

#sinkgeschwindigkeiten in mm/s mit korrektur lambda
lam= 1+2.1*(r/R)
```

```
d_lam=2.1/R*d_r
v_mK=v_oK*lam
d_v_mK= v_mK*np.sqrt((d_lam/lam)**2+(d_v_oK/v_oK)**2)
print('v_s mit korrektur:', v_mK)
print('fehler v_s mit korrektur:', d_v_mK)
```

```
v_s ohne korrektur: [ 1.02973886  2.09397772  4.1767605   7.04920344 10.63603489
14.90757305
 20.36659878 22.72727273 29.14602157]
fehler v_s ohne korrektur: [0.01864665 0.05720125 0.11151973 0.20716909
0.49679113 0.35286878
 0.63621196 0.81084348 1.27793992]
v_s mit korrektur: [ 1.07298789  2.21124047  4.52760839  7.83871423 12.12507977
17.41204532
 24.44057026 27.81818182 36.490819  ]
fehler v_s mit korrektur: [0.01943463 0.0604159  0.12093829 0.23050728
0.56653761 0.41291097
 0.7645609  0.99377726 1.60166572]
```

[50]:
```
for i in range(len(v_oK)):
    d_v_oK[i], d=round_significant_digit(d_v_oK[i])
    v_oK[i]=round(v_oK[i], d)

    d_v_mK[i], d=round_significant_digit(d_v_mK[i])
    v_mK[i]=round(v_mK[i], d)

    d_r[i], d=round_significant_digit(d_r[i])
    r[i]=round(r[i], d)

print('v_s ohne korrektur:', v_oK)
print('fehler v_s ohne korrektur:', d_v_oK)

print('v_s mit korrektur:', v_mK)
print('fehler v_s mit korrektur:', d_v_mK)

print('Rdius r:', r)
print('Fehler Rdius r:', d_r)
```

```
v_s ohne korrektur: [ 1.03  2.09  4.18  7.05 10.6  14.9  20.4  22.7  29.1 ]
fehler v_s ohne korrektur: [0.019 0.06  0.11  0.21  0.5   0.4   0.6   0.8   1.3
]
v_s mit korrektur: [ 1.073  2.21   4.53   7.84  12.1   17.4   24.4   27.8   36.5
]
fehler v_s mit korrektur: [0.019 0.06  0.12  0.23  0.6   0.4   0.8   1.    1.6
]
Rdius r: [0.75 1.   1.5  2.   2.5  3.   3.57 4.   4.5 ]
Fehler Rdius r: [0.008 0.01  0.015 0.02  0.025 0.03  0.04  0.04  0.04 ]
```

[51]:
```
print(latex_table([["r [mm]", "v [mm/s]"]]+[[f"{r[i]}$\\pm${d_r[i]}", f"{v_oK[i]}$\\pm${d_v_oK[i]}", f"{v_mK[i]}$\\pm${d_v_mK[i]}"] for i in range(len(v_oK))]))
```

```
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
r [mm] & v [mm/s] \\ \hline
0.75$\pm$0.008 & 1.03$\pm$0.019 & 1.073$\pm$0.019 \\ \hline
1.0$\pm$0.01 & 2.09$\pm$0.06 & 2.21$\pm$0.06 \\ \hline
1.5$\pm$0.015 & 4.18$\pm$0.11 & 4.53$\pm$0.12 \\ \hline
2.0$\pm$0.02 & 7.05$\pm$0.21 & 7.84$\pm$0.23 \\ \hline
2.5$\pm$0.025 & 10.6$\pm$0.5 & 12.1$\pm$0.6 \\ \hline
3.0$\pm$0.03 & 14.9$\pm$0.4 & 17.4$\pm$0.4 \\ \hline
3.57$\pm$0.04 & 20.4$\pm$0.6 & 24.4$\pm$0.8 \\ \hline
4.0$\pm$0.04 & 22.7$\pm$0.8 & 27.8$\pm$1.0 \\ \hline
4.5$\pm$0.04 & 29.1$\pm$1.3 & 36.5$\pm$1.6 \\ \hline
\end{tabular}
```

[52]:
```
np.ones(8)
```

[52]:
```
array([1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1.])
```

[53]:
```
#dichte von g/cm^3 zu kg/m^3 umrechnen (Faktor 10^3)
d_k=np.array([1.357,1.402,1.377,1.377,1.377,1.377,1.377,1.3575,1.362])*1000
d_d_k=0.0025*1000*np.ones(9)
d_f=1.1506*1000*np.ones(9)
d_d_f=0.0006*1000

#v_oK und v_mK in m/s umrechnen
v_oK_m=v_oK*1/1000
d_v_oK_m=d_v_oK*1/1000
v_mK_m=v_mK*1/1000
d_v_mK_m= d_v_mK*1/1000

#r umrechnen in meter
r_m=r*1/1000
d_r_m=d_r*1/1000

#r^2 defenieren
r2=(r_m)**2
d_r2=2*(r_m)*(d_r_m)

#verhaeltnis v/(d_k-d_f) ohne und mit korrektur
v = v_oK_m/(d_k-d_f)
d_v= v*np.sqrt((d_v_oK_m/v_oK_m)**2+(d_d_f/(d_k-d_f))**2+(d_d_k/(d_k-d_f))**2)

v_1= v_mK_m/(d_k-d_f)
```

```
d_v_1= v_1*np.sqrt((d_v_mK_m/v_mK_m)**2+(d_d_f/(d_k-d_f))**2+(d_d_k/
 ↪(d_k-d_f))**2)

print('Verhältnis ohne Korrektur', v)
print('Fehler Verhältnis ohne Korrektur', d_v)
print('Verhältnis mit Korrektur', v_1)
print('Fehler Verhältnis mit Korrektur', d_v_1)
```

```
Verhältnis ohne Korrektur [4.99031008e-06 8.31344471e-06 1.84628975e-05
3.11395760e-05
 4.68197880e-05 6.58127208e-05 9.01060071e-05 1.09714838e-04
 1.37653737e-04]
Fehler Verhältnis ohne Korrektur [1.11076494e-07 2.53354505e-07 5.29173465e-07
9.92682311e-07
 2.27157973e-06 1.91835485e-06 2.84085535e-06 4.09991719e-06
 6.37328340e-06]
Verhältnis mit Korrektur [5.19864341e-06 8.79077168e-06 2.00088339e-05
3.46289753e-05
 5.34452297e-05 7.68551237e-05 1.07773852e-04 1.34364427e-04
 1.72658467e-04]
Fehler Verhältnis mit Korrektur [1.12549310e-07 2.55034060e-07 5.76685594e-07
1.08935629e-06
 2.71878491e-06 1.97059519e-06 3.73951650e-06 5.11351660e-06
 7.85447870e-06]
```

[54]:
```
for i in range(len(v)):
    d_v[i], d=round_significant_digit(d_v[i])
    v[i]=round(v[i], d)

    d_v_1[i], d=round_significant_digit(d_v_1[i])
    v_1[i]=round(v_1[i], d)

print('Verhältnis ohne Korrektur', v)
print('Fehler Verhältnis ohne Korrektur', d_v)
print('Verhältnis mit Korrektur', v_1)
print('Fehler Verhältnis mit Korrektur', d_v_1)
```

```
Verhältnis ohne Korrektur [4.99e-06 8.31e-06 1.85e-05 3.11e-05 4.68e-05 6.58e-05
9.01e-05 1.10e-04
 1.38e-04]
Fehler Verhältnis ohne Korrektur [1.1e-07 2.5e-07 5.0e-07 1.0e-06 2.3e-06
1.9e-06 2.8e-06 4.0e-06 6.0e-06]
Verhältnis mit Korrektur [5.20e-06 8.79e-06 2.00e-05 3.46e-05 5.34e-05 7.69e-05
1.08e-04 1.34e-04
 1.73e-04]
Fehler Verhältnis mit Korrektur [1.1e-07 2.6e-07 6.0e-07 1.1e-06 2.7e-06 2.0e-06
4.0e-06 5.0e-06 8.0e-06]
```

Python Code 2

Diagramm Plotten

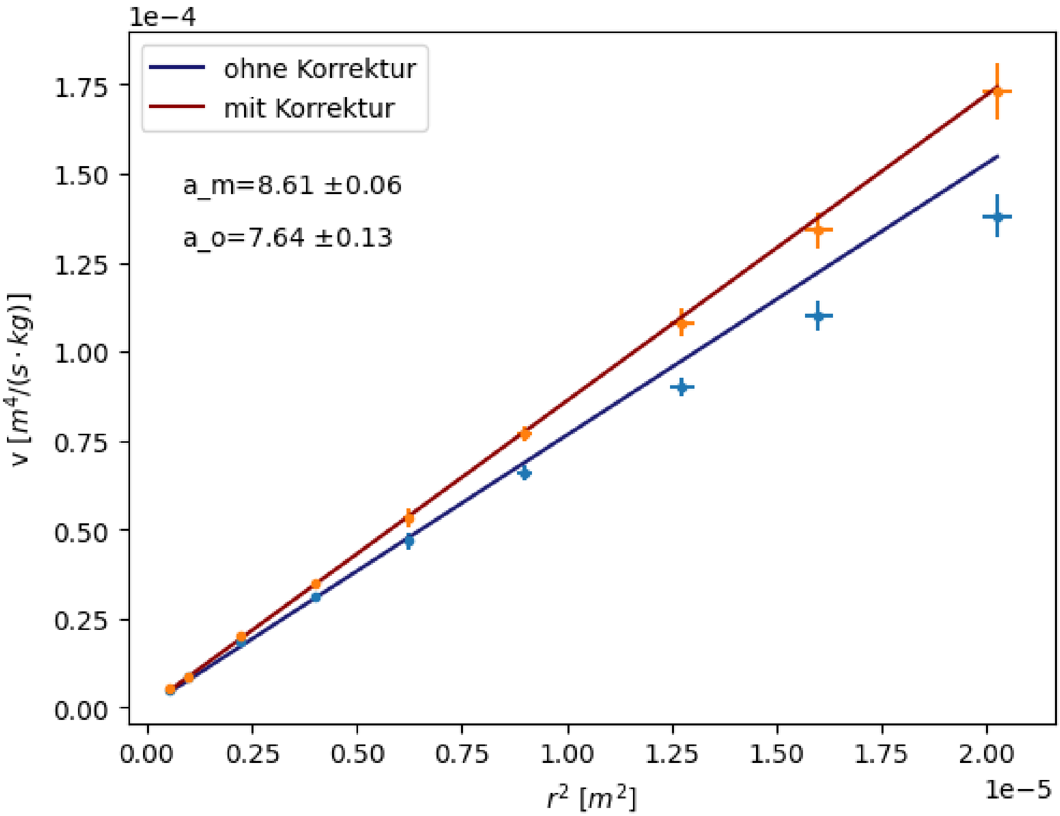
[55]:
```
def linear(x, a):
    return a*x
```

[56]:
```
#graph plotten
plt.errorbar(x=r2, y=v, xerr=d_r2, yerr=d_v, fmt='.')
plt.axis=([0,0.000022,0,0.0002])
plt.ticklabel_format(style='sci', axis='x', scilimits=(0,0))
plt.ticklabel_format(style='sci', axis='y', scilimits=(0,0))
plt.xlabel('$r^2$ $[m^2]$')
plt.ylabel('v $[m^4/(s\cdot kg)]$')
popt, pcov = curve_fit(linear, r2[0:5], v[0:5]) #nur linearen teil beachten
plt.plot(r2, linear(r2,*popt), label='ohne Korrektur', color='midnightblue')
plt.legend()

#mit Korrektur
plt.errorbar(x=r2, y=v_1, xerr=d_r2, yerr=d_v_1, fmt='.')
popt_1, pcov_1 = curve_fit(linear, r2[0:5], v_1[0:5]) #nur linearen teil␣
 ↪beachten
plt.plot(r2, linear(r2,*popt_1), label='mit Korrektur', color='darkred')
plt.legend()

#steigung a und fehler
a_oK=popt[0]
d_a_oK=np.sqrt([pcov[0,0]])
print('a ohne Korrektur:', popt[0])
print('fehler a ohne korrektur:', d_a_oK)

a_mK=popt_1[0]
d_a_mK=np.sqrt([pcov_1[0,0]])
print('a mit korrektur:', popt_1[0])
print('fehler a mit korrektur', d_a_mK)

#steigung a eintragen
plt.text(0.08*10**(-5), 1.3*10**(-4), 'a_o=7.64 $\pm 0.13$')
plt.text(0.08*10**(-5), 1.45*10**(-4), 'a_m=8.61 $\pm 0.06$')
plt.savefig('visko1.pdf',format='PDF')
```

```
a ohne Korrektur: 7.643735774562464
fehler a ohne korrektur: [0.12496274]
a mit korrektur: 8.607631762591259
fehler a mit korrektur [0.05520258]
```

```
<>:7: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\c'
<>:30: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
<>:31: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
```

```
<>:7: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\c'
<>:30: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
<>:31: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
C:\Users\shiy0\AppData\Local\Temp\ipykernel_1884\2772664554.py:7: SyntaxWarning:
invalid escape sequence '\c'
  plt.ylabel('v $[m^4/(s\cdot kg)]$')
C:\Users\shiy0\AppData\Local\Temp\ipykernel_1884\2772664554.py:30:
SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
  plt.text(0.08*10**(-5), 1.3*10**(-4), 'a_o=7.64 $\pm 0.13$')
C:\Users\shiy0\AppData\Local\Temp\ipykernel_1884\2772664554.py:31:
SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
  plt.text(0.08*10**(-5), 1.45*10**(-4), 'a_m=8.61 $\pm 0.06$')
```



Python Code 3

```
[57]: #berechnung der viskositaet eta
g=9.80984
d_g=0.00002
eta =(2*g)/(9*a_mK)
d_eta= eta*np.sqrt((d_a_mK/a_mK)**2+(d_g/g)**2)
```

```
print('Viskositaet:', eta)
print('Fehler Viskositaet', d_eta)
```

```
Viskositaet: 0.2532594916430514
Fehler Viskositaet [0.00162421]
```

Python Code 4

[58]:
```
#berechen des theoretischen wertes v_lam
v_lam = (2*g*(d_k-d_f))/(9*eta)*r2
d_v_lam = v_lam*np.sqrt((d_g/g)**2+(d_eta/eta)**2+(d_r2/r2)**2+(d_d_f/
 ↪(d_k-d_f))**2+(d_d_k/(d_k-d_f))**2)
#v_lam in m/s

v_lamb=v_lam*1000
d_v_lamb=d_v_lam*1000
#v_lam in m/s

print('v_lam=', v_lam*1000)
print('Fehler=',d_v_lam*1000)


#sigma abweichung
sig=(v_lam-v_mK_m)/np.sqrt((d_v_lam)**2+(d_v_mK_m)**2)
print('Sigma-Abweichung:', sig)
```

```
v_lam= [ 0.99934605  2.16395863  4.38472762  7.79507132 12.17979894 17.53891048
 24.83685113 28.49470419 36.84798043]
Fehler= [0.02550587 0.05055123 0.10469196 0.18611905 0.29081101 0.41876785
 0.64396407 0.69537653 0.8281264 ]
Sigma-Abweichung: [-2.3158076  -0.58683928 -0.91223124 -0.15185168  0.11968137
0.23986957
  0.42537416  0.57035997  0.19314986]
```

[59]:
```
print(latex_table([["r [mm]", "$v_\\{lam}$ [mm/s]"]]+[[f"{r[i]}$\\pm${d_r[i]}",␣
 ↪f"{v_lamb[i]}$\\pm${d_v_lamb[i]}", f"{v_mK[i]}$\\pm${d_v_mK[i]}", sig[i]]␣
 ↪for i in range(len(v_oK))]))
```

```
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
r [mm] & $v_\{lam}$ [mm/s] \\ \hline
0.75$\pm$0.008 & 0.9993460476368442$\pm$0.02550587294822869 & 1.073$\pm$0.019 &
-2.3158076004075 \\ \hline
1.0$\pm$0.01 & 2.163958625115441$\pm$0.05055123499422487 & 2.21$\pm$0.06 &
-0.5868392842881454 \\ \hline
1.5$\pm$0.015 & 4.384727619863984$\pm$0.10469196348999915 & 4.53$\pm$0.12 &
-0.9122312394561481 \\ \hline
2.0$\pm$0.02 & 7.795071324202637$\pm$0.18611904620444295 & 7.84$\pm$0.23 &
```

```
-0.15185168134563656 \\ \hline
2.5$\pm$0.025 & 12.179798944066622$\pm$0.2908110096944422 & 12.1$\pm$0.6 &
0.11968137184029534 \\ \hline
3.0$\pm$0.03 & 17.538910479455936$\pm$0.4187678539599966 & 17.4$\pm$0.4 &
0.23986957245047721 \\ \hline
3.57$\pm$0.04 & 24.836851129957548$\pm$0.6439640686371604 & 24.4$\pm$0.8 &
0.42537416201893063 \\ \hline
4.0$\pm$0.04 & 28.494704186882082$\pm$0.6953765260298559 & 27.8$\pm$1.0 &
0.570359973311885 \\ \hline
4.5$\pm$0.04 & 36.847980430888754$\pm$0.8281263995588545 & 36.5$\pm$1.6 &
0.19314985638799742 \\ \hline
\end{tabular}
```

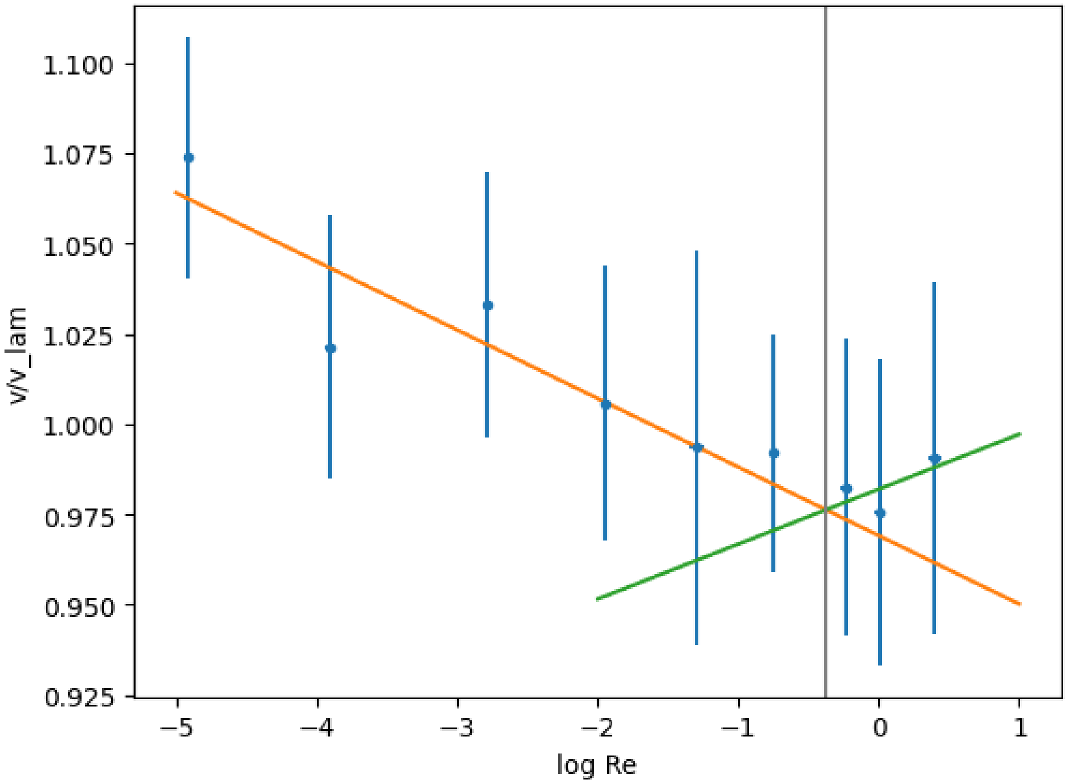
Python Code 5

[60]:
```
#berechnung reynoldszahl Re
Re = (d_f*v_mK_m*2*r_m)/(eta)
d_Re = Re*np.sqrt((d_eta/eta)**2+(d_r_m/r_m)**2+(d_d_f/(d_f))**2+(d_v_mK_m/
 ↪v_mK_m)**2)
print('Reynoldszahl:', Re)
print('Fehler Reynoldszahl', d_Re)

#Verhältnis v/v_lam
#verhaeltnis v_mK_m/v_lam
y = v_mK_m/v_lam
d_y = y*np.sqrt((d_v_mK_m/v_mK_m)**2+(d_v_lam/v_lam)**2)
print('Verhältnis v. v_lam', y)
print('Fehler Verhältnis', d_y)
```

```
Reynoldszahl: [0.00731223 0.0200808  0.06174163 0.1424737  0.27486156 0.47430657
 0.79149227 1.0104002  1.49243015]
Fehler Reynoldszahl [0.00015831 0.00059518 0.00179277 0.00451002 0.01401592
0.01227595
 0.02789291 0.03827977 0.06744026]
Verhältnis v. v_lam [1.07370215 1.02127646 1.03313145 1.00576373 0.99344825
0.99207987
 0.98241117 0.97561988 0.99055632]
Fehler Verhältnis [0.03335314 0.03657824 0.03684401 0.03804302 0.05467519
0.03288201
 0.04106466 0.04240828 0.04879581]
```

[61]:
```
def linearb(x,c,b):
    return c*x+b

#graph plotten
logRe = np.log(Re)
d_logRe = d_Re/Re
```

```
plt.errorbar(logRe, y, yerr=d_y, xerr=d_logRe, fmt='.')
popt_r, pcov_r = curve_fit(linearb, logRe[0:5], y[0:5]) #linearer teil
plt.plot(np.linspace(-5,1), linearb(np.linspace(-5,1),*popt_r))
popt_c, pcov_c = curve_fit(linearb, logRe[6:9], y[6:9]) #anderer linearer teil
plt.plot(np.linspace(-2,1), linearb(np.linspace(-2,1),*popt_c))

plt.xlabel('log Re')
plt.ylabel('v/v_lam')
plt.axvline(-0.38, color='gray') #schnittpunkt
plt.savefig('visko2.pdf',format='PDF')
```



Python Code 6

[62]:
```
#Höhe Flüssigkeitssäule in m
h_1=488*0.001
h_2=482*0.001
d_h=1.5*0.001
rho=1.1502*1000
d_rho=0.0005*1000
p=rho*g*(h_1+h_2)/2
d_p=p*np.sqrt((d_rho/rho)**2+2*(d_h/(h_1+h_2))**2)
```

```
print('Druckdifferenz', p)
print('Fehler Druckdifferenz', d_p)
```

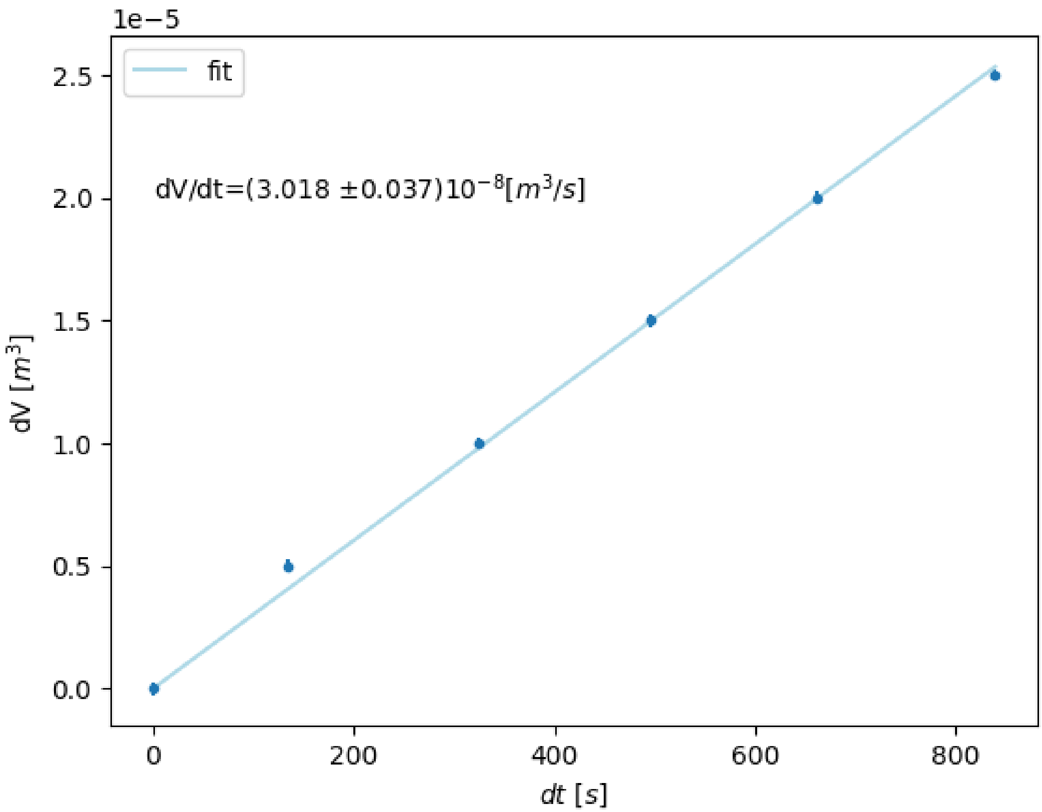
```
Druckdifferenz 5472.389814479999
Fehler Druckdifferenz 12.201864876673518
```

[63]:

```
#volumenfluss bestimmen
Vol= np.array([0,5,10,15,20,25])*10**(-6) #in m^3
del_t=np.array([0,135,323.4,495.3,660.8,839.1]) #in s
d_del_t = np.ones(6) * 0.3 # Fehler der Zeit in Sekunden
d_Vol = np.ones(6) * 0.25 * 10**(-6) # Fehler des Volumens in m^3

#graph plotten
plt.errorbar(x=del_t, y=Vol, xerr=d_del_t, yerr=d_Vol, fmt='.')#xerr: Fehler␣
↪der Zeit, yerr: Fehler des Volums
plt.ticklabel_format(style='sci', axis='y', scilimits=(0,0))
plt.xlabel('$dt$ $[s]$')
plt.ylabel('dV $[m^3]$')
popt_v, pcov_v = curve_fit(linear, del_t, Vol)
plt.plot(del_t, linear(del_t,*popt_v), label='fit', color='lightblue')
plt.legend()

#steigung m
m=popt_v[0]
d_m=np.sqrt([pcov_v[0,0]])
print('Steigung:', popt_v[0])
print('Fehler Steigung', d_m)

#steigung eintragen
plt.text(-0.09*10**(-5), 2.*10**(-5), 'dV/dt=(3.018 $\pm 0.037$)$ 10^{-8}[m^3/
↪s]$')
plt.savefig('visko3.pdf',format='PDF')
```

```
Steigung: 3.0176022602991756e-08
Fehler Steigung [3.68656042e-10]
```

```
<>:23: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
<>:23: SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
C:\Users\shiy0\AppData\Local\Temp\ipykernel_1884\3216014519.py:23:
SyntaxWarning: invalid escape sequence '\p'
  plt.text(-0.09*10**(-5), 2.*10**(-5), 'dV/dt=(3.018 $\pm 0.037$)$
10^{-8}[m^3/s]$')
```



Python Code 7

[64]:
```
#laenge
L=100*10**(-3)
d_L=0.5*10**(-3)

#radius
R_1=0.5*1.5*10**(-3)
d_R_1=0.01*10**(-3)

rho=1.1502*1000
d_rho=0.0005*1000

#Volumenfluss
dotV=3.018e-8
d_dotV=0.037e-8

#Viskositaet bestimmen
eta_1=np.pi*p*R_1**4/(8*dotV*L)
d_eta_1=np.sqrt((d_p/p)**2+(4*d_R_1/R_1)**2+(d_dotV/dotV)**2+(d_L/L)**2)
```

```
print('Viskosität', eta_1)
print('Fehler Viskosität', d_eta_1)
```

```
Viskosität 0.225300797872069
Fehler Viskosität 0.054997437620893604
```

[71]:
```
v_1=dotV/(np.pi*(R_1)**2)
d_v_1=v_1*np.sqrt((d_dotV/dotV)**2+(2*d_R_1/R_1)**2)
print('Geschwindigkeit', v_1)
print('Geschwindigkeit, Fehler', d_v_1)
```

```
Geschwindigkeit 0.017078386426714318
Geschwindigkeit, Fehler 0.0005012479318975493
```

[73]:
```
#Re berechnen
Re_hp=(v_1*rho*2*R_1)/(eta_1)
d_Re_hp = Re_hp*np.sqrt((d_eta_1/eta_1)**2+(d_R_1/R_1)**2+(d_rho/rho)**2+(d_v_1/
 ↪v_1)**2)
print('Reynoldszahl:', Re_hp)
print('Fehler Reynoldszahl:', d_Re_hp)
```

```
Reynoldszahl: 0.13078222705070627
Fehler Reynoldszahl: 0.03220204441612272
```

6 Quelle

- Wagner, J. (April 2022). Physikalisches Praktikum PAP 2.1 für Studierende der Physik [Praktikumsanleitung]. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Abgerufen am 29. Oktober 2023, von https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen /AP/info/Corona /PAP2_1_2023.pdf