

Physikalisches Anfängerpraktikum

Sommersemester 2023

Versuch 33

Tutor: Alexios Mouratidis

Prismenspektrometer

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das Ziel dieses Versuchs ist es, mithilfe des Prismenspektrometers die Spektrallinien von Helium zu vermessen. Dabei sollen die Wellenlängen der Spektrallinien durch die Eichung des Spektrometers anhand des bekannten Spektrums von Quecksilber ermittelt werden.

Zusätzlich werden noch die Balmer-Linien, einer Folge an Spektrallinien von Wasserstoff, vermessen, um dann die Rydberg-Konstante für Wasserstoff mithilfe der Balmer-Formel zu berechnen. Dabei werden die Wellenlängen der Balmer-Linien genauso wie Spektrallinien von Helium mit der Eichkurve von Quecksilber ausgerechnet. Die Dispersionskurve $n(\lambda)$ soll auch durch Messung der Minimalablenkwinkel $\delta_{min}(\lambda)$ für vier Linien des Hg-Spektrums ermittelt werden.



Abbildung 1: Aufbau des Versuchs Prismenspektrometer

1.2 Physikalische Grundlagen

1.2.1 Definition

Zuerst werden wir einige wichtige Definitionen behandeln und uns mit den Verständnisfragen am Anfang beschäftigen, um einen besseren Überblick über die weiteren Prinzipien bei den Messungen zu erhalten.

- Dispersion

Unter **Dispersion** versteht man in der Physik die Abhängigkeit einer physikalischen Größe von der Frequenz einer Welle. In der Optik ist dies speziell die von der Frequenz des Lichts abhängende Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts in Medien. Die Variation der Ausbreitungsgeschwindigkeit hat zur Folge, dass Licht verschiedener Wellenlänge an den Flächen eines Prismas unterschiedlich stark gebrochen wird. Auf der anderen Seite des Prismas zeigt sich deshalb ein farbiges Spektrum.

Normale Dispersion: Bei den meisten transparenten Stoffen steigt im sichtbaren Bereich der Brechungsindex n mit der Frequenz f an ($dn/df > 0$, $dn/d\lambda < 0$).

Fällt dagegen der Brechungsindex mit steigender Frequenz, so liegt eine anomale Dispersion vor ($dn/df < 0$, $dn/d\lambda > 0$).

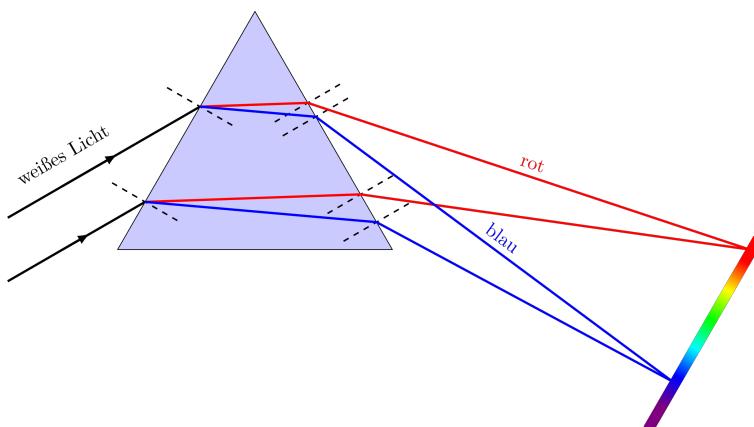


Abbildung 2: Dispersion

(Quelle: <https://lx3.mint-kolleg.kit.edu/onlinekursphysik/html/1.8.2/xcontent2.html>)

- Auflösungsvermögen

Auflösung wird in der Optik und in der Bildverarbeitung als die Fähigkeit eines optischen Systems oder einer Vorrichtung, feine Details oder Unterschiede in einem Bild oder einer Szene zu erfassen und darzustellen, definiert.

Der Begriff **Auflösungsvermögen** bezeichnet in der Optik die Unterscheidbarkeit feiner Strukturen, um sie als getrennte Objekte wahrnehmen zu können.

Das Auflösungsvermögen des bloßen Auges kann von Person zu Person stark variieren. Normalsichtige Erwachsene können Dinge noch scharf sehen, die bis auf etwa 10 cm an das Auge heran bewegt werden. Der

Gegenstand kann jedoch nicht beliebig nah ans Auge gebracht werden, da die Ziliarmuskulatur die Linse nur begrenzt verändern kann (Akkommodation). Unterhalb einer bestimmten Entfernung wird der Gegenstand verschwommen, und dieser kleinste Abstand, den das Auge über längere Zeit ermüdungsfrei akkommodieren kann, wird als deutliche Sehweite $s_0 = 25 \text{ cm}$ bezeichnet.

- Spektrallinien und Spektralanalyse

Als **Spektrallinien** bezeichnet man voneinander scharf getrennte Linien eines Spektrums emittierter (Emissionslinien) oder absorbiert (Absorptionslinien) elektromagnetischer Wellen, im engeren Sinne innerhalb des Wellenlängenbereichs des sichtbaren Lichts (Lichtspektrum). Die Ursache der Spektrallinien sind die durch Licht angeregten elektronischen Übergänge in Atomen oder Molekülen.

Die Spektralanalyse ist eine Methode zur Untersuchung von Licht oder anderen elektromagnetischen Wellen, um Informationen über Eigenschaften von Objekten oder Substanzen zu erhalten, z.B. Astronomen verwenden Spektralanalyse, um das Licht von Sternen, Galaxien und anderen Himmelskörpern zu untersuchen. In der medizinischen Bildgebung werden spektrale Techniken wie die Magnetresonanzspektroskopie (MRS) verwendet, um Gewebe im menschlichen Körper zu identifizieren und zu analysieren.

1.2.2 Prismenspektrometer

Ein Spektrometer ist ein Instrument, mit dem Licht in seine Spektralfarben (Wellenlängen) zerlegt werden kann. Beim Prismenspektrometer erfolgt diese Zerlegung durch ein optisches Prisma. Das Grundkonzept des Prismenspektrometers ist die unterschiedlich starke Brechung von elektromagnetischen Wellen unterschiedlicher Wellenlänge. Wenn Licht von einem Medium in ein anderes Medium übertritt, ändert sich die Wellenlänge (λ), während die Frequenz (f) normalerweise konstant bleibt. Der Brechungswinkel ist also entscheidend, um die Wellenlänge des beobachteten Lichts zu berechnen. Das Brechungsgesetz von Snellius

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2, \quad (1)$$

welches die Richtungsänderung einer ebenen Welle beim Mediumübergang beschreibt, bildet die Grundlage zur Berechnung der Dispersion, wobei

- n_1 der Brechungsindex des Ursprungsmediums,
 - n_2 der Brechungsindex des Eintrittsmediums,
 - α_1 der Einfallsinkel,
 - α_2 der Ausfallsinkel
- ist.

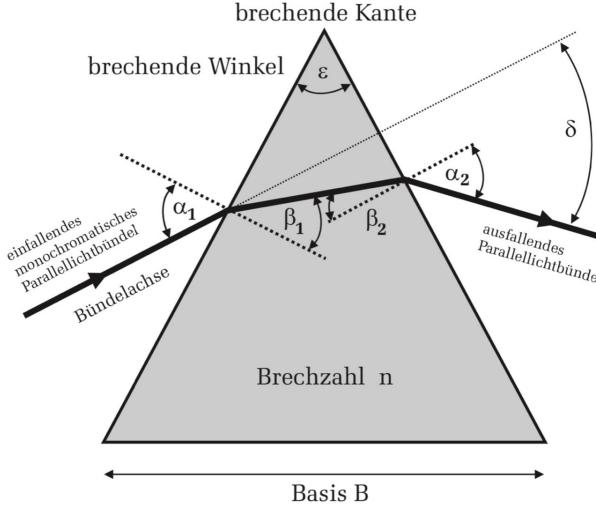


Abbildung 3: Konzeptionelle Darstellung der Brechung eines monochromatischen Lichtstrahles an einem Prisma.
Abbildung nicht maßstabsgetreu.

Bei einem Prisma wird ein Lichtstrahl zweimal gebrochen, einmal beim Eintritt und einmal beim Austritt. Anhand von Abbildung 3 kann man erkennen, dass der Gesamtablenkwinkel δ zusätzlich zum Einfallswinkel α_1 und dem Brechungsindex des Prismas n auch noch von der Geometrie des Prismas abhängt. Unter der Annäherung, dass der Brechungsindex von Luft $n_{Luft} = 1$ beträgt, kann man mithilfe des Gesetzes von Snellius folgender Zusammenhang ermitteln:

$$\delta = \alpha_1 - \varepsilon + \arcsin \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} \sin \varepsilon - \sin \alpha_1 \cos \varepsilon \right). \quad (2)$$

Hierbei ist ε der brechende Winkel vom Prisma. Außerdem wird hier von normaler Dispersion ausgegangen, also dass Wellen mit größerer Wellenlänge schwächer gebrochen werden.

Ein interessanter Fall tritt ein, wenn der Gesamtablenkwinkel δ ein Minimum annimmt. Mit dem Gesetz von Snellius lässt sich zeigen, dass solch ein Minimum existiert und genau dann eintritt, wenn der Lichtstrahl senkrecht auf die Winkelhalbierende des brechenden Winkels des Prismas trifft, die den brechenden Winkel ε halbiert und symmetrisch durch das Prisma geht. Messungen am minimalen Gesamtablenkwinkel sind genauer, da dort Änderungen des Eintrittswinkels α_1 den Gesamtablenkwinkel nur minimal beeinflussen.

Beim minimalen Gesamtablenkwinkel vereinfacht sich auch der Zusammenhang zwischen dem Eintrittswinkel α_1 und dem Gesamtablenkwinkel δ zu

$$\alpha_{min} = \alpha_1 = \alpha_2 = \left(\frac{\delta_{min} + \varepsilon}{2} \right) \quad (3)$$

Wir setzen α_{min} in die Gl.(2) ein und es gilt die Fraunhofersche Formel:

$$n = \frac{\sin((\delta_{min} + \varepsilon))/2}{\sin(\varepsilon/2)} \quad (4)$$

Die Fraunhofer'sche Formel ermöglicht die Bestimmung des Brechungsindex eines Prismas. Bei der Durchführung von Messungen an Prismen ist es wichtig, den minimalen Ablenkinkel zu verwenden, , da in diesem Fall der Ablenkinkel δ kaum vom Einfallswinkel α_1 abhängt (δ nimmt ein Minimum ein!).

Zu beachten ist, dass durch die Dispersion sowohl der minimale Gesamtablenkinkel δ als auch die Brechungsindex n von der Wellenlänge λ abhängt.

1.2.3 Spektrallampen

Zur Messung der Spektrallinien wurden eine Quecksilber-, eine Helium- und eine Wasserstofflampe als Lichtquelle eingesetzt. In diesen Lampen werden die Elektronen der Atome angeregt, sodass sie spontan auf höhere Energieniveaus gelangen. Beim Rückfall auf ein niedrigeres Energieniveau setzen die Elektronen Energie in Form von Photonen frei. Je nach Energiedifferenz der Energieniveaus besitzen die Photonen eine charakteristische Wellenlänge, welche die Spektrallinien der Elemente bilden.

1.2.4 Rydberg-Konstante

Um die Rydberg-Konstante R_∞ mithilfe der Spektrallinien von Wasserstoff auszurechnen, wird die Balmer-Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (5)$$

benötigt, wobei m der zur Wellenlänge zugehörigen Hauptquantenzahl entspricht. Nach der Rydberg-Konstante umgeformt lautet die Balmer-Formel

$$R_\infty = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)^{-1} \quad (6)$$

m ist hier die Hauptquantenzahl des betreffenden angeregten Zustands ($m = 3, 4, 5, \dots$)

1.3 Messverfahren

1.3.1 Eichung des Prismenspektrometers

Zunächst werden die Linse, das Objektiv sowie der Spalt des Prismenspektrometers justiert, um durch ein scharfes Bild möglichst den Messfehler zu minimieren.

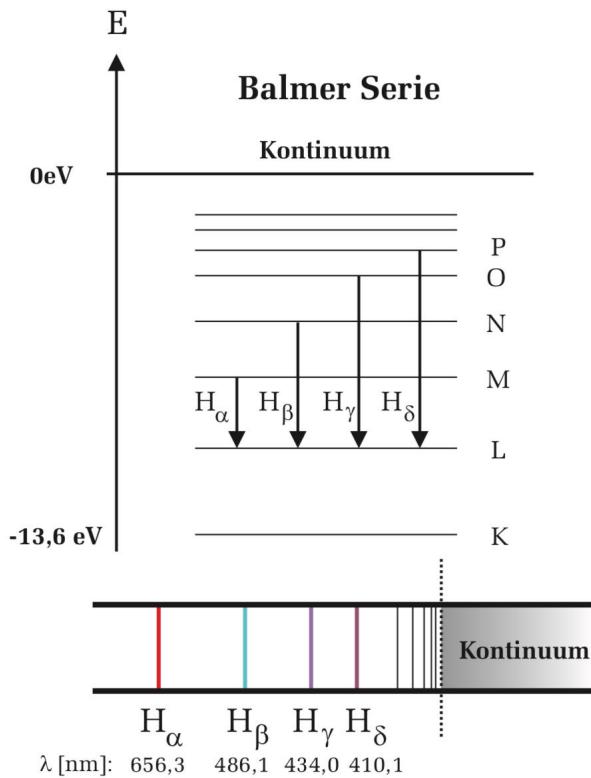


Abbildung 4: Balmer-Serie des Wasserstoffs

Danach wird die Quecksilberlampe vor den Spalt am Kollimatorrohr gestellt. Wie zuvor beschrieben kann man Messfehler minimieren, indem man Winkel nahe des Minimalablenkwinkels misst. Das Fernrohr und das Prisma werden nun so eingestellt, dass die das Licht der Quecksilberlampe im Minimalablenkwinkel der grünen Spektrallinie, dessen Wellenlänge in etwa in der Mitte der Spektrallinien von Quecksilber liegt, auf das Fernrohr trifft.

Nun werden die Gesamtablenkwinkel der verschiedenen Spektrallinien von Quecksilber vermessen. Dabei ist der absolute Winkel nicht wichtig, und würde sogar die Genauigkeit verringern, da ein zusätzlicher Ablesefehler eingeführt werden würde.

1.3.2 Messung der Spektrallinien von Helium und Wasserstoff

Die Spektrallinien von Helium und Wasserstoff werden genauso vermessen wie die von Quecksilber. Hierbei ist zu beachten, dass weder der Teilkreis noch das Prisma verdreht werden dürfen, da sonst die Wellenlängen der Spektrallinien nicht mehr mithilfe der mit den Spektrallinien von Quecksilber erstellte Eichkurve ermittelt werden können.

1.3.3 Messung der Dispersion des Prismamaterials

Nun sollte das Prisma 180° gedreht werden und die Minimalablenkwinkel wieder bestimmt. Mithilfe von der Gl.(4) können wir dann die Brechungsin- dizes für die gemessenen Hg-Linie ermitteln.

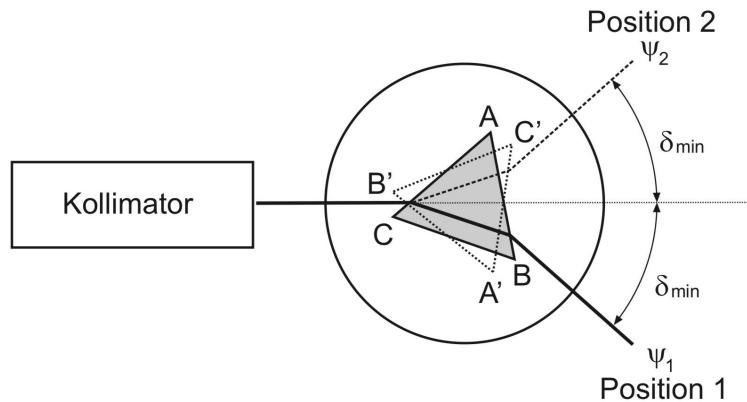


Abbildung 5: Messung des Minimalablenkwinkel

2 Versuchsdurchführung

2.1 Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messproto- koll

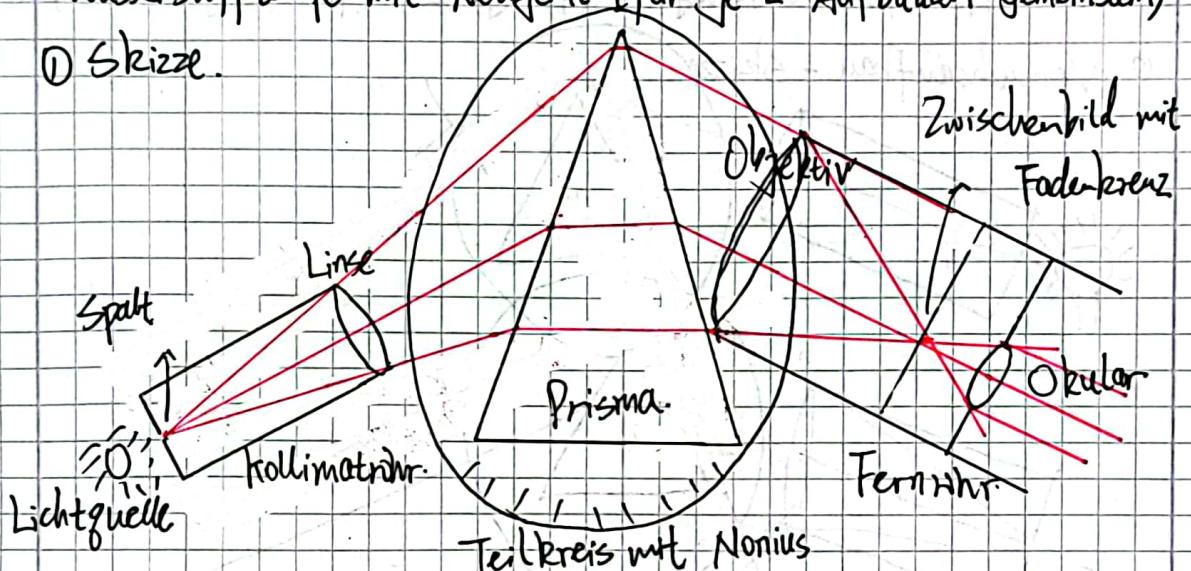
Siehe folgende Seiten.

Versuch 3) — Prismenspektrometer

Messaufbau:

- Spektrometer mit Prisma
- Hg-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß
- He-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß
- Netzeil
- Wasserstofflampe mit Netzgerät (für je 2 Aufbauten gemeinsam)

① Skizze.



Das Licht der Lichtquelle wird von Prisma gebrochen und trifft in einem Winkel auf das Fernrohr. Linse, Objektiv und Spalt werden so eingestellt, dass das Zwischenbild mit dem Fadenkreuz auf einer Ebene ist. Skizze nicht maßstabsgerecht.

② Justierung des Spektrometers

- Wir entfernen den oberen Teil des Prismatisches und visieren ein weit entfernter Gegenstand an. Wir stellen zunächst das Fadenkreuz scharf indem wir das Okular im Okulartubus verschieben. Dann wird die anvisierte Tür mittels der seitlichen Rändelschraube scharf eingestellt. (Einstellen des Fernrohrs)
- Wir beleuchten den Spalt mit Hg-Lampe und richten das justierte Fernrohr auf den Collimator. Wir verschieben den Spalteinsatz, bis wir im Fernrohr ein scharfes Spaltbild parallelfrei zum

Fadenkreuz beobachtet.

③ Aufnahme der Eichkurve

Wir stellen den Minimalablenkwinkel für die grüne Hg-Linie ein, im Fernrohr wird ein grünes Spaltbild bei Drehung des Prismatisches stehen bleiben. Wir messen Ablenkinkel $\delta(\lambda)$ in folgende 10 Linien des Hg-Spektrums:

Nr.	λ (nm)	Farbe	Intensität	Ablenkinkel δ	Fehler $\Delta\delta$
1	690,7	rot	schwach	$23^{\circ} 19' = 23.32^{\circ}$	$0,03^{\circ}$
2	623,4	rot	mittel	$22^{\circ} 23' = 22.38^{\circ}$	$0,03^{\circ}$
3	579,1	gelb	stark	$22^{\circ} 44' = 22.07^{\circ}$	$0,03^{\circ}$
4	577,0	gelb	stark	$21.5^{\circ} + 0.42 = 21.92^{\circ}$	$0,03^{\circ}$
5	546,1	grün	stark	21.70°	$0,03^{\circ}$
6	499,2	blaugrün	schwach	21.03°	$0,03^{\circ}$
7	491,6	blaugrün	mittel	20.93°	$0,03^{\circ}$
8	435,8	blau	stark	19.82°	$0,06^{\circ}$
9	407,8	violett	mittel	18.88°	$0,09^{\circ}$
10	404,7	violett	stark	18.85°	$0,09^{\circ}$

Zum Messfehler: Der Nonius hat eine Messgenauigkeit von einer Winkelminute $1' \approx 0,017^{\circ}$. Fokussierungsprobleme und Spektrallinienbreite haben den Messfehler auf bis zu $0,09^{\circ}$ erhöht.

Tabelle 1: Messung der Ablenkinkel δ für 10 Linien

Die Teilkreisskala bleibt in der gleichen Lage arretiert!

④ Wellenlängenbestimmung des He-Spektrums

Mit unveränderter Einstellung des Prismas messen wir die Ablenkinkel für folgende 6 Linien des He-Spektrums:

Tabelle 2. $\delta(\lambda)$ für 6 Linien des He-Spektrums

Nr.	Farbe	Intensität	Ablenkinkel δ	Messfehler $\Delta\delta$
1	rot	stark	22.72°	0.03°
2	gelb	stark	22.08°	0.03°
3	grün	stark	21.08°	0.03°

4	grün	mittel	20.95°	0.03°
5	blau	mittel	20.65°	0.03°
6	blau	stark	20.05°	0.03°

Prismenlänge: Minimal ablenkwinkel der grünen Spektrallinie des Hg-Spektrums

⑤ Balmer-Serie des Wasserstoffspektrums

Die Wasserstofflampe mit Netzteil wird vor den Spektrometerspalt gestellt und eingeschaltet. Nach λ_{\min} verschieben wir das Gerät vor dem Spalt, sodass die Linien mit maximaler Helligkeit sichtbar sind. Wir messen wieder die Ablenkwinkel $\delta(\lambda)$.

Tabelle 3: Messung der Ablenkwinkel $\delta(\lambda)$ für 4 Linien des H-Spektrums

Nr.	Farbe	Intensität	Ablenkwinkel δ	Messfehler $\pm \delta$
1	rot	stark	22.63°	0.03°
2	türkis	stark	20.87°	0.03°
3	violett	stark	19.80°	0.03°
4	kurzwellig	mittel	19.00°	0.03°

⑥ Messung der Dispersion des Prismamaterials.

Für die Spektrallinien 2, 5, 7, 10 des Hg-Spektrums werden die Minimalablenkwinkel $\delta_{\min}(\lambda)$ gemessen:

Nr.	λ (nm)	Farbe	Intensität	$\delta_{\min}(\lambda)$	$\pm \delta_{\min}$
2	623,4	rot	mittel	18.62°	0.03°
5	546,1	grün	stark	17.58°	0.03°
7	491,6	blaugrün	mittel	16.27°	0.03°
10	404,7	violett	stark	12.57°	0.03°

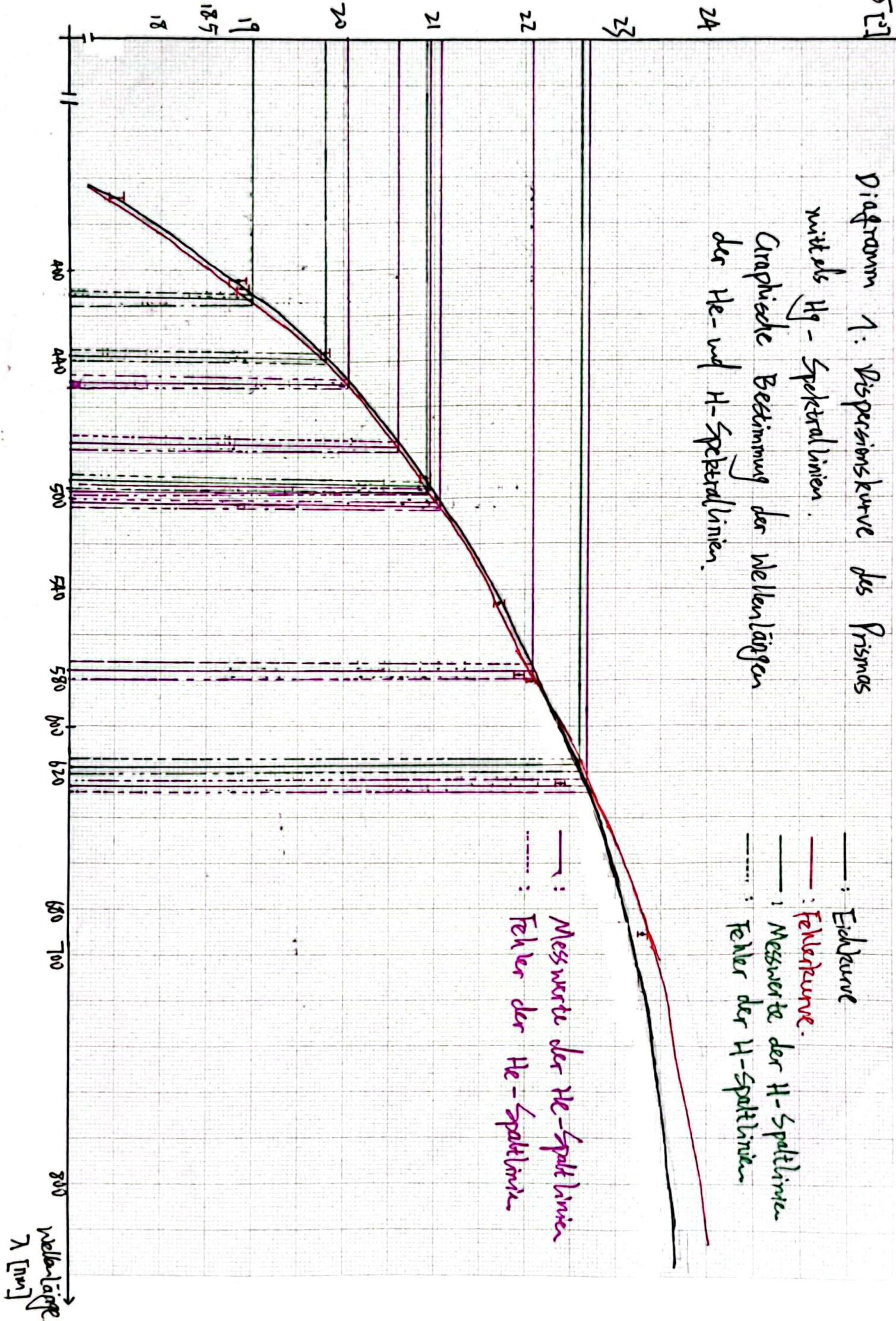
J. Mautneris

Diagramm 1: Dispersionskurve des Prismas

mit den Hg-Spektrallinien.

Graphische Bestimmung der Wellenlängen
der He- und H-Spektrallinien.

- : Einheitskurve
- : Fehlerkurve
- : Messwerte der H-Spaltlinie
- : Fehler der H-Spaltlinie
- : Messwerte der Hg-Spaltlinie
- : Fehler der Hg-Spaltlinie



3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Eichkurve

Die Eichkurve, welche die Dispersion darstellt, wird mithilfe der experimentell ermittelten Werte der Spektrallinien von Quecksilber erstellt. Dies ist die Winkeldispersionskurve, die für spätere Schritte als Eichkurve dienen wird. Dafür werden diese Messwerte samt Messfehler in ein λ - δ -Diagramm eingetragen, welches in Diagramm 1 zu sehen ist.

Danach wird eine Kurve in das λ - δ -Diagramm gezeichnet, welches die gemessenen Werte am besten verbindet. Den ungefähren Verlauf dieser Kurve kann man durch anschauen von Gleichung 2 erahnen und die eingezeichnete Eichkurve entspricht in etwa diesem Verlauf. Zusätzlich zu dieser Kurve werden noch zwei Fehlerkurven eingezeichnet, die die Messfehler berücksichtigen. Je eine Fehlerkurve berücksichtigt die oberen und die unteren Fehler (vgl. Diagramm 1).

Die Ausrichtung der λ -Achse entlang der längeren Seite des Papiers wurde bewusst gewählt, um die Wellenlängenauflösung zu erhöhen und dadurch die Genauigkeit beim Ablesen für die folgenden Schritte zu verbessern.

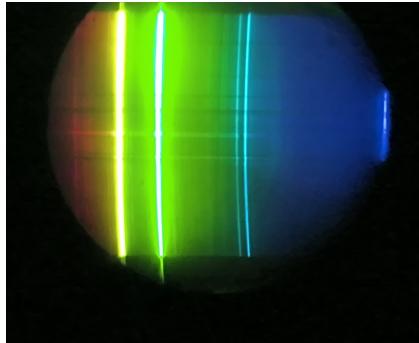


Abbildung 6: Spektrallinien Hg

3.2 Bestimmung des Helium-Spektrum

Farbe	Intensität	δ	$\lambda [nm]$	$\Delta \lambda [nm]$	$\lambda_{lit} [nm]$	$(\lambda_{lit} - \lambda) [nm]$
rot	stark	22,72°	626	8	667,8	41,8
gelb	stark	22,08°	578	8	587,6	9,6
grün	stark	21,09°	502	6	501,6	-0,4
grün	mittel	20,95°	496	6	492,2	-3,8
blau	mittel	20,60°	477	8	471,3	-5,7
blau	stark	20,05°	453	8	447,1	-5,9

Tabelle 4: Auswertung der experimentell ermittelten Werte des Helium-Spektrums.

Nachdem man die experimentell ermittelten Gesamtablenkinkel der Spektrallinien von Helium in Grad umgerechnet hat, kann man anhand dieser nun mithilfe der Eichkurve die dazugehörigen Wellenlängen λ ablesen (vgl. Diagramm 1). Den Gesamtfehler kann man mit dem Abstand beiden Fehlerkurven an den gemessenen Winkeln bestimmen. Die Endresultate sind in Tabelle 4 dargestellt.

Wie man erkennen kann, weichen alle Werte außer den starken roten und gelben Spektrallinien nicht signifikant von den Literaturwerten ab, das heißt $|\lambda_{Lit} - \lambda| < \Delta\lambda$. Die grünen Spektrallinien besitzen die kleinsten Abweichungen im Vergleich mit anderen Farben, dies liegt daran, dass aufgrund der menschlichen Empfindlichkeit für das grüne Licht uns leichter ist, die grünen Spektrallinien wahrzunehmen, weshalb die Messungen präziser sind. Dass die kurzwelligste Spektrallinie signifikanter als andere Spektrallinien (außer den roten und gelben Spektrallinien) vom Literaturwert abweicht ist allerdings auch nicht überraschend, da beim Versuch die Fehler, die durch parallaktische Verschiebungen entstanden sind, größer geworden sind, je kurzwelliger die Spektrallinien waren.

Allerdings müssen wir zugeben, dass wir entweder bei Kurvenzeichnen oder beim Experiment Fehler gemacht haben, sodass es eine signifikante Abweichung für die roten und gelben Spektrallinien aufgezeigt wird. In Diskussion werden wir darauf eingehen.

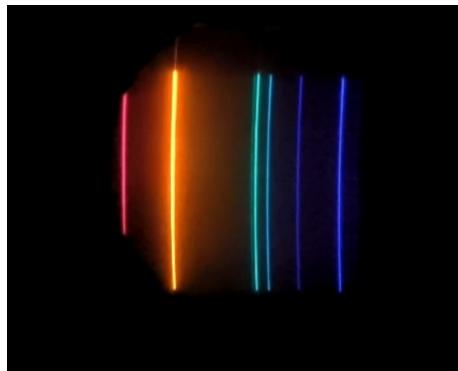


Abbildung 7: Spektrallinien He

3.3 Bestimmung der Rydberg-Konstante

Wie bereits in der Einleitung erläutert kann man die Rydberg-Konstante mit der gemessenen Wellenlänge der Wasserstoffspektrallinien, also der Balmer-Linien, sowie der dazugehörigen Hauptquantenzahlen mit der Balmer-Formel (6) berechnen. Daher müssen zunächst die Wellenlängen der Balmer-Linien aus den gemessenen Gesamtablenk winkeln ermittelt werden. Dies erfolgt analog zur Bestimmung des Helium-Spektrums im vorherigen Abschnitt (vgl. Diagramm 1).

Die experimentell ermittelten Wellenlängen der Balmer-Linien mit Fehlern ist in Tabelle 5 dargestellt.

Farbe	Intensität	δ	$\lambda[nm]$	$\Delta\lambda[nm]$
rot	stark	$22,63^\circ$	624	8
türkis	stark	$20,87^\circ$	493	8
violett	stark	$19,80^\circ$	442	6
kurzwelligeres	mittel	$19,00^\circ$	452	8

Tabelle 5: Auswertung der experimentell ermittelten Werte des Wasserstoff-Spektrums.

Um nun die Rydberg-Konstante zu bestimmen muss man beachten, dass diese zwar in der Tat konstant ist und die Balmer-Formel (6) für alle Hauptquantenzahlen m gilt, doch weil bei der Messung Fehler auftreten, werden zwangsläufig für die verschiedenen Balmer-Linien auch variierende Rydberg-Konstanten ausgerechnet. Der endgültig ausgewertete Betrag der Rydberg-Konstanten errechnet sich aus dem Mittelwert der durch die verschiedenen Balmer-Linien ausgerechnete Rydberg-Konstanten, und muss mit einem Fehler versehen werden, der mithilfe der Fehlerfortpflanzung bestimmt wird.

Die Rydberg-Konstante R_∞ selbst ist bei bekannter Wellenlänge und Hauptquantenzahl einfach mit der Balmer-Formel (6) zu berechnen. Die dazugehörigen Fehler ΔR_∞ lassen sich nach dem Prinzip der Fehlerfortpflanzung mit folgender Formel bestimmen:

$$\Delta R_\infty \approx \left| \frac{\partial R_\infty}{\partial \lambda} \Delta \lambda \right| = \frac{4 \cdot m^2}{(m^2 - 4) \lambda^2} \Delta \lambda \quad (7)$$

Nun sind die Wellenlängen λ sowie deren Fehler $\Delta\lambda$ bereits bekannt (vgl. Tabelle 5). Man kann davon ausgehen, dass die Hauptquantenzahlen m der Balmer-Linien jeweils 3, 4, 5 und 6 sind (nach der Anleitung), mit absteigender Wellenlänge. Dies liegt daran, dass eine höhere Hauptquantenzahl auch einem höheren Energienive entspricht, sodass die durch den Rückfall der Elektronen emittierten Photonen ebenfalls eine höhere Energie besitzen (damit Frequenz), was einer kürzeren Wellenlänge entspricht.

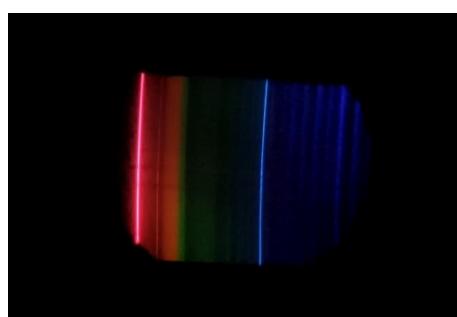


Abbildung 8: Spektrallinien H

Mithilfe dieser Informationen kann man schließlich die Rydberg-Konstante für die Balmer-Linien sowie die dazugehörigen Fehler ausrechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 dargestellt.

m	λ [nm]	R_∞ [10^7 m^{-1}]	λ [10^7 m^{-1}]
3	624 ± 8	1,154	0,015
4	493 ± 8	1,082	0,018
5	442 ± 6	1,078	0,015
6	412 ± 8	1,092	0,021

Tabelle 6: Berechnung der Rydberg-Konstanten mit Fehler mithilfe der Balmer-Linien

Zuletzt muss man nur noch den Mittelwert \bar{R}_∞ aus diesen oben bestimmten Werten für die Rydberg-Konstante, sowie den Fehler des Mittelwerts $\Delta\bar{R}_\infty$ unter der Beachtung der Fehlerfortpflanzung ausrechnen.

Der Mittelwert der Werte der Rydberg-Konstante aus Tabelle 6 lässt sich leicht berechnen und beträgt $\bar{R}_\infty \approx 1,102 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Den Fehler des Mittelwerts kann man nach dem Prinzip der Fehlerfortpflanzung mit

$$\Delta\bar{R}_\infty \approx \sqrt{\sum_{m=3}^n \left(\frac{\partial\bar{R}_\infty}{\partial R_{\infty,m}} \Delta R_{\infty,m} \right)^2} \quad (8)$$

ermitteln, wobei $R_{\infty,m}$ und $\Delta R_{\infty,m}$ jeweils der Zwischenwert der Rydberg-Konstante von der Balmer-Linie mit der Hauptquantenzahl m und ihren Fehler darstellt.

Nach Einsetzen der Werte in Gleichung 8 erhält man schließlich für den Fehler des Mittelwerts

$$\Delta\bar{R}_\infty = \approx 0,017 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (9)$$

Insgesamt lautet also der experimentell bestimmte Wert für die Rydberg-Konstante

$$\underline{\underline{\Rightarrow R_\infty \approx (1,102 \pm 0,017) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}}} \quad (10)$$

Der Literaturwert der Rydberg-Konstante beträgt $R_{\infty,lit} \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$. Ein schneller Vergleich zeigt, dass das experimentelle Werte nur schwach vom Literaturwert abweicht, denn der Unterschied beträgt lediglich:

$$\frac{|R_\infty - R_{\infty,lit}|}{\Delta R_\infty} = \frac{|1,102 - 1,097|}{0,017} \approx 0,294 \quad (11)$$

Die Fehlerabweichung beträgt $0,294\sigma$ und ist damit nicht signifikant.

3.4 Messung der Dispersion des Prismamaterials

Um die Brechungsindex n für das Prisma zu bestimmen brauchen wir die Minimalablenkwinkel $\delta_{Min}(\lambda)$ für die Spektrallinien 2, 5, 7 und 10 im Hg-Spektrum werden erneut zu messen.

Wir haben das Prisma zuerst 180° gedreht und dann die Minimalablenkwinkel für die grüne Hg-Linie eingestellt, als kleine Drehungen des Tisches nach rechts oder links das Bild immer in die gleiche Richtung zurückwandern lassen. Die gemessenen Werte sind in Tabelle 7 dargestellt

Nr.	λ [nm]	$\delta_{Min}(\lambda)$	$\Delta\delta_{Min}(\lambda)$
2	623,4	$18,62^\circ$	$0,03^\circ$
5	546,1	$17,58^\circ$	$0,03^\circ$
7	491,6	$16,27^\circ$	$0,03^\circ$
10	404,7	$12,57^\circ$	$0,03^\circ$

Tabelle 7: Spektrallinien 2, 5, 7, 10 des Hg-Spektrums mit der neuen Minimalwinkel

Mit der Gleichung 4 können wir dann die jeder Wellenlänge dazugehörigen Brechungsindizes ausrechnen. Der Fehler wird gegeben als:

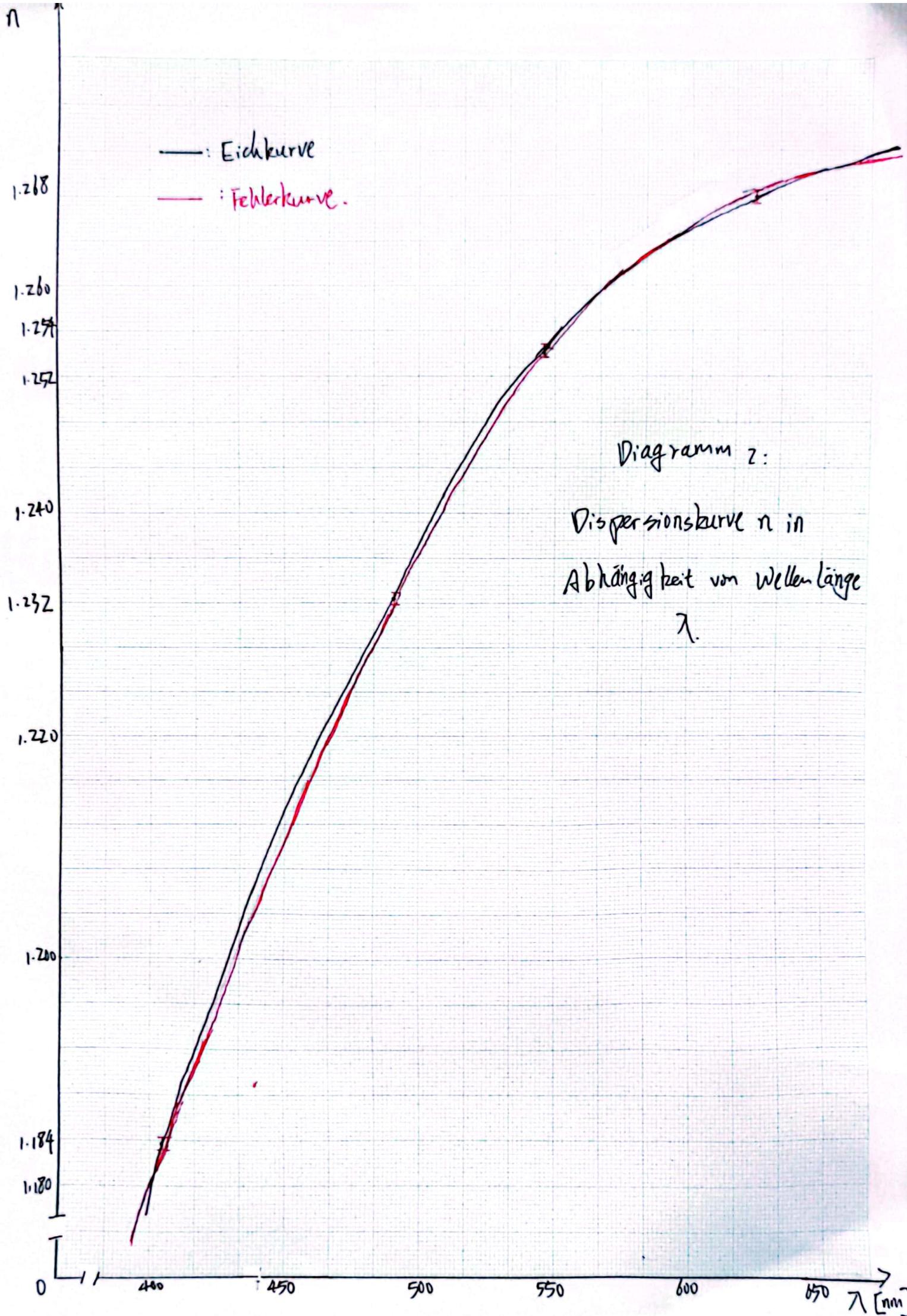
$$\Delta n(\lambda) = \left| \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \delta_{Min}(\lambda)} \Delta \delta_{Min}(\lambda) \right| = \left| \frac{\cos(\frac{1}{2}(\delta_{Min}(\lambda) + \epsilon))}{2 \sin(\epsilon/2)} \Delta \delta_{Min}(\lambda) \right| \quad (12)$$

Der brechende Winkel des Prismas ϵ beträgt 60° . Wir setzen die Werte in Tabelle 7 ein und bekommen:

Nr.	2	5	7	10
$n(\lambda)$	1,2671	1,2530	1,2351	1,1837
$\Delta n(\lambda)$	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004

Tabelle 8: Brechungsindizes sowie die Fehler der Hg-Spektrallinien

Wir haben gesehen, je größer die Wellenlänge ist, desto größer wird die Brechungsindex und damit stärker wird das Licht gebrochen. Dies entspricht auch der Tatsache, dass die Dispersion auf dem Prisma eine normale Dispersion ist (siehe 1.2.1).



4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment haben wir Die Winkeldispersionskurve $\delta(\lambda)$ des Prismas durch Messung der Ablenkinkel δ bei gegebenem Spektrum des Hg aufgenommen und die als Eichkurve zur Bestimmung der Wellenlänge des He-Spektrums weiter benutzt. Zum 2. Teil haben wir die Wellenlänge der sichtbaren Linien des Wasserstoffspektrums anhand der Eichkurve bestimmt und daraus mit Hilfe der Balmerformel die Rydberg-Konstante für Wasserstoff berechnet. Als das 3. Teil wird eine Dispersionskurve durch die Fraunhofer'sche Formel aufgezeichnet und das Verhältnis zwischen Brechungsindeks und Wellenlänge untersucht.

Die Abweichungen der Wellenlängen der Helium-Spektrallinien variierten je nach den verschiedenen Farben. Bei den starken gelben Spektrallinien wird eine Fehlerabweichung von $1,2\sigma$ aufgezeigt, die noch kleiner als 3σ und damit nicht so signifikant ist, während bei der strakten roten Spektrallinien mit $5,23\sigma$ schon stark von dem Literaturwert abweicht. Der Grund liegt daran, dass die Kurven handschriftlich gezeichnet wurden. Gerade bei einem nichtlinearen Graphen führt dies zu großen Fehlerbereichen, war eine solche Genauigkeit der Ergebnisse deswegen nicht unbedingt zu erwarten. Es gibt relativ wenige Punkte am Ende der Kurve, die wir als Referenz Punkte verwenden können um die Kurvenposition zu korrigieren, so dass unsere Kurve in der ersten Hälfte genauer ist. Die Wellenlänge, die in der zweiten Hälfte abgelesen wird, weicht aber dagegen stark vom Literaturwert ab.

Ein anderer Grund dafür ist, dass die roten Spektrallinien tatsächlich sehr schwierig wahrzunehmen, wie es in Abbildung 6 fotografiert wird. Es kann sein, dass wir bei Justieren des Fernrohrs eine falsche Winkel eingestellt haben, sodass wir während der Beobachtung nur ein paar sehr flache rote Linien sehen können, die sogar nur bei Dunkelheit gesehen werden können. Unter diesen Umständen ist das Fadenkreuz des Okulars sehr schwer zu erkennen, was uns auch große Schwierigkeiten bereitet, die rote Linie genau auf das Kreuz zu verschieben.

Um diese systematischen Fehler möglichst gering zu halten, haben wir die Fehlerwerte bewusst leicht überschätzt, insbesondere den Fehler in der Wellenlänge von 8 nm . Dies mag zwar etwas übertrieben erscheinen, doch aufgrund der Auflösung in der λ -Achse von 2 nm können bereits minimale Abweichungen zu dem erheblichen Fehler beitragen. Deswegen haben wir die Differenz zwischen der Fehlerkurve und Eichkurve vergrößt. Sonst mit nur $0,03$ Grad Fehler der Ablenkinkel sind die beiden Kurven fast kaum unterscheidbar.

Die Messmethode war jedoch sehr genau, mithilfe des Nonius ließen sich Auslenkungen auf eine halbe Bogenminute genau ablesen. Aber Trotz der Genauigkeit des Nonius und der Geometrie des Prismas konnte die Abweichung nicht vermieden werden. Besonders die ungewöhnlich große parallaktische Verschiebung bei der Messung von kurzwelligen Spektrallinien hatte

wohl einen starken Einfluss auf die Abweichung des experimentellen Wertes von den Literaturwerten. Deswegen neben der Ablesegenauigkeit haben wir auch andere Faktoren berücksichtigt, wie z.B. die visuelle Ermüdung und Parallaxe, die im Lauf der Zeit sich steigern lassen sollen. (Die Spektrallinien ständig mit dem Fadenkreuz zu eichen ist sehr ermüdend) Die doppelten gelben Linien im Spektrum der Hg-Lampe ließen sich zunächst nur schwer trennen, doch nach Verringern der Spaltbreite konnten genauere Ergebnisse erzielt werden.

Auch die Rydberg-Konstante wurden mit akzeptablen Fehlern ermittelt. Mit nur $0,294\sigma$ ist die Fehlerabweichung nicht signifikant. Weil die meisten gemessenen Werte in der ersten Hälfte der Kurve liegen, was eine größere Genauigkeit liefern kann. Außerdem wird die Zufälligkeit durch den Mittelwertrechnung deutlich verringert, wie wir schon in 3.3 besprochen haben, ist zwar die Rydberg-Konstante in der Tat konstant und die Balmer-Formel für alle Hauptquantenzahlen m gilt, doch weil bei der Messung Fehler auftreten, werden zwangsläufig für die verschiedenen Balmer-Linien auch variierende Rydberg-Konstanten ausgerechnet. Dieses Mal statt mit der quadratischer Addition von Ablesefehler und der mittleren Fehler des Mittelwertes haben wir mit Gauss-Fehlerfortpflanzung die partielle Ableitungen berechnet, weil es viel einfacher ist, auch an die Wissenschaftlichkeit nicht verloren.

Im dritten Teil unserer Untersuchung haben wir den Brechungsindex in Abhängigkeit von der Wellenlänge analysiert und eine weitere Dispersionskurve erstellt. Aufgrund der begrenzten Anzahl von Proben konnten wir die Eichkurve aber nicht ganz exakt erstellen. Dennoch war die Tendenz eindeutig: Der Brechungsindex stieg mit zunehmender Wellenlänge, was auf eine normale Dispersion hinweist und unseren Erwartungen entsprach.

Zusammenfassend zeigt unser Experiment, dass die manuelle Durchführung einiger Messungen zu systematischen Fehlern geführt hat. Trotz dieser Herausforderungen konnten wir dennoch akzeptable Ergebnisse erzielen. Dies unterstreicht die Schwierigkeiten, die bei der genauen Erfassung von Spektrallinien auftreten können, sowie die Auswirkungen des Alters und des Zustands des verwendeten Equipments auf den Versuchsverlauf und die erzielten Ergebnisse.