

Physikalisches Anfängerpraktikum

Sommersemester 2023

Versuch 42

Tutor: Noah Lukas Kuhn

Spezifische Wärmekapazität fester Körper

In diesem Versuch haben wir die spezifische Wärmekapazität verschiedener Festkörper im Temperaturbereich von 20°C bis 100°C gemessen. Hierbei haben wir die Mischungsmethode angewandt und das Kalorimeter als unser Hauptmessgerät verwendet, um die Änderung der Wärmemenge zu erfassen. Es existiert jedoch auch eine alternative Messmethode für extrem niedrige Temperaturen, bei der flüssiger Stickstoff verwendet wird.

Es wurde festgestellt, dass im Temperaturbereich von 20°C bis -195°C die Differenz in der Masse des flüssigen Stickstoffs gemessen werden sollte. Dies ermöglicht es uns indirekt, die Temperaturänderung zu bestimmen, indem wir die Dämpfungswärme des Stickstoffs verwenden.



Abbildung 1: Aufbau des Versuchs spezifische Wärmekapazität Festkörper

1 Physikalische Grundlagen

1.1 Physikalisches Prinzip

In diesem Experiment gibt es drei thermodynamische Größen, die von großer Bedeutung sind: Temperatur, Wärme und die spezifische Wärmekapazität.

- Temperatur

Die mikroskopische **Temperatur** bezieht sich auf die Temperatur auf der Ebene von Teilchen, Atomen und Molekülen in einem System. Sie ist das Ergebnis der durchschnittlichen kinetischen Energie dieser Teilchen. Auf dieser Ebene bewegen sich die Teilchen ständig und ihre Bewegung ist mit ihrer Temperatur verbunden. Je höher die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen ist, desto höher ist die Temperatur des Systems. Die absolute Null (0 K) repräsentiert den Zustand, in dem die Teilchen ihre keine kinetische Energie haben.

Die makroskopische Temperatur bezieht sich auf die Temperatur eines gesamten Objekts oder Systems, die aufgrund der durchschnittlichen kinetischen Energie der Teilchen auf der makroskopischen Ebene gemessen wird. Dies ist die Temperatur, die wir im Alltag verwenden und mit Thermometern messen. Sie wird in Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) oder Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) gemessen

- Wärme

Wärme ist eine Form der Energieübertragung zwischen zwei Systemen, die aufgrund eines Temperaturunterschieds erfolgt. Sie fließt immer von einem Objekt oder System höherer Temperatur zu einem Objekt oder System niedrigerer Temperatur. Auf mikroskopischer Ebene wird Wärme durch die Bewegung von Teilchen, insbesondere Atomen und Molekülen, übertragen. Wenn Teilchen mit höherer kinetischer Energie (höhere Temperatur) mit Teilchen niedrigerer kinetischer Energie (niedrigere Temperatur) in Kontakt kommen, geben die schnelleren Teilchen Energie an die langsameren ab, was als Wärmeübertragung bezeichnet wird. Es gibt drei Hauptarten der Wärmeübertragung:

- (a) Leitung: Wärmeübertragung durch direkten Kontakt von Teilchen in einem festen Medium, zum Beispiel wenn ein Metallstab erhitzt wird.
- (b) Konvektion: Wärmeübertragung durch die Bewegung von Fluiden (Flüssigkeiten oder Gase), beispielsweise wenn warme Luft aufsteigt.
- (c) Strahlung: Wärmeübertragung durch elektromagnetische Strahlung, wie die Wärmeübertragung von der Sonne zur Erde.

- Die spezifische Wäremkapazität und Äquipartitionsprinzip

Die spezifische Wäremkapazität eines Körpers gibt an, wie viel Wärme einem Körper zugeführt werden muss, um seine Temperatur um ein Grad zu erhöhen. Gemäß dem Äquipartitionsprinzip wird die Energie gleichmäßig auf die Freiheitsgrade verteilt. **Äquipartitionsprinzip** ist ein Satz aus der statistischen Physik, der einen Zusammenhang zwischen dem Mittelwert der Energie eines Systems im thermischen Gleichgewicht und seiner Temperatur herstellt.

In der klassischen Physik hat nach dem Äquipartitionsprinzip jeder solcher Freiheitsgrade (harmonische Schwingung) die mittlere Energie

$$\langle E \rangle = kT \quad (\text{je } \frac{1}{2}kT \text{ für die kinetische und die potentielle Energie}) \quad (1)$$

Damit wäre die innere Energie eines Mols

$$U_{Mol} = 3kTN_A = 3RT \quad (2)$$

und damit die spezifische Molwärme $C_V = 3R$, die Vorhersage der Dulong-Petitschen Regel.

- Debye-temperatur und Theorie der spezifischen Molwärme

Es gibt jedoch Situationen, in denen dieses Prinzip verletzt wird. Dies geschieht, wenn man sehr niedrige Temperaturen erreicht, was einer sehr geringen Energie pro Freiheitsgrad entspricht. Da die Schwingungen der einzelnen Atome in einem Festkörper im Gitter nicht unabhängig voneinander sind und die Quantenmechanik nicht zulässt, dass die Energie beliebig klein wird, werden die Freiheitsgrade **"eingefroren"**, was bedeutet, dass Eigenschaften wie die spezifische Wärmekapazität und die Energie dieses Freiheitsgrads niedriger werden als vom Äquipartitionsprinzip vorhergesagt.

Die maximale Temperatur, bei der dieser Effekt auftritt, wird als **Debye-Temperatur** bezeichnet und hängt von der Substanz ab. Wenn ein Festkörper unter die Debye-Temperatur abgekühlt wird, kann gemessen werden, dass seine gesamte spezifische Wärmekapazität abnimmt. Um diese Beziehung zu veranschaulichen, werden im folgenden Diagramm die molaren Wärmekapazitätskurven (als Funktion der Temperatur) für einige Elemente gezeigt.

Offensichtlich ist diese Vorhersage schon bei Zimmertemperatur für leichte Elemente wie Be, C, Si, Al falsch. Die Lösung liefert die Quantenmechanik: Oszillatoren haben diskrete, gequantelte Energiezustände der Energie $E_\nu = \hbar\nu$ und die Wahrscheinlichkeit ω , dass ein Zustand bei der Temperatur T angeregt ist, ist gegeben durch die Bose-Einstein Statistik:

$$\omega(T, E_\nu) = \frac{1}{\exp(E_\nu/kT) - 1} \quad (3)$$

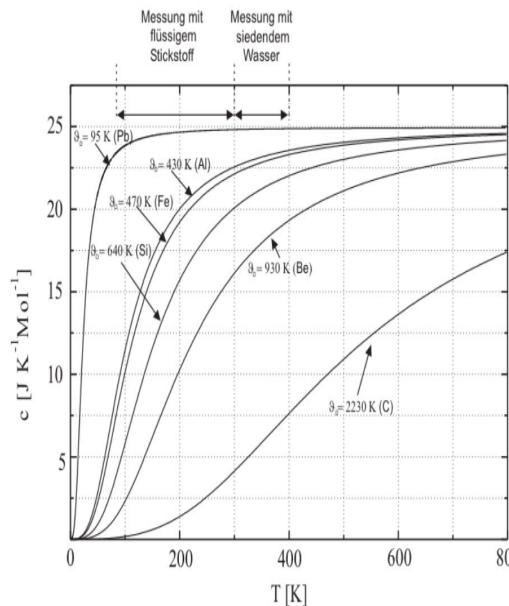


Abbildung 2:
Temperaturabhängigkeit
der spezifischen
Wärme nach dem
Debye-Modell für
verschiedene Ele-
mente

Die Atomrümpe in einem Festkörper schwingen nicht unabhängig voneinander, sie sind ganz im Gegenteil stark gekoppelt. Die Schwingungsanregungen sind daher gekoppelte Schwingungsmoden, die heute Phononen heißen und ein Mol eines atomaren Festkörpers hat i.A. $3N_A$ unterschiedliche Schwingungsfrequenzen ν_i , die jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $\omega(E_\nu, T)$ angeregt sind. Die innere Energie ist daher gegeben durch:

$$U_{Mol} = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{g(\nu_i) h \nu_i}{\exp(h \nu_i / kT) - 1} \quad (4)$$

Das Schwingungsspektrum ist im Allgemeinen nicht bekannt und schwer zu berechnen. Debye hat daher das Schwingungsspektrum in seinem Modell als "quasi kontinuierlichängenommen und durch die Spektraldichte $g(\nu) \approx \nu^2$ angenähert, wobei er diese aber bei der Grenzfrequenz abschnitt, die $3NA$ Schwingungszuständen entsprach. In seiner Theorie gibt es daher nur einen materialabhängigen Parameter, die Debye-Temperatur Θ_D und der Verlauf der spezifischen Molwärmen mit der Temperatur hängt nur von T/Θ_D ab. Dieses einfache Modell beschreibt die experimentellen Daten recht gut und daher wird die Debye-Temperatur i.A. für die Charakterisierung der Wärmekapazität von Festkörpern genutzt. Stoffe wie Be, C, Al und Si haben hohe Debye-Temperaturen, d.h sie haben ein "hartes" Schwingungsspektrum, d.h. hohe Eigenfrequenzen, die erst bei sehr hohen Temperaturen angeregt werden könne.

1.2 Messgeräte

Mischungsmethode

Das Instrument, welches zur Ermittlung von Wärmekapazitäten herangezogen wird, trägt den Namen Kalorimeter. Ein Kalorimeter wird mit Wasser befüllt, und der zu untersuchende Probenkörper wird in das Wasser eingetaucht. Wenn zwei Substanzen, nämlich das Wasser und der Probenkörper, die sich zuvor bei unterschiedlichen Temperaturen befanden, in thermischen Kontakt miteinander treten, erfolgt ein Wärmeaustausch, bis beide die gleiche Temperatur erreichen, die als Mischtemperatur bezeichnet wird. Die spezifische Wärmekapazität des Probenkörpers kann anschließend anhand der gemessenen Temperaturen des Probenkörpers und des Wassers berechnet werden.

1.3 Beschreibung Gesetz von Dulong-Petit

Das Dulong-Petit-Gesetz (nach Pierre Louis Dulong und Alexis Thérèse Petit) besagt, dass die molare Wärmekapazität eines aus einzelnen Atomen zusammengesetzten Festkörpers einen universalen und konstanten Wert habe, nämlich das Dreifache der universellen Gaskonstante R :

$$C_m = 3 \cdot R \approx 3 \cdot 8.3 \frac{J}{mol \cdot K} \approx 24.9 \frac{J}{mol \cdot K} \quad (5)$$

Abbildung 3: Kalorimeter



Zur Herleitung wird die Schwingung jedes Teilchens in erster Näherung als harmonischer Oszillator betrachtet werden. Nach dem Äquipartitionsprinzip der klassischen statistischen Thermodynamik trägt jeder der drei Gitterschwingungsfreiheitsgrade jedes Teilchens (je einer in x-, y- und z-Richtung) bei Temperatur T im Mittel der kinetischen Energie.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} k_B T$$

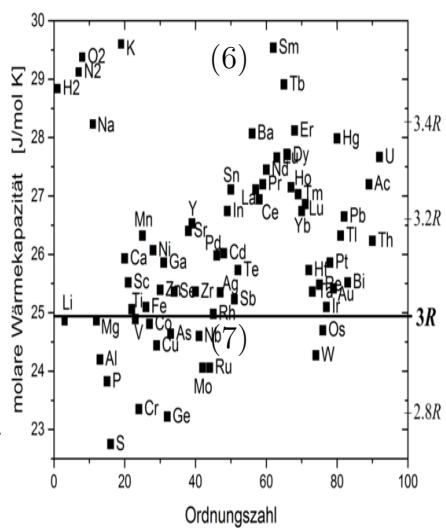
mit der Boltzmann-Konstante k_B .

Die potentielle Energie des harmonischen Oszillators ist eine homogene Funktion 2. Grades in der Auslenkung. Also folgt nach dem Virialsatz, dass die mittlere potentielle Energie gleich der mittleren kinetischen Energie ist:

$$E_{kin} = E_{pot}$$

Auf einen Schwingungsfreiheitsgrad entfällt daher im Mittel die Energie $2 \cdot \frac{1}{2} k_B T$ und auf ein Teilchen mit drei Freiheitsgraden für die Gitterschwingung die Energie $3k_B T$. Ein Mol solcher Teilchen trägt also die Energie $E = 3N_A k_B T = 3RT$.

Abbildung 4: Dulong-Petit gesetz



1.4 Belevante Formeln

- Die Siedetemperatur des Wassers bei gemessenem Luftdruck beträgt:

$$T_1 = 100^\circ\text{C} + 0.0276^\circ\text{C}/hPa(p - 1013hPa), \quad (8)$$

wobei p den Luftdruck in hPa beschreibt.

- Definition von spezifischer Wärmekapazität:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{C}{m}, \quad (9)$$

wobei C die Wärmekapazität ist.

- Wenn zwei Systeme miteinander in thermischem Kontakt stehen, ist die von einem System abgegebene Wärme gleich der von dem anderen System aufgenommenen Wärme. Daher ergibt sich durch das Lösen von Gleichung (3) nach Q und das Gleichsetzen der beiden Ausdrücke die folgende Gleichung, welche den Prozess im Kalorimeter beschreibt:

$$(m_w c_w + W)(\bar{T} - T_2) = m_x c_x (T_1 - \bar{T}), \quad (10)$$

Die linke Seite der Gleichung beschreibt die vom Kalorimeter aufgenommene Wärme, wobei der Wert „**Wasserwert** W “ die Wärmekapazität des Kalorimeters bei der anfänglichen Temperatur T_2 beschreibt. Die rechte Seite beschreibt die Wärme, die der Körper mit der anfänglichen Temperatur T_1 aus dem Element x ($x \in \{\text{Pb,Al,C}\}$) abgibt.

Wenn wir diese Gleichung nach c_x auflösen, erhalten wir den Ausdruck für die spezifische Wärmekapazität des Körpers:

$$c_x = \frac{(m_w c_w + W)(\bar{T} - T_2)}{(T_1 - \bar{T})m_x} \quad (11)$$

Der Wasserwert kann mithilfe der folgender Gleichung gerechnet werden:

$$W = m_x c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2}, \quad (12)$$

wobei T_1 die Ausgangstemperatur des Wassers und T_2 die Raumtemperatur ist.

Um die molare Wärme (c_{mol}) der Körper zu berechnen, benötigen wir:

$$c_{mol} = \frac{M_x Q}{m \Delta T} \quad (13)$$

- In der zweiten Phase des Experiments werden die Körper bei Raumtemperatur T_1 in flüssigem Stickstoff auf seinem Siedepunkt (d.h. bei der Temperatur $T_2 = -195,8^\circ\text{C}$) gekühlt. Die Bestimmung der Masse des flüssigen Stickstoffs vor und nach dem Kühlvorgang ermöglicht es uns, die spezifische Wärmekapazität des Körpers gemäß der folgenden Formel zu berechnen:

$$c_x = \frac{Q_v m_s}{m_x (T_1 - T_2)} \quad (14)$$

Diese Formel kann hergeleitet werden, indem man berücksichtigt, dass die vom Körper abgegebene Wärme den flüssigen Stickstoff verdampft, wobei $Q_v = 199\text{J/g}$ die Verdampfungswärme pro Masse beschreibt und m_s die Masse des während dieses Vorgangs verdampften Stickstoffs ist.

2 Messprotokoll

2.1 Messungsprozess

Vor Beginn der Messung haben wir alle im Experiment verwendeten Körper gewogen. Zuerst haben wir den Wasserwert durch eine Temperaturmessung des Wassers im Kalorimeter bestimmt. Um die spezifischen Wärmekapazitäten der drei Materialien Aluminium, Graphit und Blei zu bestimmen, haben wir die Körper zunächst auf die Temperatur des siedenden Wassers erhitzt und sie dann in das Kalorimeter gelegt. Durch eine Messung der Temperaturkurve haben wir die Mischartemperatur ermittelt, die später zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazitäten mithilfe der oben genannten Formeln verwendet wird.

Dann wurden die spezifischen Wärmekapazitäten erneut gemessen, diesmal jedoch bei der Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff. Dies wurde durch Aufhängen von drei kleineren Körpern derselben Materialien wie in der zuvor durchgeföhrten Messreihe in flüssigem Stickstoff durchgeführt, und die Massendifferenz des Stickstoffs vor und nachdem der Körper auf die Temperatur des flüssigen Stickstoffs abgekühlt wurde, gemessen. Indem wir wissen, wie viel Stickstoff verdampft ist, können wir berechnen, wie viel Wärme vom Körper an den Stickstoff abgegeben wurde, und dann die spezifische Wärmekapazität des Körpers aus diesen Werten berechnen.

2.2 Messprotokoll

Für die **Messungsergebnisse und Messungsdarstellung**, siehe die folgenden Seiten.

Versuch 41 — TemperaturmessungGeräte:

- Kalorimeter mit Magnetrührer
- Elektrischer Kocher
- Stativ mit Drahthaken
- 3 große Versuchskörper (Graphit, Aluminium, Blei)
- 3 kleine Versuchskörper für den Versuch bei Stickstofftemperatur.
- Dewargefäß für flüssigen Stickstoff.
- Elektrisches Thermometer
- Elektrisches Thermometer
- Spez. Wärmekapazität Wasser $C_w = (4.186 \pm 0.004) \text{ J/(gK)}$
- Elektronische Waage
- Stoppuhr
- Schutzbrille und Schutzhandschuhe

Vor dem Versuch müssen wir checken:

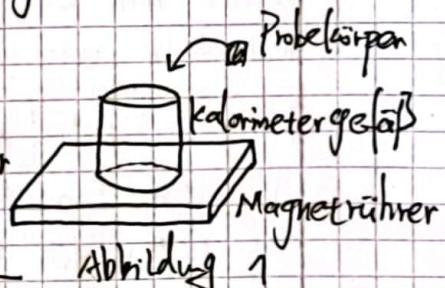
- ① Versuchen den Magnetrührer zu probieren
- ② das Kalorimetergefäß zu $\frac{3}{4}$ mit VE-Wasser füllen
- ③ Kalorimetergefäß zentrisch auf den Magnetrührer sein

Prozesse des Versuchs:

1. Bestimmung der Massen aller Probekörper

Tabelle 1

Stoff	Graphit	Aluminium	Blei	Graphit	Aluminium	Blei
Masse [g]	124.0	149.0	604.0	42.0	34.0	137.0
Größe	groß	groß	groß	klein	klein	klein



$$\Delta m = 1.0 \text{ g}$$

Masse von unbefülltem Kalorimeter: 255.0 g

2. Bestimmung des Wasserkoeffizienten W

- Wir messen zunächst die Masse des unbefüllten Kalimeters ohne Deckel (T -Fühler herausnehmen). Messen dann mit Digitalthermometer die Zimmertemperatur. Dann erhitzen wir das Wasser in einem Kocher auf $T \approx 50^\circ\text{C}$. Abschalten den Kocher, notieren die Temperatur, die sich unter ständigem Umrühren nicht mehr ändert.

- Ihr startet das Kalorimeter zuerst $\frac{1}{2}$ mit dem heißen Wasser befüllen, den Deckel schnell auflegen, Magnetrührer



einschalten. T 5 min lang, alle 30 s gemessen, bis sich ein linearer Abfall ergibt.

Tabelle 2: Temperatur im Kalorimeter über die Zeit

Zeit [s]	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
Anfangstemperatur [°C]	49.8	49.6	49.5	49.5	49.4	49.3	49.2	49.2	49.1	49.0

Zuletzt messen wir noch einmal das Kalorimeter mit Wiegen

dem Wasser (ohne Deckel)

Ergebnis: 564.0 g

3. Messung der spezifischen Wärmekapazität wie dem Kalorimeter

- das Kalorimeter zu $\frac{3}{4}$ mit frischem VE-Wasser befüllen,

Masse: erneut wiegen und bekommen die Wassermenge.

625.0 g

- Großen Probekörper wird benutzt.

- Den Kocher zur Hälfte mit Wasser füllen und einen Probekörper mit Hilfe des Stativs in den siedende Wasserdampf hängen.

P.S.: Der Probekörper mindst. 5 min im kochenden Wasser bleiben!

- Vor dem Einbringen des ersten Körpers T des Wassers im Kalorimeter für einige Minuten jede Minute messen.

(Magnetrührer an)

Tabelle 3: T im Kalorimeter vor Einbringen der Probekörpern [°C]

Zeit [min]	Graphit	Aluminium	Blei
1	48.0	49.9	52.4
2	47.9	49.8	52.3
3	47.8	49.7	52.2
4	47.7	49.7	52.1
5	47.3	49.4	51.9
Anfang (0 min)	45.5	\	\ falsch gemacht



T von Probekörpern stabil \rightarrow kurz abgetropft und so schnell wie möglich zentrisch versetzt auf das Gitter im Kalorimeter gestellt. Notieren alle 10 s die Temperatur, bis T ein Maximum erreicht hat.

Zeit [s]	Graphit T [$^{\circ}$ C]	Aluminium T [$^{\circ}$ C]	Blei T [$^{\circ}$ C]
10	49.5		
20	50.3	50.7	51.7
30	50.4	52.2	53.4
40	50.5	52.8	53.8
50	50.4	53.0	53.9
60	50.4	53.1	53.9
70	50.4	53.1	53.9
80	50.4	53.1	53.9
90	50.4	53.1	53.8
100	50.3	53.1	53.8
110	50.3	53.0	53.8
120	50.3	53.0	53.8
130	50.3	53.0	53.8
140	50.2	53.0	53.7
150	50.2	52.9	53.7
160	50.2	52.9	53.7
170			
180			
190			
200			
210			

$$\Delta T = 0.1 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

4. Messung der spez. Wärmekapazitäten mit flüssigem Stickstoff:
kleine Probekörper verwenden

Füllen den Dewar zu $\frac{3}{4}$ mit N_2 , auf die Waage stellen und den T -Ausgleich abwarten.

Notieren das Anfangsgewicht. Dann lässt man den Probekörper langsam an einem Faden in den Stickstoff enttauchen und die Beendigung des Siedens abwarten.

Die Probekörper herausnehmen und das Endgewicht bestimmen.

$m_s = m_1 - m_2$ entspricht dem verdampften Stickstoff.



扫描全能王 创建

Tabelle 5: Messung in Dewar

Masse [g]	Graphit	Aluminium	Blei
m_1 vorher	475.0	565.0	534.0
m_2 nachher	454.0	534.0	513.0

$$\Delta m_1 = 0.1 \text{ g}$$

$$\Delta m_2 = 0.1 \text{ g}$$

$$\Delta m = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2}$$

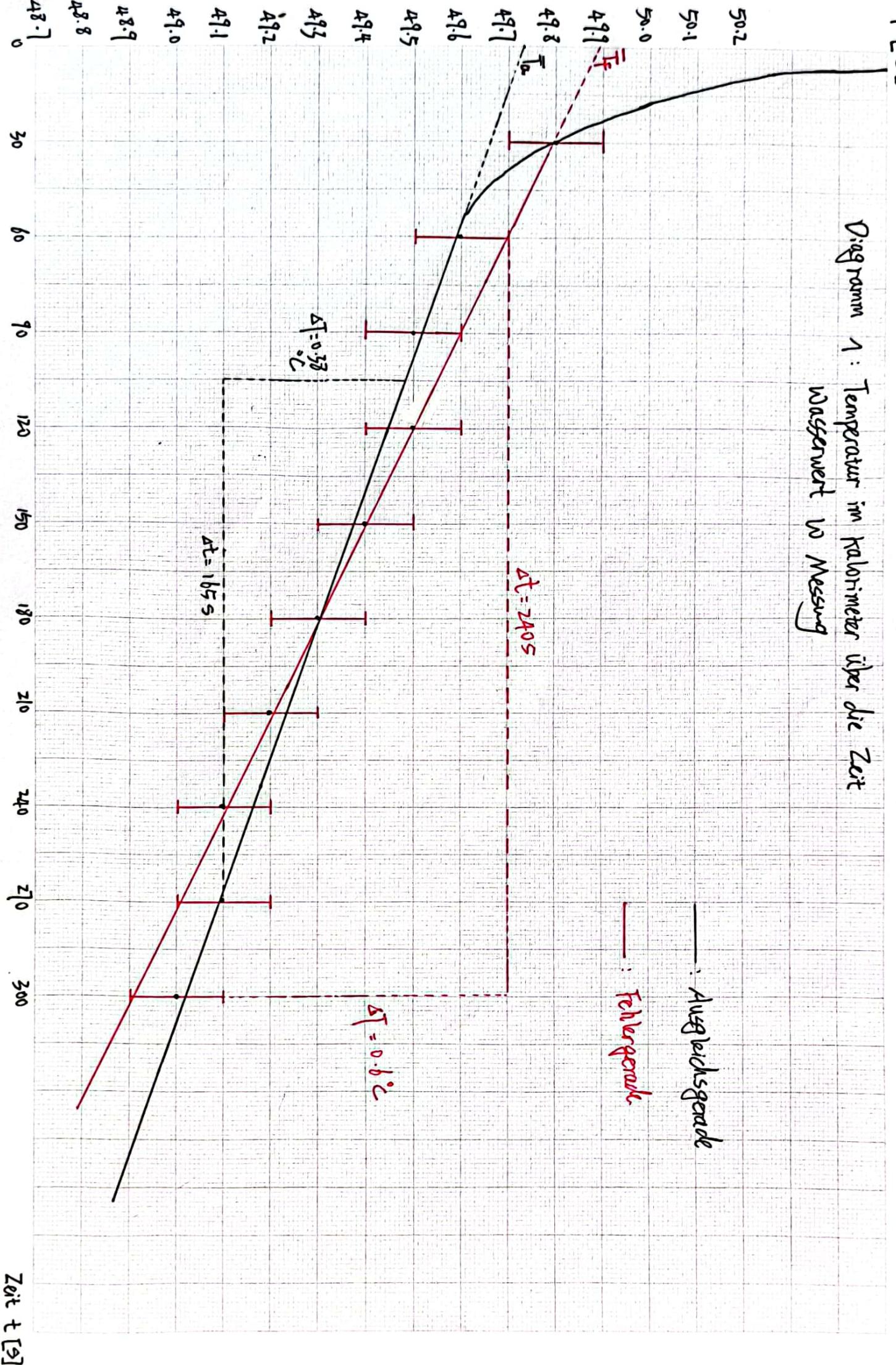
Flur



扫描全能王 创建

T [$^{\circ}$ C]

Diagramm 1: Temperatur im Kalorimeter über die Zeit
Wasservert W Messung



3 Auswertung

3.1 Bestimmung des Wasserwertes

Die gesamte Masse $M_1 = (564.0 \pm 1.0)g$, Masse des Kalorimeters $m_k = (255.0 \pm 1.0)g$, die Masse von Wasser $m_{w1} = M_1 - m_k = 309.0g$

Daraus bekommen wir den Fehler von Masse des Wassers:

$$\Delta m_{w1} = \sqrt{\Delta M_1^2 + \Delta m_k^2} = 1.4g \quad (15)$$

Raumtemperatur $T_2 = 23.0^\circ\text{C} = 295.15\text{ K}$, Anfängliche Temperatur des Wassers $T_1 = 52.0^\circ\text{C} = 324.15\text{ K}$

Aus Diagramm 1:

Steigung der Ausgleichsgerade $k_a = \frac{0.38\text{ }^\circ\text{C}}{165\text{ s}} = 0.0023\text{ }^\circ\text{C/s}$, y-Achsenabschnitt $\bar{T}_a = 49.7\text{ }^\circ\text{C}$

Steigung der Fehlergerade $k_f = \frac{0.60\text{ }^\circ\text{C}}{240\text{ s}} = 0.0025\text{ }^\circ\text{C/s}$, y-Achsenabschnitt $\bar{T}_f = 49.9\text{ }^\circ\text{C}$

$$\Rightarrow \Delta \bar{T}_a = |\bar{T}_a - \bar{T}_f| = 0.2\text{ }^\circ\text{C}, \bar{T} = (49.7 \pm 0.2)\text{ }^\circ\text{C} = (321.85 \pm 0.2)\text{ K}$$

Aus Gleichung (8):

$$W = m_w c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \quad (16)$$

Setzen wir alle benötigten Werte darin ein, und haben den Wasserwert dann:

$$W = m_w c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} = 309.0g \cdot 4.186J(g \cdot K)^{-1} \frac{52.0\text{ }^\circ\text{C} - 49.7\text{ }^\circ\text{C}}{49.7\text{ }^\circ\text{C} - 23.0\text{ }^\circ\text{C}} \approx 111.4 \frac{J}{K} \quad (17)$$

Der Fehler von Wasserwert kann dadurch berechnet werden:

$$\Delta W = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial m_w} \Delta m_w\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial T_1} \Delta T_1\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial T_2} \Delta T_2\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial \bar{T}} \Delta \bar{T}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial c_w} \Delta c_w\right)^2} \quad (18)$$

Wir setzen $T_1 = 324.15\text{ K}$, $T_2 = 295.15\text{ K}$, $\bar{T} = 321.85\text{ K}$ ein, $m_w = 309.0g$, $\Delta m_w = 1.4g$, $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 0.1\text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta \bar{T} = 0.2\text{ K}$, $c_w = 4.186 \frac{J}{g \cdot K}$, $\Delta c_w = 0.004 \frac{J}{g \cdot K}$ in die Gl.14.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial m_w} \Delta m_w &= c_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \approx 5.048 \cdot 10^{-3} \frac{J}{K} \\
\frac{\partial W}{\partial T_1} \Delta T_1 &= \frac{m_w c_w}{\bar{T} - T_2} \Delta T_1 \approx 4.845 \frac{J}{K} \\
\frac{\partial W}{\partial T_2} \Delta T_2 &= \frac{-m_w c_w (T_1 - \bar{T})}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta T_2 \approx 0.4173 \frac{J}{K} \\
\frac{\partial W}{\partial \bar{T}} \Delta \bar{T} &= m_w c_w \frac{T_2 - T_1}{(\bar{T} - T_2)^2} \Delta \bar{T} \approx 10.5236 \frac{J}{K} \\
\frac{\partial W}{\partial c_w} \Delta c_w &= m_w \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \Delta c_w = 0.1065 \frac{J}{K} \\
\Rightarrow \Delta W &\approx \sqrt{(5.048 \cdot 10^{-3} \frac{J}{K})^2 + (4.845 \frac{J}{K})^2 + (0.4173 \frac{J}{K})^2 + (0.1065 \frac{J}{K})^2} \approx 11.6 \frac{J}{K} \\
\Rightarrow W &= (111.4 \pm 11.6) \frac{J}{K}
\end{aligned}$$

3.2 Bestimmung der spezifischen Wärmekapazitäten von Graphit, Aluminium und Blei

Wir benutzen die Formel (12) um die spezifische Wärmekapazität zu berechnen:

$$c_x = \frac{(m_w c_w + W)(\bar{T} - T_2)}{(T_1 - \bar{T})m_x} \quad (19)$$

Die Temperatur T_1 (die Siedetemperatur des Wassers) gilt für alle drei Materialien (siehe Gl. 4):

$$T_1 = 100^\circ C + 0,0276 \frac{^\circ C}{hPa} (1021.0 hPa - 1013 hPa) \approx 100.22^\circ C = 372.37 K \quad (20)$$

Der Fehler von T_1 ist gegeben:

$$\begin{aligned}
\Delta T_1 &= \frac{\partial T_1}{\partial p} \Delta p = 0,0276 \frac{^\circ C}{hPa} \cdot 1.0 hPa \approx 0,03^\circ C \\
\Rightarrow T_1 &= (100.22 \pm 0.03)^\circ C
\end{aligned}$$

Wir benutzen die Formel (11) um die Wärmekapazitäten der Substanzen zu berechnen:

$$c_x = \frac{(m_w c_x + W)(\bar{T} - T_2)}{(T_1 - \bar{T})m_x} \quad (21)$$

Der Fehler Δc_C ist durch Fehlerfortpflanzung festgestellt:

$$\Delta c_x = \left(\left(\frac{\partial c_x}{\partial m_w} \Delta m_w \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial c_w} \Delta c_w \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial W} \Delta W \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial \bar{T}} \Delta \bar{T} \right)^2 \right) \quad (22)$$

$$+ \left(\frac{\partial c_x}{\partial T_1} \Delta T_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial T_2} \Delta T_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial m_x} \Delta m_x \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

Die partiellen Ableitungen sind:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_x}{\partial m_w} \Delta m_w &= c_w \frac{\bar{T} - T_2}{m_x(T_1 - \bar{T})} \Delta m_w \\ \frac{\partial c_x}{\partial c_w} \Delta c_w &= m_w \frac{\bar{T} - T_2}{m_x(T_1 - \bar{T})} \Delta c_w \\ \frac{\partial c_x}{\partial W} \Delta W &= \frac{\bar{T} - T_2}{m_x(T_1 - \bar{T})} \Delta W \\ \frac{\partial c_x}{\partial \bar{T}} \Delta \bar{T} &= \frac{(m_w c_w + W)(T_1 - T_2)}{m_x(T_1 - \bar{T})^2} \Delta \bar{T} \\ \frac{\partial c_x}{\partial T_1} \Delta T_1 &= \frac{-(m_w c_w + W)(\bar{T} - T_2)}{m_x(T_1 - \bar{T})^2} \Delta T_1 \\ \frac{\partial c_x}{\partial T_2} \Delta T_2 &= \frac{-(m_w c_w + W)}{m_x(T_1 - \bar{T})} \Delta T_2 \\ \frac{\partial c_x}{\partial m_x} \Delta m_x &= \frac{-(m_w c_w + W)(\bar{T} - T_2)}{(T_1 - \bar{T})m_x^2} \Delta m_x \end{aligned}$$

Gemessen werden auch: Mischungstemperatur \bar{T} , Fehler von Mischungstemperatur $\Delta \bar{T} = 0.1^\circ C$, Anfängliche Temperatur von Wasser T_2 , Fehler von $T_2 \Delta T_2 = 0.1^\circ C$, Masse des Körpers m_x , Fehler von $m_x \Delta m_x = 1.0g$ Masse von Wasser $m_w = 370.0g$, Fehler von $m_w \Delta m_w = 1.4g$, Rel. Atommasses M_x

3.2.1 Graphit

Von unserer Messung wurde diese Daten direkt oder unmittelbar für Graphit ermittelt: $\bar{T} = 50.4^\circ C$, $T_2 = 47.3^\circ C$, $m_C = 124.0g$, $M_C = 12.01 \frac{g}{mol}$

Wir setzen alle Messwerte in die Gleichungen (21),(22),(23):

$$\Rightarrow c_C = (0,83 \pm 0,07) \frac{J}{gK}$$

Vergleich mit dem Literaturwert $c_{C,Lit} = 0,71 \frac{J}{gK}$. Der Fehlerprozentsatz lautet:

$$\frac{(0,83 - 0,71) \frac{J}{gK}}{0,71 \frac{J}{gK}} \approx 17.49\% \quad (24)$$

$$\frac{(0,83 - 0,71) \frac{J}{gK}}{\sqrt{0,07 - 0}} = 46,21\% = 0,32\sigma \quad (25)$$

Mit Gl.13 kalkulieren wir die molare Wärmekapazität:

$$c_{mol,C} = \frac{M_C Q}{m \Delta T} = M_c \cdot c_C = (10.00 \pm 0,84) \frac{J}{molK}, \quad (26)$$

wobei der Fehler $\Delta c_{mol,C}$ dadurch berechnet wird:

$$\Delta c_{mol,C} = M_C \cdot \Delta c_C \quad (27)$$

Wir vergleichen das Ergebnis mit dem Dulong-Petit-Gesetz:

$$C_m = 3 \cdot R \approx 3 \cdot 8.3 \frac{J}{mol \cdot K} \approx 24.9 \frac{J}{mol \cdot K} \quad (28)$$

und

$$\frac{c_{mol,C} - 3R}{3R} \approx -59.90\% \quad (29)$$

$$\frac{(24,9 - 10,00) \frac{J}{gK}}{\sqrt{0,84 - 0}} = 16,24\sigma \quad (30)$$

Unsere Bestimmung des Wertes für c_C wies eine erhebliche Abweichung vom Literaturwert auf, mit einem Fehler von fast 20%. Diese Abweichung lässt sich darauf zurückführen, dass der Graphit zu lange der Luft ausgesetzt war, was zu einem drastischen Wärmeverlust des Probenkörpers führte. Darüber hinaus war nach dem Öffnen des Behälters die Kontaktzeit zwischen Wasser und Luft zu lang.

Der gemessene Wert der molareren Wärmekapazität stimmt nicht mit dem erwarteten Wert von $3R$ überein. Dies legt nahe, dass das Dulong-Petit-Gesetz die Verhaltensweisen von Graphit bei Raumtemperatur nicht adäquat beschreibt, da es eine signifikante Abweichung von mehr als 3σ aufweist.

3.2.2 Aluminium

Von unserer Messung: $\bar{T} = 53.1^\circ C$, $T_2 = 49.4^\circ C$, $m_{Al} = 149.0g$, $M_{Al} = 26.98 \frac{g}{mol}$

Wir setzen alle Messwerte in die Gleichungen (21),(22),(23):

$$\Rightarrow c_{Al} = (0,88 \pm 0,02) \frac{J}{gK}$$

Vergleich mit dem Literaturwert $c_{Al,Lit} = 0,90 \frac{J}{gK}$. Der Fehlerprozentsatz lautet:

$$\frac{(0,90 - 0,88) \frac{J}{gK}}{0,90 \frac{J}{gK}} \approx 2.78\% \quad (31)$$

$$\frac{(0,90 - 0,88) \frac{J}{gK}}{\sqrt{0,02 - 0}} = 17,25\% = 0,25\sigma \quad (32)$$

Mit Gl.13 kalkulieren wir die molare Wärmekapazität:

$$c_{mol,Al} = \frac{M_{Al}Q}{m\Delta T} = M_{Al} \cdot c_{Al} = (23.61 \pm 2.42) \frac{J}{molK} \quad (33)$$

wobei der Fehler $\Delta c_{mol,Al}$ dadurch berechnet wird:

$$\Delta c_{mol,Al} = M_{Al} \cdot \Delta c_{Al} \quad (34)$$

Wir vergleichen das Ergebnis mit dem Dulong-Petit-Gesetz:

$$\frac{c_{mol,Al} - 3R}{3R} \approx -5.30\% \quad (35)$$

$$\frac{(24,9 - 23,61) \frac{J}{gK}}{\sqrt{2,42 - 0}} = 83,00\% = 1,44\sigma \quad (36)$$

Unser Messwert c_{Al} liegt ziemlich nah an dem Literaturwert, außerdem der Bereich, den wir bekommen haben, ist sehr ideal und kontrollierbar.

Es gibt zugleich für die molare Wärmekapazität keine signifikante Abweichung von Dulong-Petit-Gesetz.

3.2.3 Blei

Von unserer Messung: $\bar{T} = 53.9^\circ C$, $T_2 = 51.9^\circ C$, $m_{Pb} = 604.0g$, $M_{Pb} = 207.2 \frac{g}{mol}$

Wir setzen alle Messwerte in die Gleichungen (21),(22),(23):

$$\Rightarrow c_{Pb} = (0,12 \pm 0,02) \frac{J}{gK}$$

Vergleich mit dem Literaturwert $c_{Pb,Lit} = 0,13 \frac{J}{gK}$. Der Fehlerprozentsatz lautet:

$$\frac{(0,13 - 0,12) \frac{J}{gK}}{0,13 \frac{J}{gK}} \approx 7.75\% \quad (37)$$

$$\frac{(0,13 - 0,12) \frac{J}{gK}}{\sqrt{0,02 - 0}} = 6,90\% = 0,10\sigma \quad (38)$$

Mit Gl.13 kalkulieren wir die molare Wärmekapazität:

$$c_{mol,Pb} = \frac{M_{Pb}Q}{m\Delta T} = M_{Pb} \cdot c_{Pb} = (24.66 \pm 4.14) \frac{J}{molK} \quad (39)$$

wobei der Fehler $\Delta c_{mol,Pb}$ dadurch berechnet wird:

$$\Delta c_{mol,Pb} = M_{Pb} \cdot \Delta c_{Pb} \quad (40)$$

Wir vergleichen das Ergebnis mit dem Dulong-Petit-Gesetz:

$$\frac{c_{mol,Pb} - 3R}{3R} \approx -1.1\% \quad (41)$$

$$\frac{(24,9 - 24,657) \frac{J}{gK}}{\sqrt{4,144 - 0}} = 11,94\% = 0,18\sigma \quad (42)$$

Die Differenz zwischen den Literaturwerten und unseren Messwerten c_{Pb} und $c_{mol,Pb}$ sind relativ kleiner als Graphit, aber es wird ein deutlich signifikanterer Fehler beobachtet. Weil Blei eine große rel. Atommasse besitzt, selbst wenn eine kleine Störung auftaucht, führt es leicht zu großem Fehlerbereich der molaren Wärmekapazität. Man sieht auch, dass das Dulong-Petit-Gesetz unter Raumtemperatur das Verhalten von Blei sehr gut beschreiben kann.

3.3 Berechnung der spezifischer und molaren Wärmekapazitäten unter extrem niedriger Temperatur

In unserem Experiment bei extrem niedrigen Temperaturen setzen wir die Proben in flüssigen Stickstoff und halten ihn in einem siedenden Zustand, bis beide Temperaturen am Ende übereinstimmen. Anschließend messen wir die Massendifferenz des Stickstoffs und verwenden diese Daten, um die neuen Wärmekapazitäten unter Verwendung der Verdampfungsmengen zu bestimmen.

Mit Gl.7 berechnen wir:

$$c_x = \frac{Q_v m_v}{m_x(T_1 - T_2)} \quad (43)$$

wobei $T_1 = 23.0^\circ C$ die Raumtemperatur, $\Delta T_1 = 0.1^\circ C$, $T_2 = -195,8^\circ C$ die Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff (Literaturwert) sind. Q_v die Verdampfungswärme von flüssigem Stickstoff ($Q_v = 199 \frac{J}{g}$). $\Delta m_x = 1.0g$.

Die Masseänderung des Stickstoffs $m_v = m_1 - m_2$, $\Delta m_1 = \Delta m_2 = 0.1g$
Fehlerfortpflanzung $\Rightarrow \Delta m_v = \sqrt{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2} = 0.14g$

Der Fehler von c_x kann durch Fehlerfortpflanzung berechnet werden:

$$\Delta c_x = \sqrt{\left(\frac{\partial c_x}{\partial m_v} \Delta m_v\right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial m_x} \Delta m_x\right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial T_1} \Delta T_1\right)^2}$$

Die partiellen Ableitungen sind:

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_x}{\partial m_v} &= \frac{Q_v}{m_x(T_1 - T_2)} \\ \frac{\partial c_x}{\partial m_x} &= \frac{-Q_v m_v}{m_x^2(T_1 - T_2)} \\ \frac{\partial c_x}{\partial T_1} &= \frac{-Q_v m_v}{m_x(T_1 - T_2)^2}\end{aligned}$$

3.3.1 Graphit

$$m_v = 21.0g, m_C = 42.0$$

Nach unserer Messungen werden die neuen Wärmekapazitäten bestimmt:

$$\underline{\underline{c'_C = (0,4551 \pm 0,0112) \frac{J}{gK}} \quad (44)}$$

Mit Gl. 13 berechnen wir die molare Wäremekapazität von Graphit:

$$\underline{\underline{c'_{mol,C} = (5.4646 \pm 0.1345) \frac{J}{molK}} \quad (45)}$$

3.3.2 Aluminium

$$m_v = 31.0g, m_{Al} = 34.0g$$

Nach unserer Messungen werden die neuen Wärmekapazitäten bestimmt:

$$\underline{\underline{c'_{Al} = (0,8291 \pm 0,0045) \frac{J}{gK}} \quad (46)}$$

Mit Gl. 9 berechnen wir die molare Wäremekapazität von Graphit:

$$\underline{\underline{c'_{mol,Al} = (22.3664 \pm 0.1214) \frac{J}{molK}} \quad (47)}$$

3.3.3 Blei

$$m_v = 20.0g, m_{Pb} = 137.0g$$

Nach unserer Messungen werden die neuen Wärmekapazitäten bestimmt:

$$\underline{\underline{c'_{Pb} = (0,1330 \pm 0,0013) \frac{J}{gK}} \quad (48)}$$

Mit Gl. 9 berechnen wir die molare Wäremekapazität von Graphit:

$$\underline{\underline{c'_{mol,Pb} = (27.5576 \pm 0.2694) \frac{J}{molK}} \quad (49)}$$

3.4 Spezifische Wärmekapazität Vergleich und Bestimmung der Debye Temperatur

Die Wärmekapazitäten sind eigentlich temperaturabhängig. Wir nutzen die aus der Debyetheorie bestimmte Kurve für dieses Verhältnis, um die Debyetemperatur der Stoffe zu bestimmen. Am Ende der Auswertung steht eine Tabelle, in der alle relevanten Messgrößen für unsere Proben mit Fehlerangabe stehen.

$$\text{Wir definieren } y_x := \frac{c'_{mol,x}}{c_{mol,x}}$$

Der Fehler von y_x kann man mit Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\Delta y_x = y_x \sqrt{\left(\frac{\Delta c'_{mol,x}}{c'_{mol,x}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{mol,x}}{c_{mol,x}} \right)^2} \quad (50)$$

3.4.1 Graphite

$$y_c = \frac{c'_{mol,C}}{c_{mol,C}} \approx 0,546 \quad (51)$$

$$\Delta y_C = y_C \sqrt{\left(\frac{\Delta c'_{mol,C}}{c'_{mol,C}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{mol,C}}{c_{mol,C}} \right)^2} \approx 0,032 \quad (52)$$

Von Abbildung 6 können wir die Debye Temperatur ablesen:

$$\underline{\underline{T_{Debye,C} = (850 \pm 12)K = (576.85 \pm 12)^\circ C}} \quad (53)$$

Der Fehler von Debye Temperatur wird nach der Skalierung des Diagramms 6 berechnet. Allerdings wegen der zu großer Auflösung des Diagramms können wir leider graphisch den Fehler nicht so explizit ablesen.

Der Literaturwert ist $T_{Debye,C,Lit} = 2000K$. Die Differenz zwischen diesen 2 Werten sind:

$$\frac{T_{Debye,C} - T_{Debye,C,Lit}}{T_{Debye,C,Lit}} \approx 57,5\% \quad (54)$$

$$\frac{(2000 - 850) \frac{J}{gK}}{\sqrt{12 - 0}} = 331,98\sigma \quad (55)$$

Es wird eine besonders signifikante Abweichung ($\geq 3\sigma$) von Graphit gezeigt. Das Phänomen stimmt mit dem Debye-Modell nicht überein.

3.4.2 Aluminium

$$y_{Al} = \frac{c'_{mol,Al}}{c_{mol,Al}} \approx 0,947 \quad (56)$$

$$\Delta y_{Al} = y_{Al} \sqrt{\left(\frac{\Delta c'_{mol,Al}}{c'_{mol,Al}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{mol,Al}}{c_{mol,Al}} \right)^2} \approx 0,016 \quad (57)$$

Von Abbildung 6 können wir die Debye Temperatur ablesen:

$$\underline{\underline{T_{Debye,Al} = (190 \pm 10)K = (83.15 \pm 10)^\circ C}} \quad (58)$$

Den Fehler können wir auch nur grob von dem Diagramm ablesen.

Der Literaturwert ist $T_{Debye,Al,Lit} = 433K$. Die Differenz zwischen diesen 2 Werten sind:

$$\frac{T_{Debye,Al} - T_{Debye,Al,Lit}}{T_{Debye,Al,Lit}} \approx -56\% \quad (59)$$

$$\frac{(433 - 190) \frac{J}{gK}}{\sqrt{10 - 0}} = 76,94 \quad (60)$$

Es wird eine besonders signifikante Abweichung ($\geq 3\sigma$) von Aluminium gezeigt. Das Phänomen stimmt mit dem Debye-Modell nicht überein.

3.4.3 Blei

$$y_{Pb} = \frac{c'_{mol,Pb}}{c_{mol,Pb}} \approx 1.118 \quad (61)$$

$$\Delta y_{Pb} = y_{Pb} \sqrt{\left(\frac{\Delta c'_{mol,Pb}}{c'_{mol,Pb}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{mol,Pb}}{c_{mol,Pb}} \right)^2} \approx 0,039 \quad (62)$$

Im Diagramm 6 können wir weder die Debye-Temperatur noch ihren Fehler ablesen, da das Verhältnis bereits größer als 1 ist. Der Literaturwert für die Debye-Temperatur beträgt $T_{Debye,Pb} = 95K$, die nach Diagramm dem Verhältnis $y_{Pb} = \frac{c'_{mol,Pb}}{c_{mol,Pb}} = 1.0$ entsprechen soll.

Allerdings zeigt unsere Messung in dem Fehlerbereich das kleinste y_{Pb} als $\min y_{Pb} = 1.079$, was offensichtlich größer als 1 ist. Dies deutet darauf hin, dass es wahrscheinlich einige Messfehler gibt, die wir in diesem Versuch möglicherweise nicht berücksichtigt haben. Oder wir haben zu konservativ den Fehler abgeschätzt, sodass die beiden Delta Fehlerbereichen nicht groß genug sind, um den Literaturwert einzubeziehen.

4 Zusammenfassung und Diskussion

4.1 Ergebnisse des Versuchs

Unten haben wir alle relevanten Daten und Ergebnisse sowie ihre Fehler in die Tabelle eingetragen:

Element x	$c_x \left[\frac{J}{gK} \right]$	$c_{mol,x} \left[\frac{J}{molK} \right]$	$c'_x \left[\frac{J}{gK} \right]$	$c'_{mol,x} \left[\frac{J}{molK} \right]$
Aluminium (Al)	0.875 ± 0.021	23.608 ± 2.423	0.8291 ± 0.0045	22.3664 ± 0.1214
Graphit (C)	0.833 ± 0.072	10.004 ± 0.841	0.4551 ± 0.0112	5.4646 ± 0.1345
Blei (Pb)	0.119 ± 0.021	24.657 ± 4.144	0.1330 ± 0.0013	27.5576 ± 0.2694

Element x	$\frac{c'_{mol,x}}{c_{mol,x}}$	$T_{Debye,x}[K]$
Aluminium (Al)	0.947 ± 0.016	83.15 ± 10
Graphit (C)	0.546 ± 0.032	576.85 ± 12
Blei (Pb)	1.118 ± 0.039	$?? \pm ??$

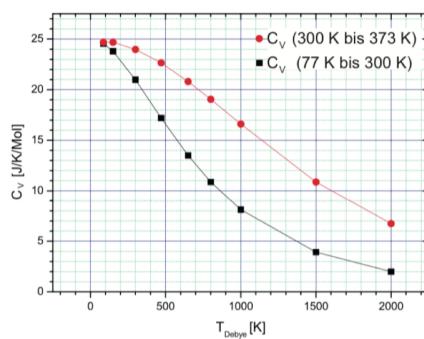


Abbildung 5: Spezifische Wärmekapazität beim Abkühlung von Zimmertemperatur auf Temperatur des flüssigen Stickstoffs bzw. beim Abkühlen von der Temperatur des siedenden Wassers auf Zimmertemperatur als Funktion der Debye-Temperatur

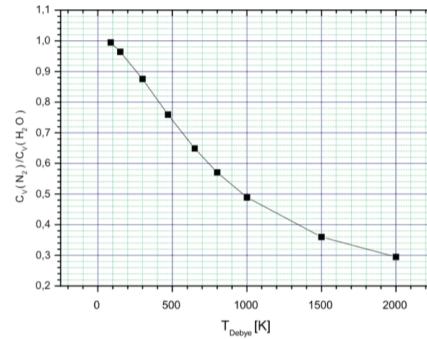


Abbildung 6: Verlauf des Verhältnisses von Spe. Wärmekapazitäten als Funktion der Debye-Temperatur

4.1.1 Diskussion

In unserer Studie haben wir spezifische Wärmekapazitäten und molare Wärmekapazitäten sowohl bei hohen als auch bei niedrigen Temperaturen gemessen. Dabei haben wir festgestellt, dass einige dieser Messwerte von den Literaturwerten abweichen. Insbesondere zeigte die spezifische Wärmekapazität von Graphit eine signifikante Abweichung von 17,49% im Vergleich zu den Literaturwerten. Im Gegensatz dazu lagen die

Literaturwerte für Aluminium und Blei innerhalb eines akzeptablen Fehlertoleranzbereichs von 10% in Bezug auf unsere Messungen. Es ist wahrscheinlich, dass diese Unterschiede auf zufällige Fehler zurückzuführen sind. Um diese zufälligen Fehler zu minimieren, könnten wir die Messungen für jede Substanz mehrmals wiederholen und dann den Durchschnitt der Ergebnisse berechnen, was die Genauigkeit der Daten erhöhen würde.

Bei der Bestimmung der Wärmekapazität von Wasser ergab sich ein Fehler von über 10% im Vergleich zu den Messwerten. Dieser Fehler, ΔW , hängt im Wesentlichen von Fehlern bei der Messung der Wassermasse und der Temperatur ab. Obwohl wir die Massefehler bewusst überschätzt haben, sind sie immer noch beherrschbar, indem genauere Thermometer verwendet werden, um kleinere Temperaturfehler zu minimieren. Darüber hinaus müssen wir berücksichtigen, dass beim Experiment die Substanzen zusammen mit dem Kalorimeter von einem elektrischen Kocher umgelagert wurden, was zu erheblichen Wärmeverlusten führte. Eine mögliche Verbesserung könnte darin bestehen, einen Aufbau einzusetzen, der einen Magnetrührer und eine Waage verwendet, um den Transportaufwand zu reduzieren.

Die Abweichungen der molaren Wärmekapazitäten von Aluminium, Graphit und Blei von den Dulong-Petit-Gesetz-Vorhersagen wurden untersucht. Dabei wichen die Werte für Aluminium um 5,3% und für Graphit um 59,9% von den Vorhersagen ab, während die Abweichung für Blei lediglich 1,1% betrug. Diese Unterschiede lassen sich auf die Tatsache zurückführen, dass sowohl Graphit als auch Aluminium eine Debye-Temperatur besitzen, die weit über Raumtemperatur liegt (während unserer Messungen durchgeführt wurden). Im Gegensatz dazu hat Blei eine sehr niedrige Debye-Temperatur, die nur knapp über der Temperatur des siedenden flüssigen Stickstoffs liegt. Diese Unterschiede führen zu den beobachteten Abweichungen in den berechneten molaren Wärmekapazitäten im Vergleich zu den theoretischen Vorhersagen.

Interessanterweise ergab sich bei Blei die bemerkenswerte Beobachtung, dass die bei niedriger Temperatur berechnete molare Wärmekapazität höher war als die bei höherer Temperatur berechnete, was im Widerspruch zum Debye-Modell steht. Dieses Phänomen könnte auf unkontrollierte Einflüsse hinweisen, möglicherweise verursacht durch einen unbeabsichtigten Kontakt des Drahtkerns mit flüssigem Stickstoff während des Experiments.

Die Abweichungen der Debye-Temperaturen von den Literaturwerten waren ebenfalls signifikant. Dies könnte teilweise darauf zurückzuführen sein, dass die Werte für cC und cPb bereits erheblich von den Literaturwerten abweichen. Unsere Fehlerabschätzungen, insbesondere bei der Temperaturnachmessung, waren konservativ und könnten die tatsächlichen Fehler unterschätzt haben. Die genaue Abschätzung der Fehler bei ΔT_{Debye} könnte zu einer geringeren Abweichung von den Literaturwerten führen.

Die beobachteten Unterschiede könnten auch darauf zurückzuführen sein, dass die spe-

zifischen und molaren Wärmekapazitäten nicht konstant über den Temperaturbereich sind, in dem die Messungen durchgeführt wurden. Bei Aluminium und Graphit liegt die Debye-Temperatur bei Temperaturen weit über Raumtemperatur, was zu einer Abnahme der spezifischen Wärmekapazität führen kann, wenn die Proben abgekühlt werden. Dies erklärt auch die erheblichen Abweichungen unserer ermittelten Debye-Temperaturen von den Literaturwerten. Während des Temperaturbereichs, den die Proben durchliefen (von 99,7°C bis -196°C), änderten sich die Wärmekapazitäten wahrscheinlich erheblich, was jedoch nicht gemessen werden konnte. Im Gegensatz dazu hat Blei eine niedrige Debye-Temperatur, wodurch die gemessenen spezifischen Wärmen und die Debye-Temperatur relativ gut mit den Erwartungen übereinstimmen.

Um systematische Fehler zu minimieren, wäre es ratsam, die Messungen unter Verwendung von flüssigem Stickstoff mehrmals zu wiederholen, um zufällige Fehler zu minimieren. Alternativ könnte eine präzisere Messung der Wärmekapazität in einem begrenzten Temperaturbereich durchgeführt werden, um die Unterschiede in der Wärmekapazität auszugleichen, auch wenn dies zeitaufwändig und nicht praktikabel erscheint.