

# Physikalisches Anfängerpraktikum II

## Sommersemester 2023

Versuch 245

Tutor: Leonard Bender

### Induktion

## 1 Einleiung

### 1.1 Ziel des Versuchs

Elektromagnetische Induktion bezeichnet das Phänomen, dass bei einer Veränderung des magnetischen Flusses durch einen Leiter eine Spannung induziert wird. Ziel in diesem Experiment ist sowohl dieses Phänomen mit Hilfe einer rotierenden Flachspule genauer zu verstehen, indem wir die induzierte Spannung als Funktion der Drehfrequenz und als Funktion des Magnetfeldes; sowie Induktionsspannung bei einem periodischem Magnetfeld in Abhängigkeit vom Winkel zwischen Induktionsspule und äußerem Magnetfeld messen, als auch mit Hilfe dessen quantitative Aussagen über das Erdmagnetfeld zu treffen.

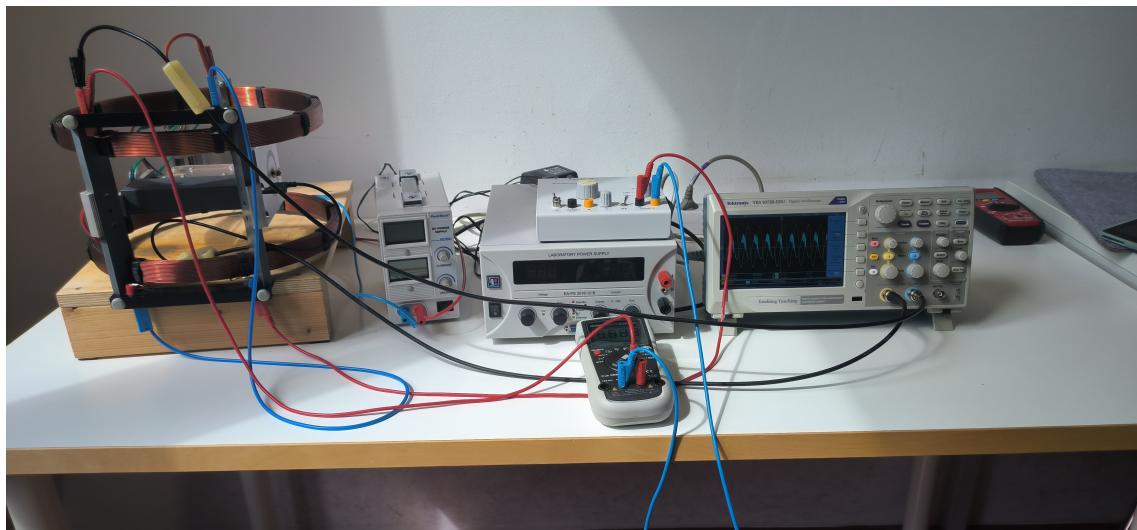


Abbildung 1: Versuchsaufbau

### 1.2 Induktionsgesetz

Um das Induktionsgesetz mit den Maxwell-Gleichungen herzuleiten, betrachten wir die vierte Maxwell-Gleichung in differentieller Form:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Durch die Anwendung des Integrals über eine geschlossene Leiterschleife erhalten wir das Induktionsgesetz:

$$\oint_{\partial S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \equiv -\frac{d}{dt} \Phi \quad (2)$$

wo  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \equiv U_i$  die induzierte Spannung und  $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \equiv \Phi$  der magnetische Fluss durch die Leiterschleife ist.

Für den Fall einer Leiterschleife mit  $N$  Windungen und einer Fläche  $A$  gilt der magnetischen Fluss:

$$\Phi = BA \cos(\alpha) \quad (3)$$

wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen der Flächennormalen und dem Magnetfeld  $\vec{B}$  ist. Im allgemeinen Fall, in dem sowohl  $B$ ,  $A$  als auch  $\alpha$  zeitabhängig sind, ergibt sich für den induzierten Strom gemäß dem Induktionsgesetz durch Anwendung der Produktregel:

$$U_i(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -N \left( A \cos(\alpha) \frac{dB}{dt} + B \cos(\alpha) \frac{dA}{dt} - AB \frac{d\alpha}{dt} \sin(\alpha) \right) \quad (4)$$

### 1.3 Helmholtzspule

Eine Helmholtzspule besteht aus zwei kreisförmigen Spulen, die sich mit einem Abstand gleich dem Radius und in entgegengesetzter Richtung befinden. Die beiden Spulen sind so angeordnet, dass sie eine nahezu homogene magnetische Feldstärke im Raum zwischen ihnen erzeugen.

Die magnetische Feldstärke im Zentrum einer Helmholtzspule kann durch die Formel für die Feldstärke einer langen Spule berechnet werden:<sup>1</sup>

$$\vec{B}(0) = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{NI\mu_0}{R} \cdot \vec{e}_z \quad (5)$$

wobei  $B$  die magnetische Flussdichte im Zentrum der Spule ist,  $\mu_0$  die magnetische Permeabilität des Vakuums,  $N$  die Anzahl der Windungen pro Spule,  $I$  die Stromstärke durch die Spule und  $R$  der Radius der Spulen ist.

### 1.4 Induktionsspannung von Flachspule

Rotiert die Flachspule gleichmäßig im konstanten Magnetfeld  $B$  der Helmholtzspule mit der Kreisfrequenz  $\omega$ , ändert sich periodisch die vom Magnetfeld durchflossene Fläche der Flachspule und nach Induktionsgesetz gilt dann die induzierte Spannung:

$$U_i(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -NBA\omega \sin(\omega t) \quad (6)$$

---

<sup>1</sup>Wiki Helmholtzspule

Hier wird angenommen, dass am Anfang die effektive Fläche maximal ist. Unter anderen Umständen fließt durch die Helmholtzspule ein Wechselstrom der Kreisfrequenz  $\Omega$ , die Flachspule bleibt aber ruhig:

$$U_i(t) = U_m \sin(\Omega t) \quad U_m = NBA\Omega \cos(\alpha) \quad (7)$$

mit Winkel  $\alpha$  der Winkel zwischen dem B-Feld der Helmholtzspule und der Flächennormale der Flachspule.

Die Impedanz einer Helmholtzspule mit Induktivität L und Widerstand R ist gegeben durch (falls R sehr klein):

$$Z = i\omega L + R \approx i\omega L \quad (8)$$

Damit ist der Widerstand der Spule:

$$R_L = |Z| = \omega L = 2\pi f_H L \quad (9)$$

Falls die Wechselspannung eine hohe Frequenz aufweist, und die Flachspule in langsame Drehung versetzt wird, stellt die induzierte Spannung einen schwebungsartigen Verlauf dar, deren Frequenz mit der Drehfrequenz übereinstimmt.

## 1.5 Das Magnetfeld der Erde

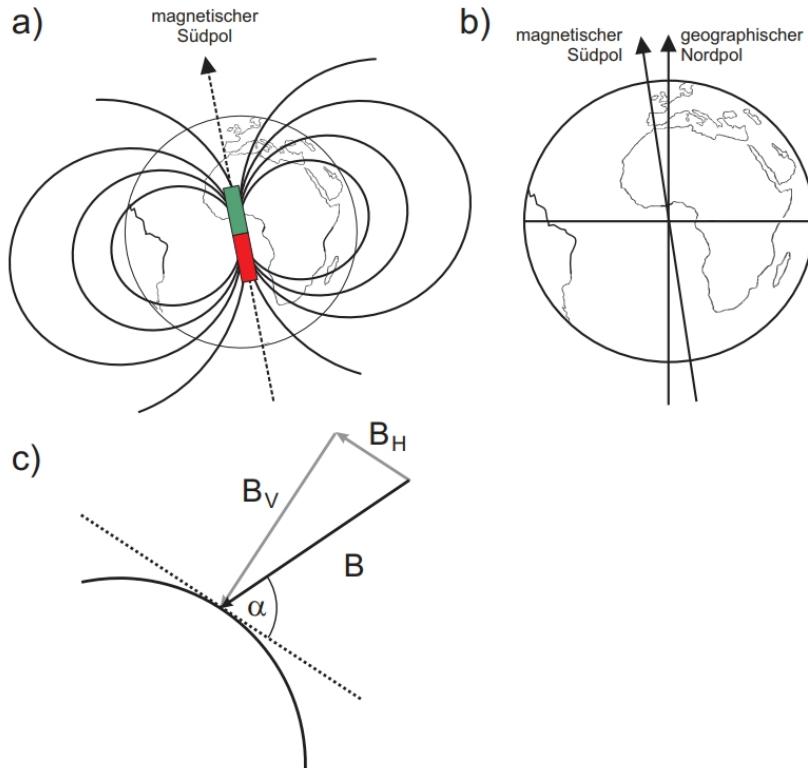


Abbildung 2: Magnetfeld der Erde sowie die Zerlegung vom B-Feld<sup>2</sup>

Unter Einfluss von Erdmagnetfeld wird selbst wenn keine Wechselspannung auf Helmholtzspule noch induzierte Spannung in der rotierenden Flachspule erzeugt. Die Bewegung leitender Materie im flüssigen Erdinneren erzeugt in erster Näherung ein Dipolfeld, wie ein Stabmagneten im Erdzentrum. Der Südpol des Magneten zeigt ungefähr zum geographischen Nordpol, und entsprechend zeigt der magnetische Nordpol zum geographischen Südpol. Die magnetischen Feldlinien sind am Äquator parallel und an den Polen senkrecht zur Erdoberfläche ausgerichtet. In unseren Breitengraden treffen die Feldlinien unter einem Inklinationswinkel  $\alpha$  von etwa  $66^\circ$  auf die Erdoberfläche.

Die Lage der Pole des Dipols stimmen jedoch nicht exakt mit den geographischen Polen überein. Rotationsachse der Erde schließt einen Winkel von ungefähr  $11,5^\circ$  (**Deklination**) mit der Dipolachse ein, der aber auch zeitabhängig ist und deswegen auch das B-Feld.

Für einen beliebigen Ort kann das Erdmagnetfeld in eine horizontale Komponente  $B_H$  und eine vertikale Komponente  $B_V$  zerlegt werden. Der Winkel  $\alpha$ , unter dem die Magnetfeldlinien auf die Erdoberfläche auftreffen, der sogenannte **Inklination**, kann somit bestimmt werden:

$$\alpha = \arctan(B_V/B_H) \quad (10)$$

Der Inklinationswinkel kann durch eine Kompensationsmessung mit der Helmholtzspule bestimmt werden, bei welcher der horizontale und der vertikale Anteil separat gemessen werden können.

## 2 Versuchsdurchführung

Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll siehe folgende Seiten.

---

<sup>2</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

## PAP 2.2 Versuch 245: Induktion

13. 05. 2024 14:00 ~ 17:00 Yuting chi Yulai shi

Messaufbau:

- Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor mit Treibrienen
- Diverse Netzteile
- Multimeter
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule mit einer im Zentrum drehbar gelagerten Induktionspule. Daten der Helmholtzspule:
  - Durchmesser  $\approx 95 \text{ mm}$
  - Abstand der Spulen:  $147 \text{ mm}$
  - Windungszahl je Spule: 124

Daten der Induktionspule: Windungszahl 4000 Fläche  $41.7 \text{ cm}^2$

### Aufgabe 1: Vorversuch

Eine Stabmagnet wird in eine ruhende Spule hinein und wieder heraus bewegt, dabei wurde dessen Geschwindigkeit variiert und die Induktionsspannungen gemessen.

Die Spannung hängt von der Orientierung des Stabmagneten sowie der relativen Geschwindigkeit ab (wie in Einstein'scher Arbeit beschrieben)

Dann wird den Stabmagnet festgehalten und die Spule auf ihn zu und von ihm weg bewegen, die Situation läuft ganz gleich wie Spule ruht, da es nur die relative Bewegung zählt; Je schneller die relative Geschwindigkeit desto größer wird die induzierte Spannung

### Aufgabe 2: Induktionsgesetz

Wir verbinden die beiden Einzelspulen mit Leiterbündeln in der Helmholtzanordnung, und regulieren den Strom durch Helmholtzspule ( $I$  maximal  $5 \text{ A}$ )

Im Inneren befindet sich eine Flachspule. Es wird Gleichstrom auf die äußere Spule gegeben und die innere Spule wirkt mit konstanter Frequenz. Die Induktionsspannung wird bei variierender Frequenz und festem Strom sowie variierendem Strom und fester Frequenz gemessen.

Es wurden 2 Messreihen durch von der Scheitelspannung über der induzierten Spannung zu messen.

$$(I \approx 4A) \quad \Delta I = 0.2A$$

Tabelle 1: Induktionsspannung in Abhängigkeit  $f: 3\text{Hz} \sim 15\text{Hz}$ ,  $I = 3.9\text{A}$

$\Delta f [\text{Hz}]$	Drehfrequenz Oszilloskop $f [\text{Hz}]$	Spule-Spule-Spannung $U_m [\text{V}]$
0.3	3.00	2.10
0.2	5.96	4.26
0.2	9.00	6.24
0.1	12.00	8.20
0.1	15.45	10.6

$$\Delta U_m = 0.15\text{ V}$$

Tabelle 2: Induktionsspannung in Abhängigkeit Strom  $I: 0.5\text{A} \sim 4.5\text{A}$   $f = 10.12\text{Hz} \pm 0.1\text{Hz}$

Spule-Strom $I [\text{A}]$	Spule-Spule-Spannung $U_m [\text{V}]$	$\Delta I = 0.1\text{ A}$
0.5	1.12	
1.0	2.00	
1.5	2.88	
2.0	3.68	
2.5	4.64	
3.0	5.44	
3.5	6.24	

Oszilloskop  
↑

$$\Delta U_m = 0.1\text{ V}$$

4.0

7.20

4.5

7.00

### Aufgabe 3: Induktionsspannung bei periodischen Feldstrom (Lufttransformator)

$$\omega =$$

Es wurde eine Wechselspannung von etwa 10V Hz durch den Leistungsfunktionsgenerator an die Helmholtzspule angelegt. Dieses Signal und die induzierte Spannung wurden auf die beiden Eingänge eines Zwei kanal Oszilloskops gelegt.

Tabelle 3: Induktionsspannung in Abhängigkeit Drehwinkel  $\vartheta$

$\vartheta [^{\circ}] \pm 5^{\circ}$	$U_m [V]$	$\Delta U_m [V]$	U_m abgelesen am Oszilloskop
0	0.744	0.1	
30	0.648	0.1	
60	0.392	0.1	$\Delta U_m = 0.05 \checkmark$
90	0.04	0.1	
120	0.392	0.1	
150	0.652	0.1	
180	0.740	0.1	

Es wurde nun die Kreisfrequenz  $\omega$  der Wechselspannung geändert.

Tabelle 4: Induktionsspannung sowie Strom und Spannung an Helmholtzspule

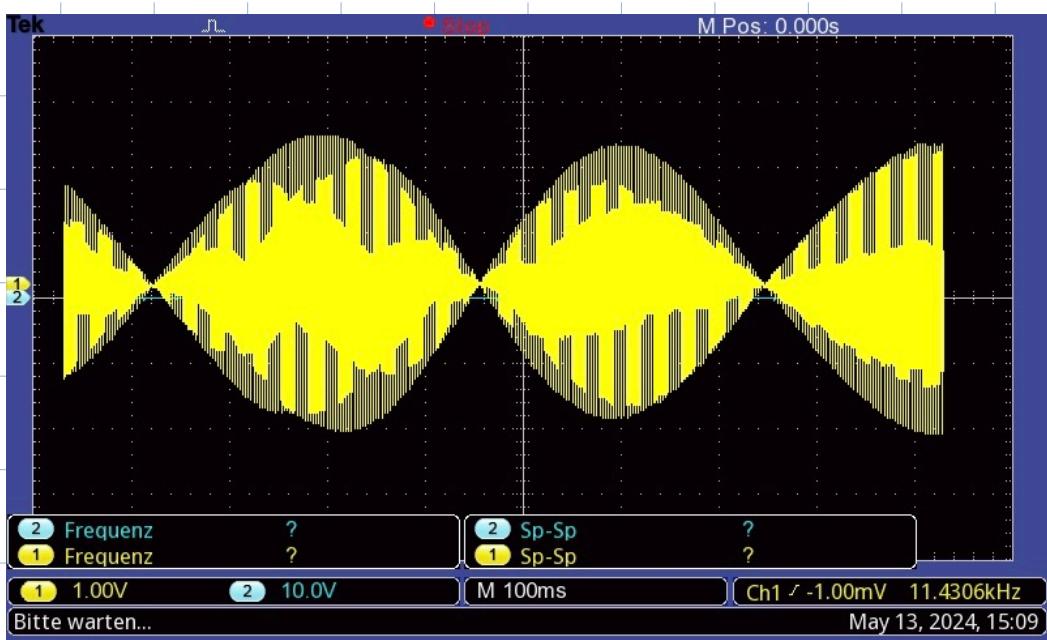
in Abhängigkeit  $\omega$

→ Multimeter

$f [Hz]$	$\Delta f [Hz]$	$U_f [V]$	$\Delta U [V]$	$I [mA]$	$\Delta I [mA]$	$U_H [V]$
19.1	0.2	2.70	0.1	556.5	10	33.2
40.5	0.2	4.48	0.1	937.5	10	40.0
60.8	0.2	5.32	0.1	344.3	10	43.2

$f$ [Hz]	$\Delta f$ [Hz]	$U_m$ [V]	$\Delta U_m$ [V]	$I$ [mA]	$\Delta I$ [mA]	$U_h$ [V]	Hochfrequenz-Spannung
81.3	0.2	5.72	0.1	277.7	10	44.8	
99.5	0.2	5.88	0.1	235.4	10	45.2	
120.7	0.2	6.04	0.1	197.9	10	46.0	
140.2	0.2	6.12	0.1	172.5	10	46.0	
159.4	0.2	6.16	0.1	153.5	10	46.4	
180.8	0.2	6.24	0.1	136.0	10	46.4	
201.7	0.2	6.28	0.1	122.7	10	46.0	
400.8	0.2	6.32	0.1	62.7	10	46.4	
600.2	0.2	6.36	0.1	42.0	10	46.4	
800.0	5	6.40	0.1	31.6	10	46.4	
1000	5	6.40	0.1	25.3	10	46.4	
1200	5	6.44	0.1	21.1	10	46.4	
1404	5	6.50	0.1	18.0	10	46.4	
1603	5	6.80	0.1	15.68	10	46.4	
1806	5	7.00	0.1	13.80	10	46.4	
2003	5	7.00	0.1	12.25	10	46.4	

Wenn bei einem Primärwechselstrom hinreichend hoher Frequenz die Sekundärspule noch in langsame Drehung versetzt wird, so hat die induzierte Spannung einen schwingungsartigen Verlauf, und die Schwingungsfrequenz sollte mit der Drehfrequenz übereinstimmen. Es wurde das Bildschirm vom Oszilloskop aufgenommen:



## Aufgabe 4: Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

Wegen Erdmagnetfeld wird in einer rotierenden Flachspule eine Spannung induziert selbst wenn kein Strom durchfließt. In dieser Aufgabe soll zum einen der Betrag des Erdfeldes direkt gemessen werden und zum anderen durch eine Kompensationsmessung separat die Vertikale und Horizontal-Komponente. Dann lässt sich der Inklinationswinkel  $\alpha$  berechnen.

① Messung ohne Kompensation: Der Aufbau wurde mit Hilfe eines Kompasses entlang des Erd-B-Felds orientiert und bei fester Frequenz die induzierte Spannung gemessen.

$$f = (16.6 \pm 0.2) \text{ Hz} \quad U_m = (180 \pm 5) \text{ mV} \quad (\text{RC-Filte benutzen})$$

② Kompensationsmessung: Die Vertikale Komponente des Erdfeldes wird kompensiert wenn das Feld der Helmholtzspule die entgegengesetzte Richtung aber den gleichen Betrag wie das Erdfeld aufweist; Lassen die Induktionsspule mit c.a. 15 Hz drehen und stellen wir der Spule durch Helmholzspule so ein, daß die Spitze-Spitze-Spannung am Oszilloskop minimiert (nur horizontale Komponente)

$$\text{Kompensationsspannung } I_H = (64.5 \pm 1.0) \text{ mA} \quad \text{minimale Induktionsspannung } U_{\min} = (44 \pm 2) \text{ mV}$$

$$\text{Drehfrequenz Flachspule } f = (16.6 \pm 0.2) \text{ Hz}$$

Ben

### 3 Auswertung

#### 3.1 Induktionsgesetz

Die in Tabelle 1 und 2 gemessenen Induktionsspannung werden jeweils gegen die Drehfrequenz der Flachspule und den durchfließenden Strom in Helmholtzspule in die folgenden Diagramme aufgetragen, wobei eine lineare Kongression angepasst wird. Aus der Steigung lässt sich das Magnetfeld bestimmen und einen Vergleich mit dem theoretischen Wert.<sup>3</sup>

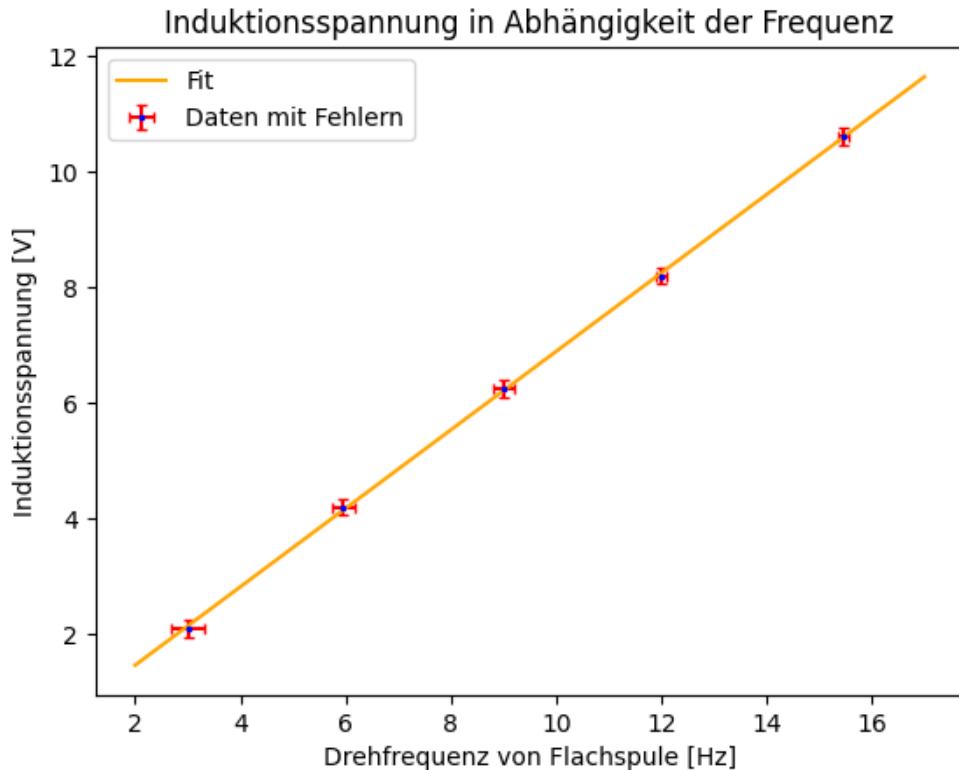


Abbildung 3: Induktionsspannung als Funktion der Frequenz

Für die lineare Anpassung ergibt sich die Steigung zusammen:

$$c = (0.68 \pm 0.01) \text{ V/Hz} \quad (11)$$

Für Gl.(6) benutzen wir  $\omega = 2\pi f$  und die maximale Induktionsspannung  $U_{max} = 0.5U_{ss}$ , die durch die Spitze-Spitze-Spannung gemessen wurde und genau dem Fall  $\sin(\omega t) = 1$  entspricht. Nach Umformung ist B:

$$B = \frac{U_{max}}{NA\omega} = \frac{U_{ss}(f)}{4\pi f NA} = \frac{c}{4\pi NA} \quad (12)$$

$$\Delta B = \frac{\Delta c}{4\pi NA} \quad (13)$$

---

<sup>3</sup>Python Code 1

wobei  $N = 4000$  die Windungszahl und  $A = 41.7 \text{ cm}^2$  die Fläche der Flachspule und nach Versuchsanleitung fehlerfrei sind. So kommt der Wert:

$$B = (3.24 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad (14)$$

Um den theoretischen Wert zu berechnen benutzen wir die Gl.(5):

$$B_{\text{theo}} = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{N_H I \mu_0}{R} \quad (15)$$

$$\Delta B_{\text{theo}} = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{N_H \Delta I \mu_0}{R} \quad (16)$$

mit dem Durchmesser der Helmholtzspule  $D = 295 \text{ mm}$ , dem Strom  $I = (3.9 \pm 0.2) \text{ A}$  und der Windungszahl  $N_H = 124$  ergibt sich:

$$B_{\text{theo}} = (2.95 \pm 0.23) \text{ T} \quad (17)$$

Die Fehlerabweichung beträgt:

$$\frac{|B_{\text{theo}} - B|}{\sqrt{(\Delta B_{\text{theo}})^2 + (\Delta B)^2}} \approx 1.23 \quad (18)$$

und befindet sich innerhalb von  $3\sigma$  und ist somit nicht signifikant.

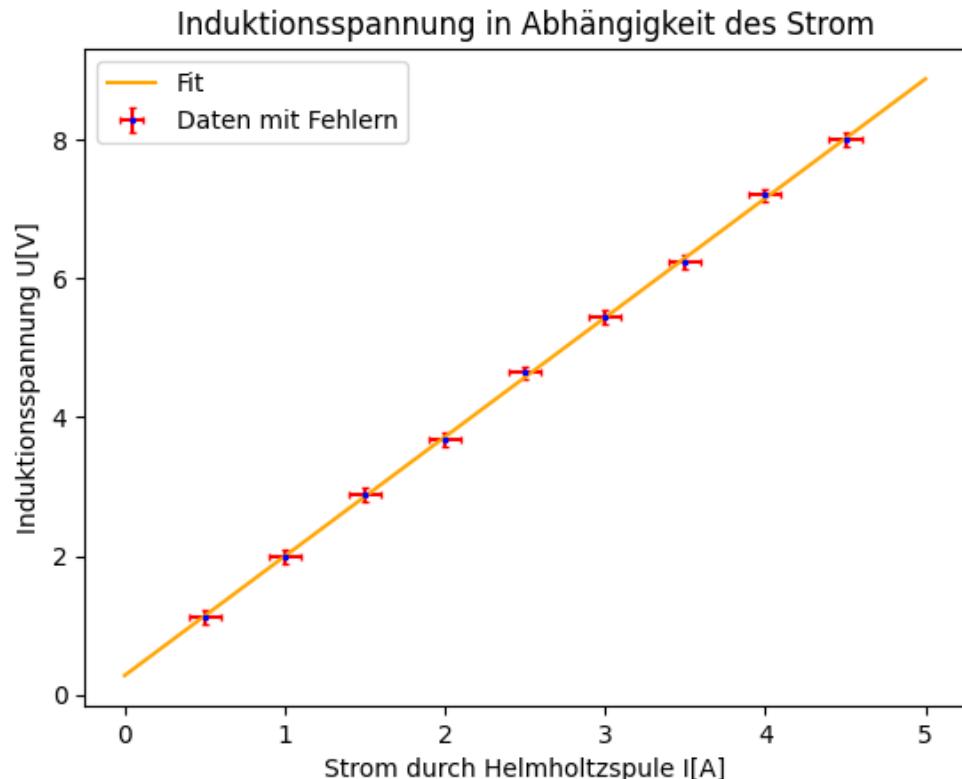


Abbildung 4: Induktionsspannung als Funktion der Frequenz

Analog werden die Daten in U(I)-Diagramm aufgetragen und eine lineare Anpassung gegeben, die die Beziehung zwischen Induktionsspannung und dem Spulestrom darstellt. Die Steigung lautet:

$$c' = (1.72 \pm 0.01) V/A \quad (19)$$

### 3.2 Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Nun sollte das Verhalten der Induktionsspannung unter Veränderung der Winkel sowie Kreisfrequenz von Wechselspannung graphisch analysiert werden. Dazu werden die Daten aus Tabelle 3 und 4 aufgetragen und eine Fit-Funktion  $\propto \cos(ax+b)$  angelegt.<sup>4</sup>

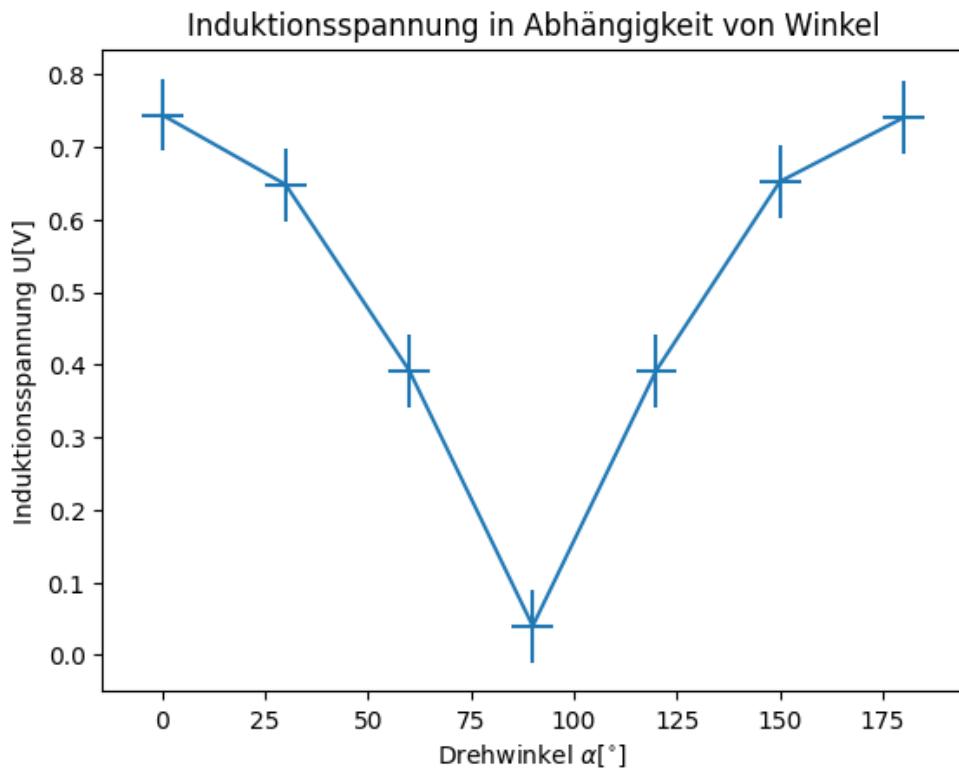


Abbildung 5: Induktionsspannung als Funktion der Frequenz

wie Gl.(7) erwartet bekommen wir eine trigonometrische Darstellung von diesen Datenpunkten, allerdings nur betragsmäßig. Die Beobachtung, dass nur die Amplituden des Wechselstroms gemessen wurden und die Richtung ohnehin oszilliert, erklärt diese Erscheinung. Um einen besseren Überblick zu haben plotten wir die Fit-Funktion als Folgendes:

---

<sup>4</sup>Python Code 2

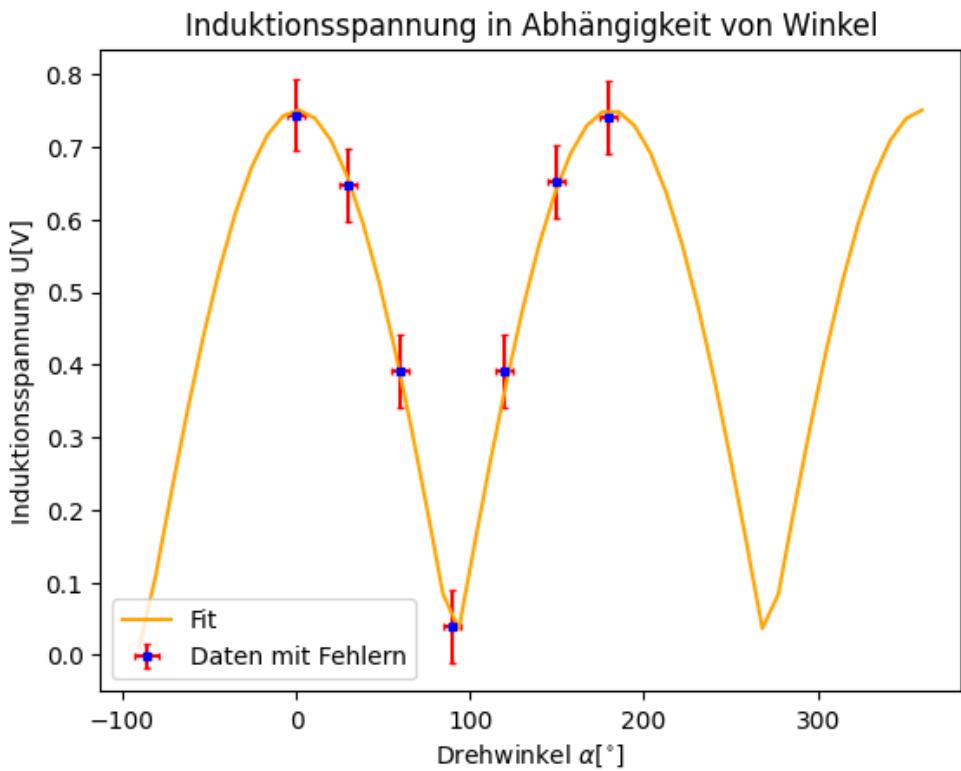


Abbildung 6: Induktionsspannung als Funktion der Frequenz

Die Abweichung, dass bei einem Winkel von  $90^\circ$  keine Spannung mehr induziert wird, ist wahrscheinlich auf eine leichte Ungenauigkeit bei der Einstellung des Winkels zurückzuführen. In diesem Bereich erreicht die Funktion ihre maximale Steigung und ist daher sehr empfindlich gegenüber kleinen Ungenauigkeiten.

Es sollte nun das Verhältnis der induzierten und der angelegten Spannung aus Tabelle 4 gegen die Wechselspannungsfrequenz aufgetragen werden.<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>Python Code 3

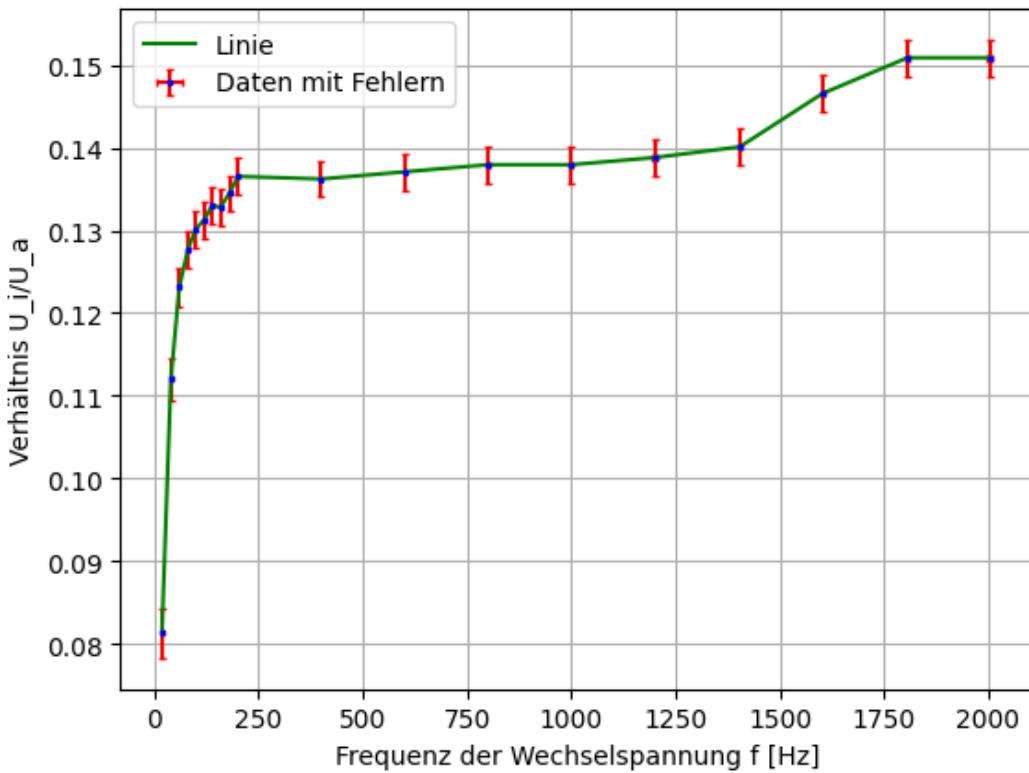


Abbildung 7: Verhältnis der induzierten und der angelegten Spannung gegen Frequenz der Wechselspannung

Hinsichtlich Abbildung 7 ist anzumerken, dass die Werte zunächst steil ansteigen, jedoch nach 250Hz ein Plateau erreichen und sich dann scheinbar asymptotisch der Geraden  $g(f) \approx 0.14$  annähern. Bei niedrigen Frequenzen spielt der ohmsche Widerstand der Helmholtzspule eine wichtige Rolle, der eine Verkleinerung und Phasenverschiebung gegenüber der Eingangsspannung bewirkt und bei erhöhten Frequenzen allmählich sinkt. Bei hohen Frequenzen überwiegt jedoch die Impedanz der Spule.

Darüber hinaus sollte noch der Widerstand (Verhältnis von Spannung zu Strom) der Induktionsspule gegen die Frequenz grafisch dargestellt werden, um die Induktivität der Helmholtzspule zu bestimmen.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup>Python Code 4

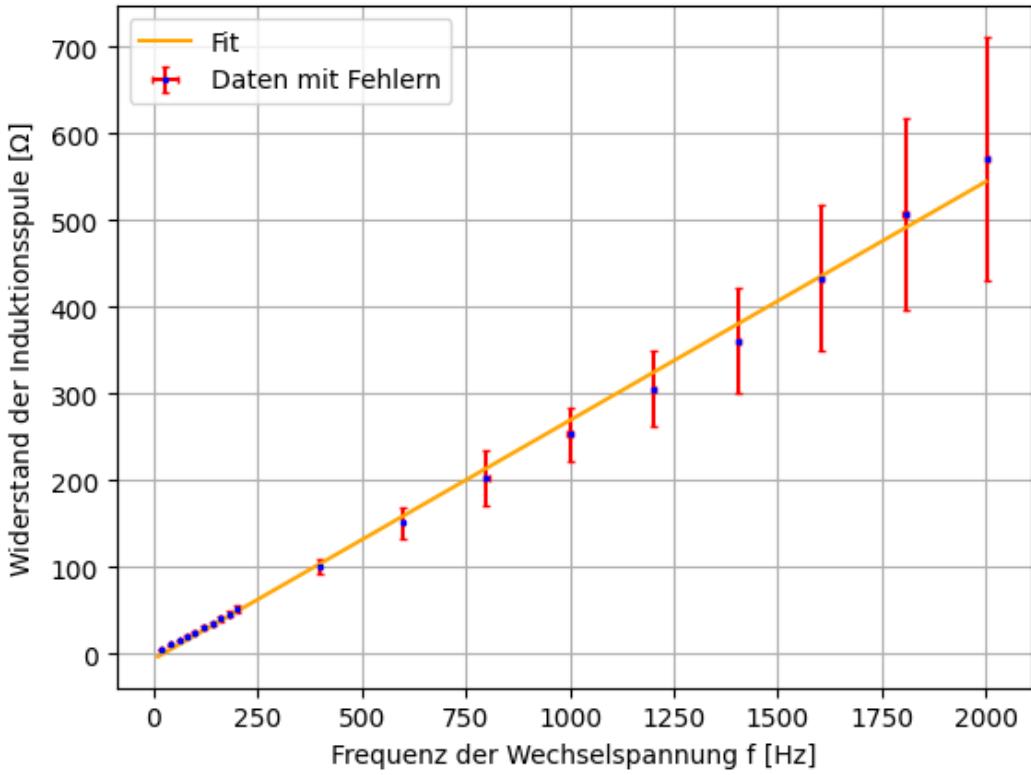


Abbildung 8: Verhältnis der induzierten und der angelegten Spannung gegen Frequenz der Wechselspannung

Die Steigung ergibt sich aus Python:

$$k = (0.2742 \pm 0.0041) \Omega/\text{Hz} \quad (20)$$

Dabei benutzen wir die Impedanzformel:

$$R = \frac{U_m}{I} = 2\pi f_H L \iff L = \frac{R}{2\pi f} = \frac{k}{2\pi} \quad (21)$$

Daraus lässt sich die Induktivität der Spule ermitteln als:

$$L = (0.04364 \pm 0.00065) \text{ H} \quad (22)$$

wobei der Fehler  $\Delta L = \Delta k / 2\pi$  ist. Es gibt die Tatsache, wenn die Frequenz bei gleichbleibender Spannung erhöht wird, so sinkt die Stromstärke entsprechend.

Wenn die Flachspule eines Primärwechselstroms mit ausreichend hoher Frequenz langsam gedreht wird, nimmt die induzierte Spannung einen schwebungsartigen Verlauf an. (siehe Abbildung im Messprotokoll), der entsteht durch die Überlagerung der Wechselspannungen, die durch die Rotation der Sekundärspule in Bezug auf den Primärstrom verursacht werden. Der Hochfrequenzanteil der Spannung bezieht sich auf die schnellen Variationen durch die Primärwechselspannung, während der Niedrfrequenzanteil die langsamen Variationen darstellt, die durch die Drehung der Flachspule hervorgerufen werden.

### 3.3 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

Aus den Messungen des Erdmagnetfelds soll nun sein Betrag bestimmt werden. Hierzu folgt die erste Messung ohne Kompensation, die in nördlicher Ausrichtung durchgeführt wurde, da der Maximalausschlag aufgrund der Nord-Süd-Ausrichtung des Magnetfelds genauere Informationen liefert. Wir benutzen wieder Gl.(6) um den Betrag des Erdmagnetfelds auszuwerten:

$$B_E = \frac{U_{ind}}{2\pi f N_s A} \quad \Delta B_E = B_E \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{ind}}{U_{ind}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (23)$$

Damit ergibt sich:

$$B_E = (10,3 \pm 1.7) \cdot 10^{-5} T \quad (24)$$

Die Abweichung ist aber signifikant denn der Standard-Erdmagnetfeld ist ungefähr  $4.8 \mu T$ , somit ist die schon über  $3\sigma$ -Bereich.

Mit einer Kompensationsmessung lässt sich die Inklination bestimmen. Um die horizontale Komponente des Feldes zu berechnen, wird wie für die Berechnung des Gesamtbetrages die Induktionsspannung herangezogen. Der horizontale Komponente wird ganz analog wie oben berechnet:

$$B_h = \frac{U'_{ind}}{2\pi f N_s A} \approx (2.53 \pm 0.12) \cdot 10^{-5} T \quad (25)$$

Es ergibt sich für die Horizontale Komponente aus trigonometrischen Überlegungen folgende Formel, zu welcher direkt der Fehler berechnet werden kann:

$$B_v = \sqrt{B_E^2 - B_h^2} \quad \Delta B_v = B_v \sqrt{\left(\frac{\Delta B_E}{B_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B_h}{B_h}\right)^2} \quad (26)$$

$$B_v = (9.98 \pm 1.72) \cdot 10^{-5} T \quad (27)$$

Die Inklinationswinkel beträgt deswegen:

$$\alpha = \frac{B_v}{B_h} \approx 75.84^\circ \pm 13.55^\circ \quad (28)$$

Im Vergleich zu dem Literaturwert  $65.2^\circ$  beträgt die Fehlerabweichung:

$$\frac{|\alpha - \alpha_{Lit}|}{\Delta \alpha} = 0.78 \quad (29)$$

Obwohl die Abweichung gar nicht signifikant ist, müssen wir beachten, dass der Fehler von der experimentell berechneten Inklinationswinkel schon fast Viertel der selbst ist. Eine Überschätzung der Fehlerquellen ist leider unvermeidbar wegen der Instabilität der induzierten Spannung sensibel gegen äußerde Störungen gemessen am Oszilloskop.

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment werden die Induktionseigenschaften sowie Lenz'sche Regel genauer untersucht und das Induktionsgesetz überprüft. Bei Auswertung des ersten Versuchsanteils werden Induktionsspannungen als Funktion der Helmholtzspule-Spannung und der Drehfrequenz von Flachspule gemessen, wobei in beiden Situationen ein linearer Verlauf festgestellt wird. Anhand von Gl.(6) lässt sich das Magnetfeld der Helmholtzspule durch Steigung-Methode bestimmen und es kommt  $B = (3.24 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} T$  aus, was eine Fehlerabweichung von  $1.23\sigma$  im Vergleich zu dem theoretischen Wert  $B_{theo}$  aufweist und die Gerechtigkeit von Formel (6) und (7) überprüft.

Im Allgemeinen war die Präzision der Messungen durch verschiedene Faktoren eingeschränkt. Besonders erwähnenswert ist der Zustand des Übersetzungsbands zwischen dem Kurbelmotor und der Flachspule, das bereits gerissen und repariert worden war. Dies führte zu einem kleinen Hubbel im Band, der Probleme bei der Rotation der Flachspule verursachte. Insbesondere war es schwierig, die Flachspule mit einer möglichst konstanten Winkelgeschwindigkeit zu treiben. Als Folge konnte kein besonders stabiles Signal am Oszilloskop empfangen werden. Ein weiterer wichtiger Faktor ist, dass das Magnetfeld der Helmholtzspule nur näherungsweise homogen ist und somit die Formel (5) nur im Zentrum der Spule und bei ganz bestimmter geometrischer Anordnung zutreffend ist, was uns tatsächlich ein schlechtes Modell zur theoretischen Vorhersage zur Verfügung gestellt hat.

Es sollten außerdem die anderen Fehlerquellen ins Betracht gezogen werden. Bei Fehlerfortpflanzung haben wir einfach angenommen, dass die Windungszahl, Fläche sowie der Durchmesser der Spule fehlerfrei sind, was aber nicht der Fall ist. Darüber hinaus wird ein positiver Achsenabschnitt von dem Fit zwischen Induktionsspannung und Frequenz vorgenommen, und der ist beim Plot gegen den Strom zwar weniger deutlich aber noch vorhanden. Dies ist überraschend, da man in beiden Diagrammen aufgrund der linearen Beziehungen zur Frequenz bzw. zum Strom ein Durchschreiten des Ursprungs erwarten würde. Ursache dafür könnte eine systematische Verschiebung der Nullspannung, die durch die Grundrauschung der Umgebung (Erdmagnetfeld) verursacht wird, jedoch ist dies aufgrund der Differenzmessung über die Peak-to-Peak-Spannung ausgeschlossen. Zum Glück ändert soche systematische Verschiebung die Ergebnisse nicht wesentlich, solange sie mit einem entsprechenden Offset im Fit kompensiert wird, da ohnehin nur die Steigung der Geraden ausgewertet wurde.

Anschließend wurde die induzierte Spannung der ruhenden Flachspule bei einem Wechselstrom in der Helmholtzspulen mit variierenden Winkeln untersucht, die einen periodischen Verlauf aufweist. Plotten wir mithilfe von der Cosine-Funktion so stimmen die Datenpunkten genau überein. Im nächsten Versuchsteil wurde die induzierte Spannung, sowie der Strom und die Spannung der Helmholtzspule als Funktion der Frequenz gemessen, wobei das Verhältnis von zwei Spannungen und der Widerstand der Flachspule geplottet werden und aus der Steigung die Induktivität

$L = (0.04364 \pm 0.00065) H$  ermittelt wird. Als Anomalie gibt es bei Helmholtzspule-Spannung im niedrigen Frequenzintervall eine leichte Fluktuation, was der Tatsache widerspricht. Grund dafür könnte die Unempfindlichkeit des Oszilloskops gegen niedrige Frequenzen sein, wobei das Signal ständig stark variiert und nicht ganz stabil ist.

Wie bereits erwähnt, wegen der Inhomogenität der Helmholtzspule und der schnellen Veränderung bei Nullstelle der Cosine-Funktion befindet sich die Messung bei 90 Grad bisschen über x-Achse, um diese Auswirkungen zu minimieren mussten mehrere Messungen vorgenommen und gemittelt werden. Eine andere Anomalie liegt an Abbildung 7, da der Plateau sich nicht immer asymptotisch der Geraden  $g(f)=0.14$  anschmiegen, sondern am Ende der Messreihe noch einen leichten Anstieg darstellt, was auf die Änderung des Stroms zurückzuführen ist, die bei hohem Frequenzanteil immer stabil geht, die schon klein genug ist um von dem Multimeter empfangen zu werden.

Als das letzte Versuchsanteil wird das Erdmagnetfeld durch Kompensationsmethode ausgewertet und mit  $B_E = (10.3 \pm 1.7) \cdot 10^{-5} T$  weist es schon eine signifikante Abweichung mit dem Literaturwert auf. Neulich aufgrund der starken Sonnenaktivität wird der Erdmagnetfeld stark beeinflusst, kurz vor dem Experiment gab es sogar Polarlichter in Heidelberg. Außerdem ist bei der Ausrichtung der Apparatur nach Norden zu beachten, dass das Erdmagnetfeld eine leichte Verdrehung, die Deklination, meist nach Osten aufweist. Da der Kompass stark von Störungen des Magnetfelds (z.B. Elektrogeräte, Strahlung) abgelenkt wurde, um die Ausrichtung zu bestimmen, zeigte der Aufbau im Rahmen der Messgenauigkeit entlang dieser Verdrehung, wodurch die gemessene Horizontalkomponente gleich der totalen Horizontalkomponenten, aber nicht etwa der Komponenten in Nord-Süd-Richtung entsprach. Um die negativen Einflüsse zu beseitigen haben wir gezielt die Fehler überschätzt, da das Oszilloskop bei so niedriger Spannung tatsächlich stark oszilliert und die Messungen erschwert. Als Inklinationswinkel ergibt sich  $\alpha = 75.84^\circ \pm 13.55^\circ$ , was eine Fehlerabweichung von  $0.78\sigma$  zeigt.

## 5 Anhang

# Python Code Versuch 245

May 14, 2024

## 0.0.1 Versuch 245: Induktion Python Code

Yuting Shi

```
[114]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

Python Code 1: Induktionsgesetz

```
[115]: df1=np.array([0.30 , 0.20 , 0.20 , 0.10 , 0.10])
f1=np.array([3.00, 5.96, 9.00, 12.00, 15.45])
U1=np.array([2.10 ,4.20, 6.24, 8.20, 10.60])
dU1=np.ones(5)*0.15

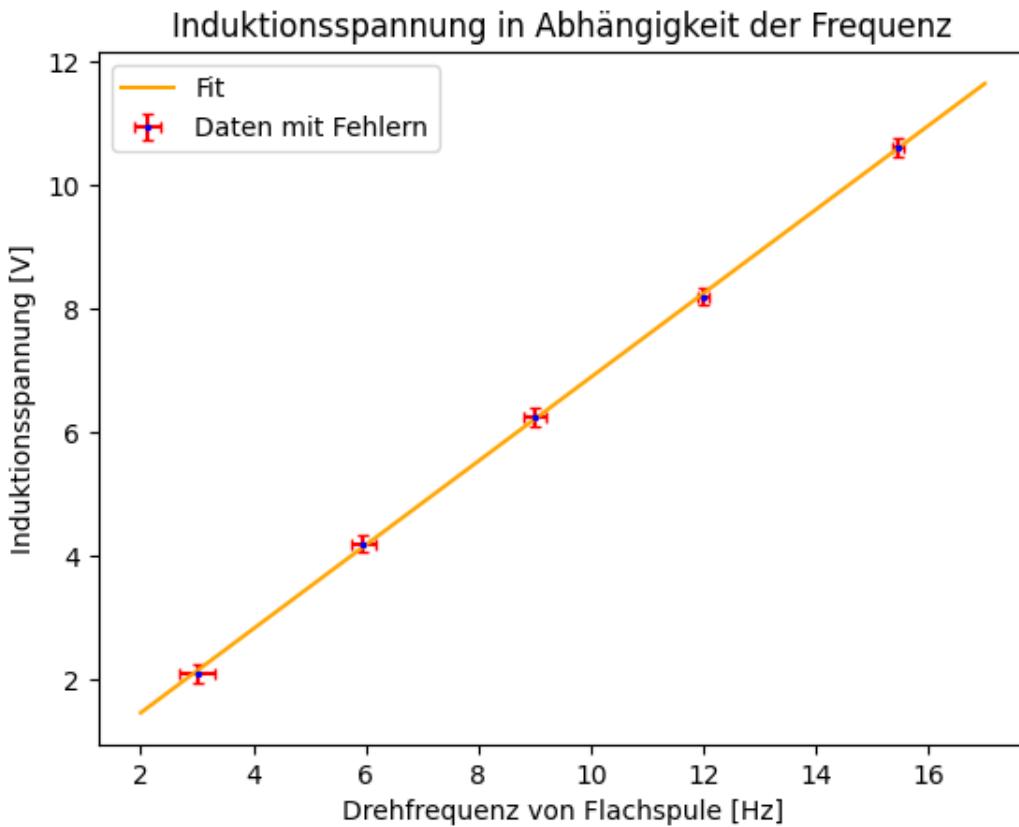
def linear(x,a,b):
    return a*x+b

popt, pcov=curve_fit(linear, f1, U1)

plt.errorbar(f1, U1, xerr=df1, yerr=dU1, color='blue', ecolor='red', capsize=2.
             ↵5, ms=1.5,fmt='s', label='Daten mit Fehlern')
xfine=np.linspace(2, 17, 20)
plt.plot(xfine, linear(xfine, popt[0], popt[1]),color='orange', label='Fit')
plt.xlabel('Drehfrequenz von Flachspule [Hz]')
plt.ylabel('Induktionsspannung [V]')
plt.title('Induktionsspannung in Abhängigkeit der Frequenz')

plt.legend()
print("a =", popt[0], "+/-", pcov[0][0]**0.5)
print("b =", popt[1], "+/-", pcov[1][1]**0.5)

a = 0.6787578991187944 +/- 0.0050790961359694076
b = 0.10352076187977266 +/- 0.051206967062543206
```



```
[116]: dI=np.ones(9)*0.1
I=np.array([0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5])
U2=np.array([1.12, 2.00, 2.88, 3.68, 4.64, 5.44, 6.24, 7.20, 8.00])
dU2=np.ones(9)*0.1

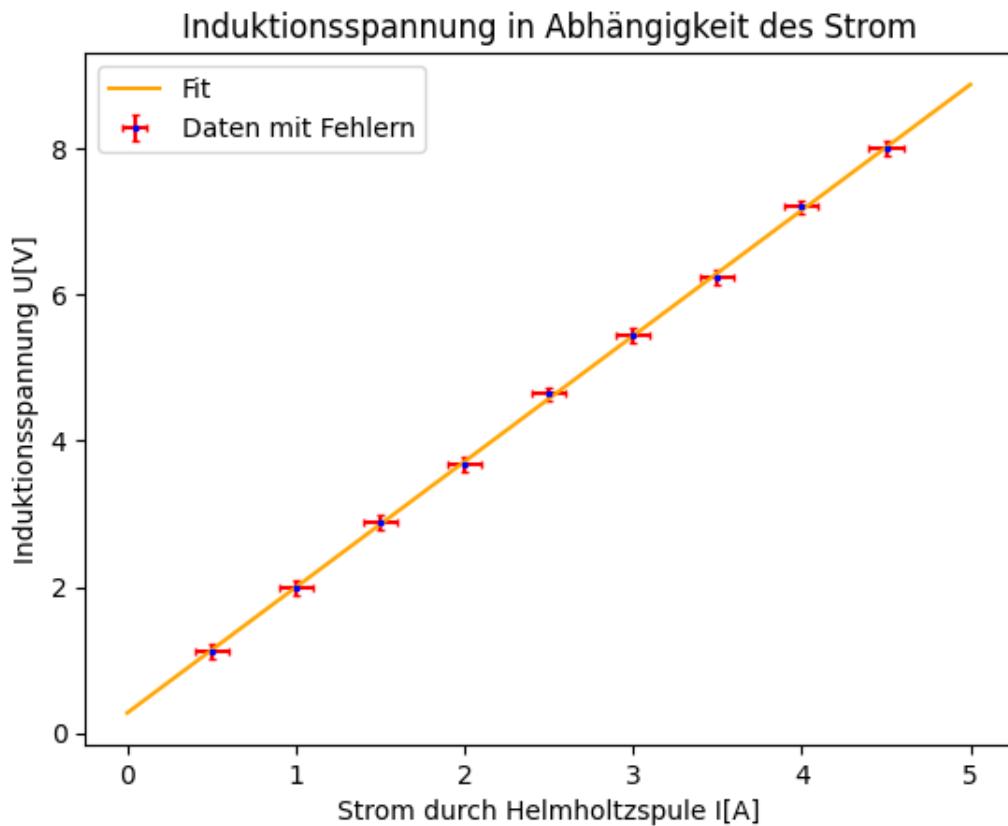
popt, pcov=curve_fit(linear, I, U2)

plt.errorbar(I, U2, xerr=dI, yerr=dU2, color='blue', ecolor='red', capsize=1.5, ms=2, fmt='s', label='Daten mit Fehlern')
xfine=np.linspace(0, 5, 10)
plt.plot(xfine, linear(xfine, popt[0], popt[1]), color='orange', label='Fit')
plt.xlabel('Strom durch Helmholtzspule I[A]')
plt.ylabel('Induktionsspannung U[V]')
plt.title('Induktionsspannung in Abhängigkeit des Strom')

plt.legend()
print("a =", popt[0], "+/-", pcov[0][0]**0.5)
print("b =", popt[1], "+/-", pcov[1][1]**0.5)
```

a = 1.7200000000015705 +/- 0.01049061111814563

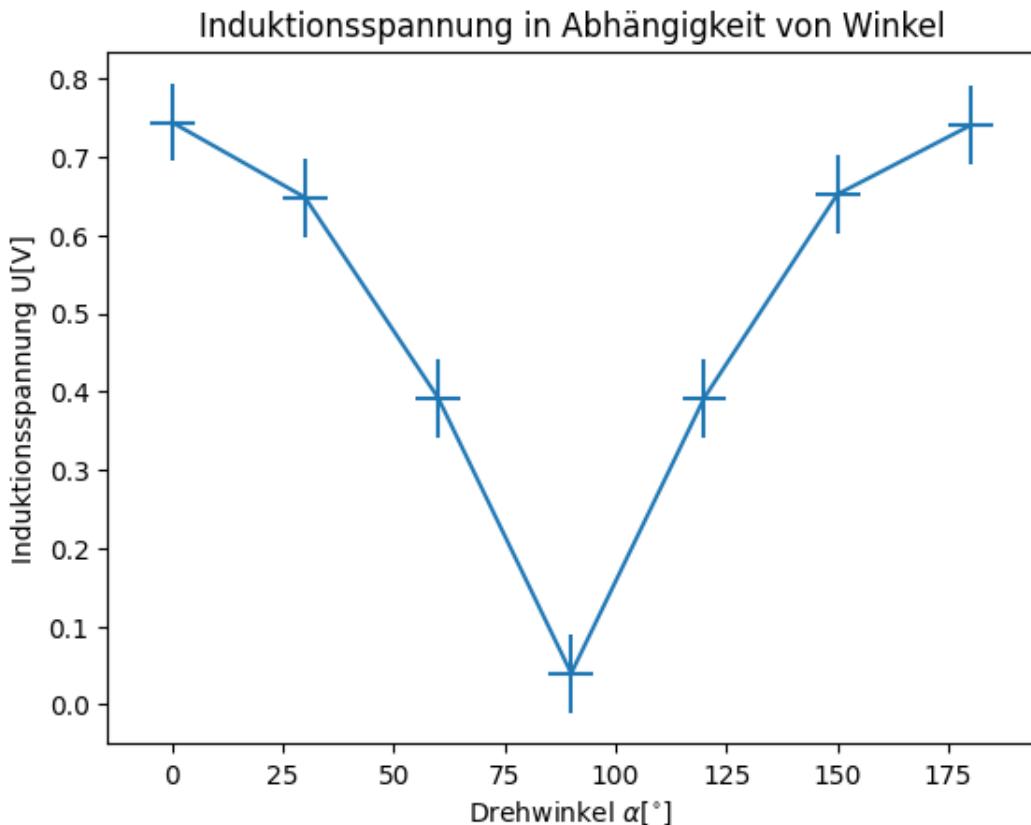
$b = 0.2777777777762028 \pm 0.02951698286660137$



Python Code 2: Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

```
[117]: a=np.array([0, 30, 60, 90, 120, 150, 180])
da=np.ones(7)*5
U3=np.array([0.744, 0.648, 0.392, 0.040, 0.392, 0.652, 0.740])
dU3=np.ones(7)*0.05
plt.errorbar(a, U3, xerr=da, yerr=dU3)
plt.xlabel('Drehwinkel $\alpha$')
plt.ylabel('Induktionsspannung U[V]')
plt.title('Induktionsspannung in Abhängigkeit von Winkel')
```

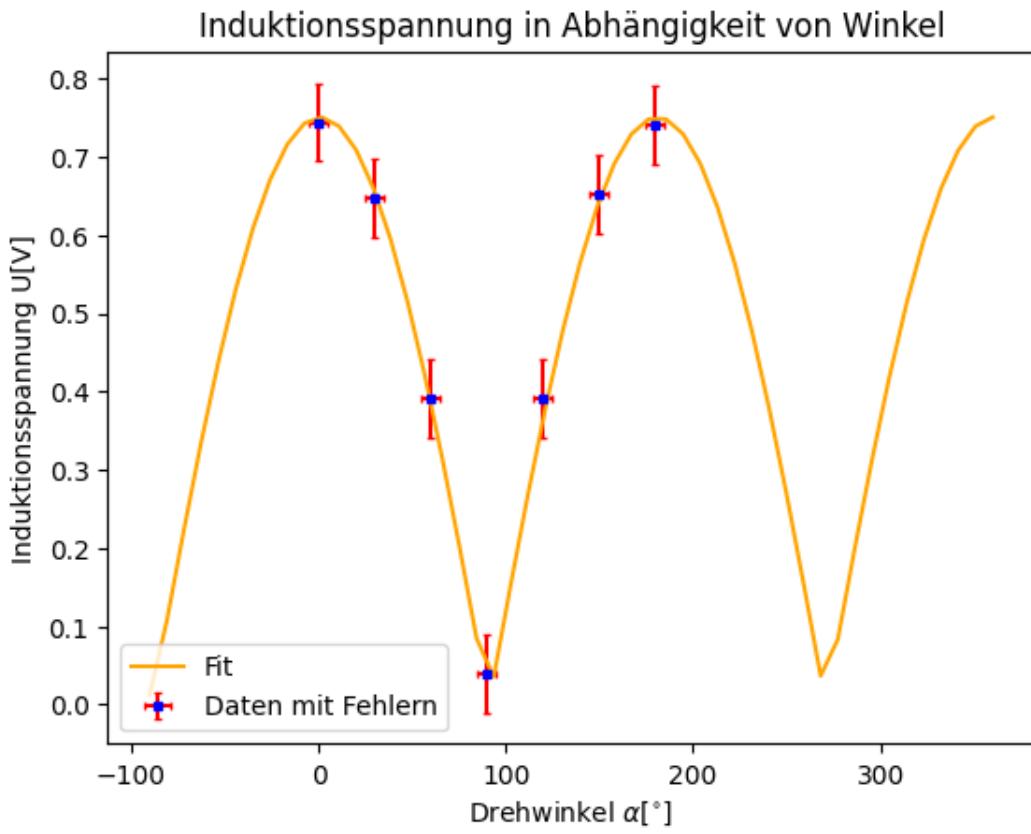
```
[117]: Text(0.5, 1.0, 'Induktionsspannung in Abhängigkeit von Winkel')
```



```
[118]: def cosine(x, A, b):
    return A*abs(np.cos(x*2*np.pi/360+b))
popt, pcov=curve_fit(cosine, a, U3, sigma=dU3)
plt.errorbar(a, U3, xerr=da, yerr=dU3, color='blue', ecolor='red', capsize=1.5, ms=3, fmt='s', label='Daten mit Fehlern')
xfine=np.linspace(-90, 360, 50)
plt.plot(xfine, cosine(xfine, *popt), color='orange', label='Fit')
plt.xlabel('Drehwinkel $\alpha$[°]')
plt.ylabel('Induktionsspannung $U$[V]')
plt.title('Induktionsspannung in Abhängigkeit von Winkel')

plt.legend()
print("A =", popt[0], "+/-", pcov[0][0]**0.5)
print("b =", popt[1], "+/-", pcov[1][1]**0.5)
```

A = 0.7505651462861038 +/- 0.009592872278752827  
b = -0.0168769868097263 +/- 0.014756853772870634



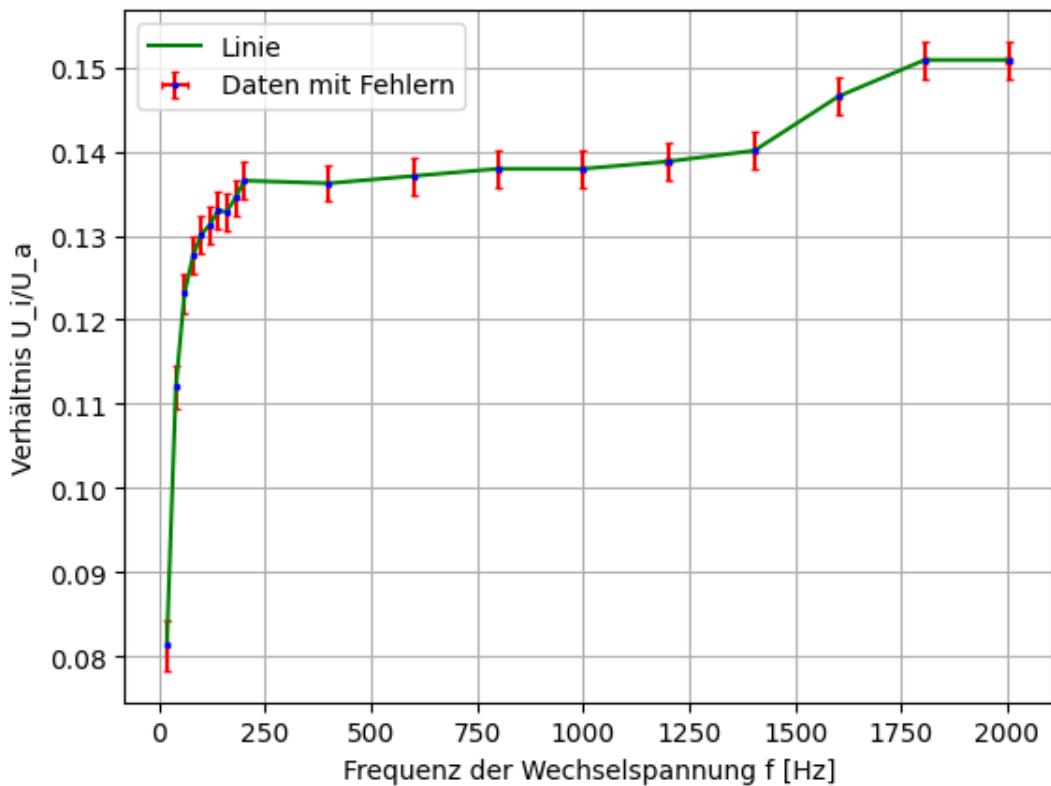
### Python Code 3

```
[127]: f=np.array([19.1, 40.5, 60.8, 81.3, 99.5, 120.7, 140.2, 159.4, 180.8, 201.7,
   ↪400.8, 600.2, 800, 1000, 1200, 1404, 1603, 1806, 2003])
#print(len(f))
df=np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 5, 5,
   ↪5, 5, 5, 5])
print(len(df))
Um=np.array([2.70, 4.48, 5.32, 5.72, 5.88, 6.04, 6.12, 6.16, 6.24, 6.28, 6.32,
   ↪6.36, 6.40, 6.40, 6.44, 6.50, 6.80, 7.00, 7.00])
#print(len(Um))
dU=np.ones(19)*0.1
I=np.array([556.5, 437.5, 344.3, 277.7, 235.4, 197.9, 172.5, 153.5, 136.0, 122.
   ↪7, 62.7, 42.0, 31.6, 25.3, 21.1, 18.0, 15.68, 13.80, 12.25]) #Einheit mA
#print(len(I))
dI=np.array([10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 3, 3, 3])
#print(len(dI))
UH=np.array([33.2, 40.0, 43.2, 44.8, 45.2, 46.0, 46.0, 46.4, 46.4, 46.4, 46.0, 46.4,
   ↪46.4, 46.4, 46.4, 46.4, 46.4, 46.4, 46.4])
```

```
print(len(UH))
```

```
19  
19  
19
```

```
[120]: V = Um / UH  
dV = V * np.sqrt((dU / Um)**2 + (dU / UH)**2)  
  
plt.errorbar(f, V, xerr=df, yerr=dV, color='blue', ecolor='red', capsize=1.5, ms=2, fmt='s', label='Daten mit Fehlern')  
plt.plot(f, V, color='green', linestyle='-', marker=' ', label='Linie')  
plt.xlabel('Frequenz der Wechselspannung f [Hz]')  
plt.ylabel('Verhältnis U_i/U_a')  
plt.legend()  
plt.grid(True)  
plt.show()
```



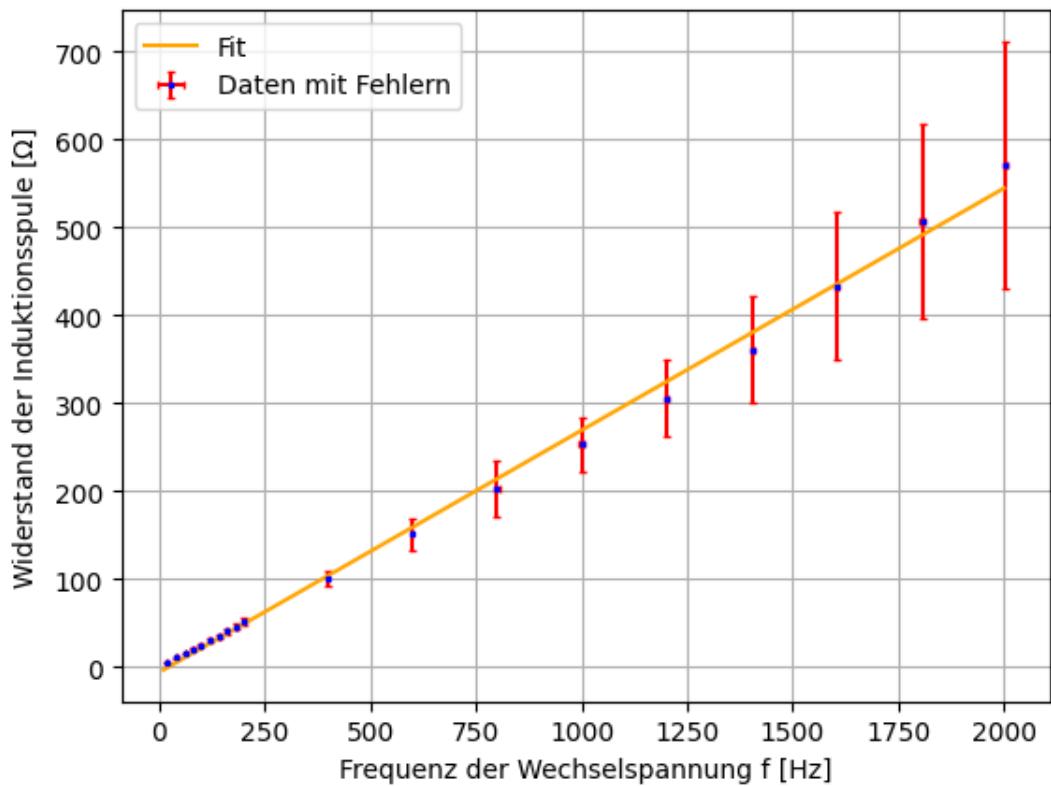
Python Code 4

```
[131]: V1 = Um / I *10**3 #Einheit A
dV1 = V1 * np.sqrt((dU / Um)**2 + (dI / I)**2)

popt, pcov=curve_fit(linear, f, V1)

xfine=np.linspace(10, 2000, 30)
plt.errorbar(f, V1, xerr=df, yerr=dV1, color='blue', ecolor='red', capsize=1.5, ms=2, fmt='s', label='Daten mit Fehlern')
plt.plot(xfine, linear(xfine, popt[0], popt[1]), color='orange', label='Fit')
plt.xlabel('Frequenz der Wechselspannung f [Hz]')
plt.ylabel('Widerstand der Induktionsspule [\$\\Omega\$]')

plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
print("a =", popt[0], "+/-", pcov[0][0]**0.5)
print("b =", popt[1], "+/-", pcov[1][1]**0.5)
```



a = 0.2754166477017096 +/- 0.004087754385602651  
b = -6.1859966117284255 +/- 3.700498730336212

[ ]:

## **6 Quelle**

- Wagner, J. (April 2022). Physikalisches Praktikum PAP 2.2 für Studierende der Physik [Praktikumsanleitung]. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Abgerufen am 05. April 2024, von [https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/2\\_2\\_2022.pdf](https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/2_2_2022.pdf)