

# Physikalisches Anfängerpraktikum II

## Sommersemester 2023

Versuch 241

Tutor: Lukas Fabrizio Klassen

### Wechselstromeigenschaften von RLC-Gliedern

## 1 Einleitung

### 1.1 Ziel des Versuchs

Elektrische Schaltungen mit passiven Bauelementen z.B. Widerständen (R), Kondensatoren (C) und Spulen (L) spielen in der Wissenschaft und Technik eine wichtige Rolle für das elementare Schaltungskonzept und dient auch zum Erkennen von parasitären Effekten sowie anderen physikalischen Bereichen in der Messtechnik. In diesem Versuch sollen die Wechselstromverhalten von RCL-Gliedern experimentell untersucht und die charakteristischen Größen von RC-Filtern sowie RLC-Schwingkreisen verifiziert werden. Außerdem sollen die praktischen Anwendungen von RLC-Schaltungen durchgeführt werden, von der Signalformung bis zur Messtechnik.

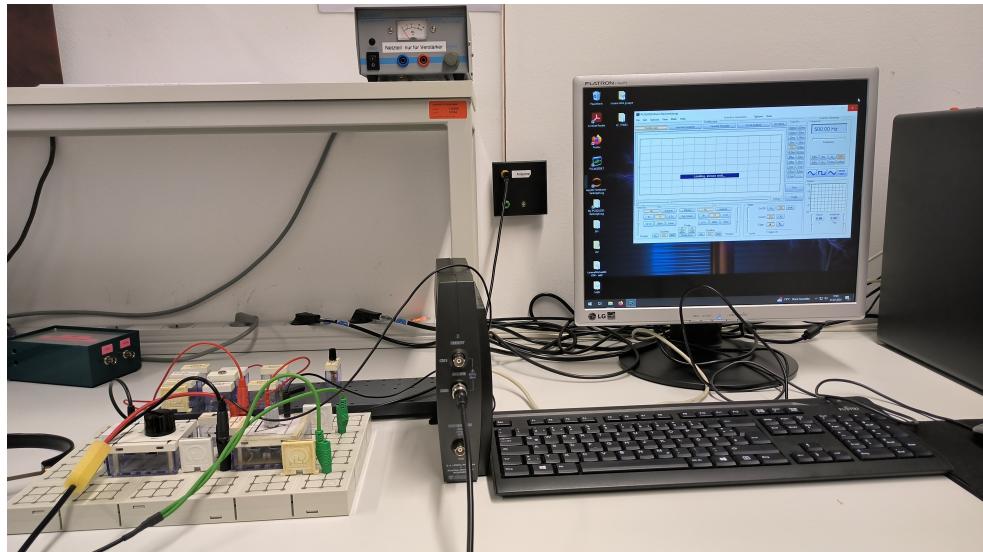


Abbildung 1: Versuchsaufbau

### 1.2 Verhalten eines RC-Gliedes im Zeitbereich

Beim Aufladen eines Kondensators  $C$  kommt es zu einer Ansammlung von Ladungsträgern an den Kondensatorelektroden, wodurch eine Spannung  $U_C$  über dem Kondensator aufbaut wird, die den Wert der Eingangsspannung  $U_E$  allmählich erreicht. Der Ladestrom konvergiert asymptotisch gegen Null.

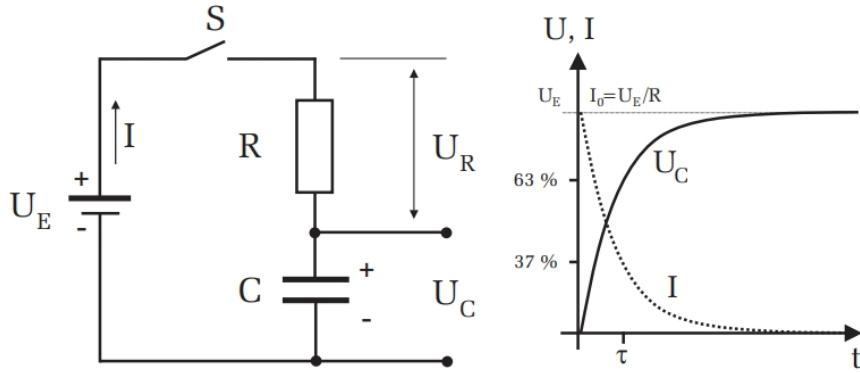


Abbildung 2: RC-Glied und der Ladevorgang<sup>1</sup>

Quantitativ lässt sich der Ladevorgang mit den Kirchhoffsschen Maschenregeln beschreiben:

$$U_E = U_C + U_R = U_C + RI \quad (1)$$

Dabei ist der Strom  $I = \dot{Q} = C\dot{U}_C$ , durch Einsetzen ergibt sich:

$$U_E = U_C + CRU_C = U_C + \tau\dot{U}_C \quad (2)$$

dabei ist  $\tau = RC$  die Zeitkonstante, die charakteristisch für das zeitliche Verhalten des Ladevorgangs ist und benötigt wird, damit die Kondensatorspannung auf 63% [ $(1 - 1/e)$ ] des Endwerts  $U_E$  ansteigt. Mit den Anfangsbedingung, dass am Anfang der Schalter geschlossen ist, bekommen wir:

$$U_C(t) = U_E(1 - e^{-t/\tau}) \quad U_R(t) = U_E e^{-t/\tau} \quad I(t) = U_R(t)/R = I_0 e^{-t/\tau} \quad (3)$$

Der maximale Strom  $I_0$  am Anfang wird durch  $U_E/R$  gegeben. Mathematisch lässt sich erkennen, je größer die Kapazität  $C$  und der Widerstand  $R$  ist, desto stärker ist das Fassungsvermögen für Ladungen aber langsamer ist der Aufladenvorgang.

Aus Gl.(3) folgt die Zeitkonstante  $\tau$ :

$$\frac{U_E}{2} = U_E(1 - e^{-T_{12}/\tau}) \implies \tau = \frac{T_{12}}{\ln 2} \quad (4)$$

Hier bezeichnet  $T_{12}$  die Halbwertszeit, bei der der Kondensator 50% aufgeladen ist.

Wenn der Schalter S geöffnet oder die Eingangsspannung  $U_E$  auf 0 gesetzt wird, beginnt ein Entladenvorgang des Kondensators, der durch die gleiche Zeitkonstante  $\tau$  charakterisiert ist (Beispiel: Rechteckspannung).

---

<sup>1</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

### 1.3 Impedanz

Werden das RC-Glied oder andere passiven Bauelemente an eine Wechselspannungsquelle angelegt, gibt es verschiedene Spannungs- und Stromverhältnisse, die etwas mit der Impedanz zu tun haben. Sei die Spannung  $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ , dann stimmt der Strom bei einem ohmschen Widerstand jederzeit mit der Spannung überein und die Impedanz lautet:

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} \implies Z_R = \frac{U_E(t)}{I(t)} = \frac{U_0}{I_0} = R \quad (5)$$

Bei einer einzelnen Kapazität im Wechselstromkreis gilt:

$$U_E(t) = \frac{Q}{C} \quad U_E'(t) = \frac{I(t)}{C} \quad i\omega U_E(t) = \frac{I(t)}{C} \quad (6)$$

Somit ist die Impedanz von dem Kondensator, die sich auch als **imaginäre Impedanz** oder **Blindwiderstand** bezeichnet, da die elektrische Leistung 0 ist:

$$Z_C = \frac{U_E(t)}{I(t)} = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} \quad (7)$$

Die Impedanz ist frequenzabhängig und stellt ein Konvergenzverhalten dar:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_C = 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} Z_C = \infty \quad (8)$$

Wegen  $-i$  im Nenner besteht eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom, wobei der Strom der Spannung um  $\varphi_0 = \pi/2$  vorausseilt.<sup>2</sup>

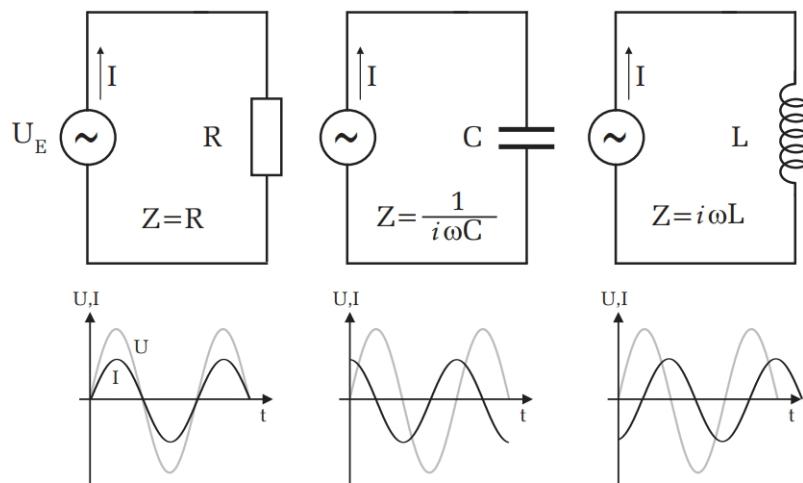


Abbildung 3: Impedanz von den passiven Bauelementen<sup>3</sup>

<sup>2</sup>Beim Kondensator, eilt der Strom vor, bei Induktivitäten, die Ströme sich verspäten

Analog lässt sich auch die Impedanz von der Spule berechnen:

$$U_E(t) = LI(t) = i\omega L I(t) \implies Z_L = \frac{U_E(t)}{I(t)} = i\omega L \quad (9)$$

Die Spannung eilt dem Strom um eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$  voraus.

## 1.4 Frequenzverhalten von RC-Gliedern und Tiefpassfilter

Nun wird eine Untersuchung im Frequenzbereich für RC-Glied gemacht: Seien zunächst zwei in Serie geschaltete Widerstände an einer Wechselspannungsquelle  $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$  angeschlossen, dann ist die Spannung am  $R_2$ :

$$U_{R_2}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_E(t) \quad (10)$$

Die Amplitude ist zwar geringer als  $U_0$  aber nicht frequenzabhängig. Falls  $R_2$  durch einen Kondensator mit Kapazität  $C$  ersetzt wird, ist die Spannung:

$$U_C(t) = \frac{Z_C}{R + Z_C} U_E(t) = \frac{-i/\omega C}{R - i/\omega C} U_0 e^{i\omega t} \quad (11)$$

$$|U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \tan \phi = -\omega RC \quad (12)$$

Die Amplitude ist beim RC-Glied frequenzabhängig. Für kleine Frequenzen ( $\omega \rightarrow 0$ ), entspricht die Amplitude  $|U_C|$  dann genau  $|U_E|$ . Für größere Frequenzen hingegen wird die Amplitude immer geringer und nähert sich für  $\omega \rightarrow \infty$  Null an. Somit können nur tiefe Frequenzen den Filter passieren, während höhere Frequenzen entsprechend stark gedämpft werden.

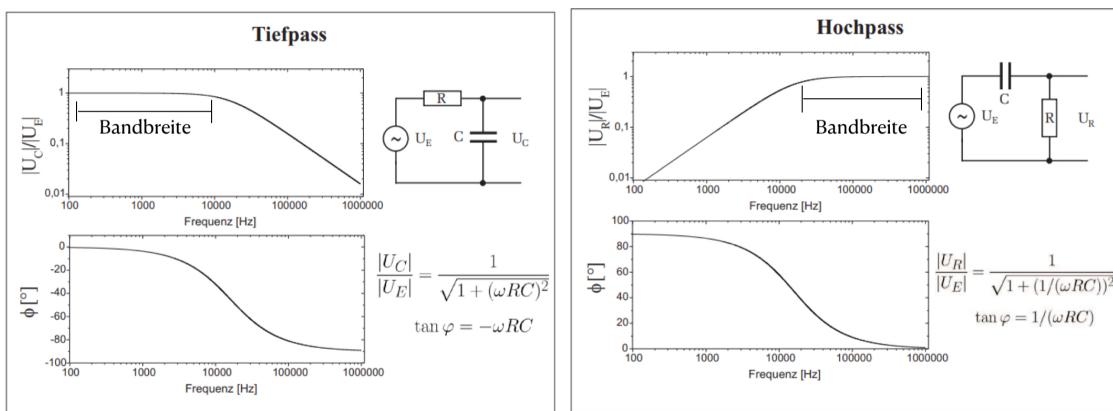


Abbildung 4: Frequenzgang und Phasenverlauf eines Tiefpass- bzw. Hochpassfilters (Bode-Diagramm)<sup>5</sup>

<sup>3</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

<sup>5</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

Wenn der Kondensator und der Widerstand vertauscht werden und die Spannung  $U_R$  über dem Widerstand gemessen wird, zeigt das RC-Glied ein Hochpassverhalten:

$$|U_R| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (1/\omega RC)^2}} \quad \tan \phi = 1/(\omega RC) \quad (13)$$

Es gibt außerdem noch eine frequenzabhängige Phasenverschiebung. Die Quantifizierung der Bandbreite eines Filters, also seiner Wirkung, erfolgt durch die Definition der Grenzfrequenz, bei der die Amplitude auf das  $1/\sqrt{2}$ -fache abgefallen (Tiefpass), bzw. angestiegen ist (Hochpass):

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad (14)$$

## 1.5 RC-Glied als Differenzier- und Integrierglied

Wir bemerken, dass mit größer werdendem Zeitkonstanten  $\tau$  das Ausgangssignal immer mehr dem Integral des Eingangssignals ähnelt und stellt bei  $\tau \gg T$  einen **Integrator** dar. Der Strom  $I$  berechnet sich aus der zeitlichen Änderung der Kondensatorladung:

$$Q = CU_A \implies I = C \frac{dU_A}{dt} \quad (15)$$

Hier ist  $U_A$  die Ausgangsspannung. Da  $I = (U_E - U_A)/R$  ist, ergibt sich:

$$\frac{dU_A}{dt} = \frac{1}{RC}(U_E - U_A) \quad (16)$$

Falls  $\tau \gg T$  ist nach GL.(12)  $U_A \gg U_E$  und somit:

$$\frac{dU_A}{dt} \approx \frac{U_E}{RC} \quad U_A \approx \frac{1}{RC} \int U_E dt \quad (17)$$

Die Rechnung von dem Hochpass erfolgt ähnlich:

$$U_E = U_C + U_R = U_C + U_A = \frac{Q}{C} + U_A = \frac{1}{C} \int Idt + U_A \quad (18)$$

$$\implies I = C \frac{d}{dt}(U_E - U_A) \quad (19)$$

Bei  $\tau \ll T$  gilt  $U_A \ll U_E$  und Gl.(19) lässt sich vereinfachen als:

$$I \approx C \frac{d}{dt} U_E \quad U_A \approx RI = RC \frac{d}{dt} U_E \quad (20)$$

was einen sogenannten **Differentiator** darstellt.

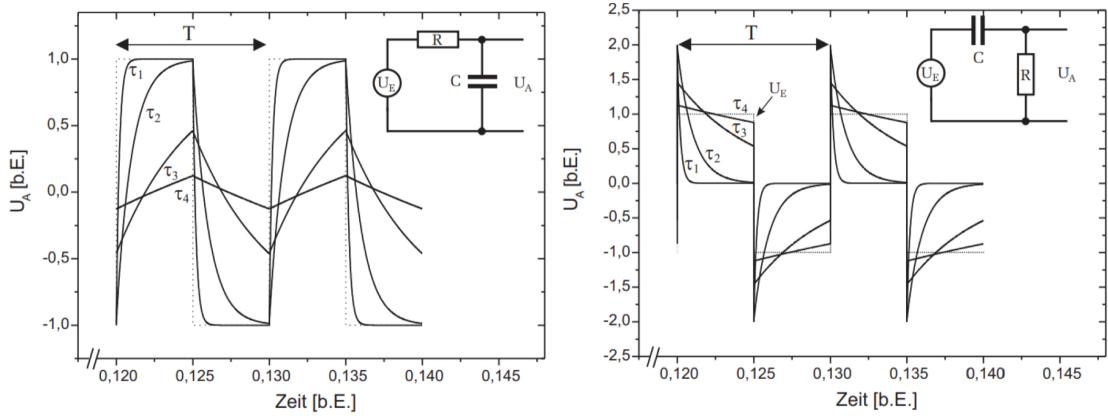


Abbildung 5: Spannungsverlauf  $U_A$  eines Integrators (Tiefpass) links und eines Differenzierators (Hochpass) rechts bei einer rechteckförmigen Eingangsspannung<sup>7</sup>

## 1.6 Elektrischer Schwingkreis (RLC-Glied)

Eine Schaltung, bestehend aus einem Kondensator und einer Spule, wird als elektrischer Schwingkreis bezeichnet, bei dem die Spannung am Kondensator nicht wie bei einem RC-Glied monoton auf Null abfällt, sondern sinusförmig zwischen zwei Extremwerten oszilliert.

### LC-Schwingkreis

Wenn man eine Spule parallel zum voll geladenen Kondensator anschließt, sinkt dessen Spannung, während der Entladestrom ein Magnetfeld in der Spule erzeugt. Wenn der Kondensator entladen ist, ist der Strom maximal, und die gespeicherte Energie liegt nun als magnetische Energie in der Spule vor. Der abnehmende Strom führt dann zu einer Abnahme des Magnetfelds, was wiederum nach der Lenz'schen Regel eine induzierte Spannung erzeugt, die den Kondensator mit entgegengesetzter Polarität auflädt. Sobald der Kondensator erneut vollständig geladen ist, beginnt der Vorgang von Neuem, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen. Jedoch wegen der Verluste wie Wärme, magnetische und dielektrische Verluste ist dieser Vorgang nicht ewig lang, weshalb man von einem RLC-Glied gesprochen hat.

<sup>7</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

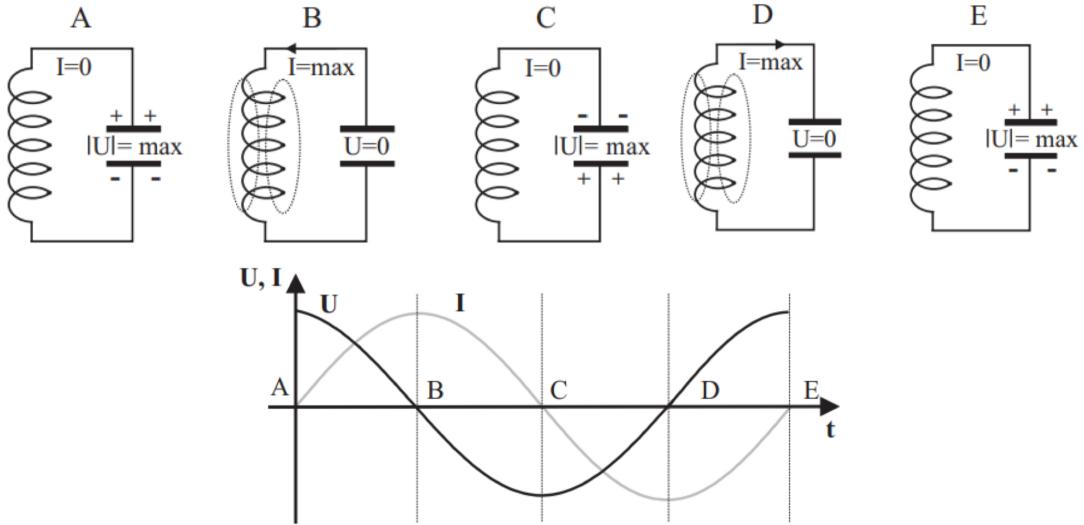


Abbildung 6: Vorgänge in einem LC-Schwingkreis<sup>8</sup>

## RLC-Schwingkreis

Ein Serienschwingkreis besteht aus einer Reihenschaltung von Widerstand, Kondensator und Induktivität. Um den Kondensator zur Anregung vorzubereiten, wird mit Schalterstellung 1 der Aufladenvorgang durchgeführt. Die Umstellung auf Schalterstellung 2 führt dann zur Initiation des Schwingungsvorgangs. Gemäß Kirchhoff'schen Maschenregel ergibt sich:

$$U_R + U_C - U_L = 0 \quad (21)$$

Das Minus Zeichen bei  $U_L$  lässt sich auf den Lenz'sche Regeln sowie der entgegengesetzten Induktionsspannung zurückführen. Wenn wir  $U_R = RI$ ,  $U_C = \frac{Q}{C}$  und  $U_L = -L \frac{dI}{dt}$  einsetzen und nach der Zeit differenzieren, erhalten wir:

$$L \frac{d^2}{dt^2}I + R \frac{d}{dt}I + \frac{1}{C}I = 0 \iff \frac{d^2}{dt^2}I + \omega_0^2 I = 0 \quad (22)$$

wobei  $\omega_0 = 1/(LC)$  bei  $R = 0$  ist. Dann entspricht die Gl.(22) dem harmonischen Oszillatoren und die Lösung lautet nach der **Thomson'schen Schwingungsformel**:

$$I(t) = I_0 e^{i(\omega_0 t + \varphi)} \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (23)$$

Für den allgemeinen Fall gilt:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} (c_1 e^{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t} + c_2 e^{-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t}) \quad (24)$$

---

<sup>8</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

$c_1$  und  $c_2$  werden durch die Anfangsbedingungen bestimmt. Bei der schwachen Dämpfung ( $R^2/(4L^2) < 1/(LC)$ ) hängt der Strom periodisch von der Zeit ab und Gl.(24) lässt sich als eine exponentiell gedämpfte Schwingung schreiben:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega_f t + \varphi)} \quad \omega_f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (25)$$

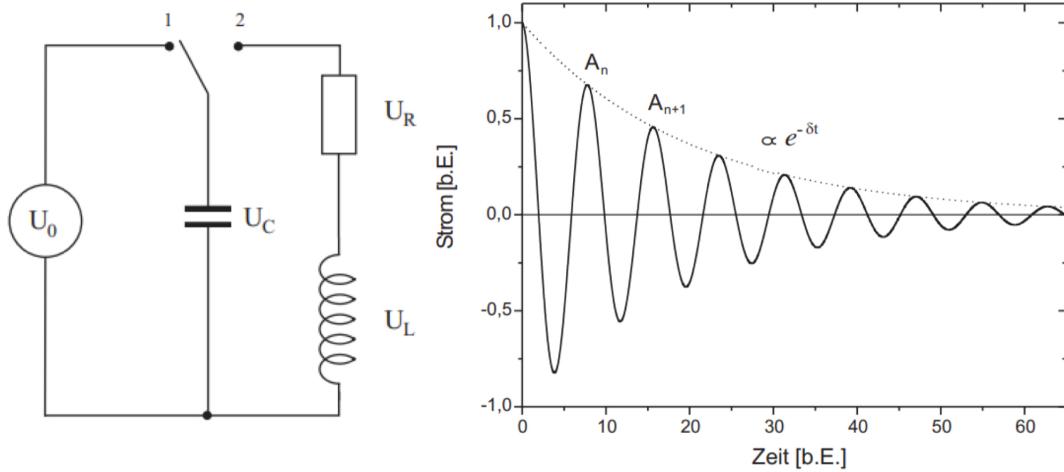


Abbildung 7: RLC-Glied und Schwingung unter schwacher Dämpfung<sup>9</sup>

Die Amplitude der Schwingung ist proportional zu  $e^{-\delta t}$ , wobei hier die Dämpfungskonstante  $\delta = R/2L$  lautet und die Dimension einer Frequenz hat. Der Kehrwert der Dämpfungskonstante nennt man auch **Relaxationszeit** oder **Abklingzeit**  $\tau_r$ . Die Dämpfungskonstante  $\delta$  kann experimentell bestimmt werden, indem man das Verhältnis der Amplituden zweier aufeinanderfolgender Schwingungen misst und logarithmiert:

$$\Lambda = \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) = \delta T \quad (\text{logarithmische Dekrement}) \quad (26)$$

## 1.7 Frequenzabhängigkeit eines Schwingkreises, Resonanz

Ein von außen angeregter RLC-Schwingkreis ( $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ ) könnte ein paar charakteristische Resonanzverhalten aufweisen und lässt sich leicht durch Impedanzbe trachtungen untersuchen. Die gesamte Impedanz ist:

$$Z_g = Z_R + Z_C + Z_L = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (27)$$

Mit dem Ohmschen Gesetz bekommen wir den Strom sowie die Phasenverschiebung zwischen Strom und Eingangsspannung:

$$I(t) = \frac{U_E(t)}{Z_g} = \frac{1}{R + i(\omega L - 1/(\omega C))} U_0 e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad \tan \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} \quad (28)$$

---

<sup>9</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

Somit lassen sich den Betrag für den Strom sowie die Spannungen bei R, C, L bestimmen:

$$|I(\omega)| \equiv I_0(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad |U_R(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (29)$$

$$|U_C(\omega)| = \frac{1/(\omega C)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad |U_L(\omega)| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (30)$$

Bei dem sogenannten Resonanzfall  $\omega_R$ :

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (31)$$

stellt die in Serie geschaltete Kapazität und Induktivität einen Kurzschluss da, denn die Gesamtmpedanz hängt sich nur von R ab. Die Amplitude  $|U_R|$  und Phasenverschiebung über dem Widerstand haben dieselbe Frequenzabhängigkeit wie der Strom.

Serienschwingkreis wirkt als **Bandpass-Filter**, der nur ein bestimmtes Frequenzband passieren lässt, während Frequenzen außerhalb gedämpft werden. Bei der Resonanzfrequenz  $\omega_R$  entspricht die Amplitude  $|U_R|$  etwa der Eingangsamplitude  $U_0$  und die gesamte Eingangsspannung nur am Widerstand abfällt, während bei abweichen den Frequenzen das Signal stärker gedämpft wird und ein Teil der Spannung über dem LC-Glied abfällt, was zu einer geringeren Ausgangsspannung führt.

Die Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ , bei denen die Amplitude auf das  $\sqrt{2}$ -fache des Maximalwerts abgefallen ist, definieren die **Bandbreite**  $\Delta\omega$ :

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} = 2\delta \quad (32)$$

Nach Gl.(32) sehen wir, je kleiner der ohmsche Widerstand  $R$ , desto schmäler und steiler verläuft die Resonanzkurve:

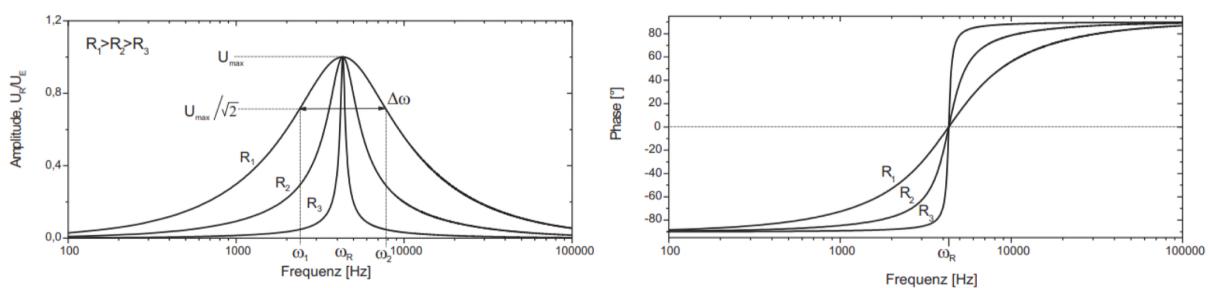


Abbildung 8: Amplituden- und Phasengang eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand<sup>11</sup>

Eine weitere verwendete Größe zur Beschreibung der Breite einer Resonanzkurve ist die Güte  $Q$ :

$$Q = \frac{\omega_R}{\Delta\omega} \quad (33)$$

Allerdings stimmen die Resonanzfrequenz von  $|U_C|$  und  $|U_L|$  nicht mit der von  $|U_R|$  überein:

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \quad \omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2} \quad (34)$$

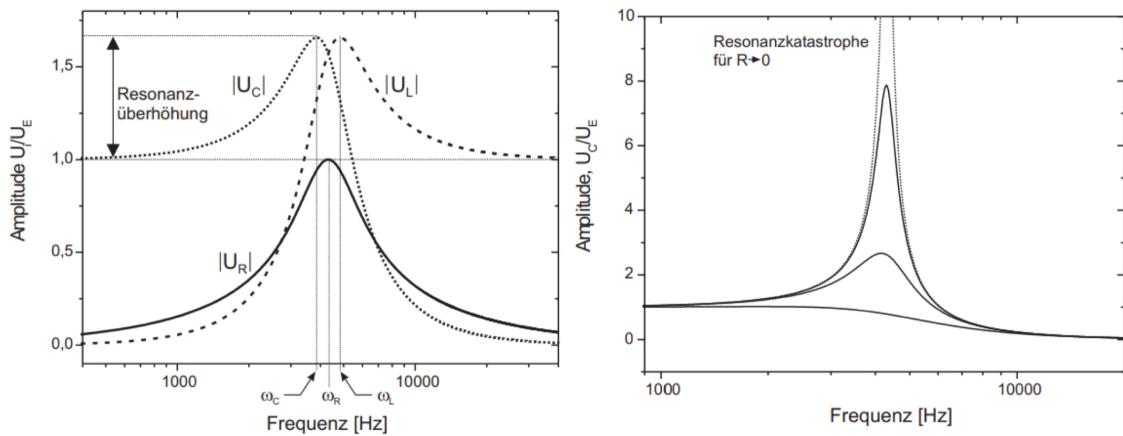


Abbildung 9: Links: Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule; Rechts: Amplituden- und Phasengang eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand<sup>13</sup>

Es wird eine sogenannte **Resonanzüberhöhung** gezeigt, die von dem Widerstand  $R$  abhängt und bei der die Amplitude über dem Kondensator und der Spule deutlich größer sind.

Für  $R \rightarrow 0$  wachsen die Teilspannungen  $|U_C|$  und  $|U_L|$  bei der Resonanzfrequenz  $\omega_R$  ins Unendliche, jedoch mit einer gegenseitigen Phasenverschiebung von  $\pi$  (**Resonanzkatastrophe**). Mit zunehmendem Widerstand nimmt die Resonanzüberhöhung ab, bis bei ausreichend großer Dämpfung  $|U_C|$  (und auch  $|U_L|$ ) kein Maximum mehr auftritt.

## 1.8 Resonanzkurve eines Parallelenschwingkreises

Nun soll auf die Eigenschaften eines Parallelenschwingkreises eingegangen werden. Diese ist wie folgt aufgebaut:

<sup>11</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

<sup>13</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

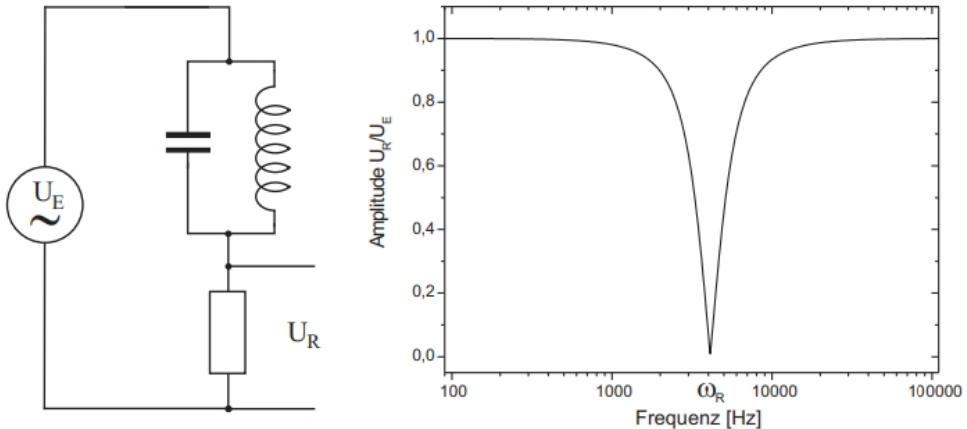


Abbildung 10: Reihenschaltung aus einem ohmschen Widerstand und einem Parallelschwingkreis<sup>15</sup>

Die Impedanz des Parallelkreises ist:

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} \Rightarrow Z_P = \left| \frac{1}{\omega L - 1/(\omega C)} \right| \quad (35)$$

Bei der Frequenz:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (36)$$

sieht man, dass  $Z_P \rightarrow \infty$  geht. In solchem Resonanzfall verhält der LC-Parallelkreis sich wie ein **Isolator** und wird als **Bandsperre** bezeichnet, da Frequenzen in der Nähe von  $\omega_R$  blockiert werden wie Abbildung 10 gezeigt.

## 1.9 Anwendungen von LCR-Gliedern: Radioempfänger

Ein Übertragungssystem nutzt drahtlose elektromagnetische Wellen zur Übermittlung von Informationen. Musik und Sprache werden im niederfrequenten Bereich (NF) abgestrahlt, was jedoch aufgrund der erforderlichen großen Antennenlängen und der proportional zur vierten Potenz der Frequenz abnehmenden abgestrahlten Leistung für elektromagnetische Wellen weniger effizient ist. Daher ist es sinnvoller, durch Modulation mit den höheren Frequenzen (HF) die niederfrequenten Signale zu übertragen. Dazu gibt es im analogen Bereich zwei verschiedene Modulationsverfahren: Amplitudenmodulation (AM) und Frequenzmodulation (FM). Im vorliegenden Fall wird die Amplitude moduliert, wobei die Amplitude eines hochfrequenten Trägersignals im Takt des zu übertragenden Signals variiert wird:

---

<sup>15</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

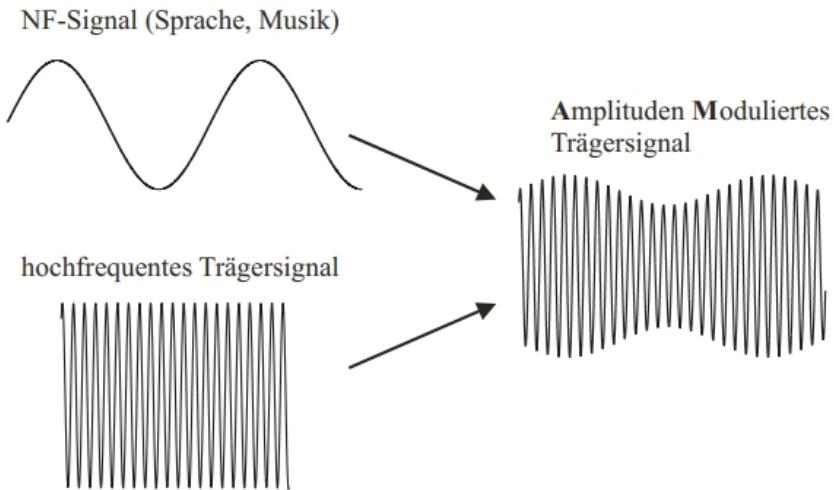


Abbildung 11: Amplitudenmodulation<sup>16</sup>

Zum Empfang des von dem Sender abgestrahlten Signals wird eine Antenne benötigt, in der das Sendesignal eine Spannung induziert. Da das amplitudenmodulierte Signal symmetrisch zur Nulllinie ist, wird am Lautsprecher keine Tonwiedergabe wahrgenommen, da der Mittelwert Null ist. Deswegen muss es noch demoduliert werden, indem wir eine Diode benutzen, die nur die negativen Anteile des empfangenen AM-Signals sperrt. Der hochfrequente Bereich stört dabei nicht, da die Lautsprechermembran aufgrund ihrer Trägheit diese Frequenzen nicht wiedergeben kann, und diese hohen Frequenzen sind für den Menschen nicht hörbar.

Oder wie in (1.4) schon vorgestellt wird, können wir auch ein RC-Glied als Tiefpassfilter benutzen, indem wir einen Kondensator hinter der Diode anschließen.

Um die verschiedenen Programme zu unterscheiden, wird ein Bandpassfilter dazwischen geschaltet, bestehend aus einem Parallelkreis mit einer Spule und einem Widerstand. Um das gewünschte Programm zu hören, muss die Resonanzfrequenz des LC-Parallelkreises an die Trägerfrequenz angepasst werden, z.B. durch Veränderung des Widerstands oder der Induktivität. Außerdem im Fall dass die Trägerfrequenzen zweier Sender dicht beieinander liegen muss der Schwingkreis eine hohe Gute bzw. eine geringe Bandbreite besitzen.

---

<sup>16</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

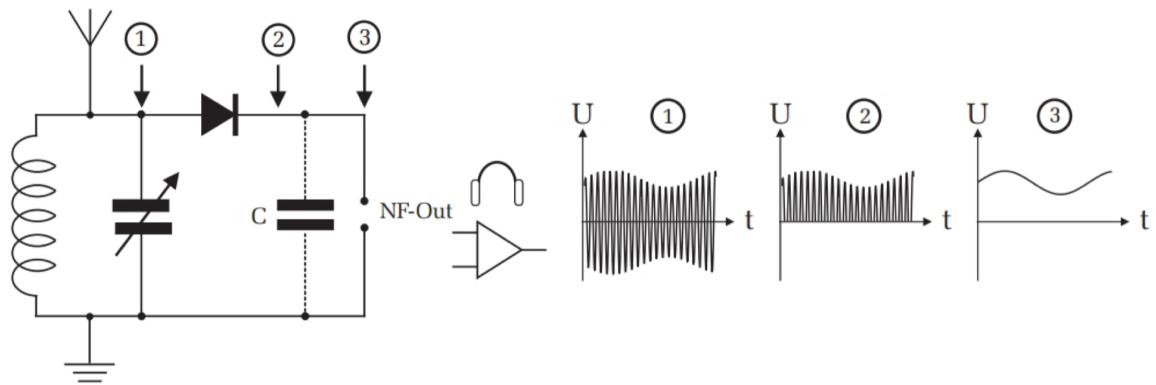


Abbildung 12: AM-Empfänger<sup>17</sup>

## 2 Versuchsdurchführung

Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll siehe folgende Seiten.

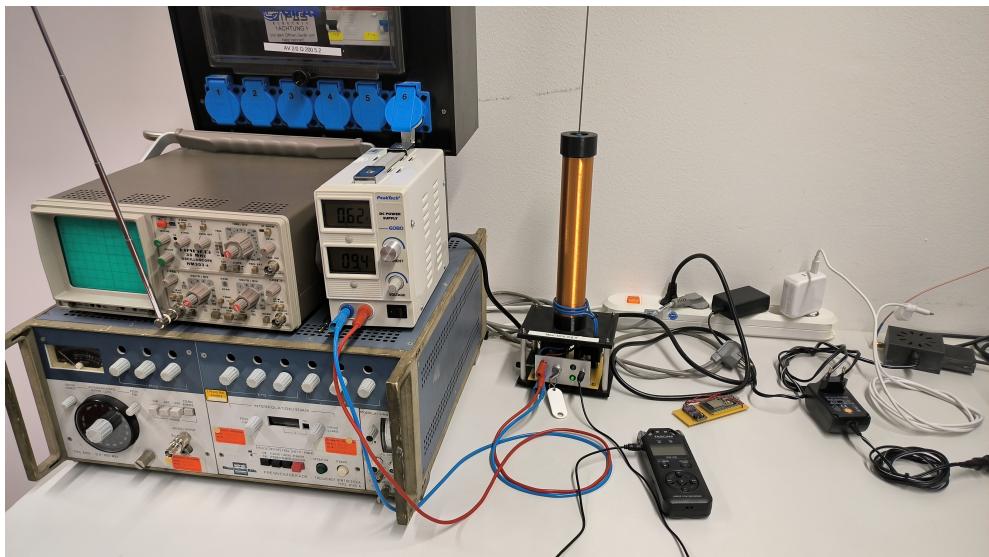


Abbildung 13: Radiosender

---

<sup>17</sup>Quelle: Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 1.1 B.Sc. Stand 10/2012

# Versuch 24 I: Wechselstrom-eigenschaften von RLC-Gliedern

01.07.2024

14:00 ~ 17:00

Yuting Shi

Yulai Shi

Messgeräte: • PC-gesteuerter Funktionsgenerator und Speicheroszilloskop

- Analog Oszilloskop
- Diverse passive Bauteile: R, L, C,  $\rightarrow$
- Steckbrett zum Aufbau von Schaltungen
- Impedanzwandler mit Netzteil
- NF-Verstärker mit Netzteil
- Langdrahtantenne, Endleitung
- Zwei Kopfhörer mit unterschiedlicher Impedanz
- Computer mit Drucker.

## Aufgabe 1: Bestimmung Zeitkonstante im RC-Glied

- In einem Steckbrett werden ein Kondensator und ein Widerstand in Reihe geschaltet. Sie werden mit einem Funktionsgenerator und den Kanälen eines Oszilloskops verbunden.

- Kanal 1 für  $U_C$  und Kanal 2 für Eingangsspannung  $U_E$

- Frequenzgenerator: Rechteck, Amplitude 1 Vpp

- 3 Kombinationen:  $C = 470 \text{ nF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$  (A)

$C = 4.7 \text{ nF}$ ,  $R = 10 \text{ k}\Omega$  (B)

$C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$  (C)

- Zur Messung der Halbwertszeit verwendet die Cursor-Fktionen des Oszilloskops. Signalform für die RL-Kombination (C) abspeichern

$\Rightarrow$  Danach: C  $\leftrightarrow$  R vertauschen ( $C = 47 \text{ nF}$  und  $R = 1 \text{k}\Omega$ )

Kanal 1:  $U_R$  (Stromverlauf im RC-Glied), Bild speichern

$$\Delta C = 10\% C; \Delta R = 5\% R; \Delta T_{1/2} \text{ ist der Ablesefehler}$$

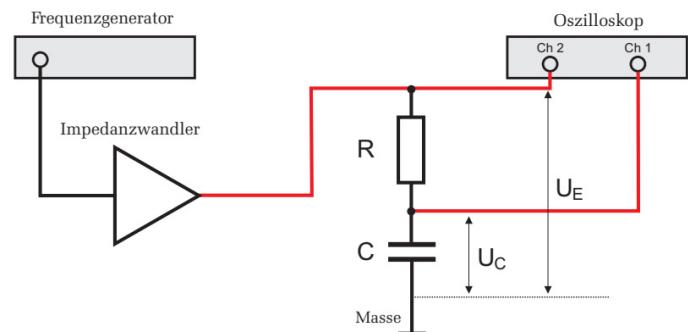


Tabelle 1 : Halbwertszeit des RC - Glieds

Messung über	C [nF]	R [kΩ]	$T_{1/2}$ [μs]	$\Delta T_{1/2}$ [μs]
Kondensator	$470 \pm 47$	$1 \pm 0.05$	340	10
Kondensator	$4.7 \pm 0.47$	$10 \pm 0.5$	39	5
Kondensator	$47 \pm 4.7$	$1 \pm 0.05$	33	5
Widerstand	$47 \pm 4.7$	$1 \pm 0.05$	37	5

$$T = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = RC$$

### Aufgabe 2: RC - Glied als Integrator und Differenziator

- Integrator: - Funktiongenerator: Rechteck, 1kHz, maximale Amplitude  
 -  $47 \text{ nF}$  Kondensator,  $5\text{k}\Omega$  Potentiometer  
 -  $R \gg T$ , dann  $U_C \rightarrow$  Integral der Eingangsspannung  
 - Andere Signale anschauen und Bild abspeichern.

- Differenziator: - C mit R verketten  
 - Funktiongenerator: Dreiecksignal, 1.5kHz, 4Vpp  
 - Veränderung des Widerstands ( $\uparrow$ ), dann  $U_R \rightarrow$  Ableitung der  $U_E$ .

### Aufgabe 3: Frequenz - und Phasengang eines RC - Glieds

Wir nehmen den Frequenzgang eines Hochpass- und eines Tiefpassfilters mit dem Circuit Analyzer auf

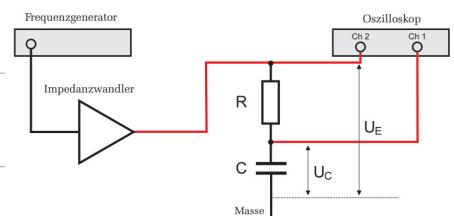
Funktionsgenerator: Amplitude auf 2Vpp ;

Circuit Analyzer: Vertical Scale:  $5\text{dB}/\text{div}$ ; V-Rang: 3V; Frequency Start: 100Hz ; Frequency Range: 100 kHz ; Frequenzschritte: 20%

#### ① Frequenzgang eines Tiefpassfilters

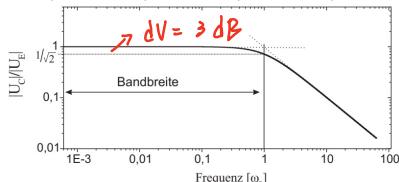
( $C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 1\text{k}\Omega$ )

Grenzfrequenz:  $f_g = (3.08 \pm 0.05) \text{ kHz}$

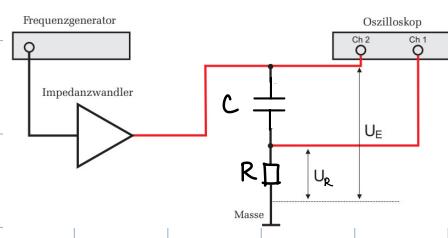


#### ② Frequenzgang für Hochpassfilter ( $C = 47 \text{ nF}$ , $R = 1\text{k}\Omega$ )

Grenzfrequenz:  $f_g = (2.95 \pm 0.05) \text{ kHz}$



"The way to find  $f_g$ "



### ③ Phasenmessung (Hochpassfilter)

Iabelle 2: Phasenverschiebungen durch den Hochpass

Frequenz [kHz]	$\Delta t [\mu s]$	$\phi [^\circ]$
1	200	
2	90	
3	48	
4	29	
5	18	
6	12.4	
7	10	
8	6.8	
9	4.8	
10	4.2	

Fehler von  $\Delta t$ :  $2 \mu s$

Fehler von  $\phi$ :  $1^\circ$

$$\phi = 360^\circ + \Delta t$$

### Aufgabe 4: Frequenzgang eines Serienschwingkreises

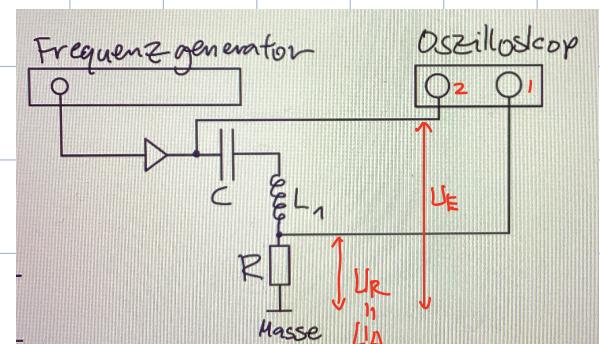
$C = 47 \text{ nF}$ , Spule:  $L_1$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega, 220 \Omega$

- Funktionsgenerator: Sinus,  $2 \text{ Vpp}$   $47 \Omega$

- Circuit Analyzer: Siehe Anleitung

Tabelle 3: Bandbreite und Resonanzfrequenzen von RLC-Serienschaltung

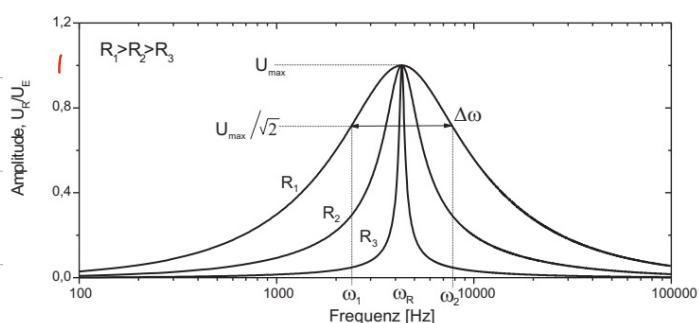
$R [\Omega]$	$f_R [\text{Hz}]$	$\Delta f [\text{Hz}]$
$1 \text{ k}\Omega$	3980	5150
$220 \Omega$	3910	1300
$47 \Omega$	3850	570



$$\Delta f_R = 50 \text{ Hz}$$

$$\Delta (\Delta f) = 71 \text{ Hz}$$

Speichern das Diagramm mit den 3 Frequenzgängen ab.



"The way to find  $f_R$  and  $\Delta f$ "  
 $\rightarrow \Delta V = 3.0 \text{ dB}$

### Aufgabe 5: Resonanzüberhöhung

$C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 220 \Omega$ ,  $L_1$  (Serienschaltung),  $0.9 \text{ Vpp}$  statt  $2 \text{ Vpp}$  in Aufgabe 4

Widerstand:  $f_R = 3930 \text{ Hz}$  (blau)

Kondensator:  $f_R = 3870 \text{ Hz}$  (rot)

$$\Delta f_R = 50 \text{ Hz}$$

Spule :  $f_R = 4070 \text{ Hz}$  (grün)

Aufgabe 6: Bestimmung der Dämpfungsconstante eines freien, gedämpften Schwingkreises

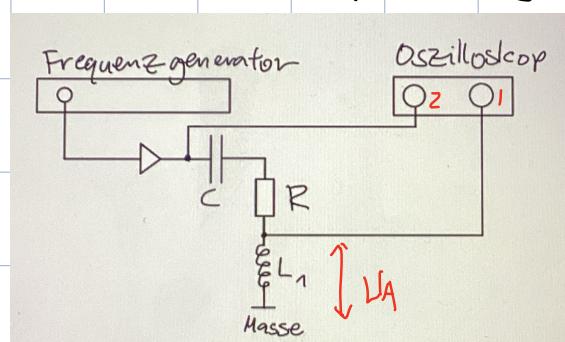
$C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 47 \Omega$ ,  $L_1$  (Serienkreis)

$U_A$  über Spule  $L_1$

Frequenzgenerator: Rechteck, Frequenz =  $100 \text{ Hz}$   
(viel geringer als  $f_R$ )

Tabelle 4: Messung des Dekrementes  $\Lambda$

Amplitude $ U_{Ai}  [\text{V}]$	$T [\text{ms}]$
3.28	0.26
2.25	0.25
1.63	0.25
1.13	0.25
0.91	0.25



$|U_{Ai}|$ : Amplituden von 5 benachbarten Schwingungen"

$T$ : Schwingungsduer

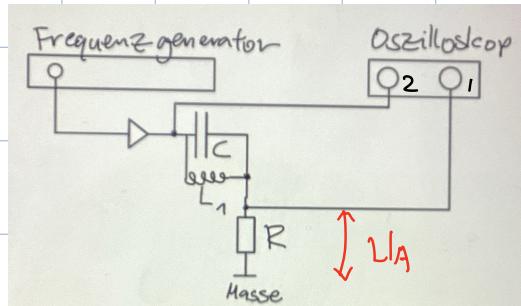
Qualitativ:  $R = 47 \Omega \leftrightarrow 5 \text{ k}\Omega$  Potentiometer.

Aufgabe 7: Parallelschwingkreis - Bandsperrre:

$C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L_1$ ,  $U_A$  über  $R$

Messen den Frequenzgang von  $100 \text{ Hz}$  bis  $100 \text{ kHz}$   
(Schrittweite  $10\%$ )

Resonanzfrequenz  $f_R = (3890 \pm 20) \text{ Hz}$



Aufgabe 8: Signalformung:

Es wird in folgenden demonstriert, wie mit einem RC-Hoch, einem RC-Tief, einem LC-Tief, und einem Bandpassfilter ein Signal, welches mit HF- und NF-Störsignalen überlagert ist, isoliert werden kann.

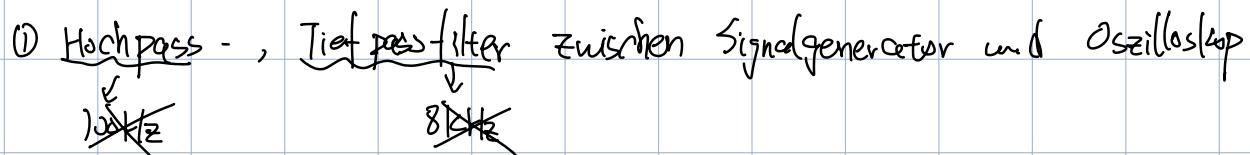
- Einstellungen: Funktionsbibliothek "Signalformung.lib"

Amplitude : 5 Vpp

Frequenz :  $100 \text{ Hz}$

- Zeitablenkung wählen, um möglichst alle Frequenzanteile zu erkennen. Bild speichern.

Schaltungen auf Spektrum Analysen um und messen die Amplitude und die Frequenz der 3 stärksten Signalanteile. (Frequenzbereich 12 kHz)



② Bandpassfilter: Serienschwingkreis aus  $C = 47 \text{ nF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L_1$

Tabelle 5: Frequenzanalyse verschiedener Schaltungen

Schaltungen	Frequenzen zu filtern	Amplitude [dB]
keine Filter	106.81 Hz	-1.82
	3.62 kHz	-7.25
	8 kHz	-8.19
RC-Hochpass $C = 47 \text{ nF}$ , $R = 1 \text{k}\Omega$	106.81 Hz	-32.56
	3.62 kHz	-10.69
	8 kHz	-9.12
LC-Tiefpass $C = 47 \text{ nF}$ , $L_1$	106.81 Hz	-2.25
	3.62 kHz	8.06
	8 kHz	-18.19
Bandpassfilter 1 $C = 47 \text{ nF}$ , $R = 1 \text{k}\Omega$	106.81 Hz	-31.94
	3.62 kHz	-8.50
	8 kHz	-11.94
Bandpassfilter 2 $C = 47 \text{ nF}$ , $R = 47 \Omega$	106.81 Hz	-58.69
	3.62 kHz	-19.31
	8 kHz	-36.81

### Aufgabe 9: Aufbau eines einfachen AM-Empfängers

Es wird ein Parallelschwingkreis aus einem  $500 \text{ pF}$  Drehkondensator und der Spule  $L_2$  gebaut, der als Bandpass fungiert. Zur Demodulation wird eine Diode in den Schwingkreis zwischen Bandpassfilter und den hochohmigen Kopfhörer eingebaut. Man kann durch Verschieben des Spulenkerne sowie durch Anpassen des Drehkondensators die Frequenz des Bandfilters einstellen.

Man konnte nicht viel hören.

J. Vogl

### 3 Auswertung

Im ersten Teil werden die Eigenschaften passiver Bauelemente im Wechselstromkreis experimentell untersucht und charakteristische Größen von RC-Filtern sowie RLC-Schwingkreisen verifiziert. Der zweite Teil konzentriert sich auf die praktische Anwendung von RLC-Schaltungen, z.B. mithilfe von Filterschaltungen ein gestörtes Signal aufzubereiten und das Nutzsignal zu extrahieren. Zur Vertiefung wird ein einfacher Mittelwellen-Empfänger durch gezieltes Filtern mit RLC-Gliedern der entsprechenden Durchlassfrequenz aufgebaut.

#### 3.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Die Zeitkonstante  $\tau$  wird sowohl theoretisch mit der Gl.(14) als auch experimentell durch die Messung der Halbwertszeit und mit der Gleichung:

$$\tau_{exp} = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} \quad \tau_{theo} = RC \quad (37)$$

zu den einzelnen Kombinationen von RC berechnet und in Tabelle 1 eingetragen. Für Widerstände beträgt der Fehler 5% und für Kondensatoren 10%, es ergibt sich nach der Gauss-Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\tau_{theo} = \tau_{theo} \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \quad \Delta\tau_{exp} = \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \quad (38)$$

Es werden außerdem die Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentell bestimmten Werten berechnet, wobei keine der Abweichungen signifikant ist:

Kapazität C [nF]	Widerstand R [kΩ]	$\tau_{theo}$ [1/s]	Halbwertszeit T [μs]
$470 \pm 47$	$1 \pm 0.05$	$(4.70 \pm 0.50) \cdot 10^{-4}$	$340 \pm 10$
$4.7 \pm 0.47$	$10 \pm 0.5$	$(4.70 \pm 0.50) \cdot 10^{-5}$	$39 \pm 5$
$47 \pm 4.7$	$1 \pm 0.05$	$(4.70 \pm 0.50) \cdot 10^{-5}$	$33 \pm 5$

$\tau_{exp}$ [1/s]	Abweichung
$(4.90 \pm 0.14) \cdot 10^{-4}$	$0.39\sigma$
$(5.63 \pm 0.72) \cdot 10^{-5}$	$1.06\sigma$
$(4.76 \pm 0.72) \cdot 10^{-5}$	$0.07\sigma$

Tabelle 1: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Zeitkonstante

Durch eine zusätzliche Messreihe für die Ausgangsspannung von Widerstand wird einem überzeugt, dass die gemessene Halbwertszeit von  $U_R$  mit der von dem Kondensator entspricht und der Stromverlauf die gleiche Zeitkonstante aufweist wie der Spannungsverlauf am Kondensator.



Abbildung 14: Hakkwertszeit Bestimmung durch Trigger

### 3.2 RC-Glied als Integrator und Differentiator

Es wird die Möglichkeit untersucht, mithilfe von R- und C-Elementen ein Signal zeitlich zu Integrieren, beziehungsweise zu differenzieren, indem wir im Grenzfall die Asymptotik des Ausgangssignals betrachten. Am Ende wurde festgestellt, dass das Ergebnis genau der Erwartung entspricht, dass für  $\tau \gg T$  das Ausgangssignal  $U_A$  dem Integral des Eingangssignals  $U_E$  entspricht. Wird der Kondensator mit dem Widerstand vertauscht und die Spannung  $U_R$  über dem Widerstand gemessen (Hochpass), so stellt das RC-Glied für  $\tau \ll T$  einen Differentiator dar. (theoretisch siehe Abbildung 5)

Hier unten fassen wir alle Situationen zusammen, wobei die rote Linie die Eingangssignale darstellt, während die blaue Linie die Ausgangsspannung repräsentiert:

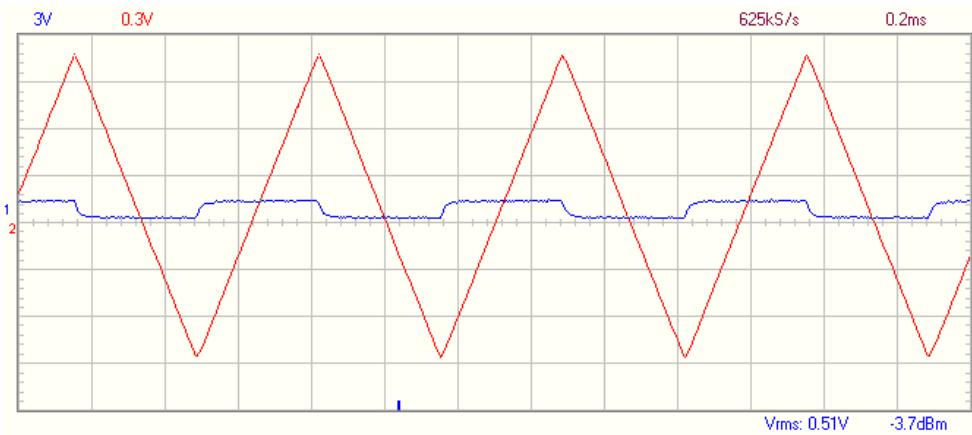


Abbildung 15: Differentiator Dreiecksignal

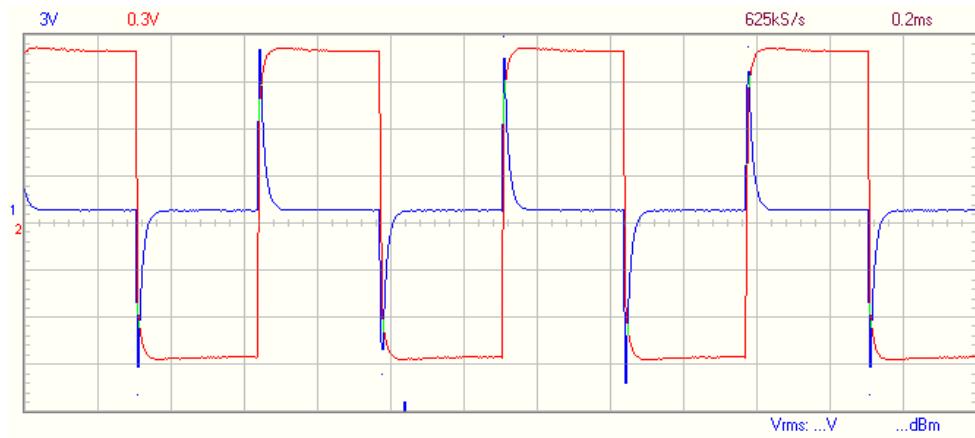


Abbildung 16: Differentiator Rechtecksignal

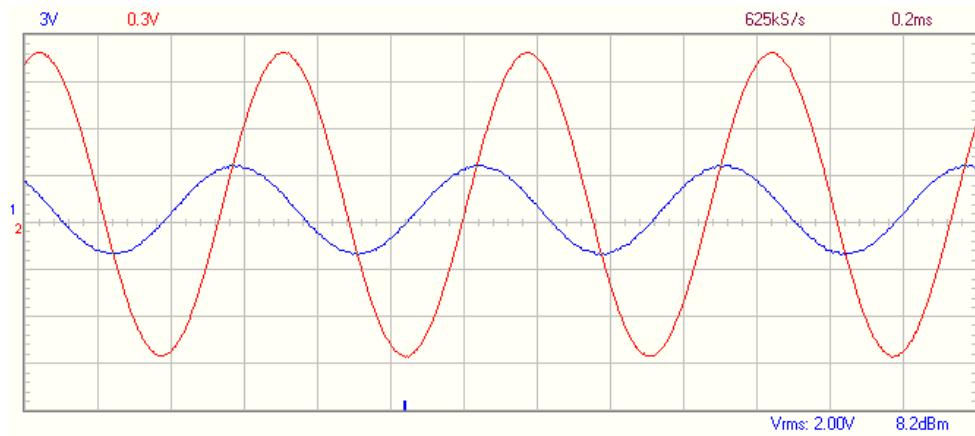


Abbildung 17: Differentiator Sinussignal

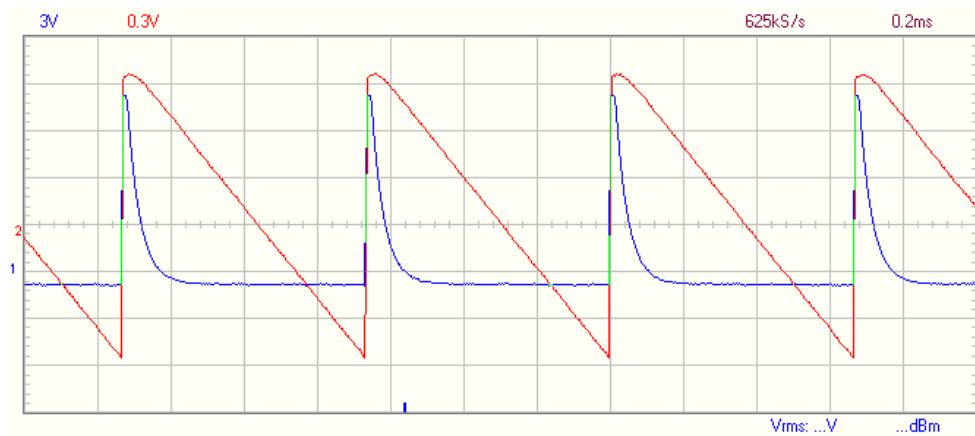


Abbildung 18: Differentiator Sägezahnsignal

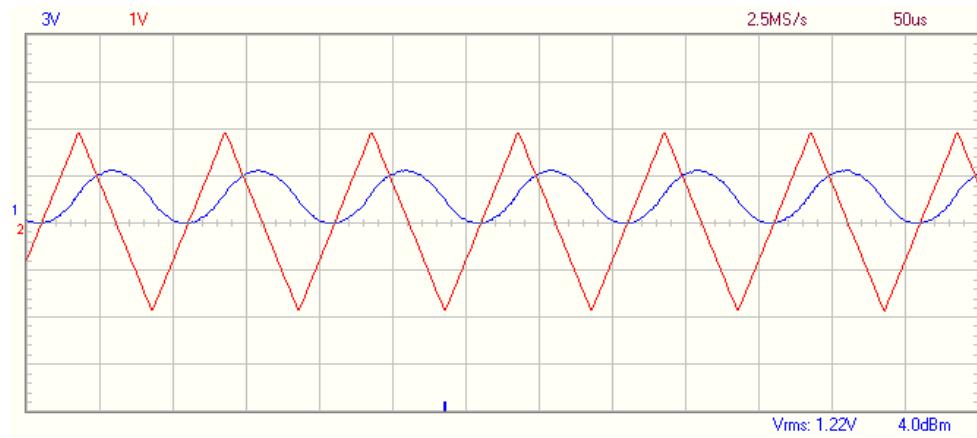


Abbildung 19: Integrator Dreiecksignal

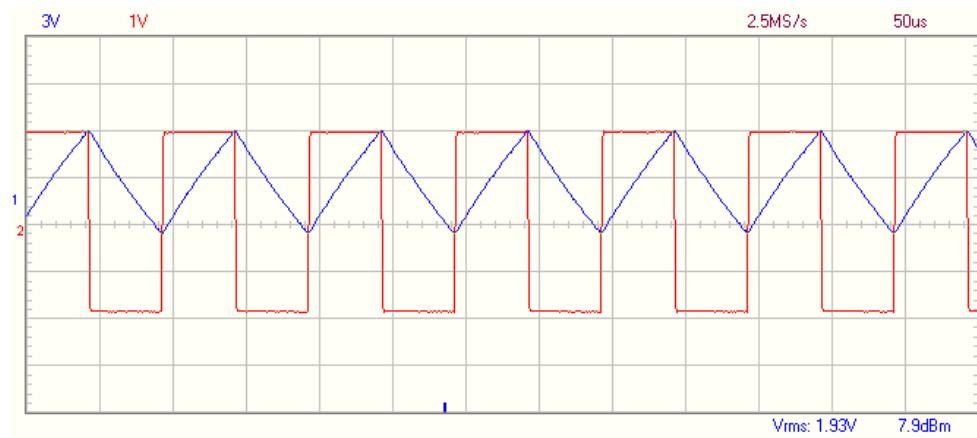


Abbildung 20: Integrator Rechtecksignal

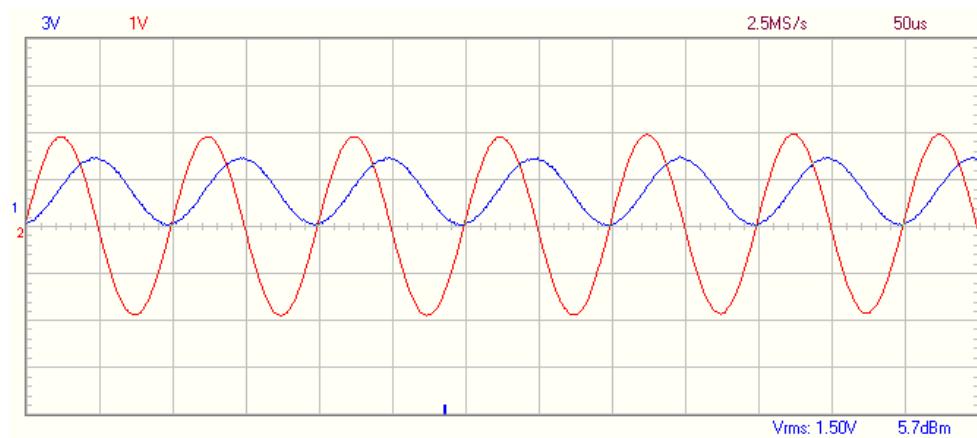


Abbildung 21: Integrator Sinussignal

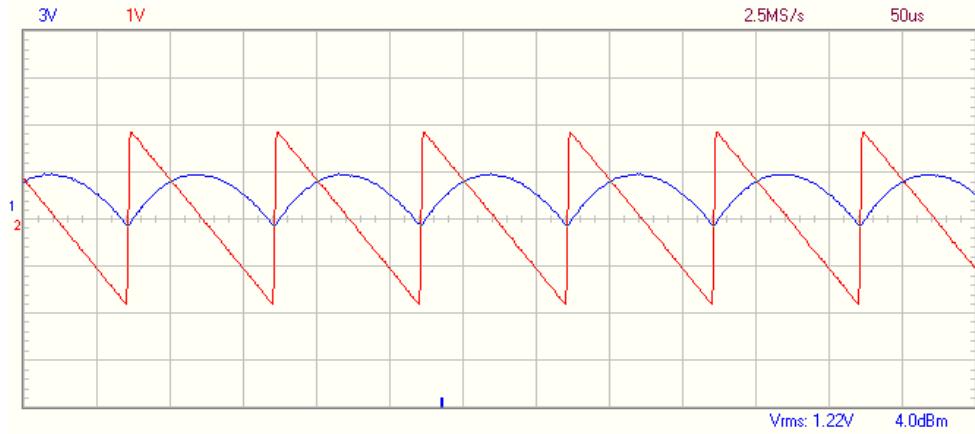


Abbildung 22: Differentiator Sägezahnsignal

### 3.3 Frequenz und Phasengang eines RC Glieds

Beim gemessenen Frequenzgang des RC-Glieds wird nun der lineare Bereich für kleine und große Frequenzen extrapoliert. Der Schnittpunkt dieser Geraden liegt bei der Grenzfrequenz:<sup>18</sup>

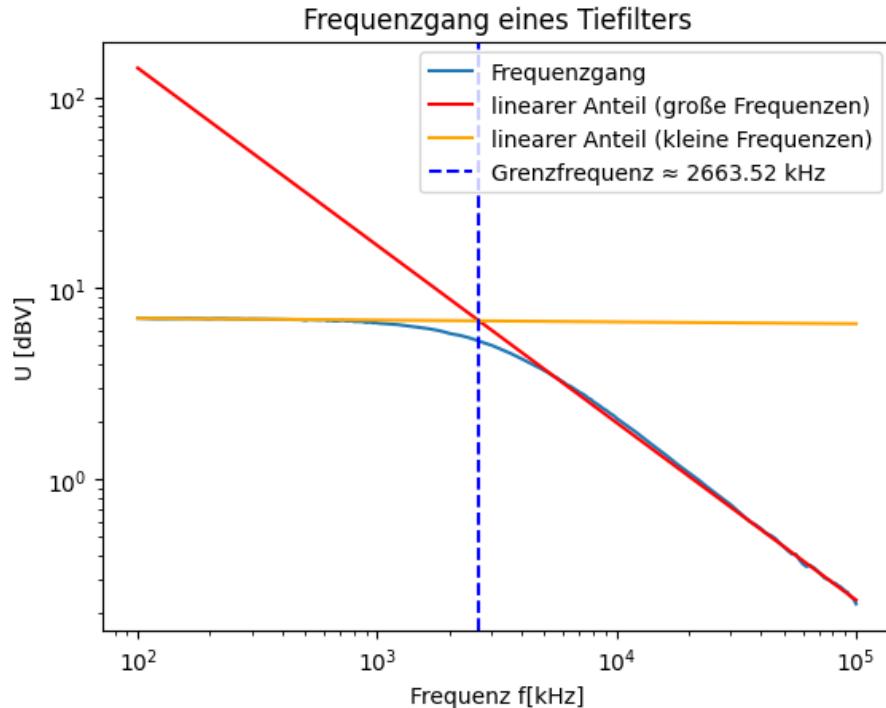


Abbildung 23: Filterverhalten des Tiefpassfilters

Theoretisch haben wir also eine Grenzfrequenz  $f_{g,\text{theo}} = (2.7 \pm 0.3)\text{kHz}$ , die eine Fehlerabweichung von dem experimentell bestimmten Wert  $f_{g,\text{exp}} = (3.10 \pm 0.10)\text{kHz}$

---

<sup>18</sup>Python Code 1

hat:

$$\frac{|f_{g,\text{theo}} - f_{g,\text{exo}}|}{\sqrt{(\Delta f_{g,\text{theo}})^2 + (\Delta f_{g,\text{exp}})^2}} \approx 1.27\sigma \quad (39)$$

und ist somit nicht signifikant. Analog bekommen wir den Frequenzgang für den Hochpassfilter:

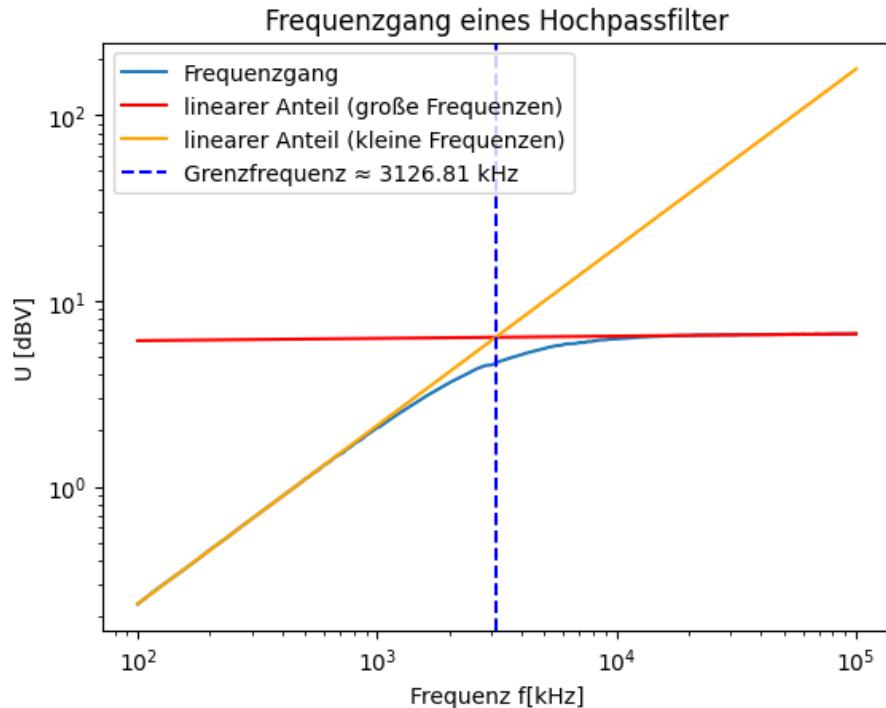


Abbildung 24: Filterverhalten des Hochpassfilters

Wir kriegen eine Fehlerabweichung von  $0.89\sigma$ , die wiederum nicht signifikant ist.

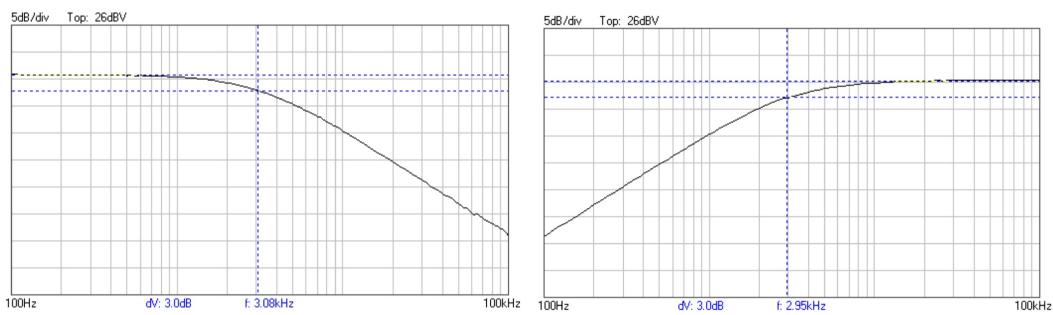


Abbildung 25: experimentelle Bestimmung der Grenzfrequenz

Nun soll die Phasenverschiebung  $\varphi_{\text{exp}}$  über den Hochpassfilter bestimmt werden. Um die zeitlichen Abstände zwischen den Peaks  $\Delta t$  zu ermitteln, werden die Datensätze zu den Phasen geplottet und die Abstände manuell abgelesen. Dies erfolgt mit einer

geschätzten Genauigkeit von  $\pm 1 \mu\text{s}$ . Auf diese Weise wird die Phasenverschiebung für die verschiedenen Eingangsfrequenzen  $f$  ermittelt:

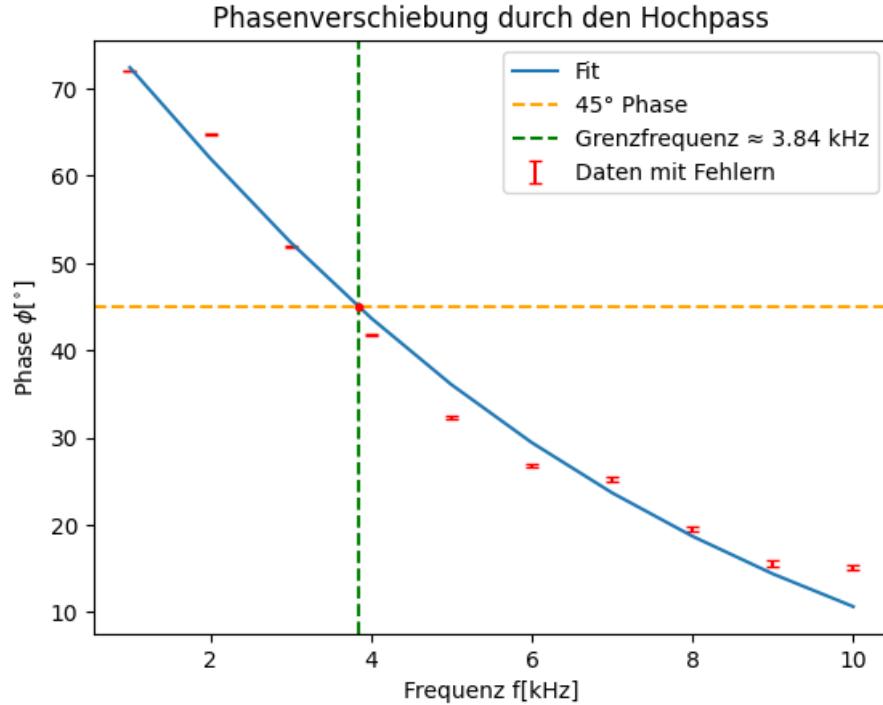


Abbildung 26: Auftragung der Phase über der Frequenz

Dabei wird eine Fitfunktion der Form:

$$y(x) = A \arctan(kx) + h \quad (40)$$

eingesetzt. Bei einer Phase von  $\phi = \pi/4$  ist wieder die Grenzfrequenz abzulesen:

$$f_g = (3.84 \pm 0.33)\text{kHz} \quad (41)$$

Im Vergleich zu der aus dem Frequenzgang gemessenen Grenzfrequenz gibt es eine Fehlerabweichung  $2.67\sigma$ , die nicht signifikant ist.

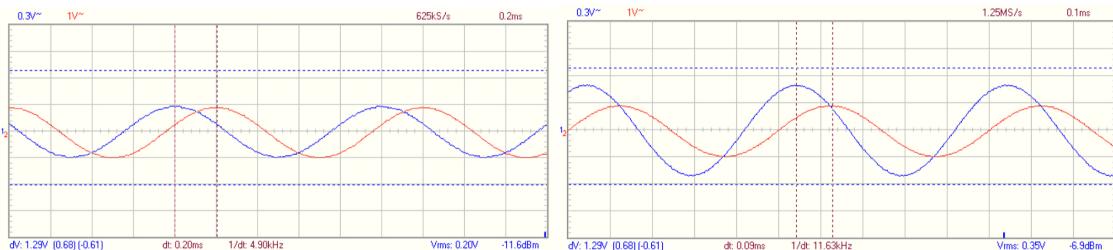


Abbildung 27: experimentelle Bestimmung der Phase. Links: 1kHz, rechts: 2kHz

### 3.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Zuerst soll die Induktivität  $L_1$  der verwendeten Spule aus der gemessenen Resonanzfrequenz bestimmt werden:

$$L_1 = \frac{1}{(2\pi f_R)^2 C} \quad \Delta L_1 = L_1 \sqrt{\left(\frac{2\Delta f_R}{f_R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \quad (42)$$

Für die gegebenen Werte ermitteln wir, wobei die Kapazität immer  $C = (47 \pm 5\%) \text{ nF}$  beträgt, die Induktivität für die verschiedenen Messwerte:

Kapazität C [nF]	Widerstand R [Ω]	$f_R$ [Hz]	Induktivität L[H]
$47 \pm 2.35$	$1000 \pm 100$	$3980 \pm 50$	$0.034 \pm 0.002$
$47 \pm 2.35$	$220 \pm 22$	$3910 \pm 50$	$0.035 \pm 0.002$
$47 \pm 2.35$	$47 \pm 4.7$	$3850 \pm 50$	$0.036 \pm 0.002$

Tabelle 2: Induktivität

Plottet man die Spannungskurven für alle drei Widerstände in einem Diagramm, erhält man:

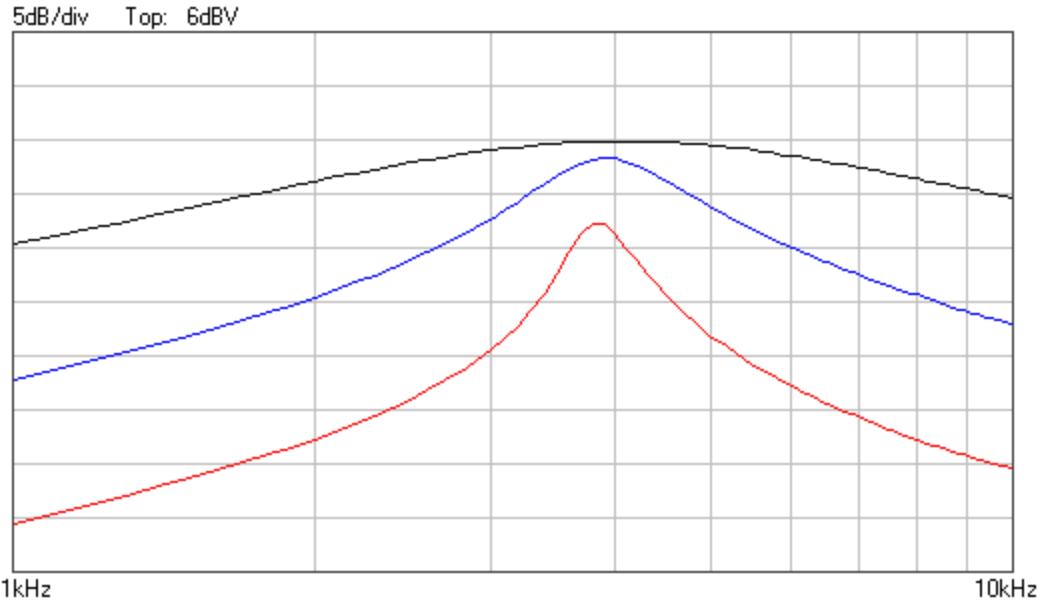


Abbildung 28: Die Resonanzkurven verschiedener Widerstände im getriebenen RCL-Schwingkreis; schwarz:  $1\text{k}\Omega$ , blau:  $220\Omega$ , rot:  $47\Omega$

Im Gegensatz zu der Abbildung 8 sind die Amplituden im Resonanzfall in einem realen Schwingkreis unterschiedlich groß, da zusätzliche Verluste auftreten. Diese Verluste, vor allem in der Spule (durch ohmschen Widerstand, Skineffekt, magnetische Verluste des Spulenkerns usw.), führen dazu, dass die Ausgangsspannungsamplitude im Resonanzfall deutlich kleiner ist als die Eingangsspannungsamplitude. Um diese Spulenverluste zu berücksichtigen, fügen wir einen in Serie geschalteten Verlustwiderstand

$R_V$  hinzu. Der reale Schwingkreis besteht somit aus einem ohmschen Widerstand, einer Spule, einem Kondensator und einem Verlustwiderstand  $R_V$ .

Der gesamte Widerstand lässt sich berechnen als:

$$\Delta\omega L = 2\pi\Delta f L = R + R_V = R_{ges} \quad (43)$$

$$\Delta R_{ges} = R_{ges} \sqrt{\left(\frac{\Delta\Delta f}{\Delta f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \quad (44)$$

Induktivität L[H]	df [Hz]	$R_{ges}$ [ $\Omega$ ]	$R_V$ [ $\Omega$ ]
$0.034 \pm 0.002$	$5150 \pm 71$	$1010 \pm 66$	$10 \pm 66$
$0.035 \pm 0.002$	$1300 \pm 71$	$286 \pm 23$	$66 \pm 23$
$0.036 \pm 0.002$	$570 \pm 71$	$129 \pm 18$	$82 \pm 18$

Tabelle 3: Gesamtwiderstand

Im Resonanzfall lässt sich der Verlustwiderstand leicht aus dem Maximum der Resonanzkurve bestimmen. Bei einem Serienschwingkreis verschwindet die Impedanz des LC-Gliedes im Resonanzfall. Daher verhält sich die Schaltung wie ein gewöhnlicher Spannungsteiler aus einem ohmschen Widerstand  $R$  und einem Verlustwiderstand  $R_V$ . Für die im Resonanzfall über dem Widerstand  $R$  gemessene Amplitude gilt daher:

$$U_A = \frac{R}{R + R_V} U_E \implies R_V = \frac{R U_E}{U_A} - R \quad (45)$$

Hierbei ist  $U_E$  die Eingangsspannungsamplitude und  $U_A$  die Ausgangsspannungsamplitude über  $R$ . Damit ergibt sich nach Umstellung sowie Fehlerfortpflanzung das Ergebnis:

$$R_V(1k\Omega) = (1870 \pm 188) \Omega \quad (46)$$

$$R_V(220\Omega) = (56.9 \pm 5.7) \Omega \quad (47)$$

$$R_V(47\Omega) = (280 \pm 28) \Omega \quad (48)$$

Im Vergleich zu  $R_V$  in Tabelle 3 weisen die nach Gl.(45) berechneten Werte ziemlich stark voneinander ab. Selbst wenn der zweite Wert scheinbar konsistent bleibt, ist zu beachten, dass aufgrund der extrem hohen relativen Fehler von teilweise 700%, eine geringe Sigma-Abweichung nicht unbedingt das ausschlaggebendste Kriterium zur Bewertung einer Messung ist. In Diskussion werden wir uns weiter mit den Fehlerquellen beschäftigen.

### 3.5 Resonanzüberhöhung: Bandpass und Bandsperre

Es wurde zuerst wieder der Circuit Analyzer verwendet, um den Frequenzgang am Widerstand, am Kondensator und an der Spule ( $C=47$  nF,  $R = 220\Omega$ , L1) eines Serienschwingkreises zu messen und alle Messergebnisse gemeinsam darzustellen:

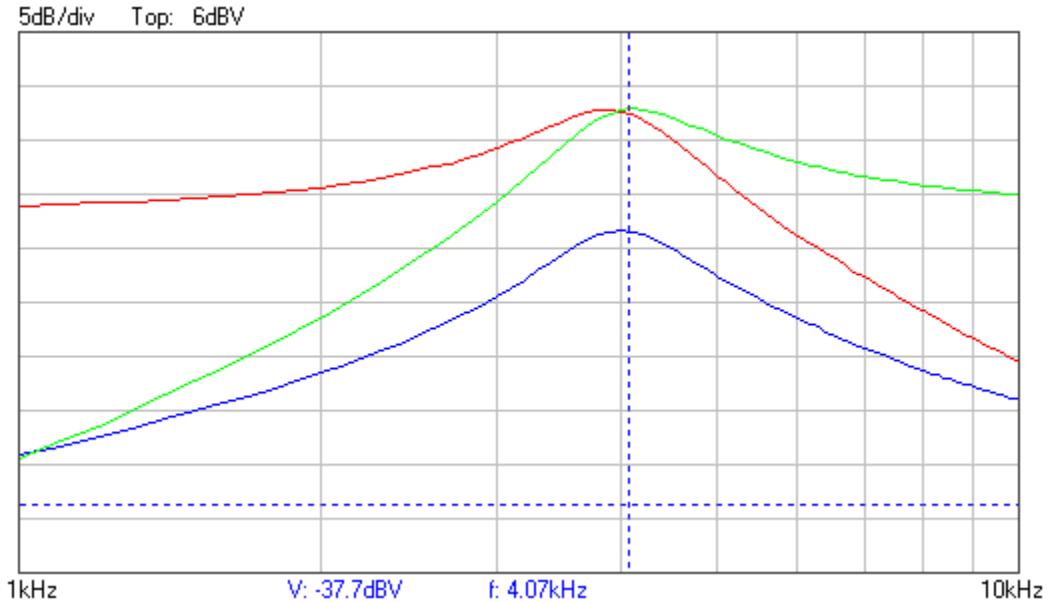


Abbildung 29: Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule. blau: Widerstand; rot: Kondensator; grün: Spule

Es wird ersichtlich, dass beim C- und beim L-Glied jeweils im Vergleich zum ohmschen Widerstand eine Überhöhung der Spannung auftritt. Ein Serienschwingkreis fungiert wegen der Charakteristik der Impedanz von LC als Bandpass-Filter. Nur ein bestimmtes Frequenzband des Eingangssignals kann den Filter passieren. Frequenzen außerhalb dieses Frequenzbandes werden entsprechend stark gedämpft. Die Induktivität wird anhand Gl.(42) aus der gemessenen Resonanzfrequenz am Widerstand ermittelt:

$$L = (0.035 \pm 0.004) \text{ H} \quad (49)$$

Als erstes sollen jedoch die erwarteten Resonanzfrequenzen der verschiedenen Komponenten mit den Messwerten verglichen werden, indem wir die Gl.(31), (32), (34) benutzen:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = (3926 \pm 489) \text{ Hz} \quad (50)$$

$$f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(2\pi f_R)^2 - \left(\frac{R^2}{2L^2}\right)} = (3861 \pm 570) \text{ Hz} \quad (51)$$

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(2\pi f_R)^2 + \left(\frac{R^2}{2L^2}\right)} = (3989 \pm 674) \text{ Hz} \quad (52)$$

wobei die Fehler jeweils aus den Gauss-Fehlerfortpflanzung stammen:

$$\Delta f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left( \frac{L\Delta C}{2\sqrt{LC^3}} \right)^2 + \left( \frac{C\Delta L}{2\sqrt{LC^3}} \right)^2} \quad (53)$$

$$\Delta f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left( \frac{2\pi^2 f_R \Delta f_R \sqrt{(2\pi f_R)^2 - 2\delta^2}}{(2\pi f_R)^2 - 2\delta^2} \right)^2 + \left( \frac{2\delta \Delta \delta \sqrt{(2\pi f_R)^2 - 2\delta^2}}{(2\pi f_R)^2 - 2\delta^2} \right)^2} \quad (54)$$

$$\Delta f_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left( \frac{2\pi^2 f_R \Delta f_R \sqrt{(2\pi f_R)^2 + 2\delta^2}}{(2\pi f_R)^2 + 2\delta^2} \right)^2 + \left( \frac{2\delta \Delta \delta \sqrt{(2\pi f_R)^2 + 2\delta^2}}{(2\pi f_R)^2 + 2\delta^2} \right)^2} \quad (55)$$

Vergleichen wir die theoretischen Werte mit denen bestimmt aus dem Experiment, so kommen jeweils eine Fehlerabweichung:  $0.008\sigma$ ,  $0.016\sigma$ ,  $0.120\sigma$  aus. Daher sind keine signifikanten Abweichungen vorzunehmen und die Theorie stimmt ganz kompatibel mit dem Experiment überein.

Als Nächstes wurden drei passive Komponenten  $C = 47nF$ ,  $R = 1k\Omega$ , und L1 parallel aufgebaut und wir führen erneut eine Frequenzgang-Messung von 100Hz bis 100kHz mit einer Schrittweite 10% durch:

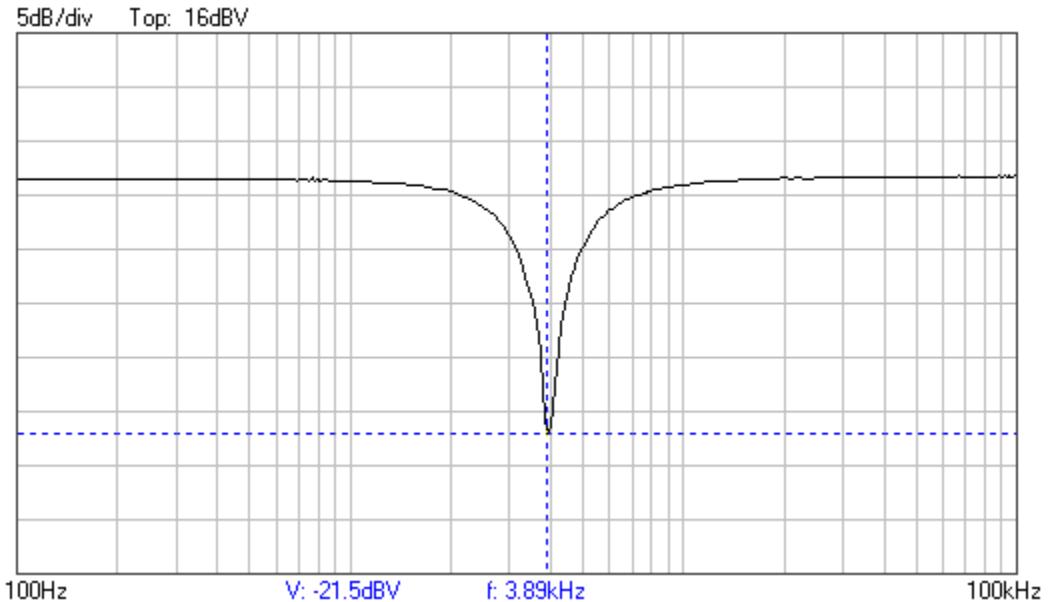


Abbildung 30: Resonanzkurven eines Parallelschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand

Die Impedanz des LC-Parallelkreises ist sowohl für sehr kleine als auch für sehr große Frequenzen niederohmig. Bei kleinen Frequenzen besitzt die Spule eine geringe Impedanz, während bei hohen Frequenzen der Kondensator sehr niederohmig wird. In beiden Fällen fällt daher über dem LC-Kreis nur eine geringe Spannung ab, sodass

praktisch die gesamte Eingangsspannung über dem Widerstand liegt. Im Resonanzfall verschwindet dagegen die Spannung über dem Widerstand. Daraus lässt sich schließen, dass in diesem Fall der LC-Parallelkreis eine unendlich hohe Impedanz haben muss. Ein LC-Parallelkreis verhält sich deswegen im Resonanzfall wie ein Isolator.

Aus der Gl.(36) lässt sich nun die theoretische Grenzfrequenz bestimmen mit einem Fehler durch Fehlerfortpflanzung:

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = (3926 \pm 490) \text{Hz} \quad (56)$$

Im Vergleich zu dem experimentellen Wert lautet die Fehlerabweichung:  $0.07\sigma$ , die nicht signifikant ist.

### 3.6 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises

Es wurde ein Serien-Schaltung mit den Komponenten  $C = 47nF$ ,  $R = 47\Omega$  und L1 benutzt um einen RLC-Schwingkreis zu erzeugen. Graphisch stellt eine gedämpfte harmonische Oszillation mit der exponentiell abfallenden Amplitude dar:

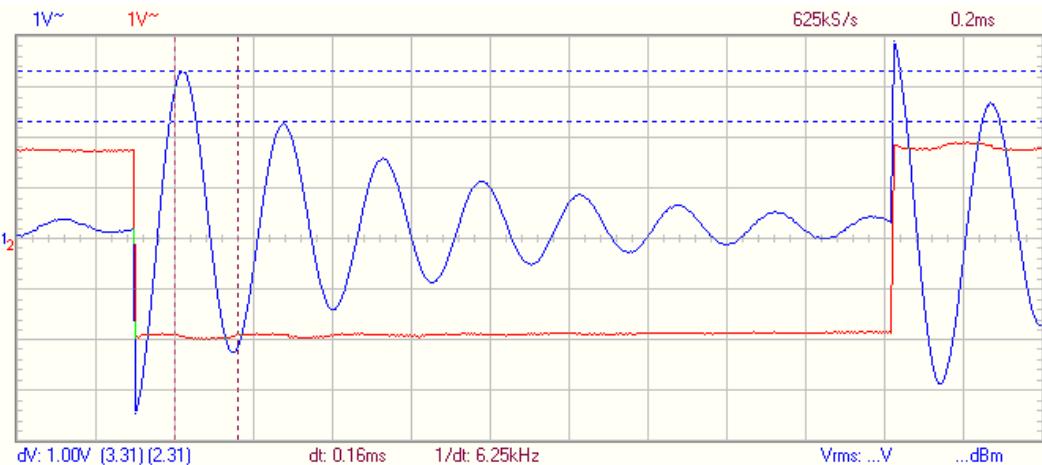


Abbildung 31: Gedämpfte Schwingung RLC-Serienschaltung

Aus der Definition in Einleitung ist die Dämpfungskonstante zu bestimmen:

$$\delta_{theo} = \frac{R}{2L} = (671 \pm 77) \text{ 1/s} \quad (57)$$

Außerdem lässt sich das logarithmische Dekrement aus der Gl.(26) berechnen:

$$\Lambda = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} \quad \Delta\Lambda = \sqrt{\left(\frac{A_{i+1}\Delta A_i}{A_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A_{i+1}}{A_{i+1}}\right)^2} \quad (58)$$

Wodurch wir die Dämpfungskonstante nach Gl.(26) durch das ermittelte logarithmische Dekrement bestimmen können:

$$\delta = \frac{\Lambda}{T} \quad \Delta\delta = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Lambda}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Lambda\Delta T}{T^2}\right)^2} \quad (59)$$

Die resultierenden Ergebnisse werden unten in Tabelle 4 zusammengefasst:

Amplitude $A_i$ [V]	Schwingungsdauer T[ms]	Dekrement $\Lambda$	Dämpfung $\delta$ [1/s]
$3.28 \pm 0.04$	$0.26 \pm 0.03$	$0.38 \pm 0.05$	$1520 \pm 271$
$2.25 \pm 0.04$	$0.25 \pm 0.03$	$0.32 \pm 0.04$	$1280 \pm 222$
$1.63 \pm 0.04$	$0.25 \pm 0.03$	$0.37 \pm 0.05$	$1480 \pm 268$
$1.13 \pm 0.04$	$0.25 \pm 0.03$	$0.22 \pm 0.03$	$880 \pm 151$
$0.91 \pm 0.04$	$0.25 \pm 0.03$	—	—

Tabelle 4: Dämpfungskonstante und Logarithmische Dekrement

Durch Mittelung der Dämpfungskonstante ergibt sich:

$$\delta_{exp} = (1290 \pm 466) \text{ 1/s} \quad (60)$$

Im Vergleich mit dem theoretischen Wert in Gl.(57) lautet die Fehlerabweichung:

$$\frac{|\delta_{theo} - \delta_{exp}|}{\sqrt{(\delta_{theo})^2 + (\delta_{exp})^2}} \approx 1.31\sigma \quad (61)$$

Zwar ist das Ergebnis nicht signifikant, jedoch sollte beachtet werden, dass aufgrund der großen relativen Fehler bei der Dämpfungskonstanten dieses Ergebnis möglicherweise fehlerhaft ist.

Kennt man nun die Dämpfungskonstante, so kann man nach Gl.(32) den gesamten Widerstand erneut berechnen:

$$R = 2\delta L \quad \Delta R = R \sqrt{\left(\frac{\Delta\delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \quad (62)$$

So ergibt sich unter Verwendung der mittleren Dämpfungskonstante:

$$R = (90 \pm 34) \Omega \quad (63)$$

In Aufgabe 4 wurde ebenso der Gesamtwiderstand durch die Grenzfrequenz bestimmt  $R = (129 \pm 18) \Omega$ , somit ergibt sich eine Fehlerabweichung  $1.01\sigma$ , die nicht signifikant ist. (siehe Zeile 3 in Tabelle 3)

Zusätzlich wurde auch eine qualitative Beobachtung von dem Schwingungsvorgang in Abhängigkeit von der Dämpfung durchgeführt, dabei ersetzen wir den  $47\Omega$  Widerstand durch das  $5k\Omega$  Potentiometer. Ab einer gewissen Dämpfung, also ab einem bestimmten Widerstandswert, sind keine Schwingungen mehr möglich.

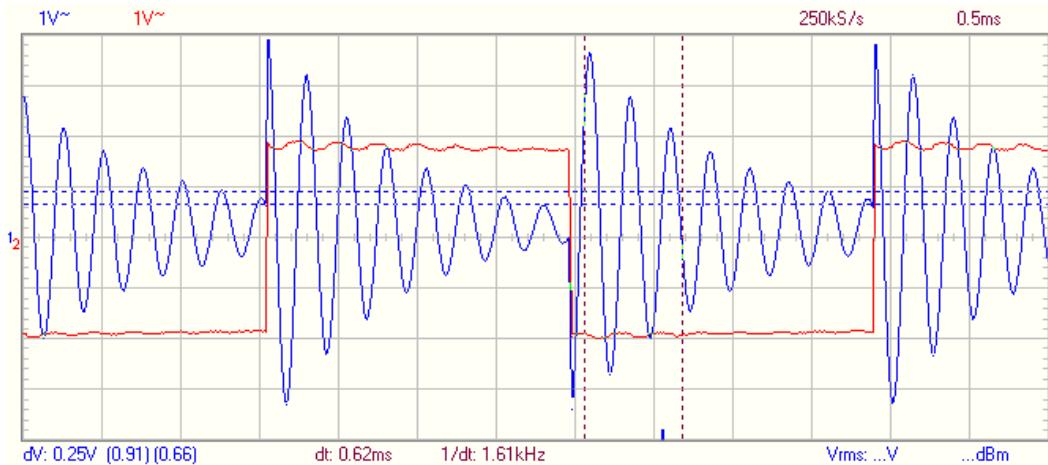


Abbildung 32: Qualitative Beobachtung 1: kleine Dämpfung



Abbildung 33: Qualitative Beobachtung 1: große Dämpfung

### 3.7 Signalformung

Es wird im folgenden demonstriert, wie mit einem RC-Hoch-, einem RC-Tief-, einem LC-Tief, und einem Bandpassfilter ein Signal, welches mit Hoch- und Niederfrequennten Störsignalen überlagert ist, isoliert werden kann. Mit dem Funktionsgenerator lässt sich ein Signal generieren, das einer Überlagerung von drei Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz (106.81 Hz, 3.62 kHz, 8 kHz) und Amplitude entspricht.

Ziel dieser Aufgabe ist mit Hilfe von verschiedenen Filterschaltungen, das Sinussignal von ungefähr 4 kHz aus dem Signal herauszufiltern und alle anderen Frequenzanteile soweit wie möglich zu unterdrücken. Das 4 kHz Signal soll dabei so wenig wie möglich gedämpft werden.

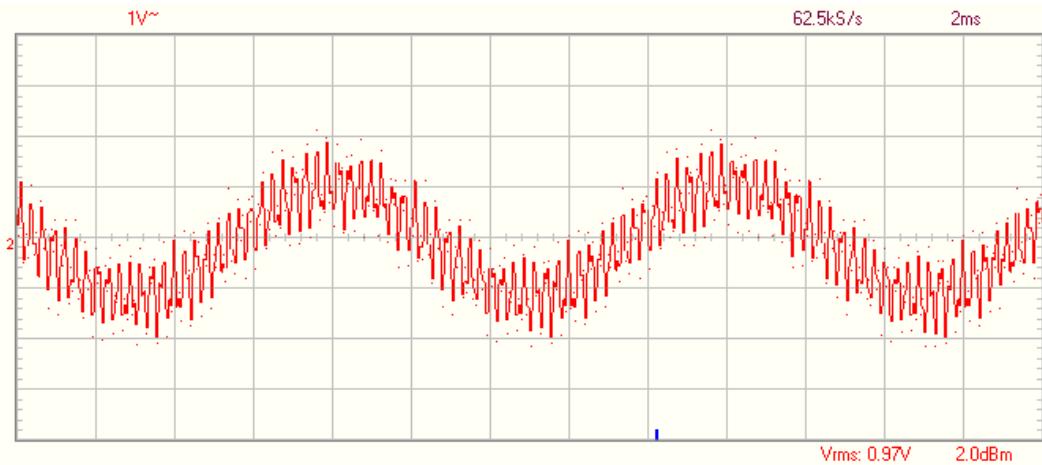


Abbildung 34: Ausgangsspannung ohne Filter

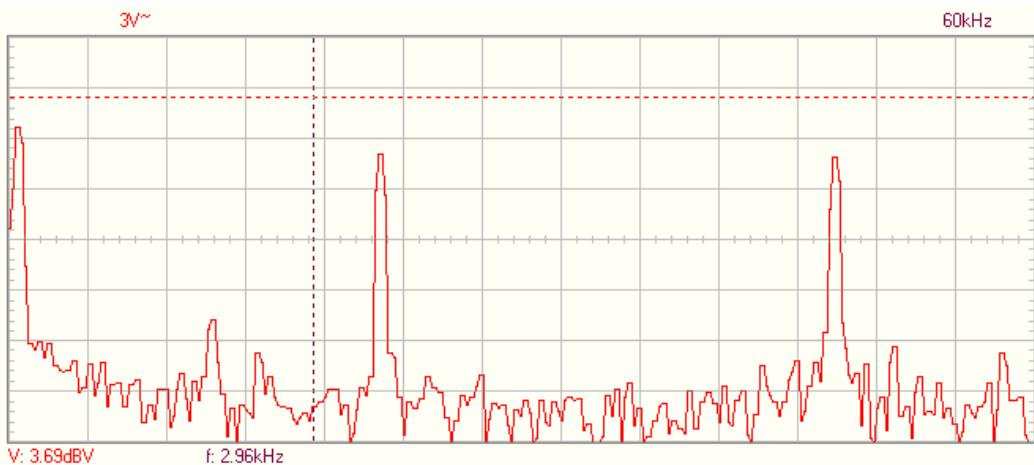


Abbildung 35: Spektrum der Ausgangsspannung ohne Filter

Unter Verwendung eines RC-Hochpassfilters werden alle Komponenten mit niedrigen Frequenzen unterdrückt. Da das ursprüngliche Signal tieffrequente Komponenten enthält, kann das Herausfiltern dieser Komponenten das Signal verzerrten, weshalb die Amplitude des 4 kHz Signals auch teilweise gedämpft wird.

Im Gegensatz dazu werden die niedrigen Frequenzanteile vom Signal durch den LC-Tiefpass Filter behalten. Durch das Herausfiltern des niederfrequenten Teils wird die Glattheit der gesamten Wellenform garantiert. Da sich das Zielsignal im unteren Frequenzbereich befindet, bleibt unser Zielsignal sogar intakter. Als Kombination werden zwei Bandpassfilter im Gebrauch gesetzt. Der erste Filter besitzt eine relativ größere Bandbreite, wodurch Störsignale weniger stark unterdrückt werden. Aufgrund des geringeren Widerstands der Serienschaltung hat der zweite Bandpassfilter einen deutlich geringeren Frequenzbereich, um Störungen bestmöglich herauszufiltern.

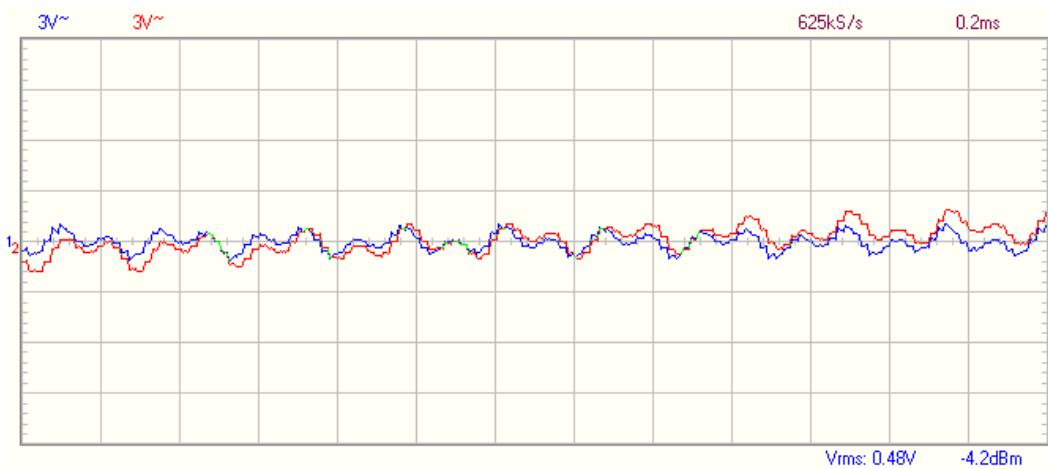


Abbildung 36: Ausgangsspannung mit RC-Hochpassfilter

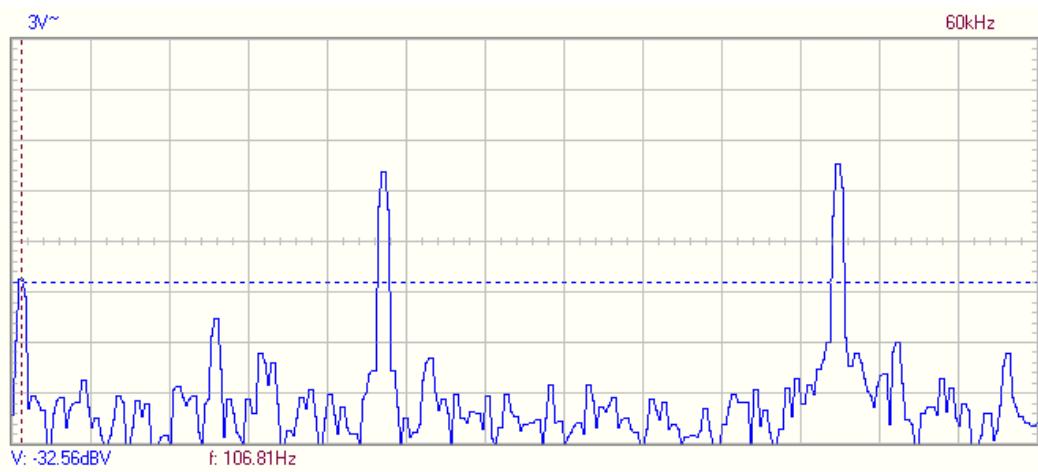


Abbildung 37: Spektrum der Ausgangsspannung mit RC-Hochpassfilter

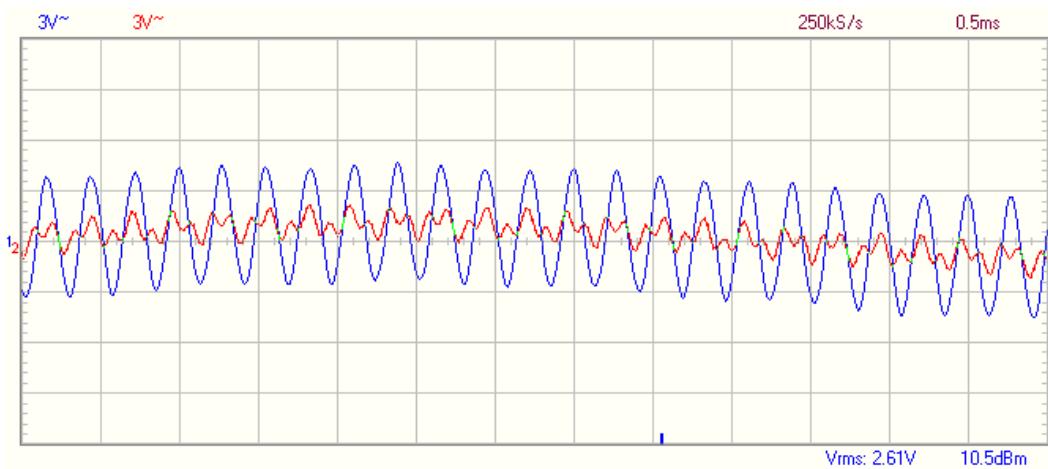


Abbildung 38: Ausgangsspannung mit LC-Tiefpassfilter



Abbildung 39: Spektrum der Ausgangsspannung mit LC-Tiefpassfilter

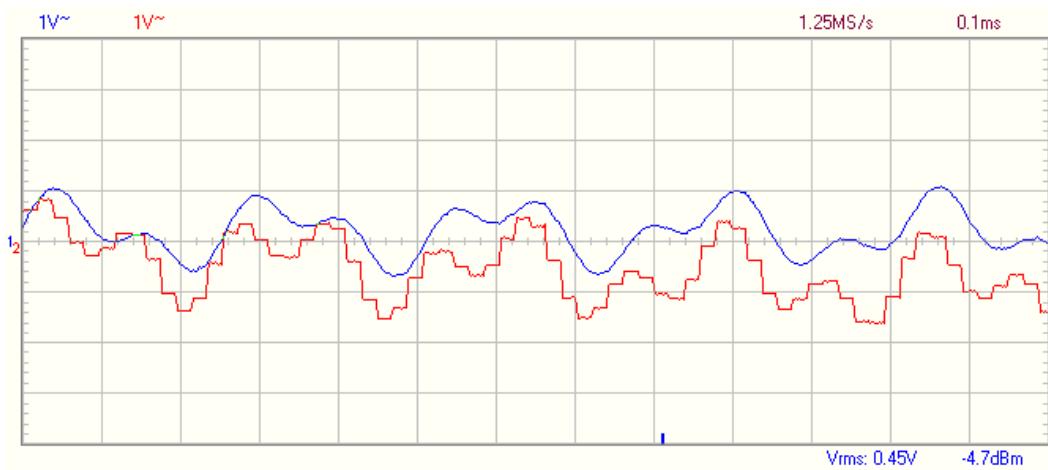


Abbildung 40: Ausgangsspannung mit dem 1. Bandpassfilter

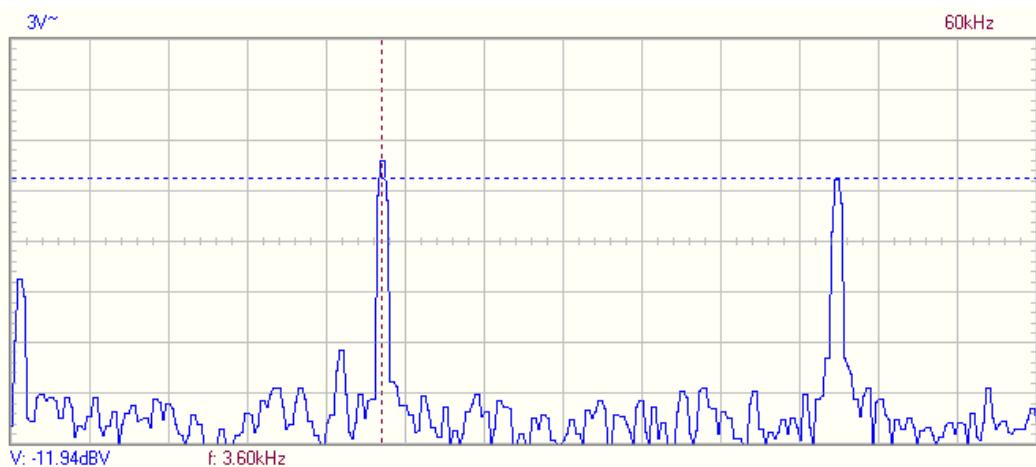


Abbildung 41: Spektrum der Ausgangsspannung mit dem 1. Bandpassfilter



Abbildung 42: Ausgangsspannung mit dem 2. Bandpassfilter

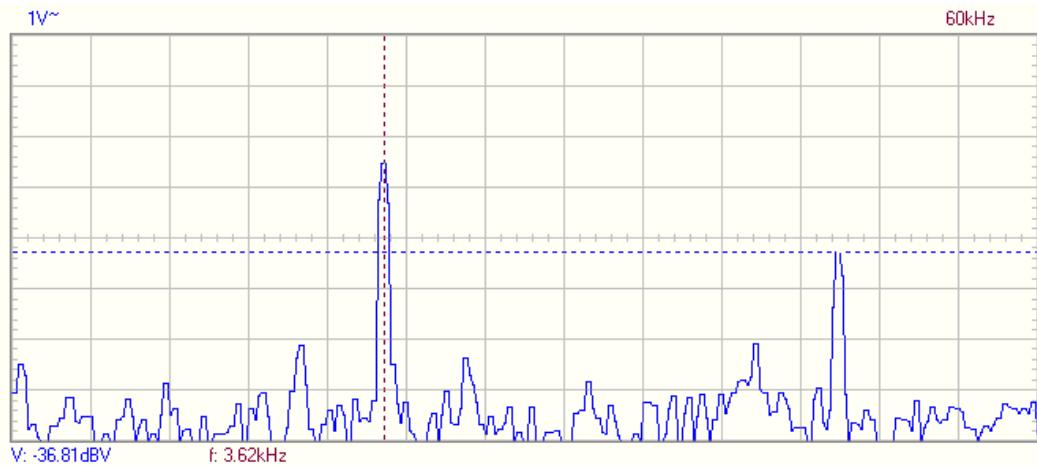


Abbildung 43: Spektrum der Ausgangsspannung mit dem 2. Bandpassfilter

Schaltungen	Frequenzanteile [dB]
keine Filter	-1.62 (106.81Hz), -7.25 (3.62kHz), -8.19 (8kHz)
RC-Hochpassfilter (C=47nF, R=1kO)	-32.56 (106.81Hz), -10.69 (3.62kHz), -9.12 (8kHz)
LC-Tiefpassfilter (C=47nF, L1)	-2.25 (106.81Hz), 8.06 (3.62kHz), -18.19 (8kHz)
Bandpassfilter 1 (C=47nF, R=1kO, L1)	-31.94 (106.81Hz), -8.50 (3.62kHz), -11.94 (8kHz)
Bandpassfilter 2 (C=47nF, R=47O, L1)	-58.69 (106.81Hz), -19.31 (3.62kHz), -36.81 (8kHz)

Tabelle 5: Frequenzanteile unter Verwendung verschiedenen Filtern

### 3.8 Aufbau des AM-Empfängers

Es wurde ein einfacher AM-Empfänger aufgebaut nach der Abbildung 12, unglücklich konnte der Signal-Verstärker nicht arbeiten, weshalb eine Vergrößerung der Signale nicht möglich ist.

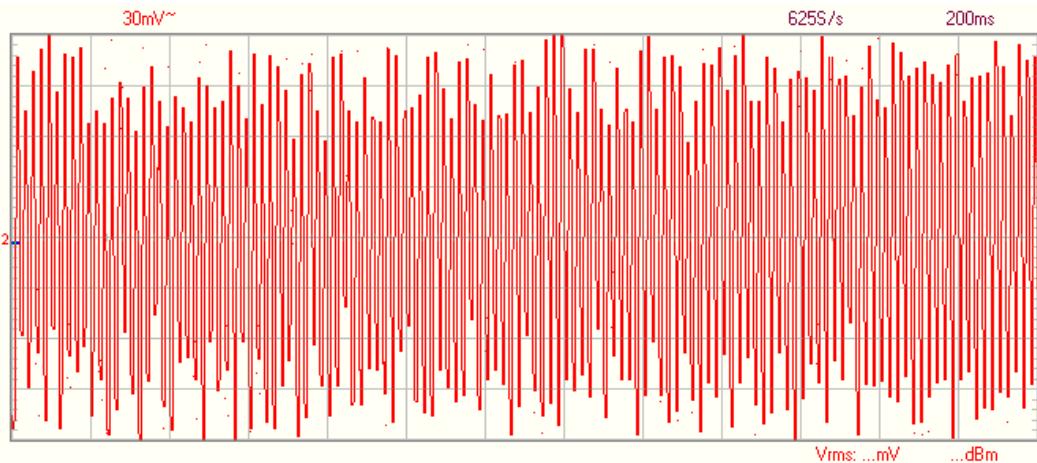


Abbildung 44: Spektrum (nicht eingestellt) des AM-Radioempfängers

## 4 Diskussion und Zusammenfassung

In diesem Experiment sind zwei Teile durchzuführen: Im ersten Teil werden die Wechselstromeigenschaften von RC-Gliedern und LRC-Schwingkreis experimentell untersucht und charakteristische Größen von RC-Filtern bzw. RLC-Schwingkreisen experimentell verifiziert. In dem zweiten Teil soll man anhand der Charakteristik der Komponente die Funktionsprinzipien von Tiefpass-, Hochpass- sowie Bandpassfilter weiter forschen und aus einem "gestörten Signal" das eigentliche Nutzsignal mit Hilfe von Filterschaltungen extrahieren, um am Ende einen selbstgebaute AM-Radioempfänger zu verwirklichen.

Zunächst erfolgte die Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Gliedes. Hierzu wurden drei RC-Konfigurationen verwendet, um die Halbwertszeit eines Pulses zu messen. Die experimentell bestimmten Werte und die theoretisch erwarteten Werte wurden alle in eine umfassende Tabelle (siehe Tabelle 1) eingetragen, und die jeweiligen Abweichungen befinden sich alle innerhalb von  $3\sigma$  und ist somit nicht signifikant. Prinzipiell ist aber auch ein statistischer Fehler nicht ausgeschlossen - Es mussten noch mehr Konfigurationen vermessen werden, um festzustellen.

Anschließend wurde das RC-Glied als Integrator und als Differentiator eingesetzt. Hierbei nahm das Ausgangssignal meistens den erwarteten Verlauf an. Kleine Abweichung lässt sich dadurch erklären, dass vermutlich die Bedingung  $\tau \gg T$  oder  $\tau \ll T$  nicht perfekt gewährleistet wird, sodass das gemessene Signal eher einem Verlauf wie  $\tau^2$  und nicht wie  $\tau^4$  ähnelte. Für dieses Signal hätte beispielsweise ein höherer Widerstand gewählt werden müssen, um die geforderte Bedingung zu erfüllen. Aber sonst nimmt man schnell wahr, dass die Ausgangsspannung ungefähr die Gestaltung von der Differentiation oder Integration der Eingangsspannung erfüllt, wie in (1.5) erwartet wird.

Danach sollten der Frequenz- und Phasengang eines RC-Gliedes genauer untersucht werden. Dabei wurde theoretisch die Grenzfrequenz des Tiefpasses (Spannung über den Kondensator abgegriffen) und des Hochpasses (Spannung über dem Widerstand abgegriffen) experimentell bestimmt. Dies erfolgte durch graphische Analyse, indem man den Schnittpunkt von zwei linearen Anteilen betrachtet. Die experimentelle Bestimmung der Grenzfrequenz beim Hochpass erfolgte durch das Ablesen der Frequenz, bei der die Phasenverschiebung  $\frac{\pi}{4}$  beträgt. Alle resultierenden Ergebnisse haben eine nicht signifikante Abweichung voneinander. Auffällig ist aber die äußerst knappe Übereinstimmung der Ergebnisse für die Grenzfrequenz aus Phasengang und Frequenzgang. Die Fehlerbereiche überschneiden sich nur an ihren Rändern. Möglicherweise wurden hier die Fehlerbereiche unterschätzt, da die Werte prinzipiell nur sehr ungenau abgelesen werden konnten. Denn wenn wir die Güte der Arcustangens-Fitfunktion berechnen<sup>19</sup>, ergibt sich 2628, was schon sehr stark von 1 abweicht. Dies liegt daran, dass die Phase-Verschiebung bei hohen Frequenz-Intervall extrem klein ist, und daher sehr sensitiv gegen Daten-Fluktuationen verhält, wenn man nicht das richtige Zoom wählt.

Im 4. Versuchsteil wurde der Frequenzgang eines Serienschwingkreises untersucht und separat in Abbildung 28 dargestellt. Aus der Resonanzfrequenz des Widerstands wurde zunächst die Induktivität L1 der verwendeten Spule bestimmt, dann mit der Bandbreite der Gesamtwiderstand und der Verlustwiderstand des Schwingkreises unter Verwendung der berechneten Induktivität ermittelt. Es ist jedoch zu beachten, dass aufgrund der extrem hohen relativen Fehler von bis zu 700% eine geringe Sigma-Abweichung nicht das entscheidendste Kriterium für die Bewertung dieser Messung ist. Die hohen Fehler des Verlustwiderstands sind auf die große Unsicherheit im Widerstand R von 10% zurückzuführen.

Zwar sind die Spannungen für höhere Widerstände im erweiterten Frequenzband höher, doch das ausgeprägtere Resonanzverhalten bei geringeren Widerständen ist deutlich erkennbar. Die Werte der Resonanzfrequenzen und Bandbreiten sind plausibel: Die Resonanzfrequenz bleibt über verschiedene Widerstände hinweg sehr ähnlich, jedoch nimmt die Bandbreite mit zunehmendem Widerstand stark zu.

Bei der Bestimmung des Verlustwiderstandes fällt die enorme Abweichung der Ergebnisse der beiden Methoden sofort auf. Bei der Methode über die Bandbreite sind die Fehler extrem groß, sogar dreimal so groß wie der Wert selbst. Die Ergebnisse der Methode über das Verhältnis der effektiven Spannungen hingegen weisen deutlich kleinere Fehler auf, die mit dem verwendeten ohmschen Widerstand abnehmen. Die Abweichungen bei der Bandbreitenmethode könnten auf die systematisch falsche Annahme zurückzuführen sein, dass die Verluste ausschließlich in der Spule auftreten. Auch die ungenaue grafische Bestimmung der Bandbreiten könnte die großen Fehler erklären. Zusätzlich tragen die großen Fehler teilweise dazu bei, dass sich der bereits große Fehler der ohmschen Widerstände im Verhältnis zur Verlustspannung bei der Subtraktion vom Gesamtwiderstand fortpflanzt.

---

<sup>19</sup>Python Code 2

Eine andere Möglichkeit lässt sich auf die stark variierende Eingangsspannung zurückführen. Bei Auswertung wird einfach die Standard-Spannung 2dBV eingesetzt, was in der Realität aber nicht so vernünftig erscheint, da die effektive Spannung sich besonders stark im hochfrequenten Bereich und bei niedrigen Widerständen verändert. Um solche statistische Zufälligkeit zu lösen, sollte man für eine Konfiguration tatsächlich mehr Messreihe durchführen, was aber zeitlich nicht realisiert ist.

Wird jeweils die Spannung an dem Widerstand, dem Kondensator und der Spule von einer Serien-Schwingkreis abgegriffen, so wird eine Resonanzüberhöhung wahrgenommen, während bei einem parallelen Schwingkreis die Situation umgekehrt. Mit der Trigger-Funktion kann man die Resonanzfrequenz experimentell bestimmen, und mit dem theoretischen Wert vergleichen. Alle Fehlerabweichungen der Resonanzfrequenz sind nicht signifikant sodass wiedermal Theorie und Beobachtung im Einklang zu sein scheinen. Das Frequenzverhalten des Schwingkreises wurde mit der Circuit-analyser Funktion des Oszilloskops aufgezeichnet und es gilt  $f_C < f_R < f_L$ .

Beachtenswert ist jedoch, dass die Fehler der theoretischen Erwartungen wesentlich größer sind als die geschätzten Fehler der Messungen. Dies könnte daran liegen, dass der längere und an mehreren Stellen fehlerbehaftete Rechenweg für die theoretischen Werte verwendet wurde. Es ist jedoch auch möglich, dass die Messfehler noch etwas überschätzt werden könnten. Außerdem ist der gemessene Wert  $\omega_{sperr}$  im Bandpassfilter von  $(3890 \pm 20) \text{ Hz}$  im Vergleich zur theoretischen Erwartung von  $(3926 \pm 490) \text{ Hz}$  konsistent. Die Werte liegen innerhalb ihrer Fehlerbereiche und zeigen eine relative Abweichung von  $0.07\sigma$ , die im Rahmen der Genauigkeiten der Messung am Serienschwingkreis liegt.

Im 6. Teil der Aufgabe wurde ein ungetriebener gedämpfter Schwingkreis betrachtet. Aus der scheinbar konstanten Periodendauer konnte ein weiterer Wert für die Induktivität L1 bestimmt werden:  $L = (0.035 \pm 0.004) \text{ H}$ , die weniger als  $0.22\sigma$  von den Werten in Aufgabe 4 abweicht somit der Fehler nicht signifikant ist, was gerade angesichts des geringen relativen Fehlers ein respektables Ergebnis darstellt. Außerdem wurde das logarithmische Dekrement und daraus die Dämpfungskonstante bestimmt. Für die Dämpfungskonstante ergibt sich im Mittel der Wert  $\sigma_{exp} = (1290 \pm 466) \text{ 1/s}$ . Das wichtige Ergebnis der Dämpfungskonstante kann verwendet werden, um den Gesamtwiderstand des Schwingkreises zu ermitteln. Der ermittelte Wert des Gesamtwiderstands stimmt, wie bereits erwähnt, exzellent mit dem in Aufgabe 4 ermittelten Widerstand überein (aber nur mit dem experimentellen Wert). Die Abweichung zwischen den beiden beträgt nur  $1.01\sigma$ .

Deswegen kann man sagen, dass die zweite Methode (Verhältnis-Methode) tatsächlich fehlerhaft sein könnte, was auch die große Abweichung zwischen der Bandbreitenmethode und der Verhältnis-Methode bestätigt. Um die Verhältnis-Methode dementsprechend zu optimieren, muss man sowohl alle möglichen Verlustwiderständen beachten, als auch mehr Messreihe einsetzen, damit die statistische Ungenauigkeit bei Auswer-

tung nicht so eine große Rolle spielt.

In den letzten zwei Aufgaben handelt es sich um die praktischen Anwendungen von Schwingkreisen, wobei die Filterung von Signalen ermöglicht wird. Beim  $1\text{k}\Omega$ -Bandpassfilter ist das Eingangssignal deutlich höher, jedoch bleibt das Ausgangssignal im Vergleich zum  $47\Omega$ -Bandpassfilter unverändert. In Bezug auf ihre Filterqualität zeigen die beiden Filter deutliche Unterschiede: Der  $47\Omega$ -Bandpassfilter erzeugt ein weniger glattes und regelmäßiges Ausgangssignal im Vergleich zur hömherohmigen Konfiguration, was für die Isolierung der gesuchten Sinusfrequenz bevorzugt wird. Die Spektrogramme verdeutlichen diesen Unterschied klar: Bei der  $47\Omega$ -Variante sind bis auf die beiden Peaks alle anderen Frequenzwerte wesentlich niedriger, was darauf hindeutet, dass das Signal weniger durch Störfrequenzen kontaminiert ist. Wie schon in (3.7) diskutiert wurde, findet man alle Ergebnisse in Tabelle 5, wo die verwendeten Arten der Filter sowie deren Wirkungen auf dem Spektrum protokolliert werden.

Alles in allem war das ganze Versuch ganz erfolgreich. Als das letzte PAP Versuch würde ich mich herzlich bei solcher Möglichkeit bedanken und freue mich darüber, dass ich Universität Heidelberg als mein Bachelor-Studium gewählt habe, sodass ich immer praktische Erfahrungen sammeln, mich mit den Vorgehensweisen der Experiments immer vertrauter machen und Theorie mit dem Experiment kombinieren kann. Am Ende klappt es bei uns, dass wir dieses Doppel-Versuch wirklich innerhalb von 3 Studen kriegen. In Zukunft werde ich mich weiter mit dem Fortgeschrittenen Praktikum beschäftigen und nach der Selbst-Ausbildung streben!

## 5 Anhang

# Python Code 241

July 2, 2024

## 0.0.1 PAP 2.2 Versuch 241: Wechselstromeigenschaften von RLC-Gliedern

Yuting Shi

Python Code 1: Frequenz und Phasengang eines RC Glieds

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

[2]: #Tiefpass
f, U, dBv=np.loadtxt('C:\\\\Users\\\\shiy0\\\\OneDrive\\\\Dokumente\\\\PAP 2.2\\\\Versuch_241\\\\Versuch 241 Shi\\\\Aufgabe 3\\\\47nF 1k0 tief.txt', unpack=True, skiprows=1)
plt.loglog(f,U,label='Frequenzgang')
plt.xlabel('Frequenz f [kHz]')
plt.ylabel('U [dBV]')
plt.title('Frequenzgang eines Tiefilters')

def gerade(x, a, b):
    return a * x + b

#Lineare Anpassung für große Frequenzen
popt_high, pcov_high = curve_fit(gerade, np.log(f[-20:]), np.log(U[-20:]))
#Lineare Anpassung für kleine Frequenzen
popt_low, pcov_low = curve_fit(gerade, np.log(f[:20]), np.log(U[:20]))

#Extrapolation
x_range = np.logspace(np.log10(f.min()), np.log10(f.max()), 100)

plt.plot(x_range, np.exp(gerade(np.log(x_range), *popt_high)), color='red', label='linearer Anteil (große Frequenzen)')
plt.plot(x_range, np.exp(gerade(np.log(x_range), *popt_low)), color='orange', label='linearer Anteil (kleine Frequenzen)')

# Schnittpunkt der Extrapolationen bestimmen (Grenzfrequenz)
def schnitt(popt1, popt2):
    return np.exp((popt2[1] - popt1[1]) / (popt1[0] - popt2[0]))

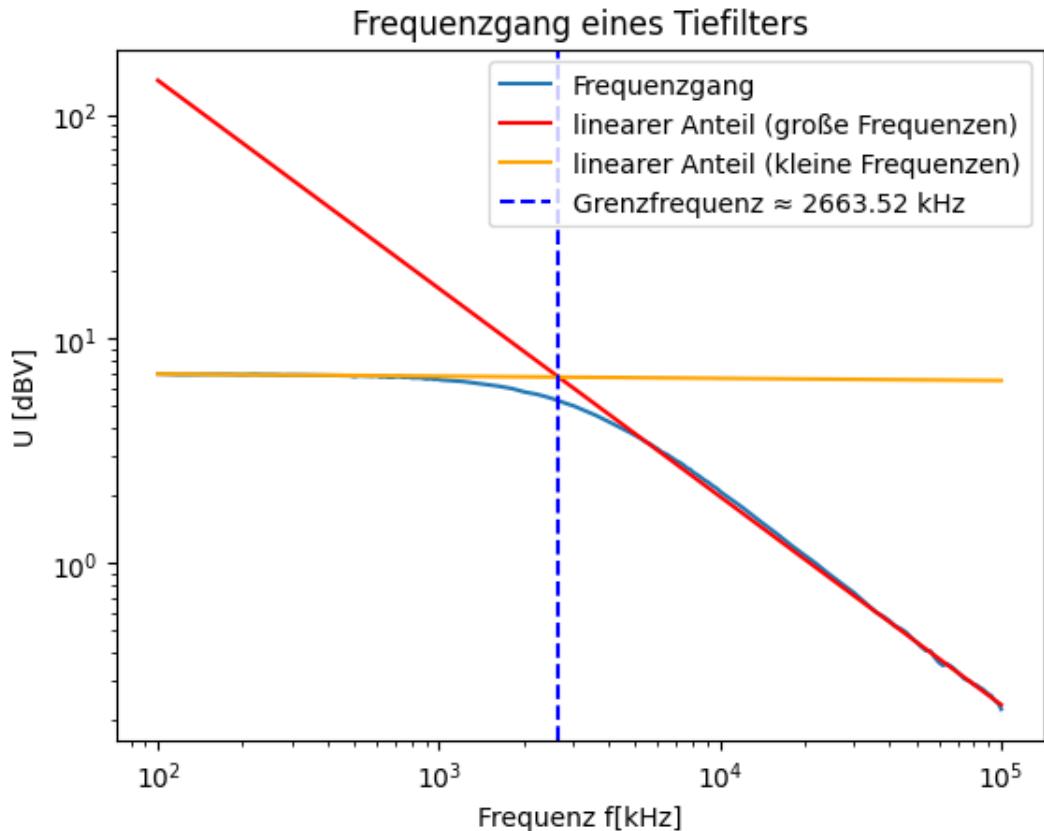
fg = schnitt(popt_high, popt_low)
```

```

plt.axvline(fg, color='blue', linestyle='--', label=f'Grenzfrequenz {fg:.2f} kHz')
plt.legend()

```

[2]: <matplotlib.legend.Legend at 0x1be7514ab10>



[3]:

```

#Hochpass
f, U, dBv=np.loadtxt('C:\\\\Users\\\\shiy0\\\\OneDrive\\\\Dokumente\\\\PAP 2.2\\\\Versuch_241\\\\Versuch 241 Shi\\\\Aufgabe 3\\\\hoch.txt', unpack=True, skiprows=1)
plt.loglog(f,U,label='Frequenzgang')
plt.xlabel('Frequenz f [kHz]')
plt.ylabel('U [dBV]')
plt.title('Frequenzgang eines Hochpassfilter')

#Lineare Anpassung für große Frequenzen
popt_high, pcov_high = curve_fit(gerade, np.log(f[-20:]), np.log(U[-20:]))
#Lineare Anpassung für kleine Frequenzen
popt_low, pcov_low = curve_fit(gerade, np.log(f[:20]), np.log(U[:20]))

```

```

#Extrapolation
x_range = np.logspace(np.log10(f.min()), np.log10(f.max()), 100)

plt.plot(x_range, np.exp(gerade(np.log(x_range), *popt_high)), color='red',  

         label='linearer Anteil (große Frequenzen)')
plt.plot(x_range, np.exp(gerade(np.log(x_range), *popt_low)), color='orange',  

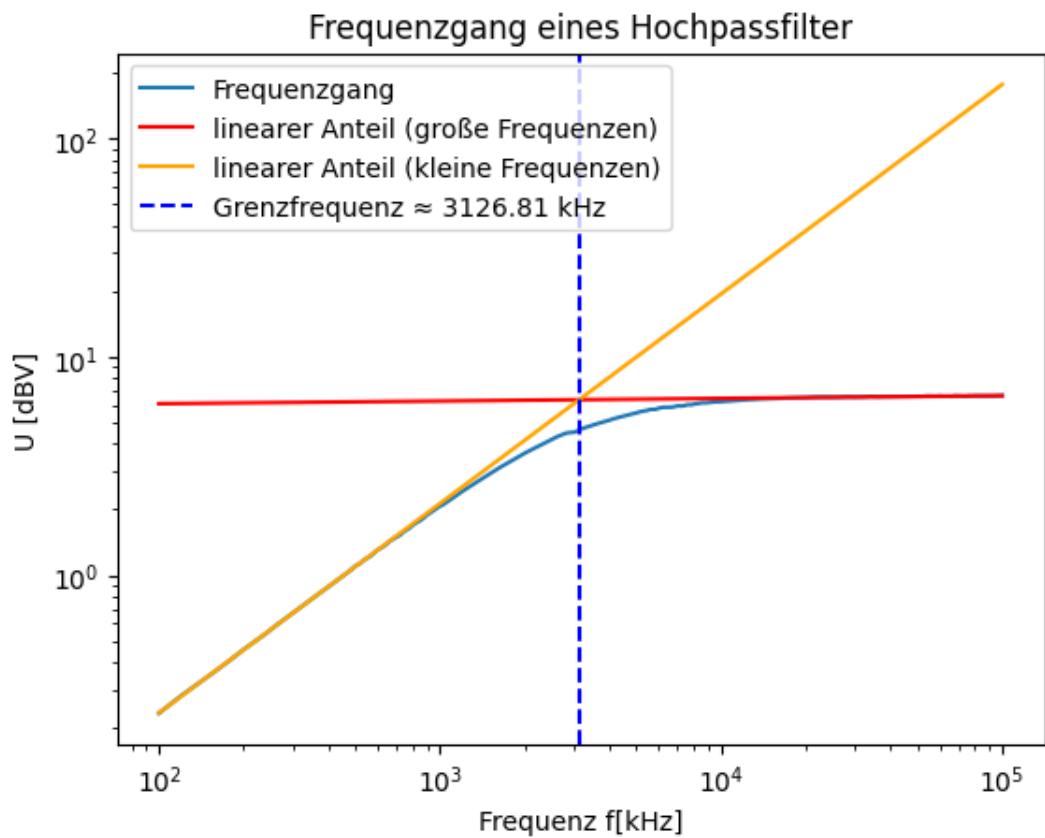
         label='linearer Anteil (kleine Frequenzen)')

# Schnittpunkt der Extrapolationen bestimmen (Grenzfrequenz)
fg = schnitt(popt_high, popt_low)
plt.axvline(fg, color='blue', linestyle='--', label=f'Grenzfrequenz {fg:.2f} kHz')

plt.legend()

```

[3]: <matplotlib.legend.Legend at 0x1be7a6e2270>



```

[4]: v=np.array([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]) #kHz
      t=np.array([200,90,48,29,18,12.4,10,6.8,4.8,4.2]) #us
      phi=t*10**-6*v*360*1000
      dphi=360*10**-7*v*1000
      plt.errorbar(v,phi, dphi, fmt='None', ecolor='r', capsizes=3, marker='s', mew=1, mec='black', mfc='black', ms=12, label='Daten mit Fehlern')

      def arc(x,A,b,h):
          return A*np.arctan(x*b)+h
      popt,pcov=curve_fit(arc,v,phi,sigma=dphi)
      plt.plot(v,arc(v,*popt),label='Fit')

      plt.xlabel('Frequenz f [kHz]')
      plt.ylabel('Phase $\phi[$^\circ$]')
      plt.title('Phasenverschiebung durch den Hochpass')

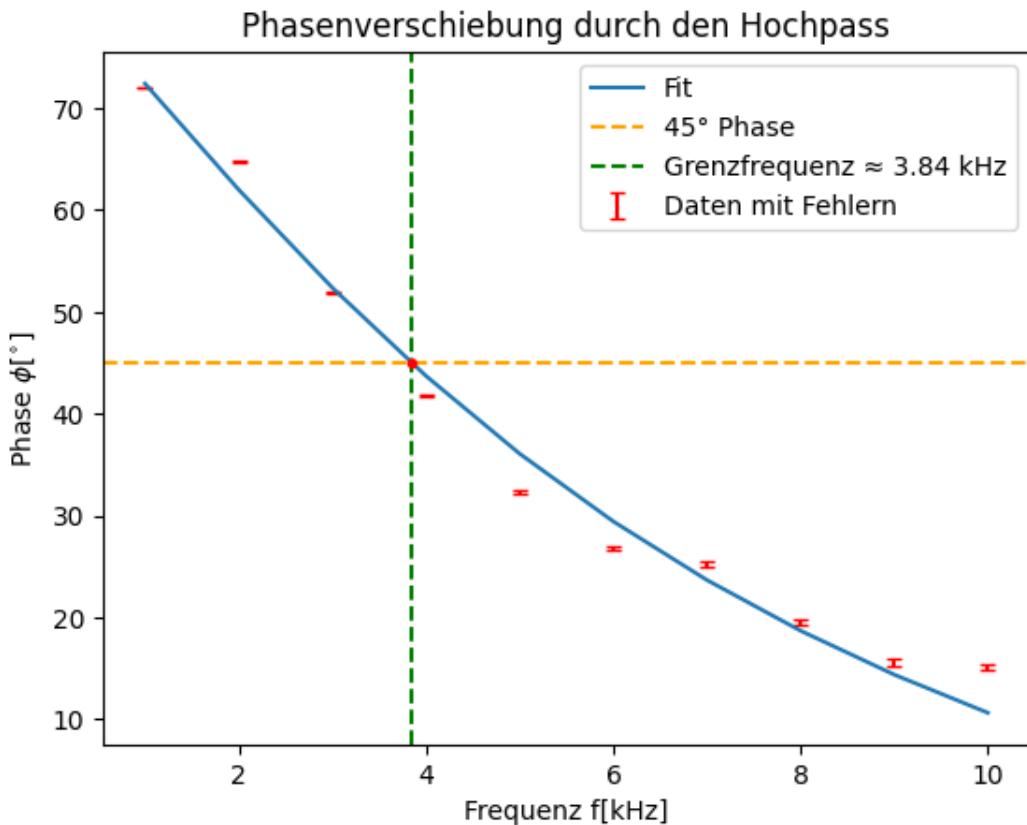
      # Grenzfrequenz bei 45°
      def find_frequency_for_phase(popt, phase):
          A, b, h = popt
          return np.tan((phase - h) / A) / b

      phase = 45
      fg = find_frequency_for_phase(popt, phase)
      plt.axhline(phase, color='orange', linestyle='--', label=f'{phase}° Phase')
      plt.axvline(fg, color='green', linestyle='--', label=f'Grenzfrequenz {fg:.2f} kHz')
      plt.plot(fg, phase, 'ro', markersize=3) # Markierung des Punktes

      plt.legend()

```

[4]: <matplotlib.legend.Legend at 0x1be56eb46e0>



Python Code 2: Fit-Genauigkeit sowie Fit-Wahrscheinlichkeit

```
[6]: from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.stats import chi2

# Chi-Quadrat Berechnung
residuals = phi - arc(v, *popt)
chi_squared = np.sum((residuals / dphi) ** 2)
dof = len(v) - len(popt) # Freiheitsgrade
p = 1 - chi2.cdf(chi_squared, dof)

print(f"Chi-Quadrat: {chi_squared:.2f}")
print(f"Freiheitsgrade: {dof}")
print(f"Fitwahrscheinlichkeit (p-Wert): {p:.4f}")
```

Chi-Quadrat: 2627.78  
 Freiheitsgrade: 7  
 Fitwahrscheinlichkeit (p-Wert): 0.0000

## **6 Quelle**

- Wagner, J. (April 2022). Physikalisches Praktikum PAP 2.2 für Studierende der Physik [Praktikumsanleitung]. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Abgerufen am 05. April 2024, von [https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/2\\_2\\_2022.pdf](https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/2_2_2022.pdf)