

Physikalisches Anfängerpraktikum II

Sommersemester 2023

Versuch 211

Tutor: Hannah Todte

Gekoppelte Pendel**1 Einleiung¹****1.1 Ziel des Versuchs**

In diesem Versuch sollen wir die elementaren Eigenschaften und den Einfluss der Kopplungsstärke auf die Eigenfrequenzen gekoppelter Oszillatoren untersuchen , indem wir die Frequenzen der symmetrischen und der antisymmetrischen Eigenschwingungen von zwei gekoppelten, gleichartigen Messingpendeln bei drei verschiedenen starken Kopplungen bestimmen. Außerdem sollen die Schwebungen für die gleichen Kopplungen erzeugt sowie die Frequenz der Pendel und der Schwebung ermittelt werden.



Abbildung 1: Versuchsaufbau

1.2 Gekoppeltes Pendelsystem

Ähnlich wie bei der Bewegungsgleichung eines einzelnen Pendels mit dem Trägheitsmoment J , der Pendellänge L , der Masse m und dem Direktionsmoment $D = mgL$ für kleine Winkel ϕ :

¹Dr. J.Wagner - Physikalisches Anfängerpraktikum - V. 2.0β Stand 04/2023 - Python Edition

$$J\ddot{\phi} + D\phi = 0 \quad (1)$$

mit der Eigenfrequenz in Lösung $\omega = \sqrt{D/L} = \sqrt{g/L}$ wollen wir den Fall zweier gekoppelter Pendel durch die Feder mit Länge l , Federkonstante D_F und Direktionsmoment $D' = D_F l^2$ betrachten. Dabei sollen zusätzliche Drehmomente $M_1 = D'(\phi_2 - \phi_1)$ für das 1. Pendel und $M_2 = D'(\phi_1 - \phi_2)$ für das 2. berücksichtigt werden:

$$J\ddot{\phi}_1 = -D\phi_1 + D'(\phi_2 - \phi_1) \quad (2)$$

$$J\ddot{\phi}_2 = -D\phi_2 + D'(\phi_1 - \phi_2) \quad (3)$$

Mit Substitution kriegen wir mit $u = \phi_1 + \phi_2$ und $v = \phi_1 - \phi_2$:

$$J\ddot{u} + Du = 0 \quad J\ddot{v} + (D + 2D')v = 0 \quad (4)$$

$$(5)$$

Durch Lösen der DGLs und erneuter Substitution erhält man die allgemeine Lösung für die Auslenkungswinkel:

$$\phi_1(t) = \frac{1}{2}(A_1 \cos(\omega_1 t) + B_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) + B_2 \sin(\omega_2 t)) \quad (6)$$

$$\phi_2(t) = \frac{1}{2}(A_1 \cos(\omega_1 t) + B_1 \sin(\omega_1 t) - A_2 \cos(\omega_2 t) + B_2 \sin(\omega_2 t)) \quad (7)$$

für die Kreisfrequenz gilt hierbei:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{J}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{D + 2D'}{J}} \quad (8)$$

Die Stärke der Kopplung wird über den Kopplungsgrad κ ausgedrückt. Für diesen ergibt sich aus den beiden vorherigen Gleichungen:

$$\kappa = \frac{D'}{D + D'} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \quad (9)$$

Nun werden wir uns mit 3 Spezialfällen beschäftigen:

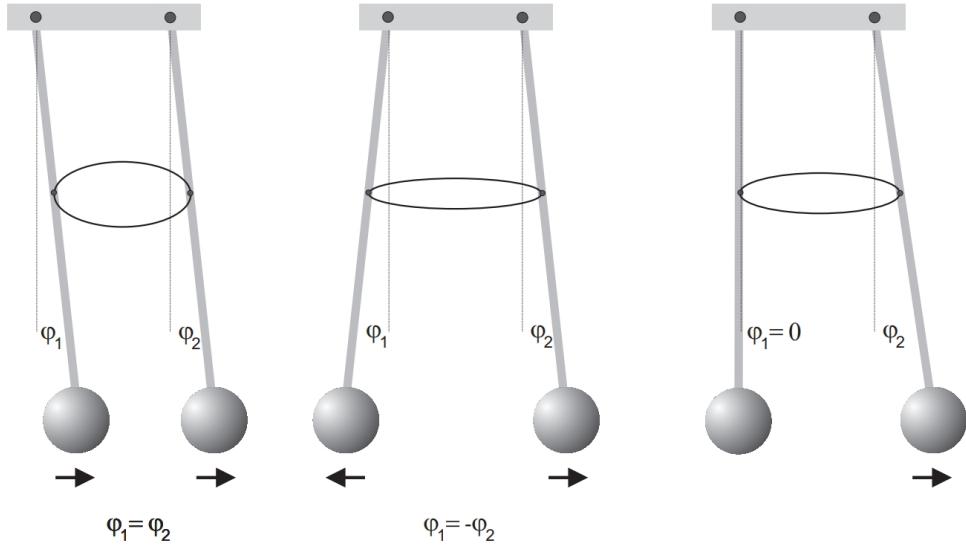


Abbildung 2: Links nach rechts: Symmetrische, Asymmetrische Schwingung, Schwingungsschwingung

- Symmetrische Schwingung

Für eine symmetrische Schwingung gelten die Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) = \phi_0 \quad \dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0 \quad (10)$$

Setzen wir diese Bedingungen in die Lösung und wir bekommen die Koeffizienten $A_1 = 2\phi_0$, $A_2 = B_1 = B_2 = 0$. Somit lautet die Lösung speziell:

$$\phi_1(t) = \phi_2(t) = \phi_0 \cos(\omega_1 t) \quad (11)$$

Hierraus kann man sehen, das beide Pendel phasengleich schwingen und, da ω_1 nicht von D' abhängt, so schwingen, als wären sie ungekoppelt.

- Asymmetrische Schwingung

Für eine asymmetrische Schwingung gelten die Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) = \phi_0 \quad \dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0 \quad (12)$$

Setzen wir diese Bedingungen in die Lösung und wir bekommen die Koeffizienten $A_1 = 2\phi_0$, $A_2 = B_1 = B_2 = 0$. Somit lautet die Lösung speziell:

$$\phi_1(t) = \phi_2(t) = \phi_0 \cos(\omega_2 t) \quad (13)$$

Die beiden Pendel schwingen harmonisch, aber allerdings gegenphasig mit der Frequenz ω_2 , welche von den Direktionsmomenten D und D' und der Feder abhängt.

- Schwebungsschwingung

Für eine Schwebungsschwingung gelten die Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(0) = 0 \quad \phi_2(0) = \phi_0 \quad \dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0 \quad (14)$$

Setzen wir diese Bedingungen in die Lösung und wir bekommen die Koeffizienten $A_1 = -A_2 = \phi_0$ und $B_1 = B_2 = 0$. Somit lautet die Lösung speziell:

$$\phi_1(t) = \phi_0 \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right) \quad (15)$$

$$\phi_2(t) = \phi_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right) \quad (16)$$

Bei dieser Schwingungsart überträgt das anfangs ausgelenkte Pendel seine Energie an das andere Pendel, bis es stillsteht und das andere Pendel in voller Schwingung ist. Danach reversiert sich der Vorgang. Die Schwingung kann somit durch die Frequenz $\omega_I = (\omega_1 + \omega_2)/2$ der einzelnen Pendel und der Schwebefrequenz $\omega_{II} = (\omega_2 - \omega_1)/2$ beschrieben werden.

Die Eigenfrequenzen ω_1 und ω_2 erzeugen Normalschwingungen. Ein System mit N gekoppelten Oszillatoren besitzt entsprechend daher N Normalschwingungen. Jede Schwingung eines gekoppelten Oszillatorsystems kann als Linearkombination der Normalschwingungen mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 dargestellt werden, wobei die Schwebungsschwingung diese beiden Frequenzen kombiniert.

1.3 Magnetischer Winkelauflnehmer

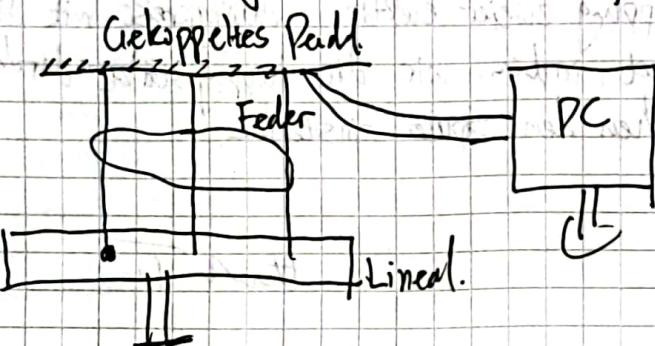
Die Winkelauslenkung beider Pendel wird magnetisch mit Hilfe des Hall-Effektes gemessen, dabei wird genutzt, dass das schwingende Pendel relativ zum raumfesten Magnetfeld eine Hallspannung erzeugt, die proportional zum Sinus des Auslenkwinkels ist.

2 Versuchsdurchführung

Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll siehe folgende Seiten.

Messaufbau:

- zwei Pendel aus Messing ($\rho = 7.5 \text{ g/cm}^3$)
- Kopplungsfeder (Ring aus Federbronzeband)
- fest montierter magnetischer Winkel aufnehmer.

Skizze

Das Programm „Versuch 211“ wird nun gestartet, und Offset-messung durch „Start measurement“ durchgeführt.

1. Schwingungs frequenz der Einzelnen Pendel

Wir messen zuerst ohne Kopplungsfeder für jede einzelne Messingpendel die Schwingungs frequenz. Die Messzeit wird so gewählt, dass mehrere Schwingungsperioden aufgezeichnet werden.

Schwingungsdauer: Linkes Pendel $T_1 =$

Rechtes Pendel $T_2 =$

Die Schwingungs frequenz wird durch FFT bestimmt.

2. Gekoppelte Schwingungen

Unterschiedliche Kopplungsgrade bei 2 Pendeln werden analysiert, um symmetrische (w_1) und antisymmetrische (w_2) Eigenschwingungen zu erforschen. Die Aufhängung der Feder ist für 3 Mod.

Kopplungsgrade wurden markiert:

- (1) weak: $(49.5 \pm 0.7) \text{ cm}$.
- (2) middle: $(39.0 \pm 0.7) \text{ cm}$.
- (3) stark: $(29.3 \pm 0.7) \text{ cm}$.

Die Eigenschwingung ist angeregt, wenn die Amplituden beider Pendel gleichzeitig monoton abnehmen.

3. Schwebungsschwingung

Wir halten eine Pendel in Ruhelage fest und lassen die erst weg, wenn die andere Pendel bei der Maximalauslenkung losgelassen wird.

4. Gekoppelt elektrischer Schwingkreis

Zuletzt wird die Kopplung zweier elektri. Schwingkreise mit Hilfe eines Oszilloskops beobachtet, indem wir die Kopplungsstärke durch Variieren des Abstands zwischen den Spulen einstellen.

Ende Tom

3 Auswertung

Die gesammelten Messwerte werden in ein Schwingungsspektrum umgewandelt, wobei Gauss'sche Kurven an den entsprechenden Maxima erstellt werden, um deren Lage und Standardabweichung abzuschätzen. Es wurde zuerst die Bewegung für jedes einzelne Messingpendel ohne Koppelfeder beobachtet und dann die Messung für die symmetrische Schwingung, asymmetrische Schwingung sowie Schwebungsschwingung mit unterschiedlichem Kopplungsfaktor durchgeführt:

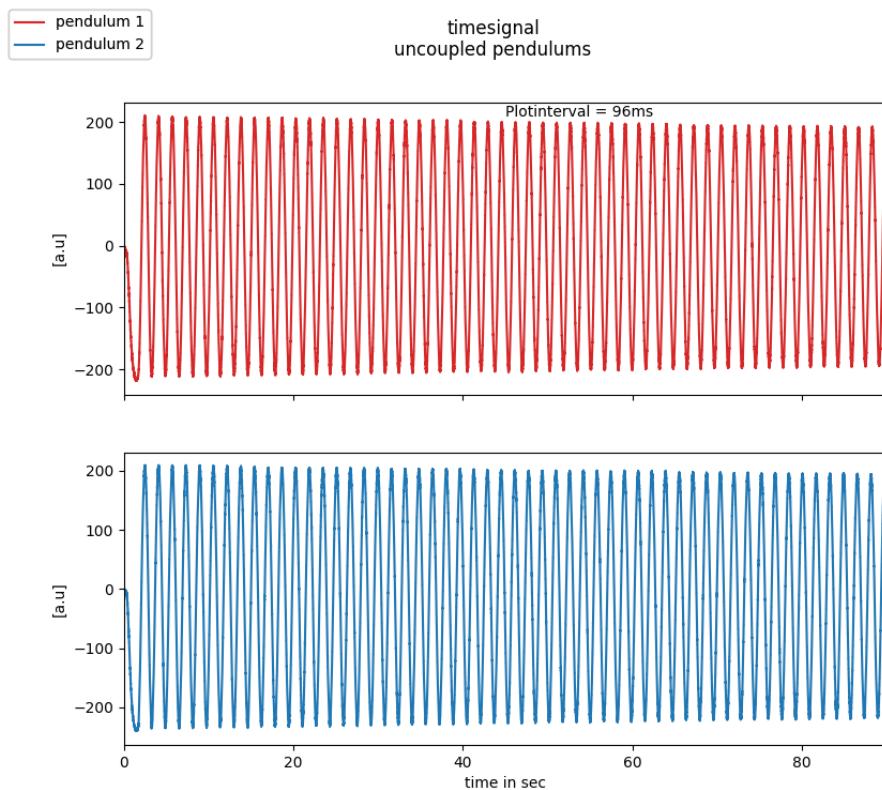


Abbildung 3: Bewegung der ungekoppelten Pendel

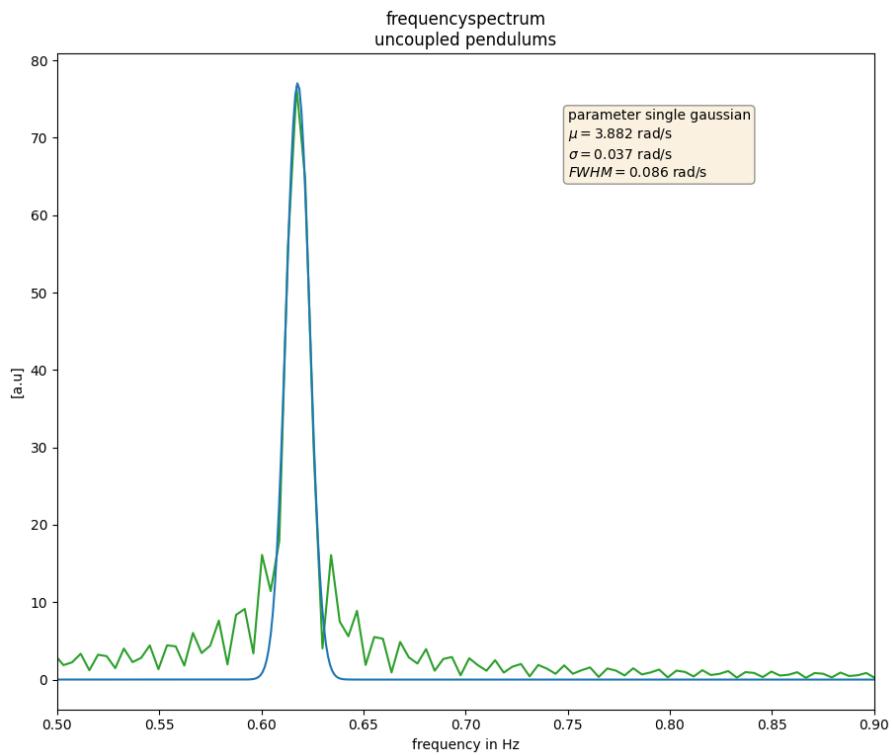


Abbildung 4: Frequenzspektrum der ungekoppelten Pendel

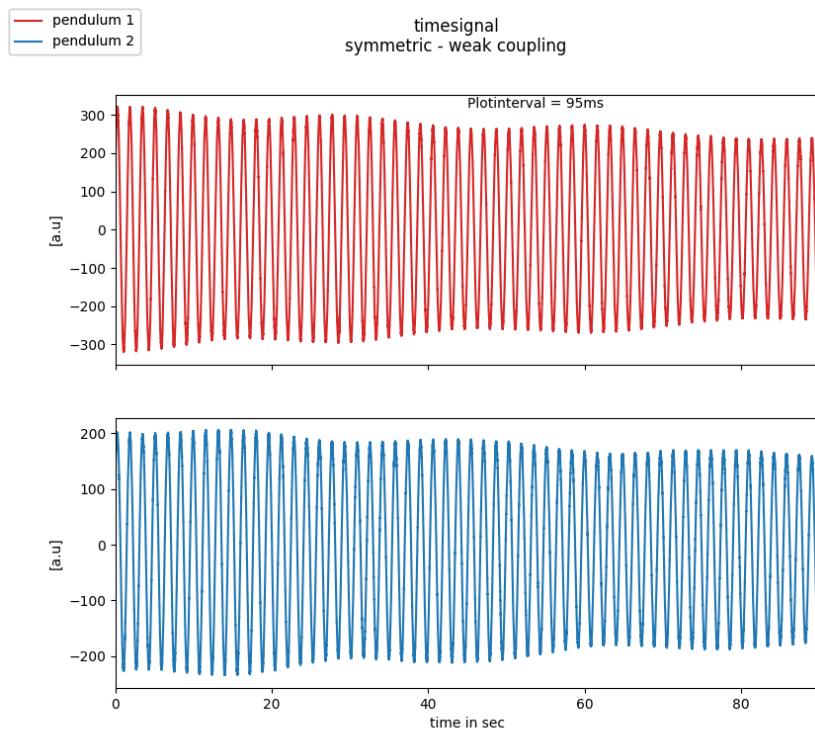


Abbildung 5: Symmetrische Schwingung mit schwacher Kopplung

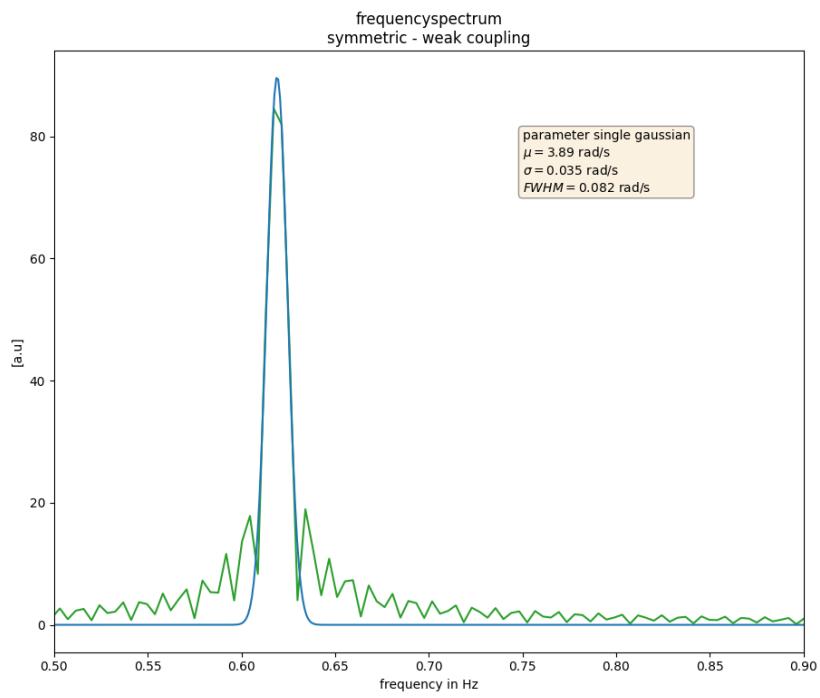


Abbildung 6: Frequenzspektrum der symmetrischen Schwingung mit der schwachen Kopplung (bei hohem Federabstand zur Pendelachse)

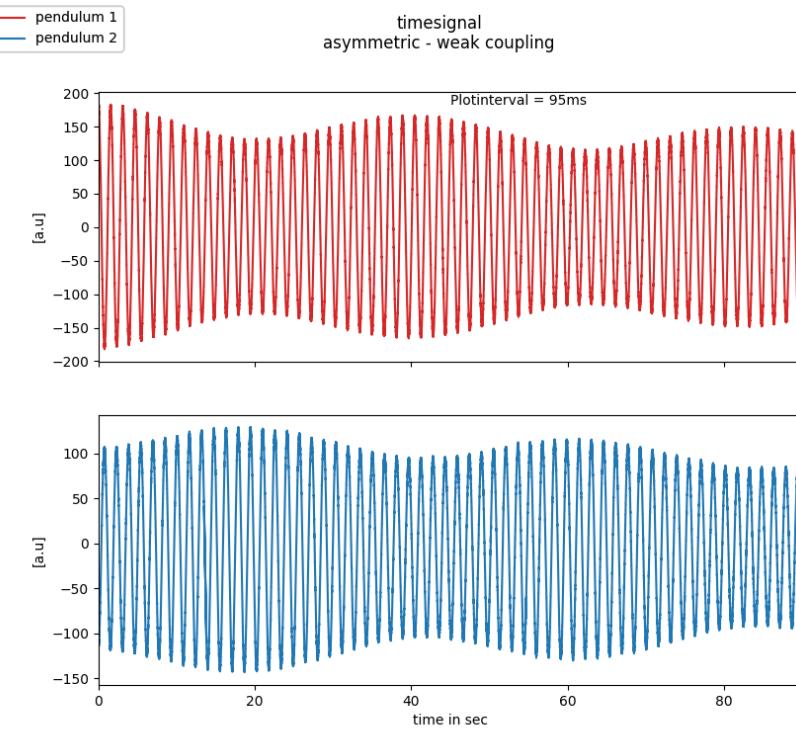


Abbildung 7: Asymmetrische Schwingung mit schwacher Kopplung

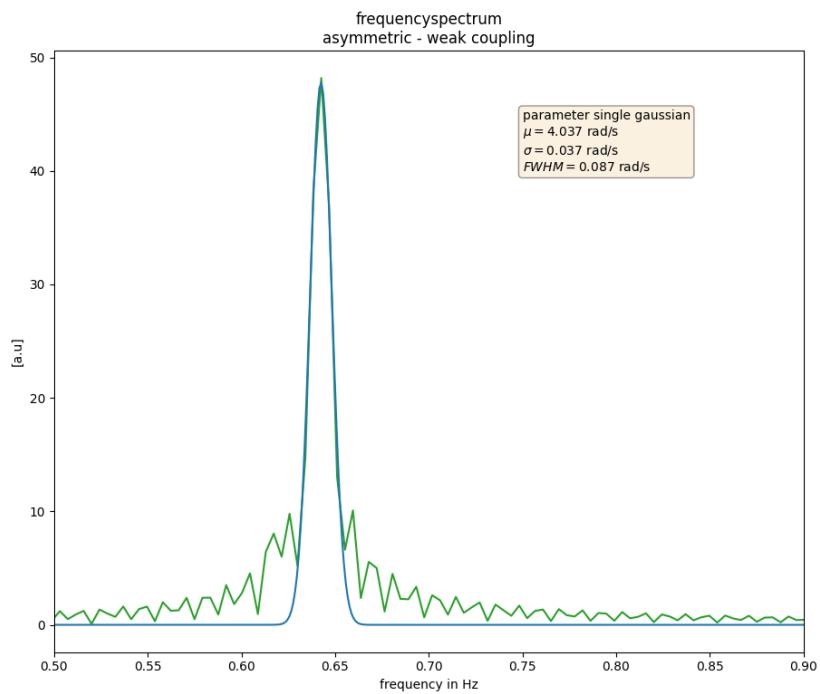


Abbildung 8: Frequenzspektrum der asymmetrischen Schwingung mit der schwachen Kopplung (bei hohem Federabstand zur Pendelachse)

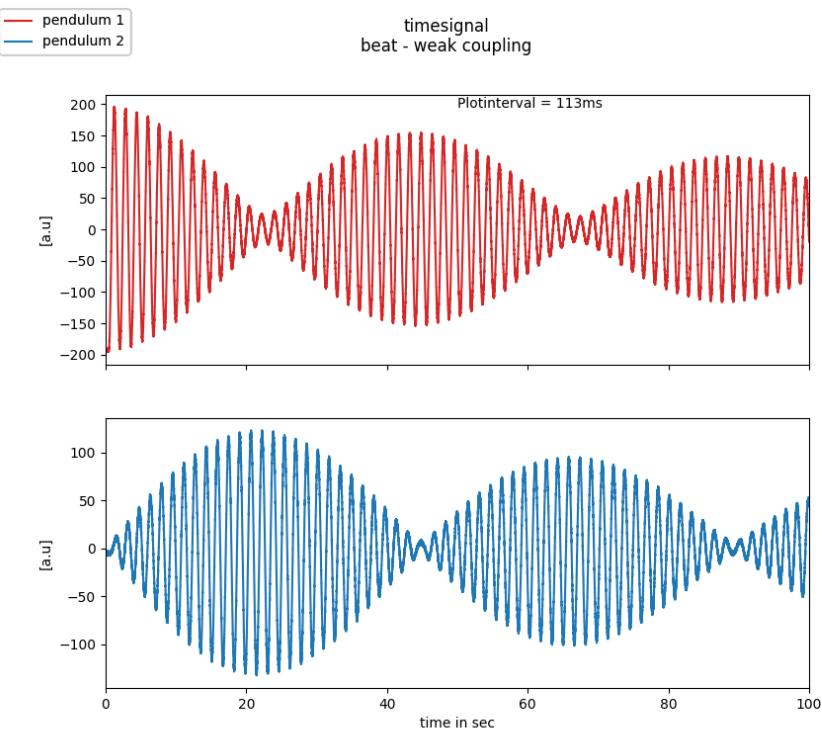


Abbildung 9: Schwebungsschwingung mit schwacher Kopplung

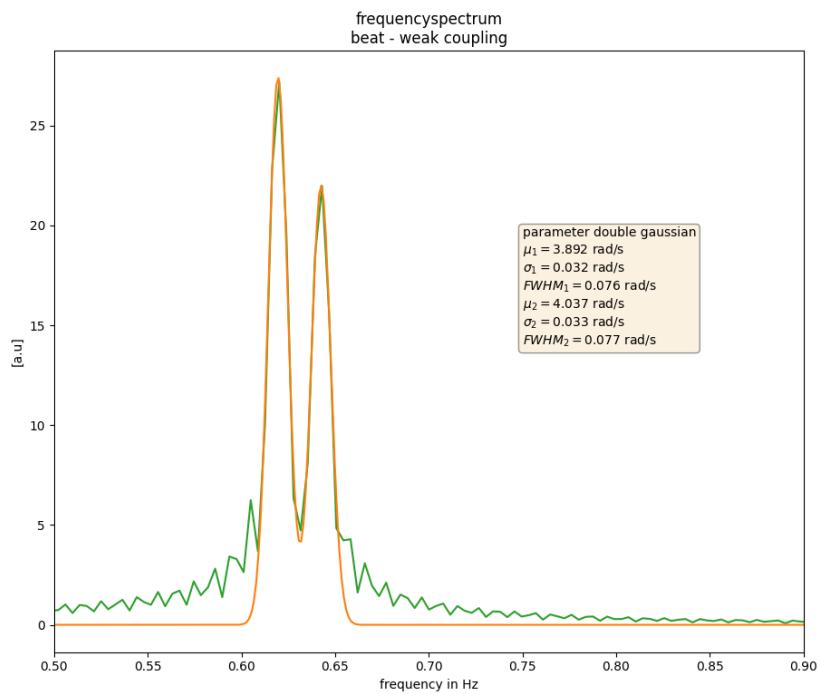


Abbildung 10: Frequenzspektrum der Schwebungsschwingung mit der schwachen Kopplung (bei hohem Federabstand zur Pendelachse)

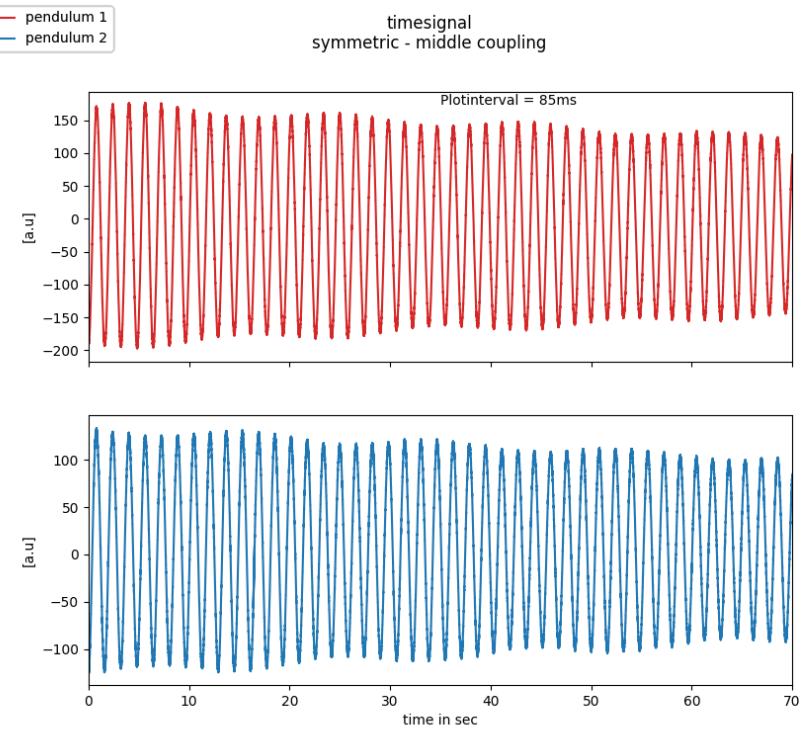


Abbildung 11: Symmetrische Schwingung mit mittlerer Kopplung

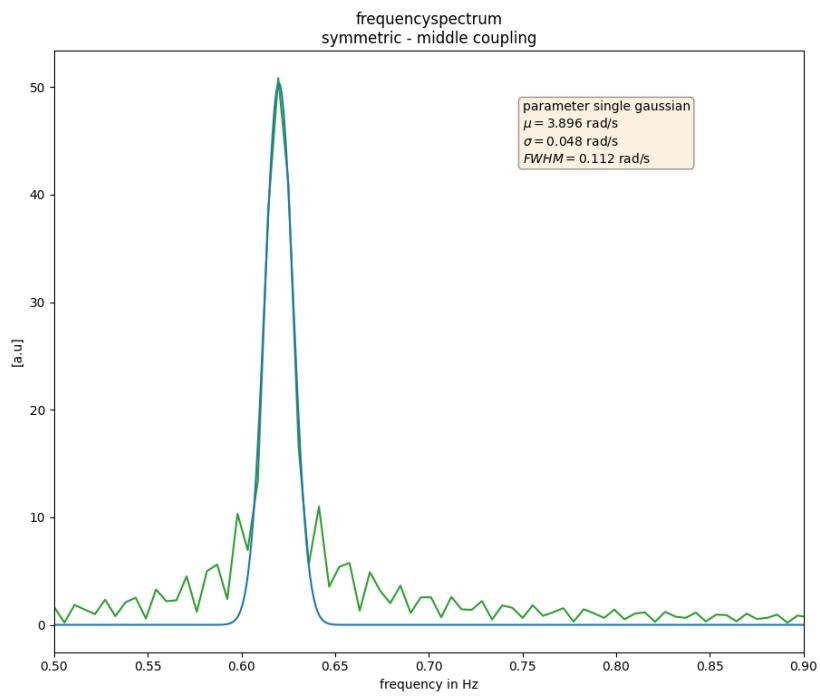


Abbildung 12: Frequenzspektrum der symmetrischen Schwingung mit der mittleren Kopplung (bei mittelelem Federabstand zur Pendelachse)

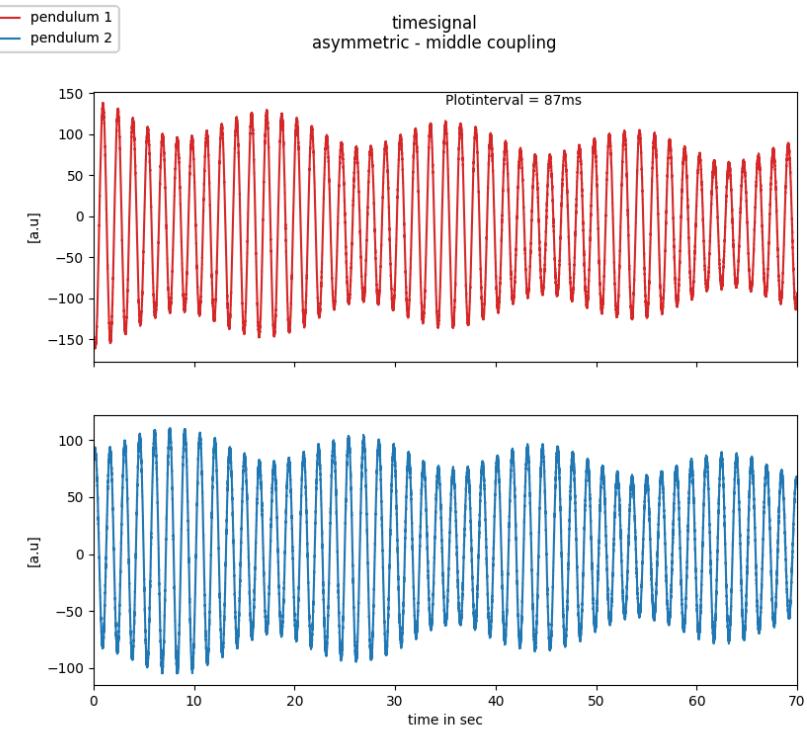


Abbildung 13: Asymmetrische Schwingung mit mittlerer Kopplung

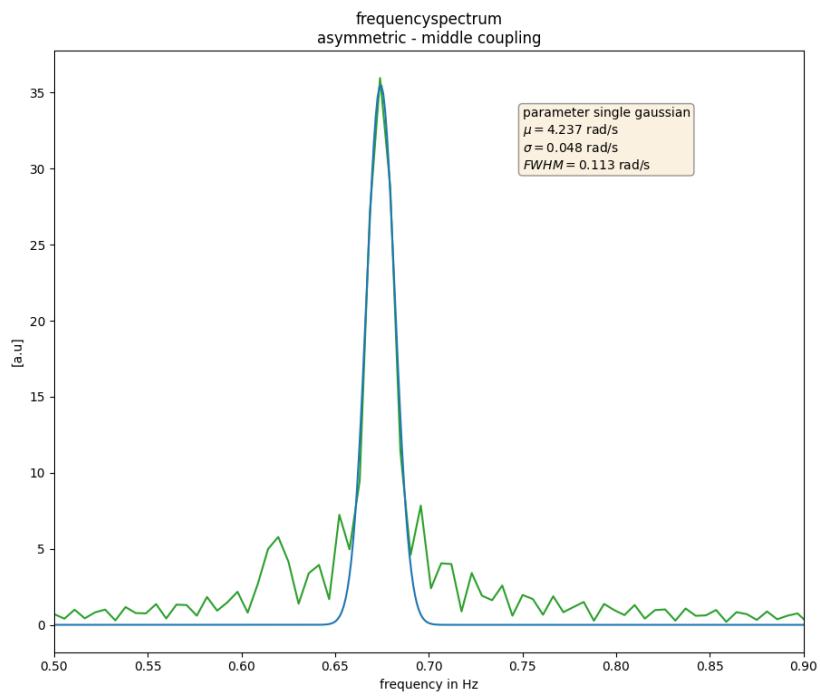


Abbildung 14: Frequenzspektrum der asymmetrischen Schwingung mit der mittleren Kopplung (bei mittelelem Federabstand zur Pendelachse)

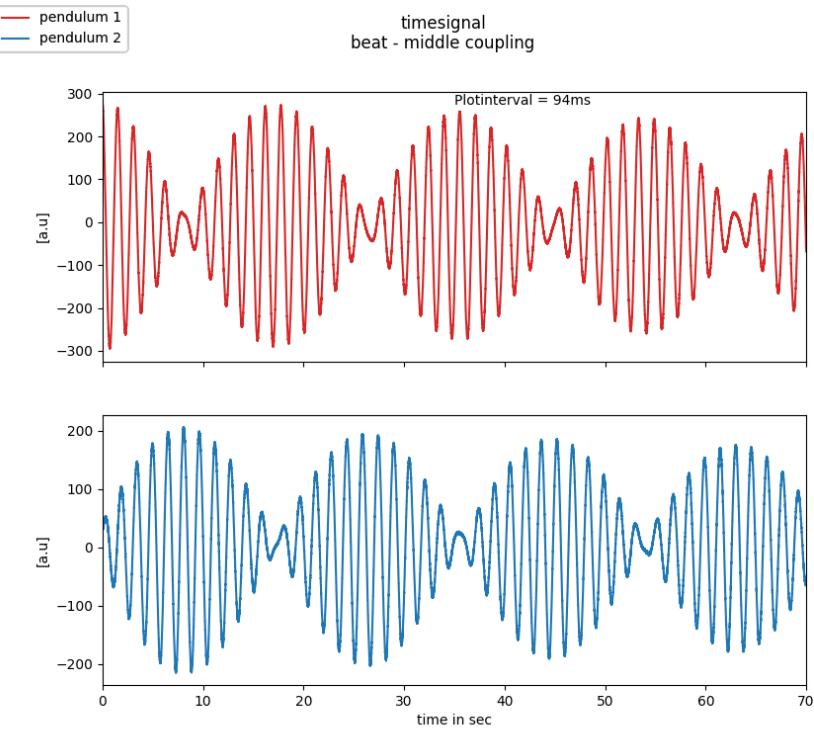


Abbildung 15: Schwebungsschwingungschwingung mit mittlerer Kopplung

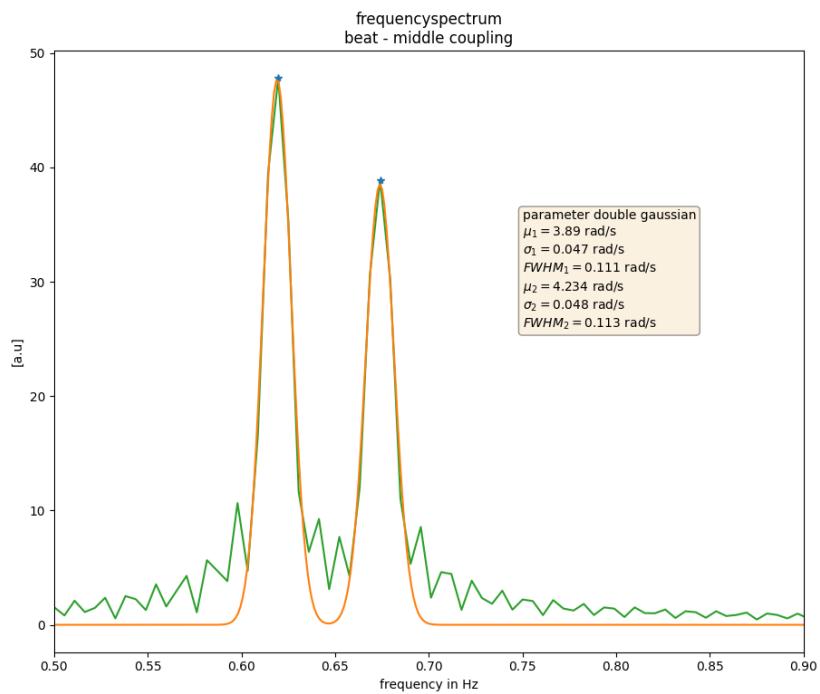


Abbildung 16: Frequenzspektrum der Schwebungsschwingung mit der mittelen Kopp lung (bei mittelelem Federabstand zur Pendelachse)

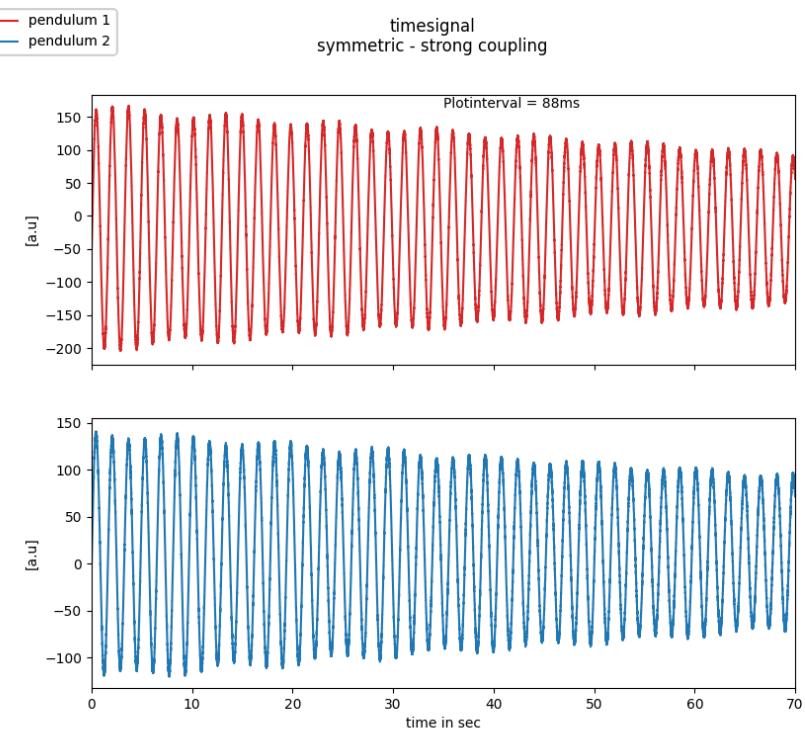


Abbildung 17: Symmetrische Schwingung mit hoher Kopplung

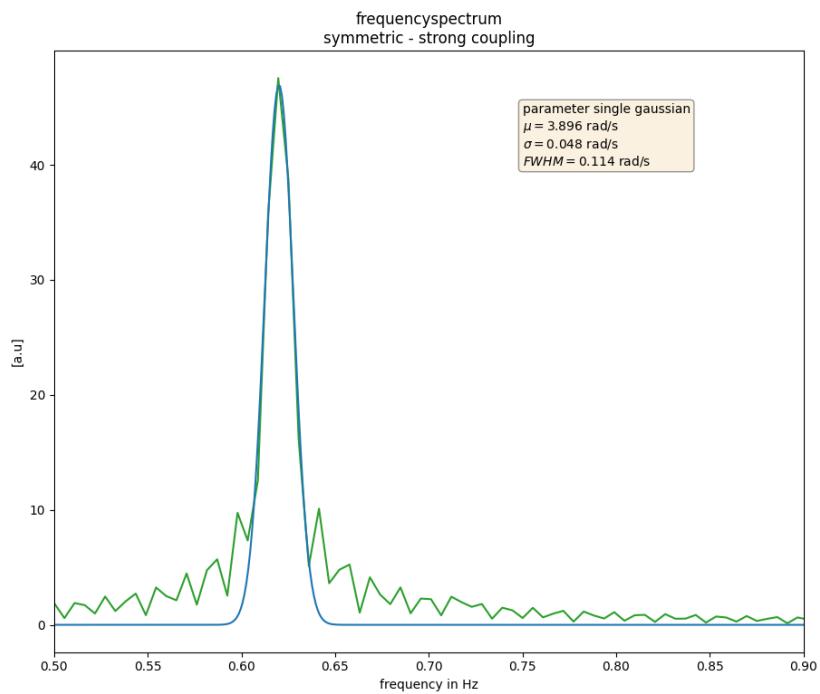


Abbildung 18: Frequenzspektrum der symmetrischen Schwingung mit der hohen Kopplung (bei kleinem Federabstand zur Pendelachse)

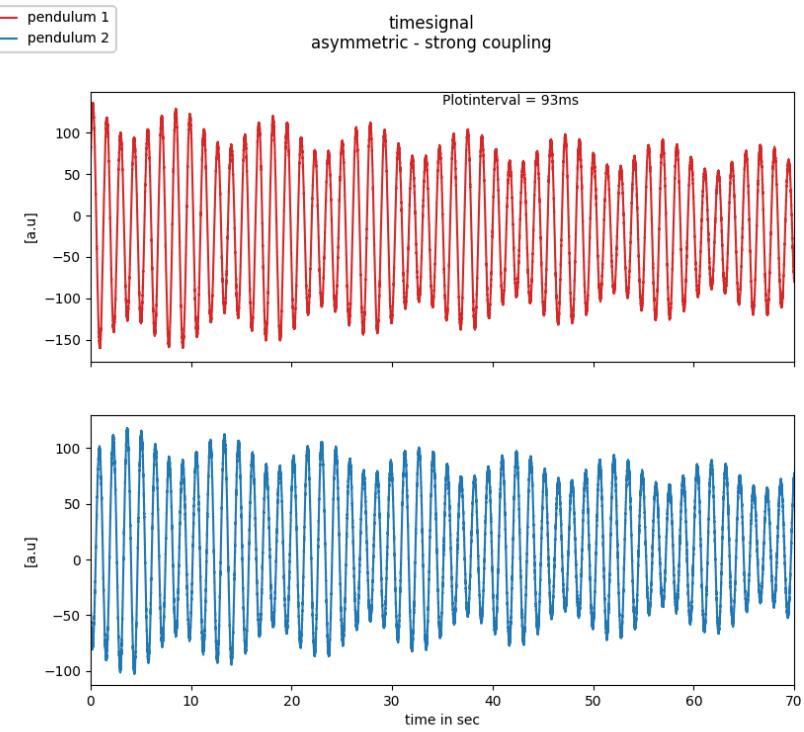


Abbildung 19: Asymmetrische Schwingung mit hoher Kopplung

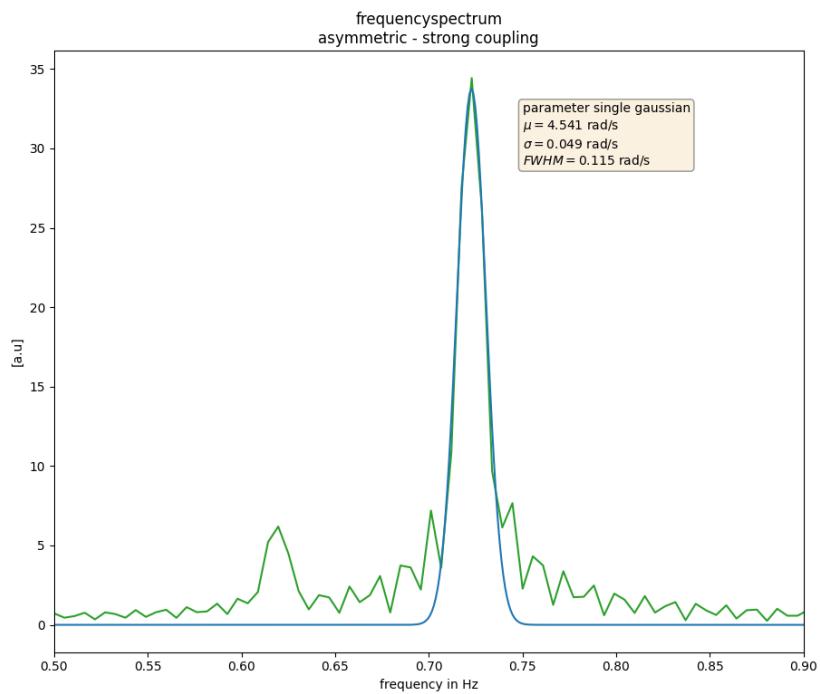


Abbildung 20: Frequenzspektrum der asymmetrischen Schwingung mit der hohen Kopplung (bei kleinem Federabstand zur Pendelachse)

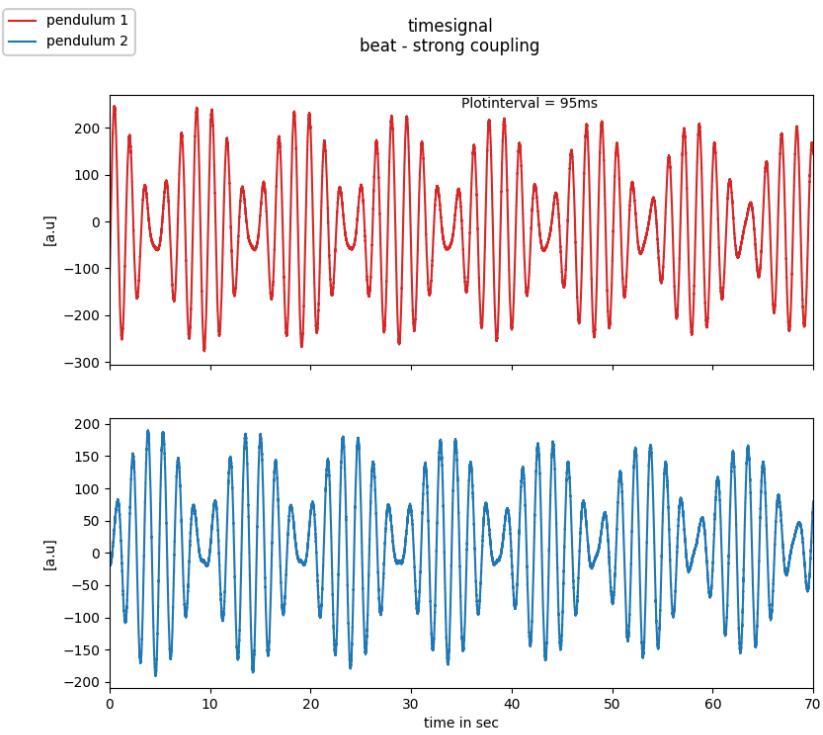


Abbildung 21: Schwebungsschwingung mit hoher Kopplung

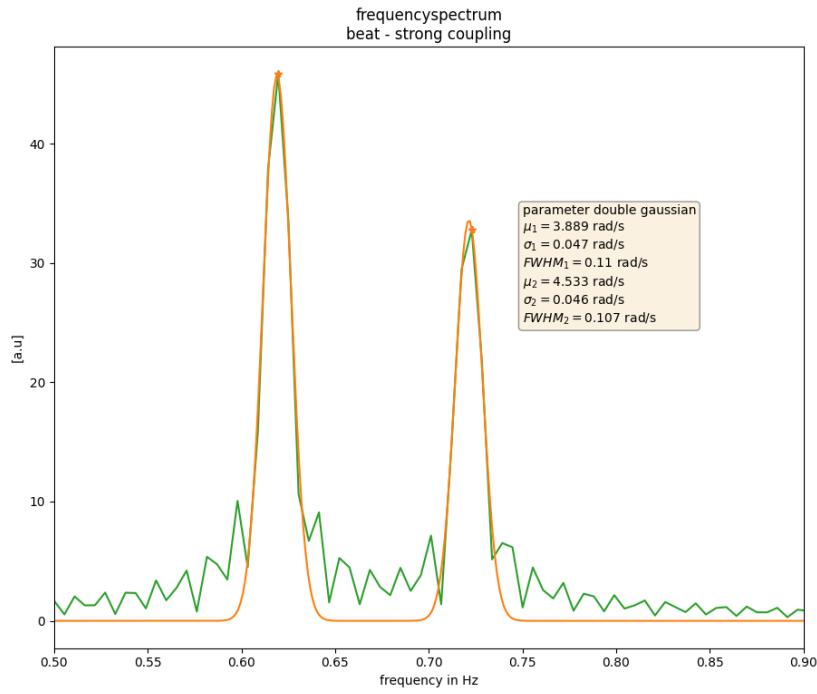


Abbildung 22: Frequenzspektrum der Schwebungsschwingung mit der hohen Kopp lung (bei kleinem Federabstand zur Pendelachse)

Zu Bestimmen sind die reinen Frequenzen ω_1 und ω_2 sowie die gemischten Formen ω_I und ω_{II} .

3.1 Bestimmung der Frequenz

Aus den vermerkten Fitparametern von Frequenzspektren können wir die dazugehörigen Kreisfrequenzen unter verschiedenen Situationen bestimmen, indem wir die Formel $\omega = 2\pi f$ verwenden und den Mittelwert der Gauskurve als ermittelte Frequenzspektrum und die Standardabweichung $\sigma = \Delta f$ als Fehler benutzen:

$$\omega = 2\pi f \quad \Delta\omega = 2\pi\Delta f \quad (17)$$

Dazu wird zuerst die Kreisfrequenz ω_{0i} der ungekoppelten Schwingungen mit Hilfe der Periodendauern T_i berechnet:

$$\omega_{01} = \frac{2\pi}{T_1} = 3,925 \quad \omega_{02} = \frac{2\pi}{T_2} = 3,928 \quad (18)$$

Zu Bestimmen sind die reinen Frequenzen ω_1 und ω_2 und die gemischten Formen ω_I und ω_{II} . Weil die symmetrische Schwingung nur von ω_1 und asymmetrische Schwingung nur von ω_2 abhängen, können wir aus den entsprechenden Frequenzspektren die

reinen Frequenzen für die drei Kopplungen ermitteln und in folgende Tabelle eintragen:

Kopplung Frequenz	schwach	mittel	stark
ω_1 symmetrisch	$3,890 \pm 0,035$	$3,896 \pm 0,048$	$3,896 \pm 0,048$
ω_2 asymmetrisch	$4,037 \pm 0,037$	$4,237 \pm 0,048$	$4,541 \pm 0,049$

Tabelle 1: Frequenzen der symmetrischen und antisymmetrischen Schwingungen

Nun werden die Frequenzen der Schwebung experimentell (ω'_I , ω'_{II}) durch doppelte Gausskurven und theoretisch anhand der Gleichungen (15), (16) durch Definition:

$$\omega_I = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad \omega_{II} = \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1) \quad (19)$$

$$\Delta\omega_I = \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta\omega_1)^2 + (\Delta\omega_2)^2} = \Delta\omega_{II} \quad (20)$$

berechnet und die Werte wieder in einer Tabelle dargestellt, die nicht Vorhandenen Einträge werden linear aus den anderen berechnet.

Kopplung $\omega_{Schwebung}$	ω_I	ω_{II}	ω'_I	ω'_{II}
schwach	$3,964 \pm 0,002$	$0,074 \pm 0,002$	$3,965 \pm 0,001$	$0,075 \pm 0,001$
mittel	$4,066 \pm 0,002$	$0,171 \pm 0,002$	$4,062 \pm 0,002$	$0,172 \pm 0,002$
stark	$4,218 \pm 0,003$	$0,323 \pm 0,003$	$4,211 \pm 0,002$	$0,322 \pm 0,002$

Tabelle 2: Frequenzen bei der Schwebung

Die beiden Werte werden verglichen, indem wir die Fehlerabweichung berechnen:

$$d_i = \frac{|\omega_i - \omega'_i|}{\sqrt{(\Delta\omega_i)^2 + (\Delta\omega'_i)^2}} \quad (21)$$

Daher ergibt sich:

Kopplungsstärke	schwach	mittel	stark
d_1	0,45	1,41	1,94
d_2	0,45	0,35	0,28

Tabelle 3: Fehlerabweichung

Die Abweichungen liegen alle innerhalb von 3σ und sind daher nicht signifikant.

3.2 Bestimmung des Kopplungsgrades

Aus den berechneten Frequenzen können nun die Kopplungsgrade ausgewertet werden. Dabei wird $D' \ll D$ genutzt:

$$\kappa = \frac{D'}{D} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_1^2} \quad (22)$$

$$\Delta\kappa = \sqrt{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1^2} \Delta\omega_2\right)^2 + \left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1^3} \Delta\omega_1\right)^2} \quad (23)$$

Deswegen lauten die Kopplungsgrade für 3 verschiedene Kopplungen:

$$\kappa_{schwach} = 0,0385 \pm 0,0138 \quad (24)$$

$$\kappa_{mittel} = 0,0914 \pm 0,0199 \quad (25)$$

$$\kappa_{stark} = 0,1793 \pm 0,0223 \quad (26)$$

$$(27)$$

Jetzt vergleichen wir die Verhältnisse der Werte mit den Verhältnissen der Quadrate der Längen. Wenn wir die Kopplungsgrade als Verhältnis κ_1/κ_2 ausdrücken, sollten diese den Quadraten der gemessenen Kopplungslängen entsprechen. Der Fehler in der regulären Verhältnisbildung ist dann die Differenz der relativen Fehler. Für das Verhältnis $\kappa = \frac{l_1^2}{l_2^2}$ berechnet sich der Fehler folgendermaßen:

$$\Delta\kappa_1/\kappa_2 = \sqrt{\left(\frac{2l_1\Delta l_1}{l_2^2}\right)^2 + \left(\frac{2l_1^2\Delta l_2}{l_2^3}\right)^2} \quad (28)$$

Die Verhältnisse werden direkt durch Einsetzen der Werte in Tabelle 1 berechnet und zusammen mit den zuvor ermittelten Ergebnissen in die nachfolgende Tabelle eingetragen:

Verhältnis	mittel/schwach	stark/mittel	stark/schwach
mit Länge	$1,611 \pm 0,074$	$1,772 \pm 0,106$	$2,854 \pm 0,159$
durch Einsetzen	$2,374 \pm 0,996$	$1,962 \pm 0,492$	$4,657 \pm 1,767$

Tabelle 4: Verhältnisse der Kopplungsgrade

Die Sigmaabweichung erhält man durch Division der Differenzen der Werte durch die quadratische Summe der einzelnen Absolutfehler. Die Fehlerabweichung lautet daher:

$$\sigma_{mittel/schwach} = \frac{|1,611 - 2,374|}{\sqrt{0,074^2 + 0,996^2}} \approx 0,76 \quad (29)$$

$$\sigma_{stark/mittel} = \frac{|1,772 - 1,962|}{\sqrt{0,106^2 + 0,492^2}} \approx 0,38 \quad (30)$$

$$\sigma_{stark/schwach} = \frac{|2,854 - 4,657|}{\sqrt{0,159^2 + 1,767^2}} \approx 1,02 \quad (31)$$

(32)

Alle Fehlerabweichungen befinden sich innerhalb von 3σ und sind damit nicht signifikant. Allerdings sollen wir beachten, dass der Fehler von 1,767 aus 4,657 definitiv schon bemerkenswert ist.

3.3 Qualitative Beobachtung gekoppelter elektrischen Schwingkreise

Neben den gekoppelten Pendeln gibt es auch eine Vorrichtung, mit der wir die Kopplung zweier elektrischer Schwingkreise mithilfe eines Oszilloskops untersuchen können. Die Kopplung erfolgt induktiv über die Spulen. Die Kopplungsstärke können durch variieren des Abstands zwischen den Spulen eingestellt werden.

Es wurden eine Reihe Fotos gemacht, um zu sehen, wie sich die Darstellung auf Oszilloskop für unterschiedliche Kopplungen (Spulenabstände) ändert:

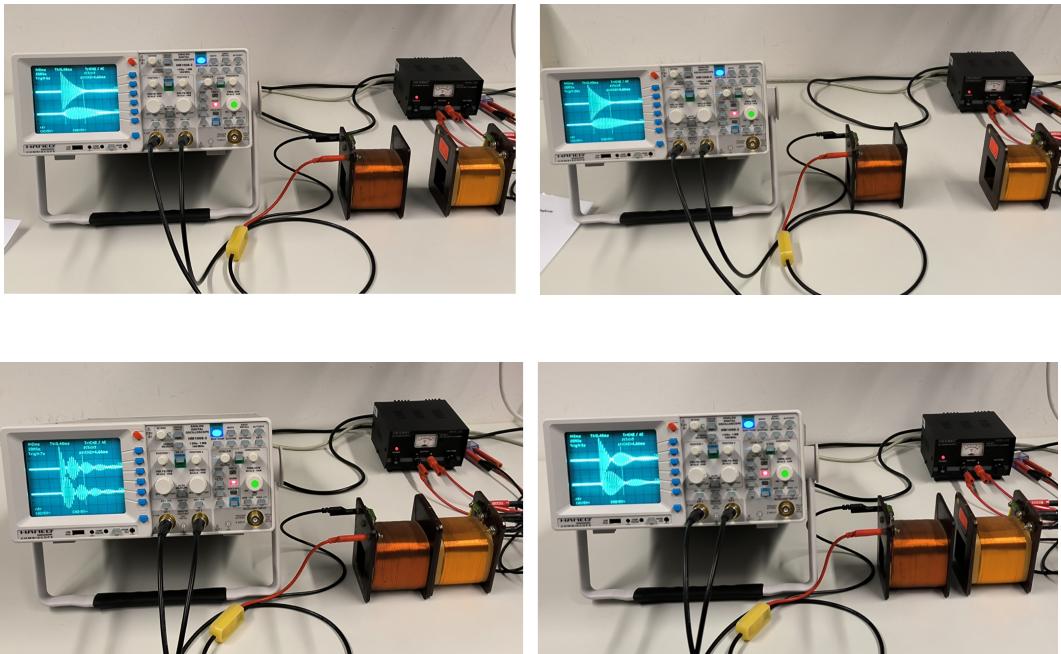


Abbildung 23: Elektrische Schwingkreise Oszilloskop Darstellung

3.4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment haben wir uns mit den Eigenschaften der gekoppelten Oszillatoren beschäftigt. Unser Ziel war es, zu verstehen, wie stark diese Oszillatoren miteinander verbunden sind und wie sich diese Verbindung in ihrem Schwingungsverhalten zeigt. Interessanterweise konnten wir unsere Beobachtungen mit den theoretischen Vorhersagen vergleichen, besonders im Hinblick darauf, wie sich die Veränderung der Federposition auf die Kopplungsstärke auswirkt.

Zu Beginn des Experiments stand die Frequenzmessung der beiden ungekoppelten Pendel an. Wie erwartet, waren ihre Frequenzen fast identisch, was auf ihre nahezu gleiche Beschaffenheit hinweist. Kleinere Unterschiede schrieben wir hauptsächlich den Unzulänglichkeiten unserer Messmethoden zu. Dann gingen wir einen Schritt weiter und untersuchten die Frequenzen unter verschiedenen Kopplungsbedingungen. Hierbei blieben alle Abweichungen innerhalb eines akzeptablen Bereichs, was darauf hindeutet, dass unsere Messungen ziemlich präzise waren - vermutlich dank des Einsatzes eines hochgenauen magnetischen Winkelauflaufnehmers.

Eine spannende Entdeckung war, dass bei symmetrischen Schwingungen die Frequenzen ω_1 fast unverändert bei verschiedenen Kopplungen blieben, wobei die Abweichungen minimal und damit unwesentlich waren, während bei antisymmetrischen Schwingungen die Frequenz anstieg, je weiter die Kopplung vom Aufhängepunkt entfernt war. Dies bestätigte unsere Annahme, dass bei symmetrischen Schwingungen die Pendeleigenschaften selbst und nicht die Kopplungsstärke ausschlaggebend sind. Antisymmetrische Schwingung ist abhängig von ω_2 , was proportional zu der Kopplungsstärke ist. Ähnlich geringfügige Unterschiede fanden wir beim Vergleich der symmetrischen und der ungekoppelten Fälle. Interessanterweise zeigten die Abweichungen bei der Frequenz ω_2 deutlich höhere Werte, was unsere Vermutung einer Abhängigkeit der Kopplung bei antisymmetrischen Schwingungen bestätigte.

Die Schwebung, ein weiteres interessantes Phänomen, untersuchten wir sowohl direkt als auch indirekt durch vorherige Messungen. Dabei wurden die zwei Peaks in Gauß-Eichkurve als experimentell ermittelte Ergebnisse genutzt, während die Werte theoretisch durch Formel (15), (16) sowie vorher ausgerechneten Frequenzen weiterhin bestimmt. Allerdings haben wir die Fehler noch bisschen überschätzt, obwohl die Fehlerabweichung tatsächlich akzeptable erscheint. Wir mussten einige Messwerte schätzen, was die Genauigkeit unserer Ergebnisse etwas beeinträchtigte. Darüber hinaus im Vergleich zur Genauigkeit des Messgeräts kann der Fehler beim Ablesen der Kopplungsposition einen großen Einfluss auf die Versuchsergebnisse auswirken. Diese Ungenauigkeit spiegelte sich auch in den Kopplungsgraden wider, besonders beim Vergleich der verschiedenen Kopplungsgrade. Daher ist empfehlenswert, statt Menschkraft die automatische Länge Messung in Betrieb zu setzen, um die Genauigkeit weiter zu erhöhen.

Bei der Analyse des Kopplungsgrades zeigte sich, dass dieser proportional zum Qua-

drat der Länge ist. Die geringfügigen Abweichungen in unseren Messungen bestätigten unsere Hypothesen und zeigten, dass genauere Längenmessungen die Ergebnisse weiter verfeinern könnten. Jedoch zeigt es eine relative größere Fehlerabweichung bei dem Verhältnis zwischen starker und schwacher Kopplung ($1,02\sigma$), dies lässt sich darauf zurückführen, dass es einerseits großer Messfehler existiert, andererseits durch die heftigen Schwingungen der Federn kommt es manchmal zum Kontakt mit der Stütze, was zu besonders großem Fehler führt.

Zusammenfassend hat unser Experiment aufschlussreiche Einblicke in die Welt der gekoppelten Oszillatoren geboten. Es hat nicht nur bestätigt, was wir theoretisch erwartet hatten, sondern auch gezeigt, dass Verbesserungen in der Genauigkeit unserer Messungen durch feinere Einstellungen und präzisere Vermessung der Startparameter möglich sind.

4 Quelle

- Wagner, J. (April 2022). Physikalisches Praktikum PAP 2.1 für Studierende der Physik [Praktikumsanleitung]. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Abgerufen am 29. Oktober 2023, von https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona /PAP2_1_2023.pdf