

## Physikalisches Anfängerpraktikum Sommersemester 2023

Versuch 26

Tutor: Erik Walendy

### Schallgeschwindigkeit

## 1 Einleitung

### 1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll die Schallgeschwindigkeit in Luft und in Kohlendioxid durch Beobachtung der stehenden Wellen im Quincke'schen Rohr zu bestimmen. Außerdem wird die Änderung der Laufzeit einer Schallwelle zwischen dem Lautsprecher und dem Mikrofon in Abhängigkeit des Abstands zwischen Mikrofon und Lautsprecher gemessen, um aus diesen Informationen die Schallgeschwindigkeit zu berechnen. Diese Messung wird ausschließlich für Luft durchgeführt.

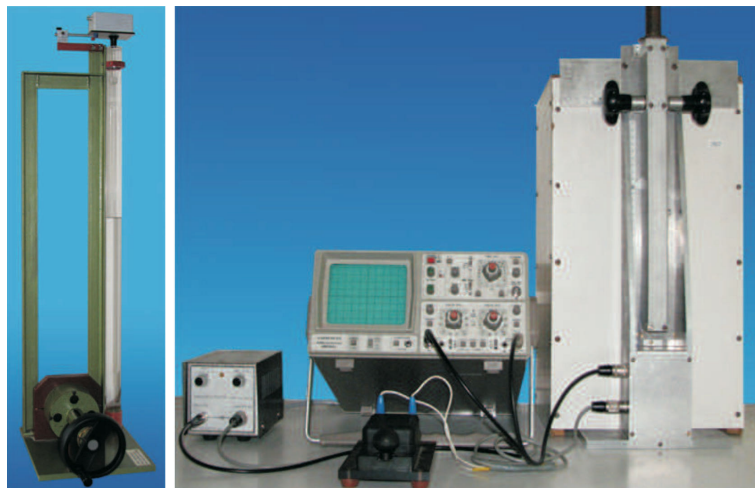


Abbildung 1: Aufbau des Versuchs Schallgeschwindigkeit

## 1.2 Physikalische Grundlagen

### 1.2.1 Definition

Zuerst werden wir einige wichtige Definitionen behandeln und uns mit den Verständnisfragen am Anfang beschäftigen, um einen besseren Überblick über die weiteren Prinzipien bei den Messungen zu erhalten.

- Schall und Welle

Schall ist eine Form mechanischer Schwingungen, die sich als Druckwellen durch verschiedene Medien wie Luft, Wasser oder Feststoffe ausbreiten. Schallwellen

entstehen in der Regel durch die Schwingung einer Schallquelle, wie zum Beispiel eines schwingenden Lautsprechermembrans. Diese Schwingungen versetzen die Luftmoleküle in Bewegung, was wiederum zu einer Verdichtung und Verdünnung von Luft führt und sich als Druckwelle ausbreitet.

Der physikalische Charakter einer Schallwelle wird durch mehrere Parameter beschrieben:

(a) Amplitude: Die Amplitude einer Schallwelle entspricht der maximalen Auslenkung der Luftmoleküle von ihrer Ruhelage. Sie bestimmt die Lautstärke des Schalls.

(b) Frequenz: Die Frequenz einer Schallwelle gibt an, wie viele Schwingungen pro Sekunde auftreten. Sie bestimmt die Tonhöhe des Schalls. Der menschliche Hörbereich liegt normalerweise zwischen etwa 20 Hz und 20.000 Hz.

(c) Wellenlänge: Die Wellenlänge ist der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Druckmaxima oder -minima in einer Schallwelle. Sie hängt von der Schallgeschwindigkeit im jeweiligen Medium und der Frequenz ab.

Die Größenordnung der Wellenlängen von hörbarem Schall liegt im Bereich von Zentimetern bis Millimetern, abhängig von der Frequenz. Tiefere (höhere) Töne mit niedrigeren (höheren) Frequenzen haben längere (kürzere) Wellenlängen.

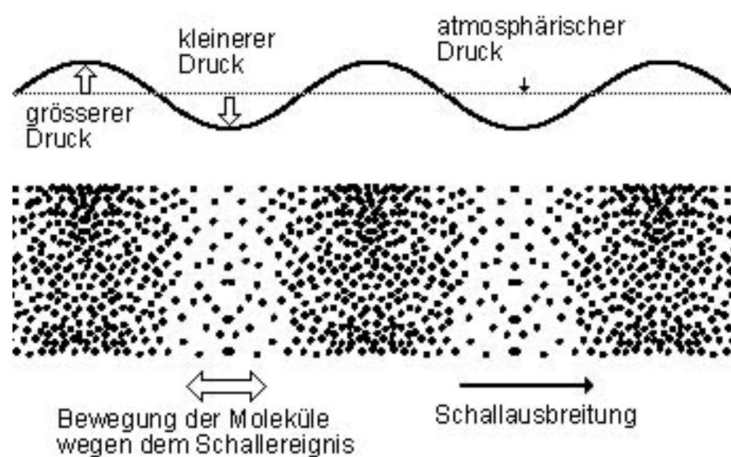


Abbildung 2: Darstellung der Schallwelle

(Quelle: [https://www.laermorama.ch/m1\\_akustik/schall\\_w.html](https://www.laermorama.ch/m1_akustik/schall_w.html))

In Flüssigkeiten und Gasen können Transversalwellen (Schwingungen, bei denen die Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle schwingen) nicht

existieren, weil Flüssigkeiten und Gase im Vergleich zu Feststoffen eine **geringe Schubfestigkeit** haben. In Feststoffen können die Atome oder Moleküle Scherkräften standhalten, sich gegen Querschnittsdeformationen widersetzen und so Transversalschwingungen ermöglichen. In Flüssigkeiten und Gasen fehlt diese Festigkeit weitgehend, wodurch die Ausbreitung von Transversalwellen erschwert wird. Außerdem wegen der **hohen Kompressibilität** sind die Teilchen in Gasen und Flüssigkeiten nicht in der Lage, die für Transversalwellen erforderlichen scheren Schwingungen auszuführen, da sie sich leicht verdichten oder ausdehnen.

Schallwellen breiten sich in der Regel in alle Richtungen aus und können Hindernisse wie Bäume umgehen und sich um sie herum bewegen. Die Schallwellen können auch reflektiert werden, wenn sie auf das Hindernis treffen. Im Gegensatz dazu bewegen sich Lichtwellen geradlinig (klassische Physik) und in der Regel in einer Linie vom Ausgangspunkt zur Quelle. Wenn sich jemand hinter einem Baum befindet, blockiert der Baum das Licht, sodass wir die Person nicht sehen können. Daher können wir jemanden hinter einem Baum hören, selbst wenn wir ihn nicht sehen können.

- Stehende Welle

Eine stehende Welle, auch Stehwelle, ist eine Welle, bei der die Orte maximaler Auslenkung und die Orte ohne jede Auslenkung stillstehen. Eine stehende Welle erscheint daher eher wie eine Schwingung, kann aber ebenso als Überlagerung zweier gegenläufig fortschreitender Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude aufgefasst werden. Die gegenläufigen Wellen können aus zwei verschiedenen Erregern stammen oder durch Reflexion einer fortschreitenden Welle an einem Hindernis entstehen.

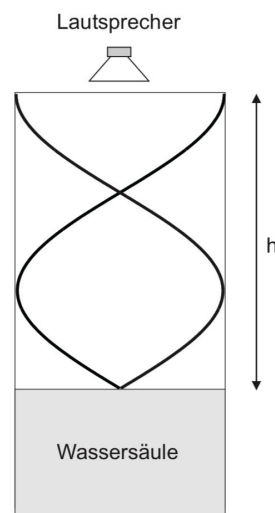


Abbildung 3: Stehende Welle im Quinckeschen Rohr

Um eine stehende Welle zu erzeugen, müssen folgende Voraussetzungen beachtet werden:

(a) Überlagerung zweier Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung, die sich in einem begrenzten Medium oder auf einer begrenzten Oberfläche treffen, um Interferenz zu erzeugen.

(b) Reflexion an einem Hindernis oder einer Begrenzung, um die Interferenzmuster stabil zu halten und eine stehende Welle zu erzeugen.

- Wellenbauch und Wellenknoten, Druckbauch und Druckknoten

Die reflektierte Welle interferiert mit der einfallenden, so dass es zur Ausbildung einer stehenden Welle kommen kann. Berücksichtigt man, dass die schwingende Luftsäule am Ort des Schallgebers einen Wellenbauch und am Reflektor einen Wellenknoten aufweist.

Ein gutes Beispiel für eine eindimensionale stehende Welle ist ein Seil. Wenn wir ein Ende des Seils auf und ab bewegen, wird eine Welle erzeugt, die sich im Seil ausbreitet. Wenn jedoch das andere Ende des Seils fixiert ist, wird die Welle an diesem Punkt reflektiert und kehrt im Seil zurück. Dies führt dazu, dass keine fortlaufende Welle mehr sichtbar ist. Stattdessen bildet das Seil ein Muster, bei dem bestimmte Stellen im Ruhezustand bleiben (Wellenknoten), während andere Stellen mit großer Schwingungsamplitude hin und her schwingen (Wellenbäuche).

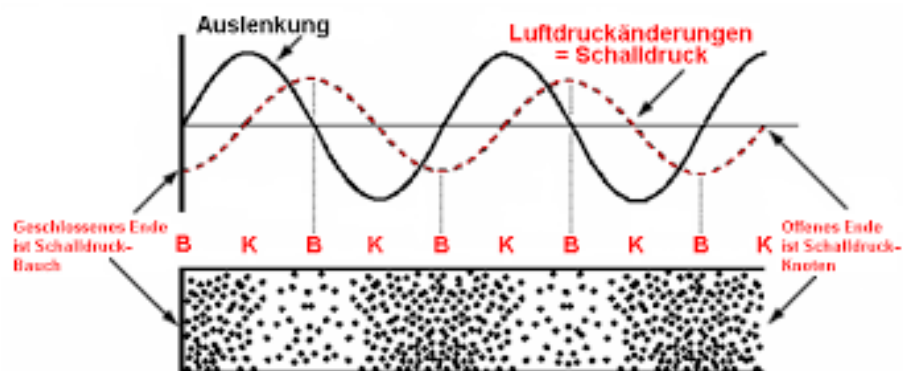


Abbildung 4: Wellenbauch und Wellenknoten

(Quelle: <http://www.sengpielaudio.com/StehendeWellen.htm>)

In einem Rohr, das für akustische Schwingungen ausgelegt ist, gibt es typischerweise zwei Arten von Resonanzbedingungen, die mit den Enden des Rohrs in

Verbindung stehen:

(a) Am offenen Ende einer Welle liegt ein Druckbauch am gleichen Ort wie ein Wellenbauch, und ein Druckknoten liegt am gleichen Ort wie ein Wellenknoten. Das bedeutet, dass die Stellen, an denen der Druck maximal ist (Druckbauch), mit den Stellen übereinstimmen, an denen die Auslenkung oder Verschiebung der Teilchen maximal ist (Wellenbauch). Für die andere Situation ist es auch ähnlich (Abbildung 4).

(b) Am geschlossenen Ende einer Welle sind die Beziehungen zwischen Druck und Auslenkung anders. Hier liegt ein Druckbauch am gleichen Ort wie ein Wellenknoten, und ein Druckknoten liegt am gleichen Ort wie ein Wellenbauch.

### 1.2.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Hilfe stehender Wellen

Die Schallgeschwindigkeit in einem Material wird hauptsächlich von Elastizitätsmodul, Dichte des Materials, sowie die chemischen Zusammensetzung bestimmt:

(a) **Elastizitätsmodul** beschreibt die Steifigkeit eines Materials und seine Fähigkeit, Deformationen zu widerstehen. Je höher der Elastizitätsmodul eines Materials ist, desto schneller breitet sich Schall in diesem Material aus. Dies erklärt auch, warum die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten oder Festkörpern größer als in Gasen ist.

Die Schallgeschwindigkeit hängt von der Dichte ( $\rho$ ) und dem adiabatischen Kompressionsmodul ( $K$ ) ab und wird wie folgt berechnet:

$$c_{\text{Flüssigkeit, Gas}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1)$$

(b) **Die Dichte eines Materials** beeinflusst die Schallgeschwindigkeit. In dichteren Materialien breitet sich Schall langsamer aus als in weniger dichten Materialien, denn die dortige Substanz verformt sich weniger stark, wenn sie Druck erhält, um diese Druckwelle weiter übertragen. Allerdings in Festkörpern spielt das Elastizitätsmodul eine deutlich wichtigere Rolle, weshalb die Schallgeschwindigkeit noch viel größer als in Gas und Flüssigkeit ist.

(c) **Die chemische Zusammensetzung** kann die elastischen Eigenschaften des Materials verändern und somit die Schallgeschwindigkeit beeinflussen.

Temperatur und Druck beeinflussen noch zusätzlich die Schallgeschwindigkeit in Gasen, während in Feststoffen und Flüssigkeiten diese drei Parameter schon entscheidend sind.

Für den Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit  $c$  und Frequenz  $f$  einer monochromatischen Schallwelle der Wellenlänge  $\lambda$  gilt:

$$c = \lambda \cdot f \quad (2)$$

Die Schallgeschwindigkeit in einem Gas hängt von der mittleren quadratischen Geschwindigkeit der Gasteilchen ab, die wiederum direkt mit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung verknüpft hat. Diese Verteilung gibt an, wie die Geschwindigkeiten der Teilchen im Gas statistisch verteilt sind. Bei höheren Temperaturen haben die Teilchen im Durchschnitt höhere Geschwindigkeiten, was zu einer höheren Schallgeschwindigkeit führt.

Nach Ableitung der Maxwell-Boltzmann-Verteilung für die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit  $\sqrt{v^2}$  ergibt sich:

$$\sqrt{v^2} := \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (3)$$

wobei  $M$  die Molekülmasse,  $R$  die allgemeine Gaskonstante und  $T$  die Temperatur sind.

Daher ist die Schallgeschwindigkeit in Gasen durch die folgende Formel wiedergegeben:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \quad (4)$$

wobei  $\kappa$  den Adiabatenkoeffizienten bezeichnet. (für Luft  $\kappa = 1,40$ , für  $\text{CO}_2$   $\kappa = 1,30$ )  
Für Luft  $M=29\text{g/mol}$ ,  $\text{CO}_2$   $M=44\text{g/mol}$ .

Zur Ableitung der Schallgeschwindigkeit in Gasen können wir auch die Gl.(1) benutzen. Da der Kompressionsmodul  $K = \kappa p$  eines idealen Gases nur von Adiabatenexponenten  $\kappa$  und Druck  $p$  abhängt, ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\kappa \frac{k_B T}{m}} \quad (5)$$

Kennt man die Schallgeschwindigkeit  $c_0$  bei bekannter Temperatur  $T_0$ , so lässt sich die Schallgeschwindigkeit bei einer anderen Temperatur  $T$  berechnen mit:

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (6)$$

Ein Quincke'sches Rohr nutzt das Phänomen der stehenden Wellen aus, die durch die Reflexion von Schallwellen an einer Wassersäule und anschließende Interferenz entstehen. In diesem Prozess bilden sich Knoten durch destruktive Interferenz und Bäuche durch konstruktive Interferenz. Die Bäuche treten immer im Abstand von  $\frac{\lambda}{4}$  zu den Knoten auf. Für das Entstehen stehender Wellen ist ein bestimmter Abstand  $h$  zwischen Lautsprecher und Reflektor erforderlich:

$$h = \frac{2n + 1}{4} \lambda , \quad (7)$$

wobei  $n \in \mathbb{N}$ .

Im Resonanzfall tritt eine erhebliche Tonintensität auf, da die stehende Welle eine konstruktive Interferenz von Schallwellen an der oberen Rohröffnung erzeugt. Durch Variierung der Resonatorlänge  $h$  kann so ein Lautstärkemaximum hörbar eingestellt werden, damit durch Messung mehrerer solcher Resonanzhöhen kann die Wellenlänge berechnet werden können. Mit der bekannten Frequenz  $f$  kann dann die Schallgeschwindigkeit gemäß der Gl.(2) ermittelt werden.

### **1.2.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch die Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle**

In diesem Experiment wird ein Mikrofon in variablem Abstand von einem Lautsprecher platziert. Ein Sinusgenerator dient als Signalquelle für den Lautsprecher und das Signal wird sowohl an den Lautsprecher als auch an ein Oszilloskop geleitet. Durch einen Schalter kann die Signalfuhr zum Lautsprecher unterbrochen werden. Der Lautsprecher wandelt das Signal des Sinusgenerators in eine Schallwelle um, die sich mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  ausbreitet. Nach einer einstellbaren Strecke  $h$  erreicht die Schallwelle ein Mikrofon, wo sie in ein elektrisches Signal umgewandelt wird und auf dem Oszilloskop zeitverzögert dargestellt wird. Das Oszilloskop zeigt zwei Signale: Kanal 1 ist das Signal des Sinusgenerators, das den Lautsprecher direkt steuert, und Kanal 2 zeigt das zeitverzögerte Signal des Mikrofons aufgrund der Schallgeschwindigkeit.

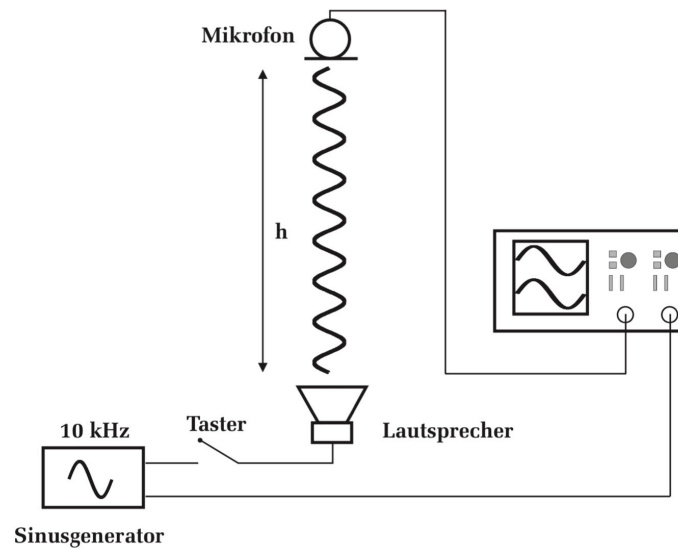


Abbildung 5: Skizze zum Versuchsaufbau II

Um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, misst man die Phasenverschiebung der Signale. Das vom Sinusgenerator in das Oszilloskop direkt eingespeiste Signal wird nahezu ohne Zeitverzögerung dargestellt, weil elektrische Signale sich mit Lichtgeschwindigkeit in Drähten ausbreiten. Dagegen benötigt das Signal, das vom Lautsprecher zum Mikrofon läuft, die Zeit:

$$\tau = \frac{h}{c} \quad (8)$$

Hieraus kann durch Messung der Laufzeit der Schallwelle zwischen Lautsprecher und Mikrofon und durch Messung der Laufstrecke  $h$  die Schallgeschwindigkeit mit Hilfe eines Oszilloskops bestimmt werden.

### 1.3 Vergleich der Phase zweier Sinussignal gleicher Frequenz

Es fällt einem eigentlich sehr schwer, die genauen Abstände an die bestimmten Phasenverschiebungen aufzusuchen, weil ein kleiner Ablesefehler der Abstände schon zum sehr großen Fehler der Phasenverschiebung führen kann. Falls man wie die Phase zweier Sinussignal gleicher Frequenz vergleichen will, kann man das XY- Modus als ein empfindlicheres Verfahren des Oszilloskops benutzen.

Durch die sogenannte Lissajous-Figur auf dem Bildschirm kann die Phasenverschiebung bestimmt werden:



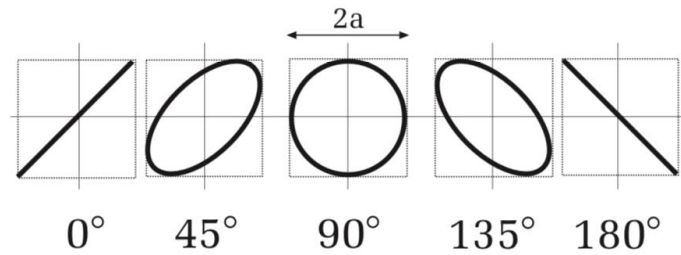


Abbildung 6: Lissajous- Figuren bei unterschiedlichen Phasenwinkel

Als Funktionen haben wir das Beispiel aus der Anleitung genommen:

$$x = a \sin(\omega t) \quad y = a \sin(\omega t + \alpha) \quad (9)$$

Die Figur ist in einem Quadrat der Seitenlänge  $2a$  eingeschrieben, wobei  $\alpha$  den Phasenwinkel zwischen den beiden Signalen beschreibt (Abbildung 6).

## 2 Versuchsdurchführung

### 2.1 Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Messprotokoll

Siehe folgende Seiten.

# Messprotokoll PAP I

25.09.2023  
9:00 ~ 12:00

## Versuch 26 — Schallgeschwindigkeit

Yuting Shi  
Yulai Shi

Messaufbau:

### Versuchsaufbau I

- Steighr mit Stethoskop
- Ausgleichsgefäß für Wasser
- Lautsprecher mit Sinusgenerator
- Gasflasche mit Kohlendioxid, Reduzierventil, Druckastventil und Zuführungsschläuchen für das Gas, Streichhölzer zur Kontrolle.

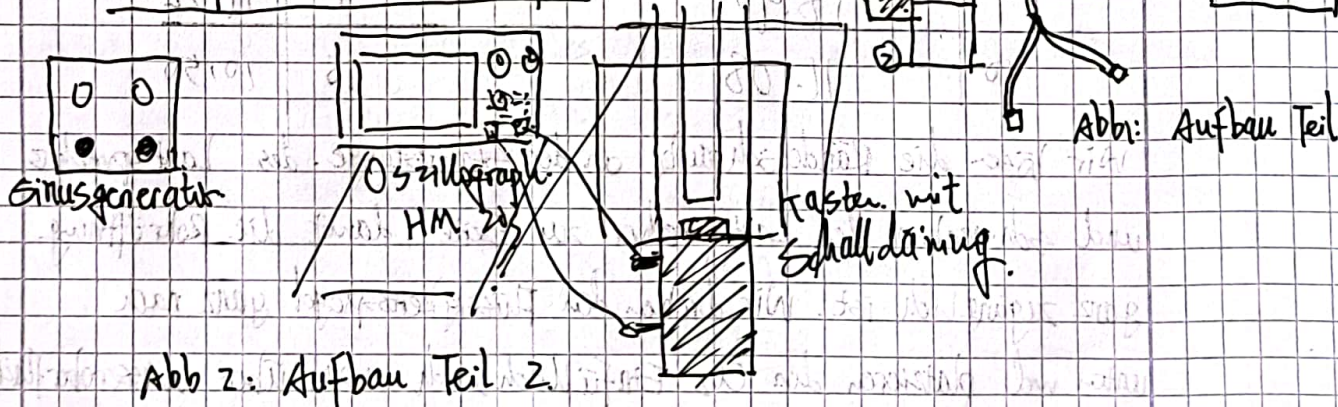
### Versuchsaufbau II

- Oszillograph HM 203
- Sinusgenerator mit den Frequenzen 2kHz, 5kHz, 10kHz
- Kasten mit Schalldämmung, darin eingebaut: Lautsprecher und ein verschiebbares Mikrofon

### ① Skizze des Aufbaus: Quincke'sche Röhre

- ①: Steighr, Stethoskop
- ②: Ausgleichsgefäß für Wasser
- ③: Lautsprecher & Sinusgenerator
- ④: Gasflasche

### ② Lautsprecher und Mikrofon:



### ③ Messungen der Schallgeschwindigkeit in Luft und CO<sub>2</sub> mit dem Quincke'schen Rohr.

Das Rohr wird zunächst mit Luft gefüllt. Wir haben die Frequenz



am Sinusgenerator auf  $(2,1012 \pm 0,0040) \text{ kHz}$  eingestellt. ( $2 \text{ kHz} \sim 2,5 \text{ kHz}$ )

Die Maxima der Lautstärke werden durch Hören mit dem Oszilloskop bestimmt. Eine von uns verstellt durch Heben und Senken des Wasserspiegels die effektive Länge des Rohres, wenn ein deutlicher Ton gehört wird, lesen der andere die Skala ab. Wir finden zunächst 10 Positionen der Lautstärke-maxima auf und dann vertauschen unsere Rolle und machen wieder 10 Messungen:

Tabelle 1: Wasserhöhe  $h$  bei der Resonanz (Luft)

$\Delta h = 0,5 \text{ cm}$

Yuting		Yulai	
Nr.	$h \text{ [cm]}$	Nr.	$h \text{ [cm]}$
1	84.60 ) 8.75	1	85.10 ) 8.9
2	75.85 ) 8.15	2	76.20 ) 8.29
3	67.70 ) 8	3	67.91 ) 8.26
4	59.70 ) 7.3	4	59.65 ) 7.13
5	52.40 ) 8.4	5	52.02 ) 8.42
6	44.00 ) 6.25	6	43.60 ) 8.10
7	37.875 ) 10.14	7	35.50 ) 8.75
8	27.61 ) 8.71	8	26.75 ) 9.23
9	18.90 ) 7.82	9	17.52 ) 7.02
10	11.08	10	10.50

Wir lösen die Rändelschraube an der Stativstange des Lautsprechers und schwenken den Lautsprecher zur Seite, damit die Rohröffnung ganz zugänglich ist. Wir drehen den Flüssigkeitspiegel ganz nach unten und platzieren den  $\text{CO}_2$  Einfüllschlauch etwas über Wasseroberfläche. Dann wird die Luft von unten nach oben verdrängt. Durch Bestätigung des Drucktastenventil wird die Röhre mit  $\text{CO}_2$  gefüllt. Wir verwenden dann noch die Streichhölzer: Als die werden sofort erloscht. Wir schwenken den Lautsprecher wieder über das Rohr.



Wir bestimmen wieder die Resonanzstellen der  $\text{CO}_2$ -Säule ähnlich wie in Luft:

Tabelle 2: Wasserhöhe  $h$  bei der Resonanz ( $\text{CO}_2$ )

Nr.	$h$ [cm]	Yuting	Nr.	$h$ [cm]	Yulai
1		85.10	1	85.50	
2		79.70	2	78.80	
3		72.56	3	72.5	
4		66.55	4	66.10	
5		60.20	5	60.52	
6		53.66	6	53.90	
7		47.00	7	47.55	
8		40.42	8	41.55	
9		33.16	9	34.00	
10		28.00	10	28.27	

\* Ablesegenauigkeit:  $\Delta h = 1 \text{ cm}$

## ② Teil II Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch eine Laufzeitmessung

Das Oszilloskop wird dafür verwendet, beide Signale, die des ~~Sigs~~ Sinusgenerators und die des Mikrofons, abzubilden. Die Messung nun wird mit Frequenz 10 kHz durchgeführt.

Die vom Frequenzgenerator erzeugte Wechselspannung wird auf Lautsprecher und Kanal 1 des Oszilloskops gegeben. Ein Mikrofon empfängt die Schallwelle und wandelt in eine Wechselspannung von 10 kHz auf Kanal 2 des Oszilloskops.

Als wir den Taster drücken, gibt es 2 Sinussignale auf dem Bildschirm.

Wenn wir den Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher vergrößern, so wandert das Signal auf Oszilloskop nach rechts. Wir bestimmen



zweimal alle Abstände zwischen Mikrofon und Lautsprecher, bei denen das Oszilloskopbild jeweils eine Periode weitergewandert ist:

Tabelle 3: Abstand bei verschiedenen Phasenverschiebungen.

n Perioden Verschiebungen		1	2	3
Distanz s [cm]	das 1. Mal	6,43	10,05	13,40
	das 2. Mal	6,45	10,00	13,40

b) Messfehler:  $\Delta s = 0,1 \text{ cm}$

Periodendauer:  $T_1 = 0,10 \text{ ms}$

$T_2 = 0,10 \text{ ms}$

$T_3 = 0,10 \text{ ms}$

Wir lesen bei unveränderter Einstellung (10 kHz) die Periodendauer ab und überprüfen die Frequenz:

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = 9,990 \text{ kHz}$$

$$\Delta f = 0,0004 \text{ kHz}$$

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = 9,993 \text{ kHz}$$

$$f_3 = \frac{1}{T_3} = 9,995 \text{ kHz}$$

④ Wir öffnen Deckel des Kastens und sprechen mit Mikrofon.

Auf Oszilloskop wird ein unregelmäßiges Signal beobachtet. Die Amplitude ist proportional zur Lautstärke.

⑤

Wir machen die eine qualitative Beobachtung mit 2 kHz und 5 kHz für die Sinussignale des Frequenzgenerators. Das Bild, & Die Bilder, die jeweils bei 1, 2, 3 Perioden Phasenverschiebungen sind, ändert sich fast nicht und ähnlich auch die Abstände. Die Schallgeschwindigkeit hängt nicht von der Frequenz ab!

Raumtemperatur:  $T = (17,5 \pm 0,5) ^\circ \text{C}$

Luftdruck:  $P = (1024,2 \pm 1,0) \text{ hPa}$

E. 00

### 3 Auswertung

#### 3.1 Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft und CO<sub>2</sub> mit dem Quincke'schen Rohr

Die Schallgeschwindigkeit in Luft oder Kohlendioxid kann durch die Berechnung des Durchschnitts der gemessenen Höhenunterschiede in der Resonanzsäule ermittelt werden. Hierbei werden ausschließlich die Höhendifferenzen verwendet.

Aus Tabelle 1 und 2 in unserem Messprotokoll werden die Höhendifferenzen gegeben als:

Tabelle 1: Gemessene Höhendifferenzen  $h_1$  von Yuting [cm]

Luft	7,82	8,71	10,14	6,25	8,40	7,30	8,00	8,15	8,75
Kohlendioxid	5,16	7,26	6,58	6,66	6,54	6,35	6,01	7,14	5,40

Tabelle 2: Gemessene Höhendifferenzen  $h_2$  von Yulai [cm]

Luft	7,02	9,23	8,75	8,10	8,42	7,63	8,26	8,29	8,90
Kohlendioxid	5,73	7,55	6,00	6,35	6,62	5,58	6,47	6,23	6,70

Der Fehler bei Subtraktion lautet:

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \sqrt{(\Delta h)^2 + (\Delta h)^2} = 0,71 \text{ cm} \quad (10)$$

Wir berechnen jeweils die mittleren Höhendifferenzen für Luft und CO<sub>2</sub>:

$$\Delta h_{L_1} = 8,17 \text{ cm} \quad \Delta h_{C_1} = 6,34 \text{ cm} \quad (11)$$

$$\Delta h_{L_2} = 8,29 \text{ cm} \quad \Delta h_{C_2} = 6,36 \text{ cm} \quad (12)$$

Wir berechnen wieder die mittleren Fehler sowie die Ablesefehler des Mittelwerts:

$$\sigma_{h_{L_1}} = \frac{\sigma_{h_{L_1}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h'_{L_1} - \Delta h_{L_1})^2}{n(n-1)}} \approx 0,36 \text{ cm} \quad (13)$$

$$\sigma_{h_{C_1}} = \frac{\sigma_{h_{C_1}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h'_{C_1} - \Delta h_{C_1})^2}{n(n-1)}} \approx 0,24 \text{ cm} \quad (14)$$

$$\sigma_{h_{L_2}} = \frac{\sigma_{h_{L_2}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h'_{L_2} - \Delta h_{L_2})^2}{n(n-1)}} \approx 0,22 \text{ cm} \quad (15)$$

$$\sigma_{h_{C_2}} = \frac{\sigma_{h_{C_2}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h'_{C_2} - \Delta h_{C_2})^2}{n(n-1)}} \approx 0,20 \text{ cm} \quad (16)$$

$$(17)$$

Mit dem Ablesefehler  $\Delta h_x$  können wir durch quadratische Addition jeweils die Fehler für die Höhendifferenzen bestimmen:

$$\Delta(\Delta h_{L_x}) = \sqrt{(\sigma_{h_{L_x}}^-)^2 + (\Delta h_x)^2} \quad \Delta(\Delta h_{C_x}) = \sqrt{(\sigma_{h_{C_x}}^-)^2 + (\Delta h_x)^2} \quad (18)$$

$$\Rightarrow \Delta(\Delta h_{L_1}) \approx 0,80 \text{ cm} \quad \Delta(\Delta h_{C_1}) \approx 0,75 \text{ cm} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \Delta(\Delta h_{L_2}) \approx 0,74 \text{ cm} \quad \Delta(\Delta h_{C_2}) \approx 0,74 \text{ cm} \quad (20)$$

$$(21)$$

Wir fassen die beiden Werte zusammen, die jeweils von uns beiden gemessen werden. Die gesamte Fehler werden auch durch die halbe Addition der beiden Messfehler bestimmt:

$$\Delta h_L = \frac{\Delta h_{L_1} + \Delta h_{L_2}}{2} = \underline{\underline{(8,2 \pm 0,8) \text{ cm}}} \quad (22)$$

$$\Delta h_C = \frac{\Delta h_{C_1} + \Delta h_{C_2}}{2} = \underline{\underline{(6,4 \pm 0,8) \text{ cm}}} \quad (23)$$

$$(24)$$

Aus Gleichung (7) ist ersichtlich, dass die Höhendifferenz genau einer halben Wellenlänge entspricht:

$$\lambda = 2\Delta h \iff \Delta\lambda = 2\Delta(\Delta h) \quad (25)$$

$$\Rightarrow \lambda_{Luft} = (16,5 \pm 1,5) \text{ cm} \quad (26)$$

$$\Rightarrow \lambda_{CO_2} = (12,7 \pm 1,5) \text{ cm} \quad (27)$$

Am Sinusgenerator wurde eine Frequenz  $f = (2,1012 \pm 0,0040) \text{ kHz}$  eingestellt, sodass wir anhand der Gl.(2) die Schallgeschwindigkeit sowie ihre Fehler berechnen können:

$$c_{Luft} = \lambda_{Luft} \cdot f \approx 345,86 \text{ m/s} \quad (28)$$

$$c_{CO_2} = \lambda_{CO_2} \cdot f \approx 266,85 \text{ m/s} \quad (29)$$

Die Schallgeschwindigkeit folgt aus (2), der Fehler ist dann gegeben durch:

$$\Delta c = c \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (30)$$

$$\Rightarrow \Delta c_{Luft} = 345,86 \cdot \sqrt{\left(\frac{1,54}{16,46}\right)^2 + \left(\frac{0,004}{2,1012}\right)^2} \approx 32,36 \text{ m/s} \quad (31)$$

$$\Rightarrow \Delta c_{CO_2} = 266,85 \cdot \sqrt{\left(\frac{1,50}{12,70}\right)^2 + \left(\frac{0,004}{2,1012}\right)^2} \approx 31,52 \text{ m/s} \quad (32)$$

Daher haben wir die Schallgeschwindigkeiten in Luft sowie in Kohlendioxid:

$$\implies \underline{\underline{c_{Luft} = (345,9 \pm 32,4) \text{ m/s}}} \quad (33)$$

$$\implies \underline{\underline{c_{CO_2} = (266,9 \pm 31,5) \text{ m/s}}} \quad (34)$$

$$(35)$$

Wir vergleichen die mit den Literaturwerten. Unter Normalbedingungen beträgt die Schallgeschwindigkeit der Luft  $c_{Lit,Luft} = 343,46 \text{ m/s}$ , während die Schallgeschwindigkeit in Kohlendioxid  $c_{Lit,CO_2} = 266,00 \text{ m/s}$  ist:

$$\frac{|c_{Luft} - c_{Lit,Luft}|}{\Delta c_{Luft}} = \frac{345,86 - 343,46}{32,36} \approx 0,074 \quad (36)$$

$$\frac{|c_{CO_2} - c_{Lit,CO_2}|}{\Delta c_{CO_2}} = \frac{266,85 - 266,00}{31,52} \approx 0,027 \quad (37)$$

$$(38)$$

Wir stellen fest, dass die Fehlerabweichungen mit jeweils  $0,074\sigma$  und  $0,027\sigma$  nicht signifikant sind. Einerseits haben die Fehler ein bisschen überschätzt, andererseits haben wir unter Berücksichtigung der Zufälligkeit jeden Wert zwei Mal experimentell bestimmt, sodass die Genauigkeit unserer Messungen deutlich erhöht wird.

Mit Gl.(6) möchten Wir noch die Schallgeschwindigkeiten unter Raumtempertur  $T = (17,5 \pm 0,5)^\circ\text{C} = (290,65 \pm 0,5)\text{K}$  berechnen (Normale Bedingung  $T_0 = 273,15\text{K}$ ):

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (39)$$

$$\implies c_{0,Luft} = c_{Luft} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \approx 335,29 \text{ m/s} \quad (40)$$

$$\implies c_{0,CO_2} = c_{CO_2} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \approx 258,69 \text{ m/s} \quad (41)$$

$$(42)$$

Wir berechnen den Fehler  $\Delta c$  dann aus (6) mit Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta c_0 = c_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{2T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2} \quad (43)$$

$$\implies \Delta c_{0,Luft} \approx 32,50 \text{ m/s} \quad (44)$$

$$\implies \Delta c_{0,CO_2} \approx 31,66 \text{ m/s} \quad (45)$$

$$(46)$$



Daraus kommen die Schallgeschwindigkeiten unter Normalbedingungen:

$$\Rightarrow \underline{\underline{c_{0,Luft} = (335,3 \pm 32,5)}} \quad (47)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c_{0,CO_2} = (258,7 \pm 31,7)}} \quad (48)$$

$$(49)$$

Aus *Experimentalphysik 1* (Demtröder, S. 363) entnehmen wir Literaturwerte für die Schallgeschwindigkeiten in unterschiedlichen Gasen bei Normalbedingungen:

$$c_{0,Lit,Luft} = 331,5 \text{ m/s}$$

$$c_{0,Lit,CO_2} = 259,0 \text{ m/s}$$

Wir vergleichen wieder unsere Ergebnisse mit den Literaturwerten:

$$\frac{|c_{0,Luft} - c_{0,Lit,Luft}|}{\Delta c_{0,Luft}} = \frac{335,29 - 331,50}{32,50} \approx 0,117 \quad (50)$$

$$\frac{|c_{0,CO_2} - c_{0,Lit,CO_2}|}{\Delta c_{0,CO_2}} = \frac{259,00 - 258,69}{31,66} \approx 0,010 \quad (51)$$

$$(52)$$

Die Fehlerabweichungen sind wieder nicht signifikant.

Wir können die Schallgeschwindigkeit unter Raumtempertur theoretisch durch Gl.(4) aus den gegebenen Größen, die die jeweiligen Gase beschreiben, berechnen.  $\gamma_{Luft} = 1,4$ ,  $\gamma_{CO_2} = 1,3$ ,  $M_{Luft} = 29 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}$ ,  $M_{CO_2} = 44 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}$ :

$$c_{theo,Luft} = \sqrt{\frac{\gamma_{Luft} RT}{M_{Luft}}} \approx 341,55 \text{ m/s} \quad (53)$$

$$c_{theo,CO_2} = \sqrt{\frac{\gamma_{CO_2} RT}{M_{CO_2}}} \approx 267,20 \text{ m/s} \quad (54)$$

$$(55)$$

Der Fehler ergibt sich als:

$$\Delta c_{theo} = \sqrt{\frac{\gamma R}{M_{mol}}} \frac{\Delta T}{\sqrt{T}} \quad (56)$$

$$\Rightarrow \Delta c_{theo,Luft} \approx 0,59 \text{ m/s} \quad c_{theo,CO_2} \approx 0,03 \text{ m/s} \quad (57)$$

Daher sind die theoretisch bestimmten Werte:

$$\implies \underline{\underline{c_{theo,Luft} = (341,6 \pm 0,6) \text{ m/s}}} \quad (58)$$

$$\implies \underline{\underline{c_{theo,CO_2} = (267,2 \pm 0,5) \text{ m/s}}} \quad (59)$$

$$(60)$$

Wir berechnen noch das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten:

$$r = \frac{c_{Luft}}{c_{CO_2}} \quad (61)$$

Der Fehler des Verhältnisses ist demnach gegeben durch:

$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\Delta c_{Luft}}{c_{CO_2}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{CO_2} \cdot c_{Luft}}{c_{CO_2}^2}\right)^2} \quad (62)$$

Wir setzen Gl.(58), (59) und (33); (34) in die Gl.(61), (62) und erhalten:

$$r = (1,296 \pm 0,195) \quad (63)$$

$$r_{theo} = (1,278 \pm 0,003) \quad (64)$$

Die Fehlerabweichung lautet:

$$\frac{|r - r_{theo}|}{\sqrt{(\Delta r)^2 + (\Delta r_{theo})^2}} \approx 0,041 \quad (65)$$

Die Abweichung ist also nicht signifikant.

### 3.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch eine Laufzeitmessung

Wenn der Abstand zwischen dem Mikrofon und dem Lautsprecher vergrößert wird, führt dies zu einer Verschiebung des Signals auf dem Oszilloskop nach rechts. Diese Verschiebung wird durch eine Phasenverschiebung zwischen der am Mikrofon eingehenden Welle und der Phase der am Kanal 1 anliegenden Sinusspannung verursacht.

Wenn die Abstandsänderung genau einer Wellenlänge entspricht, bedeutet dies, dass die Schallwelle eine volle Wellenlänge zurückgelegt hat. In diesem Fall wird das Signal auf dem Schirm um eine Periode verschoben, was einer Phasenverschiebung von 360 Grad entspricht.

Wir bilden die Differenzen aus den Abständen:

$$\begin{aligned}d_1 &= 3,62 \text{ cm} & d_2 &= 3,35 \text{ cm} \\d'_1 &= 3,55 \text{ cm} & d'_2 &= 3,40 \text{ cm}\end{aligned}$$

Für den Fehler:  $\Delta d = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}})^2 + (\Delta d_0)^2}$ , wobei  $\sigma_{\bar{d}}$  der mittlere Fehler des Mittelwerts ist und  $\Delta d_0 = \sqrt{4 \cdot (2 \cdot \Delta x)^2}$  entspricht.

Die Berechnung des Abstands zwischen zwei ganzen Perioden  $d$  unter Berücksichtigung des Ablesefehlers  $\Delta x = 0,1 \text{ cm}$  und des Fehlers durch Mittelwertbildung erfolgt wie folgt:

$$d = \frac{d_1 + d_2 + d'_1 + d'_2}{4} = (3,48 \pm 0,29) \text{ cm} \quad (66)$$

Da diese Länge genau einer Phasenverschiebung von  $2\pi$  ist, ist die Wellenlänge gegeben durch:

$$\lambda = (3,48 \pm 0,29) \text{ cm} \quad (67)$$

Mit der Gleichung (2) lässt sich die Schallgeschwindigkeiten bei  $f=10\text{Hz}$  berechnen:

$$c = \lambda f = 348 \text{ m/s} \quad (68)$$

Als Fehler der Frequenz kann wie oben  $\Delta f = 0,4 \text{ kHz}$  angenommen werden. Die Fehler berechnen sich gemäß Gl.(30) zu

$$\Delta c = \sqrt{(\lambda \Delta f)^2 + (f \Delta \lambda)^2} \approx 29 \text{ m/s} \quad (69)$$

Wir haben dann die Schallgeschwindigkeit:

$$\Rightarrow \underline{\underline{c = (348 \pm 29) \text{ m/s}}} \quad (70)$$

Mit Gl.(6) und (43) können wir wieder die Schallgeschwindigkeit  $c_0$  sowie ihren Fehler unter Normalbedingung berechnen:

$$c_0 = c \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \approx (337,36 \pm 32,17) \text{ m/s} \quad (71)$$

Die Abweichung vom Literaturwert nach *Experimentalphysik 1* (Demtröder, siehe oben) beträgt in diesem Fall:

$$\frac{|c - c_{Lit}|}{\sqrt{(\Delta c)^2 + (\Delta c_{Lit})^2}} \approx 0,16 \quad (72)$$

Die Fehlerabweichung beträgt  $0,16\sigma$  und ist daher nicht signifikant.

Anschließend haben wir die Darstellungen auf Oszilloskop für Stimmgabeln und menschliche Stimme Beobachtet:

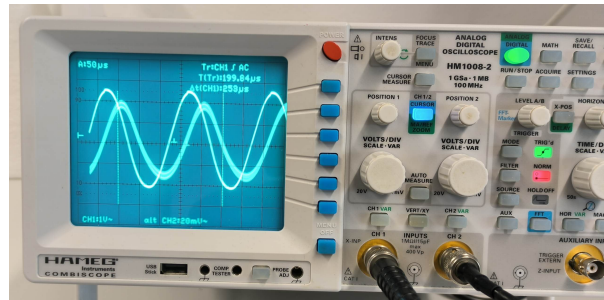


Abbildung 7: Stimmgabeln mit niedrigerer Frequenz

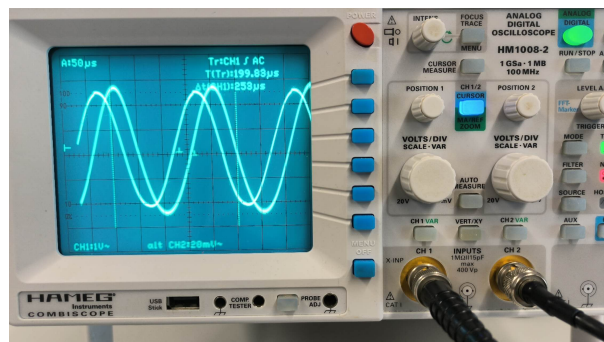


Abbildung 8: Stimmgabeln mit größerer Frequenz

Aus dem Bild können wir sehen, dass das Signal auf dem Oszilloskop als glatte, regelmäßige Sinuswelle erscheint. Und die Stimmgabel mit niedrigerer Frequenz hat offensichtlich eine größere Periodendauer als die mit größerer Frequenz.

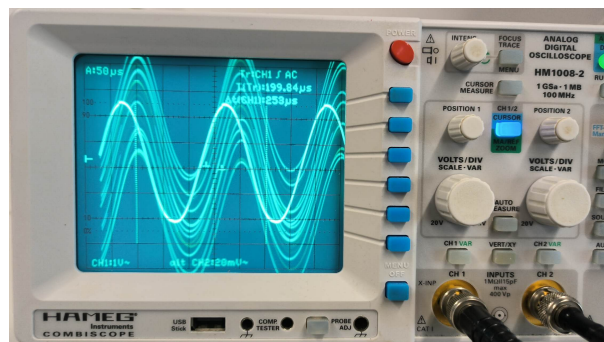


Abbildung 9: Menschliche Stimme

Wir haben vergessen, den Schalter an der Schallquelle zu lösen, wenn wir sprechen, aber es kann auch gesehen werden, dass auf Oszilloskop ein unregelmäßiges Signal beobachtet wird. Und die Amplitude ist proportional zur Lautstärke.

Aus Gl.(4) können wir auch qualitativ sagen, dass die Schallgeschwindigkeiten nicht von der Frequenz abhängig ist. Als Nachprüfen schalten wir den Sinusgenerator auf 2kHz und 5kHz um und machen wieder die Messungen. Die beiden Ergebnisse stehen ziemlich nah an den Wert, den wir gerade schon bestimmt haben.

## 4 Diskussion

In diesem Experiment wurde die Schallgeschwindigkeit in Luft und CO<sub>2</sub> bestimmt. Zunächst wurde das Quinckesche Rohr verwendet, um die Stellen mit maximaler Auslenkung der stehenden Welle zu bestimmen und die Wellenlänge zu ermitteln. Im zweiten Teil des Versuchs wurde die Änderung der Laufzeit einer Schallwelle zwischen dem Lautsprecher und dem Mikrofon in Abhängigkeit vom Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher gemessen. Mithilfe von Gleichung (4) konnten wir dann die Schallgeschwindigkeit bestimmen.

Bei allen Teilen unserer Ergebnisse wurden immer nur nicht signifikante Fehlerabweichungen festgestellt. Mit einer Abweichung kleiner als  $1\sigma$  lagen die von uns ermittelten Schallgeschwindigkeiten also sehr nahe an den Literaturwerten. Allerdings waren wir bei der Fehlerabschätzung noch etwas konservativ. Bei der Messung mit dem Quinckeschen Rohr gab es jedoch zahlreiche Fehlerquellen. Zum einen war es schwer, den genauen Resonanzpunkt zu bestimmen. Aufgrund der angeborenen Unempfindlichkeit des menschlichen Ohrs können wir nicht genau bestimmen, in welcher Höhe die Schallquelle die maximale Lautstärke erreicht, wir können uns nur auf einen Bereich einstellen, und dieses Intervall überschreitet manchmal sogar 2 bis 3 cm. In diesem Bereich denken wir alle, dass die Lautstärke das Maximum erreicht hat. Zum anderen gab es Interferenzen und Reverberationen aufgrund von gleichzeitigen Messungen anderer Gruppen, was die Experimentdurchführung erschwerte.

Als wir im zweiten Teil des Experiments die Schallgeschwindigkeit in Kohlendioxid bestimmten, stellten wir fest, dass es schwierig war, sicherzustellen, dass die Röhre ständig mit CO<sub>2</sub> gefüllt war. Aufgrund gelösten Sauerstoffs im Wasser konnte dieser im Laufe des Experiments aufgrund von Änderungen des Luftdrucks oder geringfügigen Störungen anderer Umweltfaktoren wieder in Kohlendioxid freigesetzt werden, was zu ungenauen Ergebnissen führte. Kleine Schwankungen im Wasserpegel führten auch zu hörbaren Frequenzänderungen, was die Messung weiter erschwerte. Möglicherweise entwich auch etwas CO<sub>2</sub> beim Anpassen des Wasserpegels, was die Messergebnisse beeinflusst haben könnte.

Im zweiten Teil des Experiments wichen die gemessenen Schallgeschwindigkeiten si-

gnifikant vom Literaturwert ab. Dies war hauptsächlich auf Messungenauigkeiten bei der Längenmessung und der Phasenverschiebung zurückzuführen. Insgesamt ist die Kontrolle und Minimierung von Fehlern in solchen Experimenten von entscheidender Bedeutung, da selbst kleine Fehler zu großen Abweichungen führen können. Wie wir schon in 1.3 diskutiert haben, Bei einer Ablenkung von  $30\mu s/cm$  ist der Abstand zwischen zwei Nulldurchgängen (d.h.  $180^\circ$ ) ca. 17mm. Ein Ablesefehler von 1 mm entspricht in diesem Fall einem Phasenfehler von  $\pm 10^\circ$ . Die Verwendung des xy-Modus des Oszilloskops hätte die Genauigkeit der Messung verbessern können.

Im Ganzen genommen hat dieses Experiment die Herausforderungen bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen und Luft verdeutlicht. Trotz der auftretenden Schwierigkeiten gelang es uns, Ergebnisse zu erzielen, die relativ nah an den erwarteten Werten lagen. Die Fehlerquellen, insbesondere bei der Messung mit dem Quinckeschen Rohr und der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Kohlendioxid, sollten in Zukunft berücksichtigt werden.