

BSDF 的对称性与各向同性

Dezeming Family

2021 年 12 月 25 日

DezemingFamily 系列书和小册子因为是电子书，所以可以很方便地进行修改和重新发布。如果您获得了 DezemingFamily 的系列书，可以从我们的网站 [https://dezeming.top/] 找到最新版。对书的内容建议和出现的错误欢迎在网站留言。

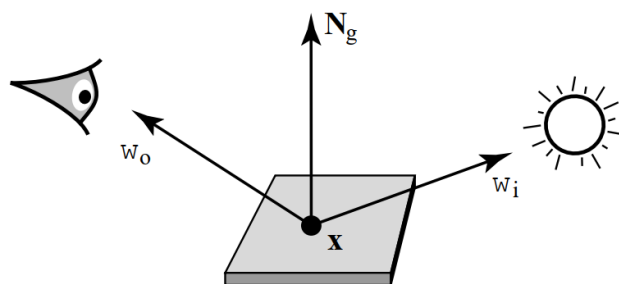
目录

一 引语	1
二 对称性与非对称性	2
三 各向同性与各向异性	2
参考文献	2

一 引语

BSDF 是计算机图形学的渲染领域最重要的基本概念之一，这里对其一些基本性质进行一些简单的讨论。

BSDF 称为双向散射分布函数，设为 f 。给定一个点 \mathbf{p} ，和光的出射方向 ω_o 以及入射方向 $-\omega_i$ ， $f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i)$ 函数会返回一个分数，可以理解为是入射方向为 $-\omega_i$ 的光散射到出射方向 ω_o 的比率。



顺便提一句，对于 BSDF 函数来说，由于对于想求出射方向 ω_o 的 radiance，我们希望求所有入射方向的 radiance 散射到 ω_o 的部分。由于 irradiance 不包括单位立体角（其实准确来说应该是单位投影立体角，多了一个 \cos 项），所以 BSDF 的形式是 $\frac{d \text{ radiance}}{d \text{ irradiance}}$ ，这样在渲染方程的积分中右边的积分项才是正确的。但对我们而言，其实只需要知道 f 返回一个比例就可以了。

那么，现在考虑几个问题。首先，BSDF 在所属半球上积分一定要是 1 吗？即下式是否一定必须成立：

$$\int_{S^2} f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) d\omega_i = 1 \quad (1.1)$$

答案是显而易见的，并不需要。那么，下面的式子呢：

$$\int_{S^2} f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) d\omega_o = 1 \quad (1.2)$$

答案是也不需要。有人觉得一束光散射到其它方向的总和一定是 1，这样才符合能量守恒，其实物体表面也可能会吸收一部分光，所以并不会全部散射到其他方向（可以不考虑彩色物体，我们可以只考虑 RGB

表示的光波的其中一个分量，或者考虑灰色的物体)。对于完全不反光的纯黑色物体来说， $f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) = 0$ 恒成立。

所以现在我们知道了，BSDF 函数并不需要积分为 1。

二 对称性与非对称性

现在又出现了另外一个问题，BSDF 是不是对称的呢？即下式是否成立：

$$f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) = f(\mathbf{p}, \omega_i, \omega_o) \quad (\text{二.1})$$

这里的答案是不一定——可以设置对称的 BSDF 函数，也可以设置不对称的 BSDF 函数。非对称的 BSDF 函数其实很好理解，举个例子，例如光从空气中通过一个玻璃会产生折射，也会反射掉一部分。而光从玻璃中再进入到空气中时，折射的比例和反射的比例与前面并不相同。可以参考 [1] 的第五章来进行更深入的了解。

著名的 Cook-Torrance 物理模型就是一个非对称的 BSDF 函数。

对称的 BSDF 函数我们可以进行自定义，例如：

$$f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) = g(\mathbf{p}, |\omega_o - \omega_i|) \quad (\text{二.2})$$

也就是说该 BSDF 的函数值仅与入射和出射方向的夹角大小有关，自然可以将两个方向互换而函数值不变。

三 各向同性与各向异性

有人可能会将各向同性与各向异性与对称性搞混，这里进行一下区分。

对于一个表面点 \mathbf{x} ，表面法向量为 N ，给定一个入射方向 ω_i 和一个出射方向 ω_o ，就可以计算 BSDF 值。我们定义一个旋转操作： $Rotate_N(\omega, a)$ ，表示将方向 ω 沿着法向量 N 旋转 a 度。

如果一个 BSDF 是各向同性的，那么下式成立：

$$\text{For any } a \in R: \quad (\text{三.1})$$

$$f(\mathbf{p}, \omega_o, \omega_i) = f(\mathbf{p}, Rotate_N(\omega_i, a), Rotate_N(\omega_o, a)) \quad (\text{三.2})$$

否则，就是各向异性的 BSDF 函数。

参考文献

- [1] E. Veach, Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation, Ph.D. thesis, Stanford University, 1997.