

先验概率与后验概率

Dezeming Family

2021 年 9 月 19 日

DezemingFamily 系列书和小册子因为是电子书，所以可以很方便地进行修改和重新发布。如果您获得了 DezemingFamily 的系列书，可以从我们的网站 [https://dezeming.top/] 找到最新版。对书的内容建议和出现的错误欢迎在网站留言。

20210920：完成第一版。

目录

一 先验概率与后验概率	1
参考文献	1

一 先验概率与后验概率

概率的获得一般可以分为两种：

- 从原因到结果——先验概率
- 从结果到原因——后验概率

比如第一个箱子里有三个红球两个白球，第二个箱子里有 1 个红球 4 个白球。我们随机从一个箱子中抽取一个球，设抽到红球的概率为 $P(X_1)$ ，抽到白球的概率是 $P(X_2)$ 。从第一个箱子中取球的概率为 $P(C_1)$ ，从第二个箱子中取球的概率为 $P(C_2)$ 。根据计算可得：

$$P(C_1) = P(C_2) = \frac{1}{2} \qquad P(X_1) = \frac{3+1}{5+5} = \frac{2}{5} \qquad (一.1)$$

$$P(X_2) = \frac{2+4}{5+5} = \frac{3}{5} \qquad (一.2)$$

当我们已知从第一个箱子中取球时，取到红球的概率为 $P(X_1|C_1) = \frac{3}{5}$ ，已知从第二个箱子中取球，取到白球的概率为 $P(X_2|C_2) = \frac{4}{5}$ 。

上面讲述的这些概率都是从原因得到结果，也就是我们知道球的个数和种类推断的概率。这些概率都是先验概率。

当我们已经得到了某个结果，我们推原因，就是后验概率，例如 $P(C_2|X_1)$ ，即已知我们抽中了红球，我们想知道它来自第二个箱子的概率。在这种情况下，我们已经有结果，即抽中了红球，我们想推原因，因此这是后验概率。

根据贝叶斯公式，后验概率可以计算得到：

$$P(C_2|X_1) = \frac{P(X_1|C_2)P(C_2)}{P(X_1)} \qquad (一.3)$$

这个公式在这种情况下我们可以这么理解：

$$P(C_2|X_1)P(X_1) = P(X_1|C_2)P(C_2) \qquad (一.4)$$

即，“抽中红球并且红球属于第二个箱子的概率”等于“抽中第二个箱子，并且第二个箱子里抽中了红球的概率”。其实这两个概率都是“抽到了第二个箱子里的红球的概率”，也就是 $\frac{1}{5+5} = \frac{1}{10}$ 。

参考文献

- [1] 暂时没有参考文献。