Report9

> PB20020480 王润泽

1.Question

考虑泊松分布、指数分布，并再自设若干个随机分布（它们有相同或不同的 μ 和 σ 2 ），通过 Monte Carlo 模拟，验证中心极限定理成立（N=2、5、10)。

2. Algorithm

由中心极限定理：

$$X_N = \frac{\sum_i^N \frac{x_i}{N} - \mu}{\sigma/\sqrt{N}} \sim N(0,1)$$

其中 n是统计量 x_N的个数，μ是分布的期望，σ是分布的标准差，N(0, 1)是标准正态分布

要验证中心极限定理，就要得到各个分布的随机数 r，然后以 x_N作为统计量,进行标准化处理，验证中心极限定理。

$$x_N = \frac{\sum_i^N r_i}{N}$$

算法如下:

1. 生成满足概率分布为 f的抽样样本 r，得到分布对应的期望与方差
2. 对N（2，5，10，50）个样本计算其统计量 x_N，标准化处理后，将结果 X_n 存储到文件中。
3. 重复统计M次，绘制相关图像，与标准正态分布比较

实验用到的**分布**有

- 指数分布：$f(x) = e^{-x}$
- 泊松分布：$P_n(\lambda = 5) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^n}{n!}$
- 二项分布：$B(k, n = 10, p = \frac{1}{2}) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
- 均匀分布：$U[0, 1]$
- 余弦分布：$Cos(x), x \in [0, \pi/2]$

3 Experiment

3.1 指数分布

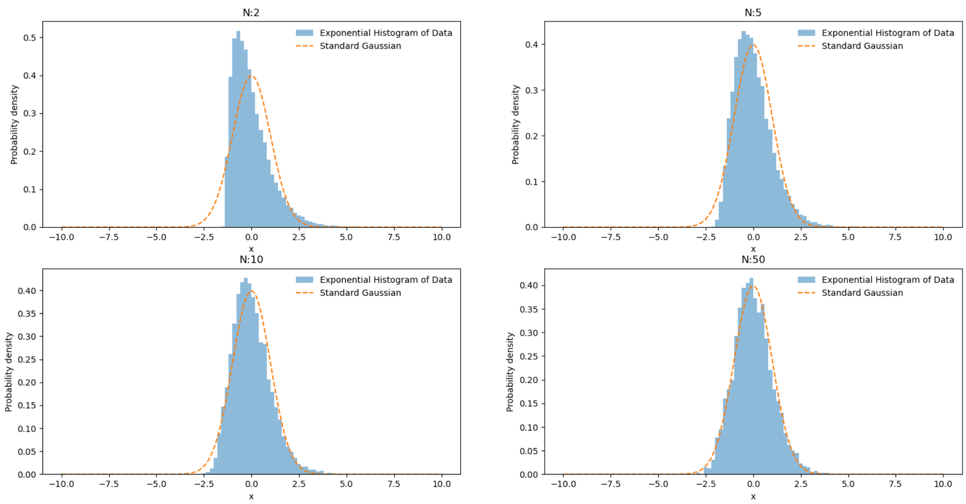

图1：指数分布验证中心极限定理

3.2 泊松分布

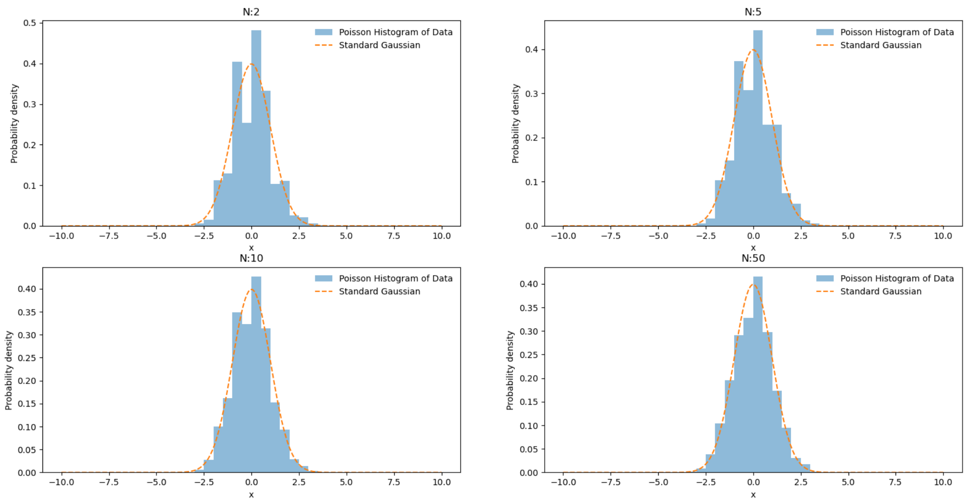

图2：泊松分布验证中心极限定理

3.3 二项分布

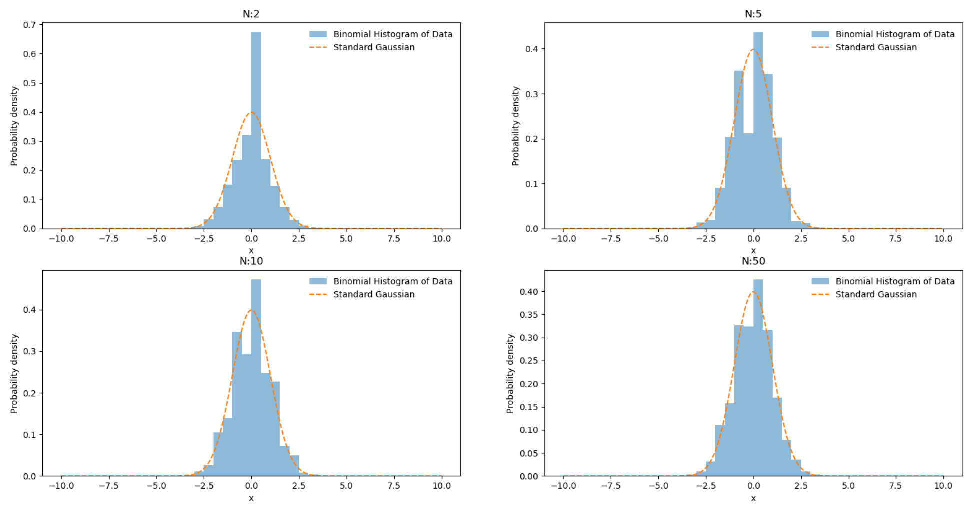

图3：二项分布验证中心极限定理

3.4 均匀分布

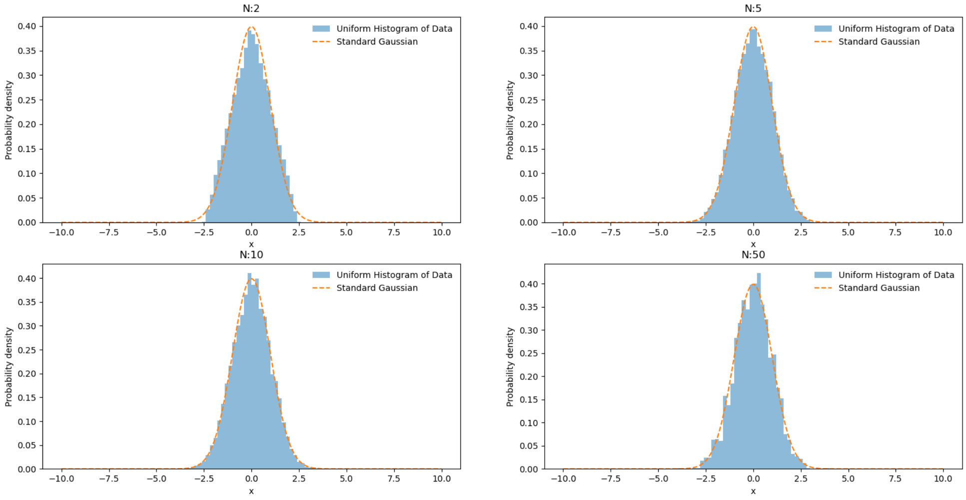

图4：均匀分布验证中心极限定理

3.5 余弦分布

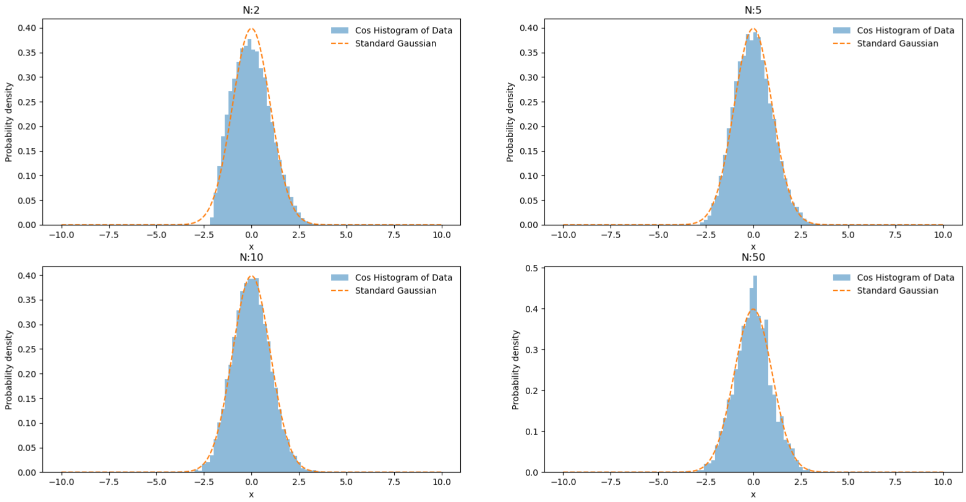

图5：余弦分布验证中心极限定理

4.Summary

实验中可以看到,5类分布最终当N取得越大时,越接近正态分布,从而论证了中心极限定理的正确性.