

Report9

Rainzor

1.Question

考虑泊松分布、指数分布，并再自设若干个随机分布（它们有相同或不同的 μ 和 σ^2 ），通过 Monte Carlo 模拟，验证中心极限定理成立（ $N=2, 5, 10$ ）。

2. Algorithm

由中心极限定理：

$$X_N = \frac{\sum_i^N \frac{x_i}{N} - \mu}{\sigma/\sqrt{N}} \sim N(0, 1)$$

其中 n 是统计量 x_N 的个数， μ 是分布的期望， σ 是分布的标准差， $N(0, 1)$ 是标准正态分布

要验证中心极限定理，就要得到各个分布的随机数 r ，然后以 x_N 作为统计量，进行标准化处理，验证中心极限定理。

$$x_N = \frac{\sum_i^N r_i}{N}$$

算法如下：

1. 生成满足概率分布为 f 的抽样样本 r ，得到分布对应的期望与方差
2. 对 $N(2, 5, 10, 50)$ 个样本计算其统计量 x_N ，标准化处理后，将结果 X_n 存储到文件中。
3. 重复统计 M 次，绘制相关图像，与标准正态分布比较

实验用到的分布有

- 指数分布： $f(x) = e^{-x}$
- 泊松分布： $P_n(\lambda = 5) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$
- 二项分布： $B(k, n = 10, p = \frac{1}{2}) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
- 均匀分布： $U[0, 1]$
- 余弦分布： $\text{Cos}(x), x \in [0, \pi/2]$

3 Experiment

3.1 指数分布

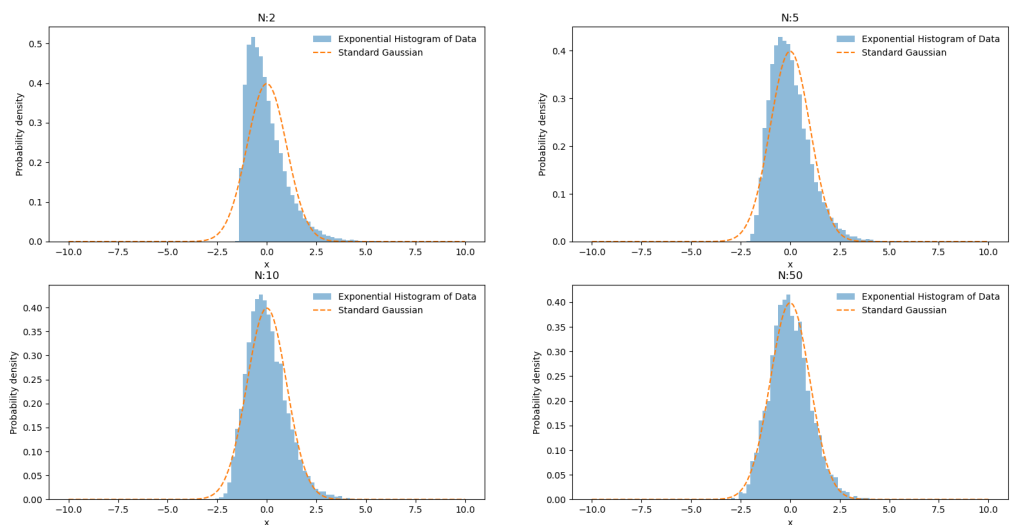


图1：指数分布验证中心极限定理

3.2 泊松分布

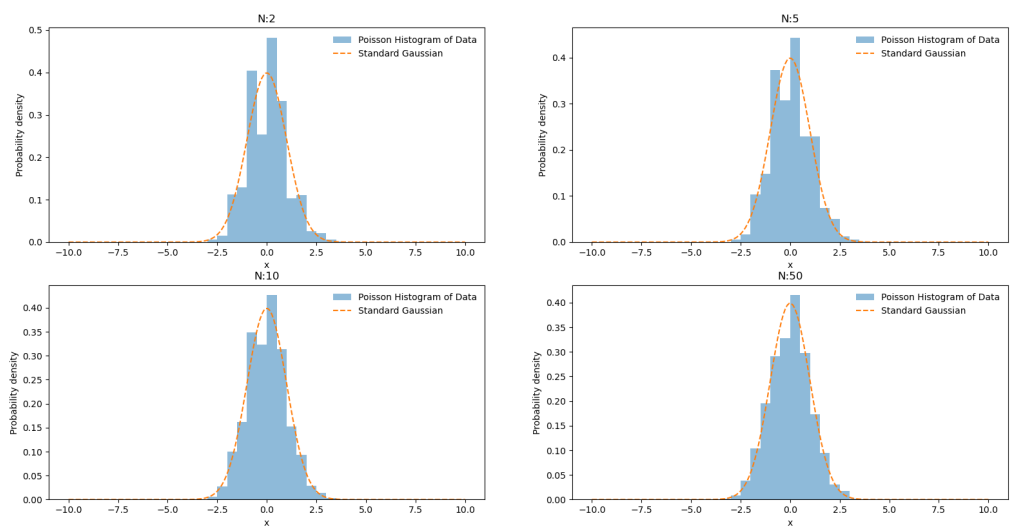


图2：泊松分布验证中心极限定理

3.3 二项分布

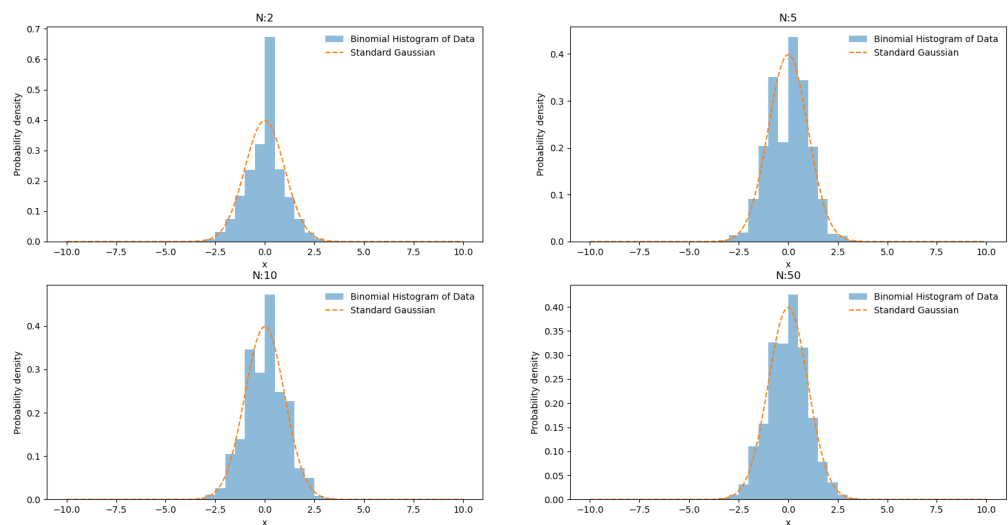


图3：二项分布验证中心极限定理

3.4 均匀分布

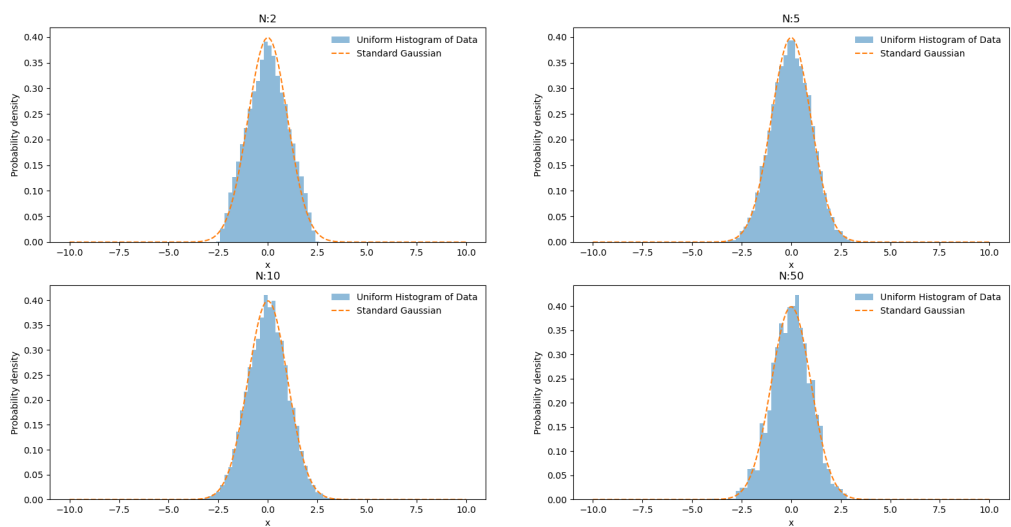


图4：均匀分布验证中心极限定理

3.5 余弦分布

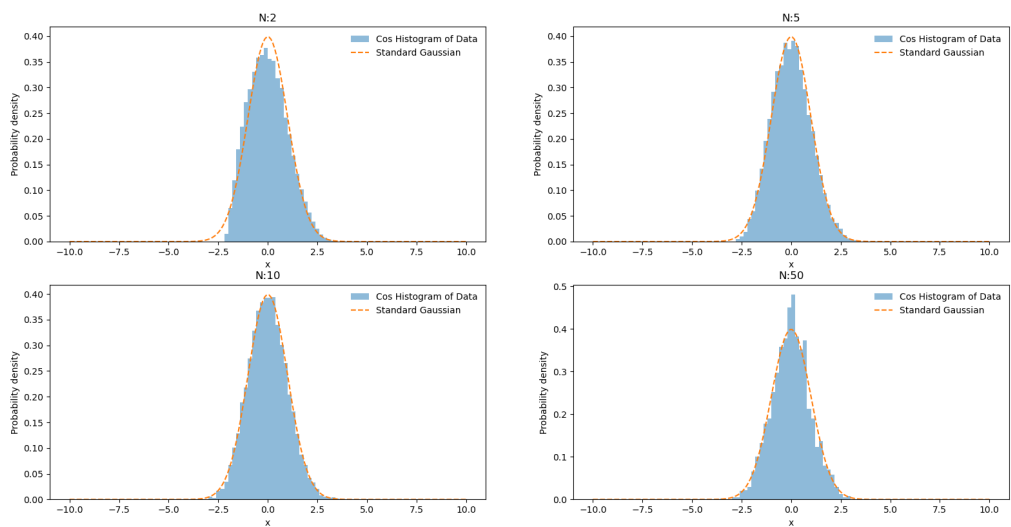


图5：余弦分布验证中心极限定理

4.Summary

实验中可以看到,5类分布最终当N取得越大时,越接近正态分布,从而论证了中心极限定理的正确性.