

## 书面作业

### 1. 假设

$V = \{w | w \in C[0, 1], w' \text{ 是 } [0, 1] \text{ 中分片连续有界函数}, w(0) = w(1) = 0\},$

$w \in C[0, 1]$  并且满足

$$\int_0^1 w v dx = 0, \quad \forall v \in V$$

证明:

$$w(x) = 0, \quad \forall x \in [0, 1].$$

### 2. 假设 $f(x)$ 是光滑函数, 给出两点边值问题

$$-u'' + u = f, \quad 0 < x < 1,$$

$$u(0) = u(1) = 0,$$

对应的变分问题。

### 3. 假设 $a(x), f(x)$ 是光滑函数, 给出两点边值问题

$$-(a(x)u'(x))' + u(x) = f(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$u(0) = u'(1) = 0,$$

对应的变分问题。

### 4. 假设函数 $f(x)$ 是分片线性的, $f(x) = \sum_{j=1}^N f_j \phi_j(x)$ , 证明: 求解边值问题的有限元方法可以写成如下形式

$$AU = MF$$

$M$  是质量矩阵 mass matrix.