第二次作业答案

4.1 跟踪 A* 搜索算法用直线距离启发式求解从Lugoj到Bucharest问题的过程。按顺序列出算法扩展的节点和每个节点的 f, g, h 值。

L[0+244=244]
M[70+241=311], T[111+329=440]
L[140+244=384], D[145+242=387], T[111+329=440]
D[145+242=387], T[111+329=440], M[210+241=451], T[251+329=580]
C[265+160=425], T[111+329=440], M[210+241=451], M[220+241=461], T[251+329=580]
T[111+329=440], M[210+241=451], M[220+241=461], P[403+100=503], T[251+329=580], R[411+193=604], D[385+242=627]
M[210+241=451], M[220+241=461], L[222+244=466], P[403+100=503], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627]
M[220+241=461], L[222+244=466], P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627]
L[222+244=466], P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627]
P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], M[292+241=533], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627], T[333+329=662]
B[504+0=504], L[280+244=524], D[285+242=527], M[292+241=533], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627], T[333+329=662], R[500+193=693], C[541+160=701]

4.2 启发式路径算法是一个最佳优先搜索，它的目标函数是 $f(n)=(2-w)g(n)+wh(n)$。算法中w取什么值能保证算法是最优的? 当$w=0$时，这个算法是什么搜索?$w=1$呢? $w=2$呢?

$f(n)=(2-w)[g(n)+\frac{w}{2-w}h(n)]$
令$\frac{w}{2-w}h(n)<h(n)$，则Astar算法启发式函数可采纳，算法最优
得到 $0<w<1$

- $w=0$时，$f(n)=2g(n)$：一致代价搜索
- $w=1$时，$f(n)=g(n)+h(n)$：Astar搜索
- $w=2$时，$f(n)=2h(n)$：贪婪最佳搜索

4.6 设计一个启发函数，使它在八数码游戏中有时会估计过高，并说明它在什么样的特殊问题下会导致次最优解。(可以借助计算机的帮助。)证明：如果h被高估的部分从来不超过 c，A*算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过 c。

- 启发式函数：$h=h_1+h_2$，h_1是错位的数量，h_2是曼哈顿距离

假设 $h(n)\le h^*(n)+c$ 并且令 G_2 为超过最优路径 c 的次优目标点，即 $g(G_2)>C^*+c$
令节点 n 为最优路径上的任意节点，则

$$\begin{aligned}f(n) &= g(n) + h(n) \\ &\le g(n) + h^*(n) + c \\ &\le C^* + c \\ &< g(G_2)\end{aligned}$$

所以 G_2 节点不会被扩展

4.7 证明如果一个启发式是一致的，它肯定是可采纳的。构造一个非一致的可采纳启发式。

n是任意一个节点，n' 是节点n的后继节点
如果h是一致的，则 $h(n) \le c(n,a,n') + h(n')$
可以使用数学归纳法来证明：
k是从节点n到目标节点最优路径上的节点数

- 当$k=1$时，n'是目标节点，则 $h(n) \le c(n,a,n')$，成立
- 假设n'是到目标节点最优路径为k步的节点并且$h(n')$是可采纳的
- 则：

  $$h(n) \le c(n,a,n') + h(n') \le c(n,a,n') + h^*(n') = h^*(n)$$

  故到目标节点最优路径为k+1步的n节点也是可采纳的