重力加速度

電気通信大学 III類
2513176 福島孝太

2025 年 11 月 1 日作成
2025 年 11 月 9 日 更新

1　目的

地球上にあるものにはすべて重力がはたらいている．　この重力を私たちは物体の重さとして感じる．　鉛直下方 (” 下”) とは重力の作用する方向である．

自由落下する物体に作用する力は，空気の抵抗を無視すると重力のみである．　物体に何らかの力が働くとき，物体の速度は変化する，すなわち加速度を生じる．　ニュートンの運動の法則によれば，物体に生じる加速度と質量の積は物に作用する力に等しい．　したがって g は自由落下する物体の加速度を示している．　このゆえに g を重力加速度と呼ぶ．

この実験では，ボルダの振り子を用いて，振り子の周期を精密に測定することにより，重力加速度を 4 桁の制度で測定する．

2　原理

2.1　振り子の周期

鉛直線を含む一平面内で振動する端振り子の周期 T は重力加速度に関係しており，振り子の長さ h を用いて次の式 (1) で表される．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \tag{1}$$

ただし，この式は振り子のおもりが小さく，振動の振幅も小さい場合の近似式であることを注意しておく．　この式 (1) を g について解くと次の式 (2) のようになる．

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2} \tag{2}$$

振り子の長さを $h = 1\,\mathrm{m}$ とすると，周期は約 2 秒となる．振り子の長さを不確かさ $1\,\mathrm{mm}$ 以内，すなわち 4 桁の精度で測るのは容易である．　続いて周期 T の不確かさについて考える．　仮に 30 周期をストップウォッチで測るとする．　30 周期は約 1 分であり，時間測定の不確かさは 0.3 秒ほど

はあるだろうから，周期の不確かさの割合は $0.3/60 = 1/200$ 程度である． g を求める式 (2) の中には周期 T が二乗の形で入っているから，以下の計算式 (3) で近似できる．

$$(1+\frac{1}{200})^2 = 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{40000} \simeq 1 + \frac{1}{100} \tag{3}$$

つまりこの方法では $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ に対して，$0.1\,\mathrm{m/s^2}$ ほど，約 $1/100$ 程度の不確かさが生じることになる． したがって g をさらに精密に測定するためには周期をもっと精度よく測定する必要がある．

2.2 周期の精密測定

約 2 秒の周期で振動している振り子を，正確に $T_0 = 2\,\mathrm{s}$ 毎の光パルス (閃光) で照明するとする．少し離れたところから振り子の振動を望遠鏡で観察する． 薄暗い視野の中で振り子の金属の吊り線が 2 秒毎に白く輝いて見える． 振り子の周期 T が正確に $T_0 = 2\,\mathrm{s}$ でないとすると，2 秒毎に光パルスで照らされるときの金属線の位置は少しずつずれていく． 望遠鏡をのぞいていると，2 秒毎に輝く金属線が視野の中を長い周期で左右に往復する． この長い周期 τ を測ると振り子の周期 T は次の式 (4)，(5) から求められる．

$$\left|\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right| = \frac{1}{\tau} \tag{4}$$

$$T = T_0 \pm \frac{T_0^2}{\tau \mp T_0} \tag{5}$$

複号は振り子の周期 T が T_0 より長いときは上を，短いときは下をとる． 図にすると以下の図 1 になる．

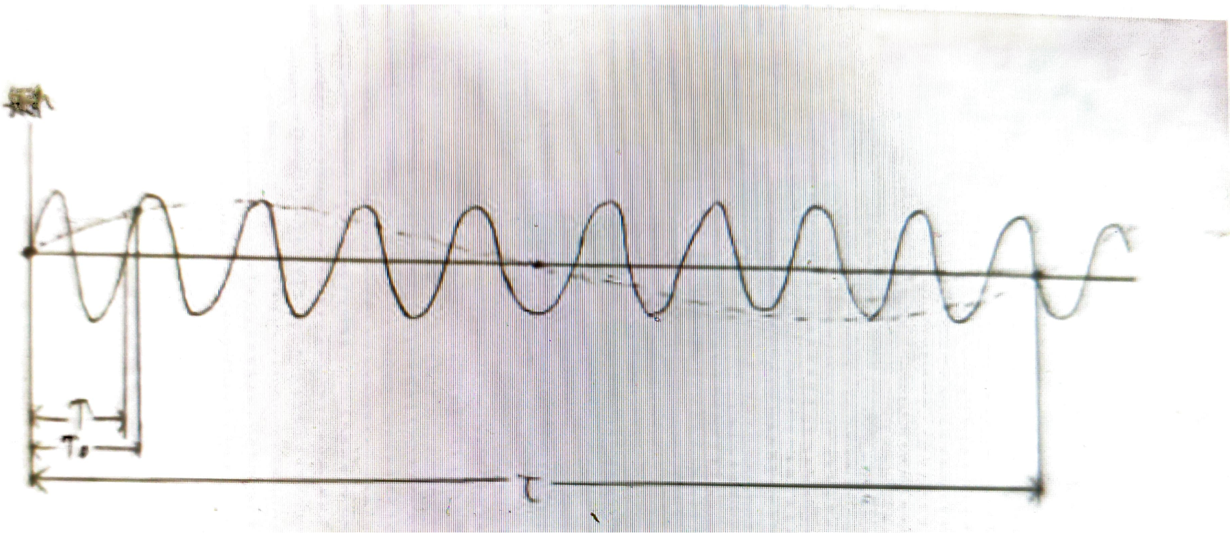

図 1: おおよその周期 T と正確な周期 T_0 の差

2.3　精密測定の課題

ここまで次の仮定のもとに導かれる式を用いた.

1. おもりの大きさが無視できる.
2. 振動の振幅が十分に小さい.

10^{-4} の精度を考えるとき，おもりの大きさのおよび振り子の振幅の影響を考慮しなければならない.

おもりを半径 r の球とし，振り子の最大振れ角を θ とする．このとき周期 T は以下の式 (6) で表される.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}\left(1+\frac{2r^2}{5h^2}\right)}\left(1+\frac{\theta^2}{16}\right) \tag{6}$$

根号内の () 内がおもりの大きさの効果を，最後の () 内が振幅が有限であることの効果を示している．たとえば測定に半径 $r = 2\,\mathrm{cm}$ の球を用いたとすると，$2r^2/5h^2 \simeq 1.6\times10^{-4}$ である．また振幅を $4\,\mathrm{cm}$ と仮定すると，最大振れ角は約 $4/100\,\mathrm{rad}$ であるから $\theta = 0.04$ を代入して，$\theta^2/8 \simeq 2\times10^{-4}$ である．これらを考慮すると，重力加速度を計算する式は以下の式 (7) となる.

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2}\left(1+\frac{2r^2}{5h^2}+\frac{\theta^2}{8}\right) \tag{7}$$

以上の配慮により，重力加速度を不確かさ $\pm0.1\,\mathrm{cm/s^2}$ で求めることが可能である.

2.4　不確かさの導出

周期 T, 振り子の長さ h, 重力加速度 g の不確かさは以下の式 (8), (9), (10) で求められる.

$$\Delta T = \frac{T_0^2}{(\tau+T_0)^2}\Delta\tau \simeq \frac{T_0^2}{\tau^2}\Delta\tau \tag{8}$$

$$\Delta h = \sqrt{(\Delta h')^2+\left(\frac{\Delta d}{2}\right)^2} \tag{9}$$

$$\Delta g = g\times\sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2+\left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2} \tag{10}$$

異なる精度で求められた各回の測定値 $g_1\pm\Delta g_1$, $g_2\pm\Delta g_2$, ..., $g_n\pm\Delta g_n$ の平均は以下の式 (11) で求められる.

$$\bar{g} = \frac{\frac{g_1}{(\Delta g_1)^2}+\frac{g_2}{(\Delta g_2)^2}+\cdots+\frac{g_n}{(\Delta g_n)^2}}{\frac{1}{(\Delta g_1)^2}+\frac{1}{(\Delta g_2)^2}+\cdots+\frac{1}{(\Delta g_n)^2}} \tag{11}$$

重力加速度の不確かさは以下の式 (12) を用いて求める.

$$\Delta g = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta g_1)^2}+\frac{1}{(\Delta g_2)^2}+\cdots+\frac{1}{(\Delta g_n)^2}}} \tag{12}$$

3　方法

3.1　用いた道具

以下の道具を用いて実験を行った.

1. 望遠鏡
2. ニッパー
3. ピアノ線
4. 三脚台 (図 2 の B に当たる．)
5. 受け皿 (図 2 の D に当たる．)
6. 台 (図 2 の E に当たる．)
7. マイナスドライバ
8. 水平器
9. 1500 mm 定規
10. 吊り金具 (図 2 の A に当たる．)
11. 300 mm ものさし
12. ノギス
13. 固定台 (図 2 の C に当たる．)

3.2　実験準備

以下の図 2 のような実験装置を用いて実験を行った.

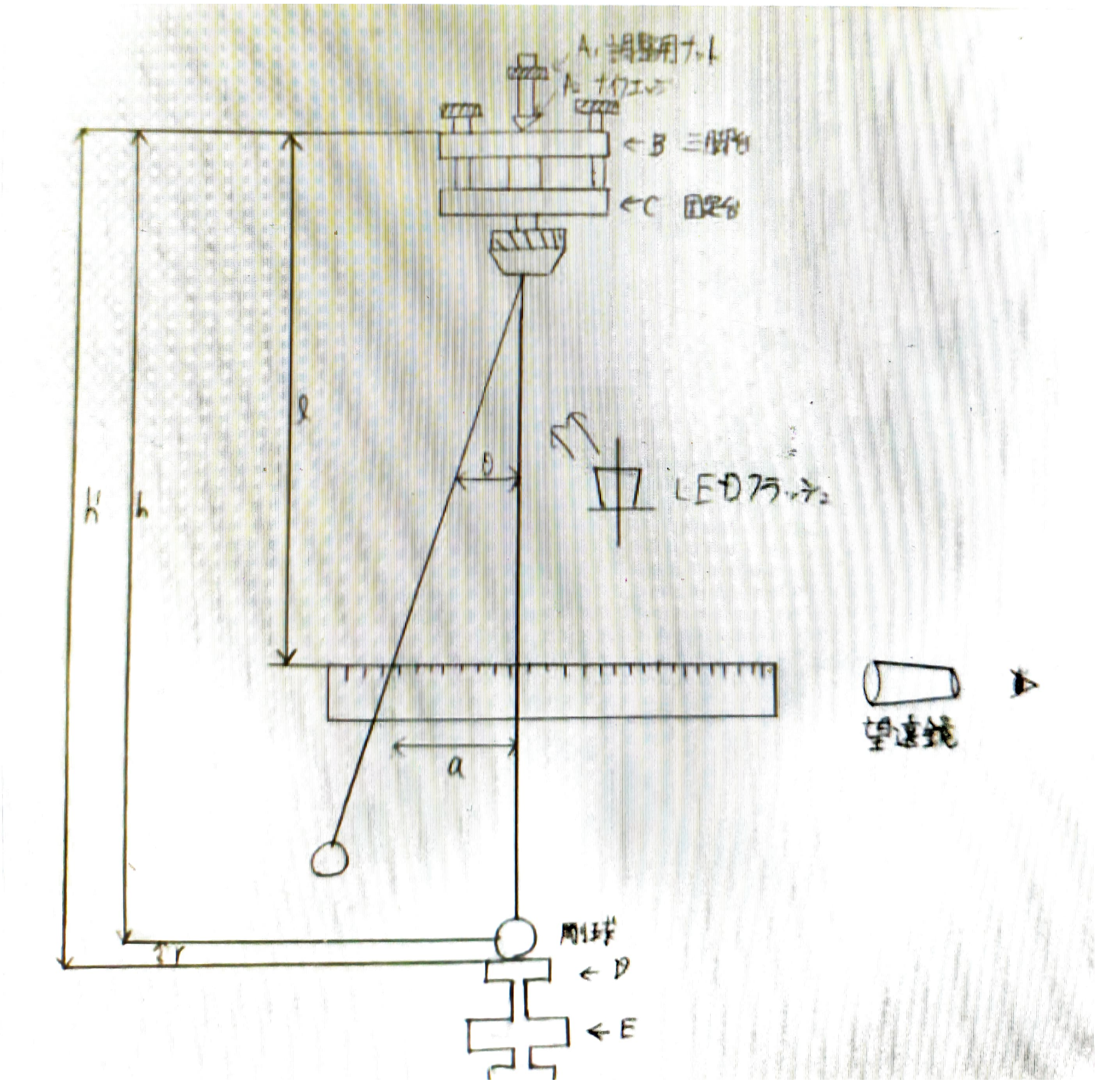

図 2: 実験装置の外観

3.2.1 実験道具の準備

まず，吊り金具の周期をおおよそ 2 秒になるよう調整した．続いて，球体の直径をノギスで 3 回測定し，ドライバで球体のねじを外した．次に，ピアノ線をねじに差し込み，テーパーの長さ分で

折り込んだ． そしてドライバでねじを締めた． 吊り金具の四つ爪にピアノ線の他端をさしこみ固定した． また三脚台を台にのせた上で水平器を三脚台の上にのせ，水平になるよう調整を行った．

3.2.2 ピアノ線の調整

ピアノ線を三脚台に乗せ，振り子が揺れるように調整を行った． まず，吊り金具の四つ爪からピアノ線を外し h' がステージより少し上になるように切断した． 次に，吊り金具を三脚台に乗せた． そして，球体が，ステージとの摩擦で止まる程度まで，ステージを上昇させた．

3.2.3 振り子の準備

ピアノ線の長さが調整が完了した後，振り子の周期を測定した． 20 周期から 30 周期で，おおよそ 1 往復が 2 秒になっているか確認した． 吊り金具を三脚台から外し，ステージと三脚台の上の面を基準として，長さを測定した． また，300 mm 物差しをの 150 mm 部分を壁に掛けてある黒い背景の白い線に合わせた． そして，望遠鏡から，振れ幅として用いる 3.0 cm が観察できるよう望遠鏡の位置を調整した．

3.3 周期の測定

測定する部屋を暗くした状態で実験を行った． 正確に 2 s 周期 T_0 で点滅するフラッシュライトを用いて，おおよそ 2 s の周期 T で振動する振り子との差 τ について観察した． 原理の式 (4) にも書いた通り，τ は以下の式で表される．

$$\frac{1}{\tau} = \left|\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right|$$

まず，振り子を 3.0 cm の振れ幅で望遠鏡から，$\tau/4$ を測定し，基礎科学実験 A(物理学実験)2025 年度版 p40 に掲載されている図を参考にしながら，ピアノ線の長さと近い値になっているか確認した． おおよそ同じ値になっていることが確認出来たら，3τ 分を観察した． また，測定が完了したのち，変化がないことを確認するため h' の長さを測定した． この測定を三回行った． このとき他の長さでも実験を行うため，ピアノ線の調整の段落の工程を行った．

3.4 実験条件

球体の直径 d, ピアノ線及びピアノの直径の和 (ステージから)h',

球体の直径 d 測定について以下の表 1 の結果が得られた．まとめると，表 2 のようになる

表 1: 実験条件の測定値

測定回数	球の直径 d/mm	長さ l/mm
1	31.8	882.0
2	31.7	883.5
3	31.8	884.3

表 2: 実験条件の平均値

直径 d/mm	長さ l/mm
31.77±0.06	883.3±1.2

4　結果

4.1　振り子の長さ

h' を 3 回変更して振り子の周期を測定し, 球の半径を引いて，振り子の長さ h を求めた．回数が多いため，各々の測定値は後に示した．また，各回の平均値は以下の表 3 になった．

表 3: 振り子の長さ h の平均値

実験回数	長さ h/mm
1	1006.7
2	1002.2
3	965.3

また，それぞれの振り子の長さにおける不確かさ $\Delta h/$ は, 以下の表 4 のようになった．$\Delta h/$ は原理の式 (9) にも書いた通り，以下の式 (13) が成り立つ．

$$\Delta h = \sqrt{(\Delta h')^2 + \left(\frac{\Delta d}{2}\right)^2} \tag{13}$$

表 4: 振り子の長さ h の不確かさ

実験回数	長さ Δh/mm
1	0.39
2	0.58
3	0.15

ここで振り子の長さ h 不確かさについて，三回目の実験値から求められた結果はかなり小さくなってしまい，正確に表せていないため，これ以降では用いない．

4.2　振り子の周期と振れ幅

正確に光るフラッシュライトと，おおよそ 2 s で往復する振り子の差 (うなりの手記)τ, 実験開始時の振幅 a_i および, 実験終了時の振幅 a_f を求めた.

表 5: うなりの周期と振幅

実験回数	周期の差 τ/s	初期の振幅 a_i/mm	最後の振幅 a_f/mm
1	295.44±3.08	18.0	17.2
2	455.33±9.11	24.0	15.2
3	332.59±4.53	19.5	16.5

4.3　振れ幅の導出

続いて θ の導出を行った． θ は以下の式 (14) によって与えられる．

$$\theta^2 = \frac{a_i \times a_f}{l^2} \tag{14}$$

各回の θ の値を i 回目の結果として，θ_i を用いた．

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{18.0 \times 17.2}{883.3^2}} = 0.0199\cdots \simeq 0.020$$

$$\theta_2 = \sqrt{\frac{24.0 \times 15.2}{883.3^2}} = 0.216\cdots \simeq 0.022$$

$$\theta_3 = \sqrt{\frac{19.5 \times 16.5}{883.3^2}} = 0.0203\cdots \simeq 0.020$$

4.4　周期の導出

実験の原理の式 (5), (8) より，周期 T では以下の式 (15), (16) が成り立つ．

$$T = T_0 \pm \frac{T_0^2}{\tau \mp T_0} \tag{15}$$

$$\Delta T = \frac{T_0^2}{(\tau + T_0)^2}\Delta\tau \simeq \frac{T_0^2}{\tau^2}\Delta\tau \tag{16}$$

i 回目の実験で求めた振り子の周期, および不確かさを T_i, ΔT_i とした． ただしこの時の正確な周期 T_0 は 2 s である．

$$T_1 = T_0 + \frac{T_0^2}{\tau - T_0^2} \simeq 2.0136\,\mathrm{s}$$

$$\Delta T_1 = \frac{T_0^2}{\tau^2}\Delta\tau \simeq 0.0001\,\mathrm{s}$$

$$T_2 = T_0 + \frac{T_0^2}{\tau - T_0^2} \simeq 2.0088\,\mathrm{s}$$

$$\Delta T_2 = \frac{T_0^2}{\tau^2}\Delta\tau \simeq 0.0002\,\mathrm{s}$$

$$T_3 = T_0 - \frac{T_0^2}{\tau + T_0^2} \simeq 1.9880\,\mathrm{s}$$

$$\Delta T_3 = \frac{T_0^2}{\tau^2}\Delta\tau \simeq 0.0002\,\mathrm{s}$$

以上より，周期 T の測定値は

$$T_1 = 2.0136 \pm 0.0001\mathrm{s}$$

$$T_2 = 2.0088 \pm 0.0002\mathrm{s}$$

$$T_3 = 1.9880 \pm 0.0002\mathrm{s}$$

となった.

4.5 重力加速度の導出

原理でも説明した通り，式 (7) で求められる． 以下に同様の式 (17) を掲載する.

$$g = \frac{4\pi^2 h}{T^2}\left(1 + \frac{2r^2}{5h^2} + \frac{\theta^2}{8}\right) \tag{17}$$

それぞれの値を代入し，計算する．i 回目の実験で求めた重力加速度を g_i とした． この時，円周率 π は計算の精度に合わせ，3.1415 を用いた.

$$g_1 = \frac{4 \times 3.1415^2 \times 1.0067}{2.0136^2}\left(1 + \frac{2 \times 0.015883^2}{5 \times 1.0067^2} + \frac{0.020^2}{8}\right) \simeq 9.8035\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$g_2 = \frac{4 \times 3.1415^2 \times 1.0022}{2.0088^2}\left(1 + \frac{2 \times 0.015883^2}{5 \times 1.0022^2} + \frac{0.022^2}{8}\right) \simeq 9.8061\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$g_3 = \frac{4 \times 3.1415^2 \times 0.9653}{1.9880^2}\left(1 + \frac{2 \times 0.015883^2}{5 \times 0.9653^2} + \frac{0.020^2}{8}\right) \simeq 9.6433\,\mathrm{ms^{-2}}$$

また，不確かさ Δg は式 (10) より計算できる. 以下の式 (18) は式 (10) の再掲である.

$$\Delta g = g \times \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2} \tag{18}$$

それぞれ,

$$\Delta g_1 = 9.8035 \times \sqrt{\left(\frac{0.00046}{1.0067}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0001}{2.0136}\right)^2} \simeq 0.0039\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$\Delta g_2 = 9.8061 \times \sqrt{\left(\frac{0.00055}{1.0022}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0002}{2.0088}\right)^2} \simeq 0.0060\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$\Delta g_3 = 9.6433 \times \sqrt{\left(\frac{0.000041}{0.9653}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0002}{1.9880}\right)^2} \simeq 0.0024\,\mathrm{ms^{-2}}$$

となる． 各測定における重力加速度の計算値は以下のようになった．

$$g_1 = 9.8035 \pm 0.0039\,\mathrm{ms^{-2}}$$
$$g_2 = 9.8061 \pm 0.0060\,\mathrm{ms^{-2}}$$
$$g_3 = 9.6433 \pm 0.0024\,\mathrm{ms^{-2}}$$

重力加速度および重力加速度の不確かさについてそれぞれの平均値を求める． このとき，不確かさの範囲にそれぞれの値が含まれている値のみ計算に用いる． 三回目の実験の値は，ほかの測定値の不確かさの範囲に含まれていないので，平均値の計算からは除外して計算した．

$$\bar{g} = \frac{\frac{9.8035}{(0.0039)^2} + \frac{9.8061}{(0.0060)^2}}{\frac{1}{(0.0039)^2} + \frac{1}{(0.0060)^2}} \simeq 9.804\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$\Delta g = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(0.0039)^2} + \frac{1}{(0.0060)^2}}} \simeq 0.003\,\mathrm{ms^{-2}}$$

となる．つまりこの実験における重力加速度の測定値は，$\bar{g} \pm \bar{\Delta} g = 9.804 \pm 0.003\,\mathrm{ms^{-2}}$ である．

5 考察

地球上で静止する物体には地球の中心に向かう引力と地球の自転による遠心力が作用する． 地球の引力の大きさは，地球を球形と近似し，地球の質量を M，半径を R および万有引力定数を G とすると GMm/R^2 である． 遠心力の大きさは，地球の自転の角速度を ω および考慮する地点の緯度を ϕ とすると $mR\omega^2 cos\phi$ と表される． この二つの力の合力が重力である．重力の大きさを mg とすると，重力加速度は以下の式 (19) で表される．

$$g = \frac{GM}{R^2} - R\omega^2 cos^2\phi \tag{19}$$

それぞれの物理定数に $G = 6.673 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$，$M = 5.974 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$，$R = 6.370 \times 10^6\,\mathrm{m}$，$\omega = 2\pi/(24 \times 3600)\,\mathrm{s^{-1}} = 7.27 \times 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}$ を代入して計算すると式 (20) を得る．

$$g = (9.824 - 0.034 cos^2\phi)\,\mathrm{m/s^2} \tag{20}$$

この計算に基づくと，今回の実験による測定値は文献値に十分近く，実験の手法として大きな誤りはなかったといえる． しかし，東京の重力速度は $9.7975\,\mathrm{ms^{-2}}$ である [3] から，測定値における不確かさの範囲に求めた重力加速度は含まれていない． このことについて，何らかの小さなミスまたはずれがあったと考える． h' や l といった金尺で測定する値は金尺の長さ自体が，自重や長さによるたわみにより変化している可能性がある． 他に考えられる原因は，重力加速度の式 (7) に含まれる二乗する値だ． 二乗することによってズレが生まれやすくなる． 特に τ はストップウォッ

チで測定したため，計測が少しずれていた可能性が考えられる． これらの値を正確に測定できていないと，真の値に近づくことは難しいことが分かる．

今回の実験では，３つのパターンで実験することができた． しかし，３回目の測定において，明らかに不確かさの範囲を逸脱するあたいを測定してしまった． その結果，実質 2 つのパターンのみ実験して平均値を求めることになった． したがって，計算精度が低下したと考えられる． つまり，ピアノ線の長さをより細かく変化させ，多くの回数を重ねることで，実験の精度は向上すると推測される． 同様に，周期 τ をより多くの回数で測ることでも実験の精度をあげることができ，重力加速度 g をより正確な値で求めることができると考えられる．

6 課題

6.1 国内における重力加速度の最大値と最小値

考察でも述べたように重力加速度は場所により変化する． このことにもとづくと，重力加速度の値が最も大きなところは日本最北端の択捉島，最も小さなところは日本最南端の沖ノ鳥島と予想できる． また，この値を具体的に計算する [2] と， 択捉島は以下のようになる．

$$g = (9.824 - 0.034\cos^2 45°33'26'')\,\mathrm{m/s^2} \simeq 9.806\,\mathrm{ms^{-2}}$$

$$g = (9.824 - 0.034\cos^2 24°16'59'')\,\mathrm{m/s^2} \simeq 9.793\,\mathrm{ms^{-2}}$$

6.2 吊り金具の振動周期と振り子の振動周期が等しくなる理由

振り子の周期を T，質量を M，慣性モーメントを I，支点と重心との距離を h とおく． このとき，$T = \sqrt{I/(Mgh)}$ の関係式が成り立つ．金具部分と振り子部分にたいしてそれぞれ M_1，I_1，h_1，M_2, I_2, h_2 とする． この二つの周期が等しいとき以下のしき (21) が成り立つ．

$$\frac{I_1}{M_1h_1} = \frac{I_2}{M_2h_2} \tag{21}$$

このことを踏まえ，振り子を全体を１つの振り子として考えると，$M = M_1 + M_2$, $I = I_1 + I_2$ であり，支点からの距離 h は $h = (M_1h_1+M_1h)/(M_1+M_2)$ となる． 式 (21) より，$I_2 = I_1(M_2h_2/M_1h_1)$ として $T = 2\pi\sqrt{I/Mgh}$ に代入すると

$$T = 2\pi sqrt\frac{I}{Mgh} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{I_1}{M_1h_1}\left(1+\frac{M_2h_2}{M_1h_2}\right)}{g\left(1+\frac{M_2h_2}{M_1h_1}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{M_1gh_1}}$$

となる．また $I_1 = I_2(M_1h_1/M_2h_2)$ とおいても同様に $T = 2\pi\sqrt{I_2/M_2gh_2}$ となる． このことから，吊り金具と振り子の周期は等しくなることが分かる．

参考文献

[1] 電気通信大学共通教育部自然科学部会 (物理)，重力加速度，基礎科学実験 A(物理学実験)2025 年度版, 2025 年, pp34-42

[2] 国土交通省国土地理院,” 日本の東西南北端点の緯度経度”,” 日本の東西南北端点の緯度経度”,2025 年 5 月 25 日更新,https://www.gsi.go.jp/KOKUJYOHO/center.htm, 最終アクセス日 2025 年 11 月 1 日

[3] 産業技術総合研究所,” 推定重力加速度”,2025 年 11 月 1 日更新,https://unit.aist.go.jp/qualmanmet/legalmetman/type_guide/data/GravityofLocalGov.pdf, 最終アクセス日 2025 年 11 月 1 日

7 付録

測定値が多く，本文に掲載しなかった値 h' を記しておく． ただしそれぞれの測定について，各測定値 h'_n の n の値について，周期の測定前から測定後の総回数として設定する．

7.1 振り子の長さと球体の半球の和 h'

実験前と実験後にそれぞれ 5 回づつ振り子の長さと球体の半球の和 h' を測定した．

7.2 1 回目の測定値

測定回数	測定前の長さ h'/mm	測定後の長さ h'/mm
1	1022.0	1022.8
2	1022.5	1023.0
3	1022.0	1022.8
4	1023.0	1022.9
5	1023.0	1022.8

この時,1 回目の測定における平均値 $\bar{h'_1}$ は

$$\bar{h'_1} = \frac{1022.0 + 1022.8 + 1022.5 + 1023.01022.0 + 1022.8 + 1023.0 + 1022.9 + 1023.0 + 1022.8}{10} = 1022.7\,\mathrm{mm}$$

よって 1 回目の実験における不確かさ $\Delta h'_1$ は

$$\Delta h'_1 = \sqrt{\frac{1}{10-1}\sum_{n=1}^{10}(h'_n - \bar{h'_1})} = 0.4\,\mathrm{mm}$$

となった．

7.3　2 回目の測定値

測定回数	測定前の長さ h'/mm	測定後の長さ h'/mm
1	1018.9	1017.5
2	1019.0	1017.6
3	1018.5	1017.6
4	1018.6	1017.7
5	1018.2	1017.7

この時,2 回目の測定における平均値 $\bar{h'_1}$ は

$$\bar{h'_2} = \frac{1018.9 + 1017.5 + 1019.0 + 1017.6 + 1018.5 + 1017.6 + 1018.6 + 1017.7 + +1018.2 + 1017.7}{10} = 1018.1\,\mathrm{mm}$$

よって 2 回目の実験における不確かさ $\Delta h'_1$ は

$$\Delta h'_2 = \sqrt{\frac{1}{10-1}\sum_{n=1}^{10}(h'_n - \bar{h'_1})} = 0.6\,\mathrm{mm}$$

となった.

7.4　3 回目の測定値

測定回数	測定前の長さ h'/mm	測定後の長さ h'/mm
1	997.0	997.0
2	997.0	997.3
3	997.0	997.2
4	997.0	997.2
5	996.9	997.3

この時,3 回目の測定における平均値 $\bar{h'_1}$ は

$$\bar{h'_3} = \frac{997.0 + 997.0 + 997.0 + 997.3 + 997.0 + 997.2 + 997.0 + 997.2 + 996.9 + 997.3}{10} = 997.1\,\mathrm{mm}$$

よって 3 回目の実験における不確かさ $\Delta h'_1$ は

$$\Delta h'_3 = \sqrt{\frac{1}{10-1}\sum_{n=1}^{10}(h'_n - \bar{h'_1})} = 0.1\,\mathrm{mm}$$

となった.