

音の共鳴

電気通信大学 III類
2513176 福島孝太

2025 年 10 月 1 日作成
2025 年 11 月 28 日更新

1 目的

クントにより発明された気柱の共鳴時に伝播管内に形成される定常波を可視化する音響実験を利用し、円管中の波長を測定する。また、山谷間電圧を測定する。これらの結果を用いて気体中の音速を求め、また、その実験結果について考察する。

2 原理

音速 v 、波長 λ 、振動数 f の間には式 (1) が成り立つ。

$$v = f\lambda \quad (1)$$

今ある振動数で気柱が共鳴したとすると、気柱には伝播管の形状によっていろいろな定在波(定常波)がたつ。

あらかじめ管の中に軽い粉をまいておくと定在波の腹にある粉は激しく動いて縞模様を作る。この縞模様の数から共鳴のモード番号を知ることができ、共鳴条件から、定在波の波長を求めることができる。したがって、振動数が既知であれば、式 (1) により、音速が求められる。共鳴条件はモード番号を j 、円管の直径を d とすると、式 (2) となる。

$$\lambda_j \cdot j = \pi d \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

測定は、図 1 を用いて行う。円管内にはあらかじめコルク粉が封入してある。

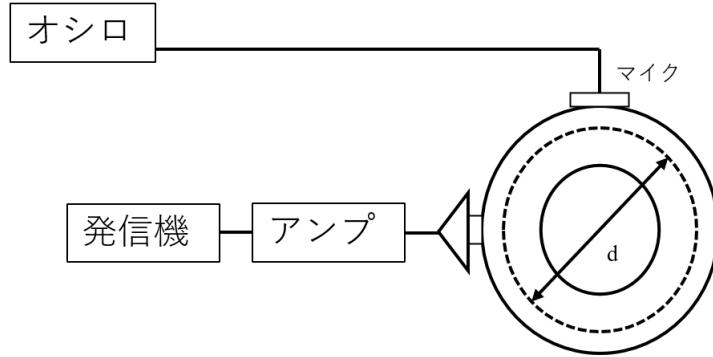


図 1: 円管による実験装置

発信機の振動数 f を変更し、共鳴条件である式 (2) が満たされると、円管内にモード番号 j の定在波が立つ。このとき腹の数 $N_j = 2j$ を考えれば、波長は式 (3) で求まる。

$$\lambda_j = \frac{\pi d}{j} \quad (3)$$

したがって、式 (1) より、音速 v が式 (4) と表される。

$$v = \lambda_j f_j = \frac{\pi d}{j} f_j \quad (4)$$

それぞれの値から、モード番号 j を横軸に、共鳴振動数 f_j を縦軸にとったグラフを描くことができる。このグラフに形成することができる傾き a の直線は、 $a \simeq f_j/j$ で表されることから、式 (5) で求められる。

$$v = \pi d a \quad (5)$$

なお、気体定数を R 、気体 1 mol あたりの質量を M 、気体の比熱を γ とする。このとき、絶対温度 T と気体の音速 v には次の関係式 (6) が成り立つ。

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} \quad (6)$$

不確かさを求める方法についてまとめる。円管の直径 d の不確かさは以下の式 (7) ように計算する。ただし、 d_i は i 回目における直径の長さ、 \bar{d} は d における平均値、 N は行った測定値の取得回数を表す。

$$\Delta d = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2} \quad (7)$$

また、音速 v についての不確かさ Δv は以下の式 (8) で求めることができる。ただしこの式において、 a は $j-f$ グラフにおける傾きを、 Δa はその不確かさを示している。

$$\Delta v = v \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2} \quad (8)$$

3 方法

3.1 実験道具

以下の実験道具を用いて実験を行った。

1. KENWOOD OSCILLATOR AG-203D
2. KEYSIGHT DSOX1102G Digital Stroage Oscilloscope
3. BOSE CORPORATION MODEL 1706II
4. マイク
5. 円管

以下, KENWOOD OSCILLATOR AG-203Dをオシレータ, KEYSIGHT DSOX1102G Digital Stroage Oscilloscopeをオシロスコープ, そして BOSE CORPORATION MODEL 1706II をアンプとして記述した。

3.2 実験方法

先にクントの方法で実験を行い, その後共鳴曲線の実験を行った。まず円管は非常に変形しやすい材質でできているため, 円に近い形になるよう調整した。次に円管の直径を 5 カ所で測定した。測定は円管を振動させることで音速を測るクントの方法, 山谷間電圧 V_{p-p} をみることで音速を求める方法の 2 種類で行った。

3.2.1 クントの方法

まず円管の直径を測定した。次に, 円管を観察しながら実験を行った。まず, オシレータの振動数を少しづつ上げた。この時円周が波長の倍数になる時, 円管でコルク粉の振動が観察できた。円周と 1 波長分の長さが等しくなるところから実験を行い, 5 波長分の長さが等しくなるところまで京目した際の振動数を記録した。振動数はオシロスコープに表示される波長を記録した。この際, ズレがないようにそれぞれ三回ずつ測定し, その平均値を用いることにした。

3.2.2 共鳴曲線

特定の波長を測定しているときに音量を変更してはいけない。これをしてると, 山谷間電圧が変化してしまう。オシロスコープに表示される sin 曲線を観察しながら実験を行った。もう z, オシロスコープの sin 曲線を観察しながら, オシレータのダイヤルをゆっくりと回し, 波の変化を観察した。波の振幅が最も大きくなる瞬間に近づいたら, その時の振動数および山谷間電圧を記録した。振幅の最も大きくなった瞬間から, 振動数を 1 Hz から 2 Hz 程ずつ離れてながら 20 回の測定を行った。クントの方法と同様に 0 Hz から測定を開始し, 波長が大きくなる 5 回目までの測定を行った。

4 結果

4.1 クントの方法

円管の直径 d は以下の測定結果が得られた。それぞれの平均値をとり、円の直径は以下の式 (9)

表 1: 円管の直径 d

測定回数	d mm
1	537
2	538
3	539
4	535
5	522
6	520

で表される値を用いることとする。

$$\bar{d} = \frac{537 + 538 + 539 + 535 + 522 + 520}{6} \simeq 531.8 \text{ mm} \quad (9)$$

ここから、円管の直径の不確かさ Δd を求める。

$$\Delta d = \sqrt{\frac{1}{6-1} [(537 - 531.8) + (538 - 531.8) + (539 - 531.8) + (535 - 531.8) + (522 - 531.8) + (520 - 531.8)]}$$

$$\simeq 9 \text{ mm}$$

したがって、円の直径の長さは $531.8 \pm 9 \text{ mm}$ となる。また円周の長さは円周率を円管の値を参考にして 4 桁の 3.141 を用いる。

$$531.8 \times 3.141 \simeq 1671 \text{ mm}$$

となる。

円管が共鳴振動をしている際の、振動数を記録した。振動数は測定値のずれを防ぐため、それぞれ共鳴しているときの振動数を三回測定し、その平均値を用いることにした。それぞれ以下の結果が得られた。

表 2: 測定した振動数 f_j

測定回数	$j = 1$ 時の f_1/Hz	$j = 2$ 時の f_2/Hz	$j = 3$ 時の f_3/Hz	$j = 4$ 時の f_4/Hz	$j = 5$ 時の f_5/Hz
1	195.0	395.1	611	817	1026
2	195.0	395.1	611	817	1026
3	195.0	395.1	611	817	1026

以上からそれぞれのモード番号における振動数の平均値をとると以下 3 のようになる。

表 3: 測定した振動数の平均値 \bar{f}_1

$j = 1$ 時の f_1/Hz	$j = 2$ 時の f_2/Hz	$j = 3$ 時の f_3/Hz	$j = 4$ 時の f_4/Hz	$j = 5$ 時の f_5/Hz
195.0	395.1	611	817	1026

のことから、モード番号との対応は以下のようになる。

円管で共鳴振動が観察できた周波数はのようになった。この時、式(5)のようにグラフの傾きを a そして円管の径を d としたとき、速度 v_j は、

$$v_j = \pi d a$$

で表される。グラフを書いて傾き a を求める。それぞれの共鳴振動数を横軸にモード番号を縦軸にとると、以下の図 2 となる。

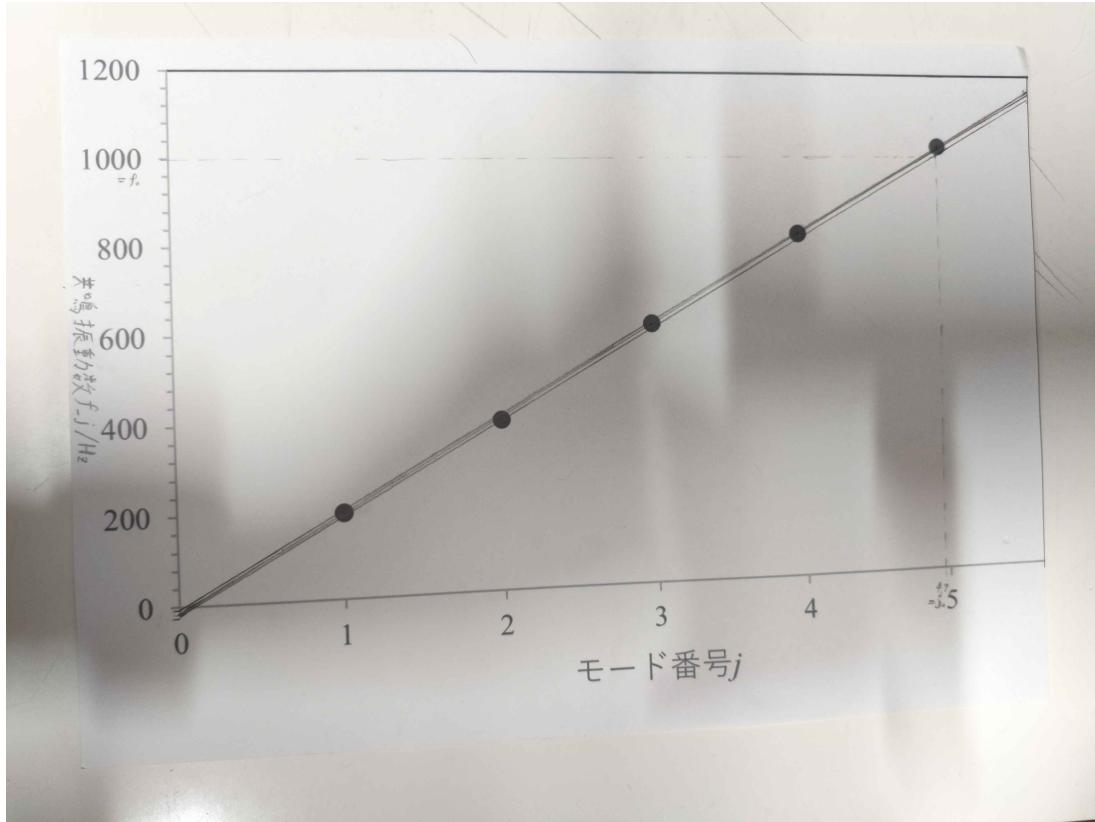


図 2: クントの方法による共鳴振動の図

a は図 2 より $j_0 = 4.9$, $f_0 = 1000$ であるから 204 となる。したがって音速 v は

$$v = 1.671 \times \frac{1000}{4.9} = 341 \text{ ms}^{-1}$$

である。ただし πd は先ほど d を求める際に計算したため πd の値を直接代入した。不確かさ Δv は、式(8)から以下のようなになる。

$$\Delta v = 341 \times \sqrt{\left(\frac{20}{1000/4.9}\right)^2 + \left(\frac{0.009}{0.5318}\right)^2} \simeq 6 \text{ ms}^{-1}$$

よって、クントの法則による速度は $341 \pm 6 \text{ ms}^{-1}$ となる。

4.2 共鳴曲線と山谷間電圧

つづいて、共鳴曲線の最大値の点付近を横軸にとり観察しながら、山谷間電圧（マイク電圧 V_{MIC} ）を縦軸に記録することで、音速を求めた。まず、モード番号 j について、1から5まで変化させたとき、それぞれの頂点付近での山谷間電圧を記録することで、それぞれの共鳴曲線を描き、その頂点における共鳴振動数を、それぞれのモード番号に対応する共鳴振動数とした。各モード番号におけるプロットデータは大量であるのでレポートの付録に記した。それぞれの点をプロットすると以下の図3,4,5,6,7のようになる。これらの図に共鳴振動数を f_0 として記した。

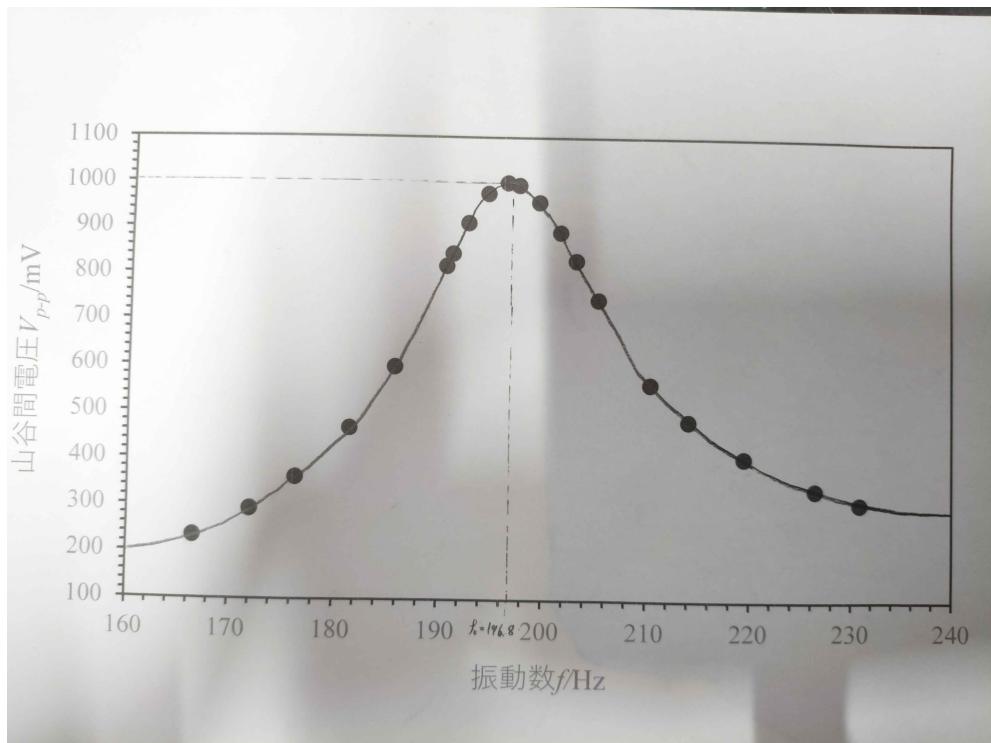


図3: $j = 1$ における山谷間電圧と振動数の図

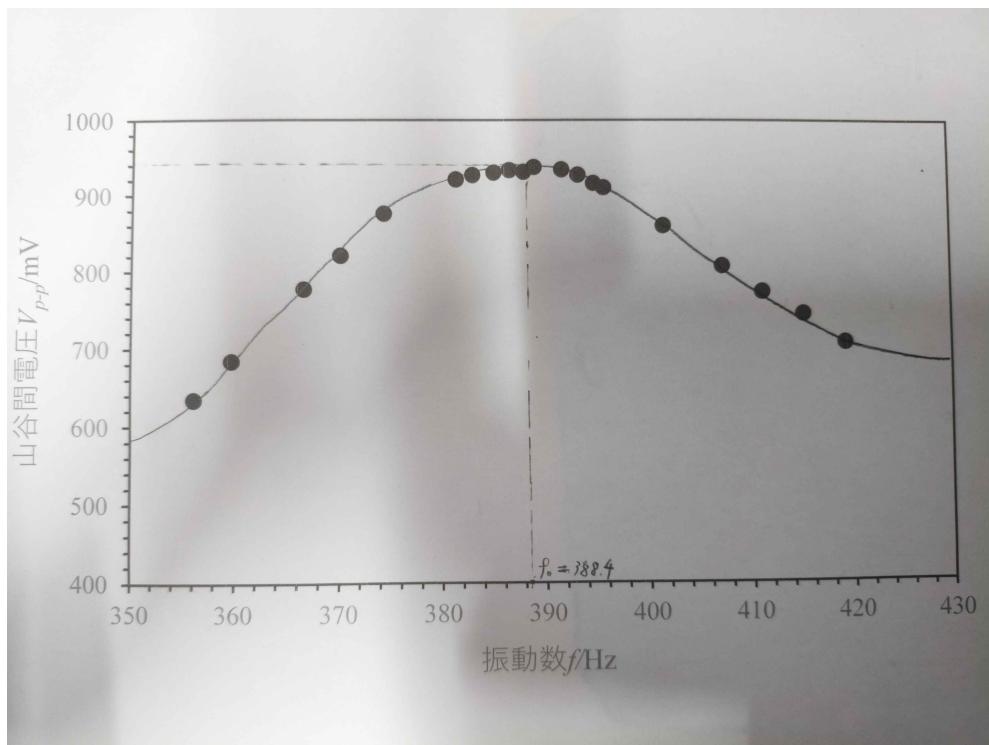


図 4: $j = 2$ における山谷間電圧と振動数の図

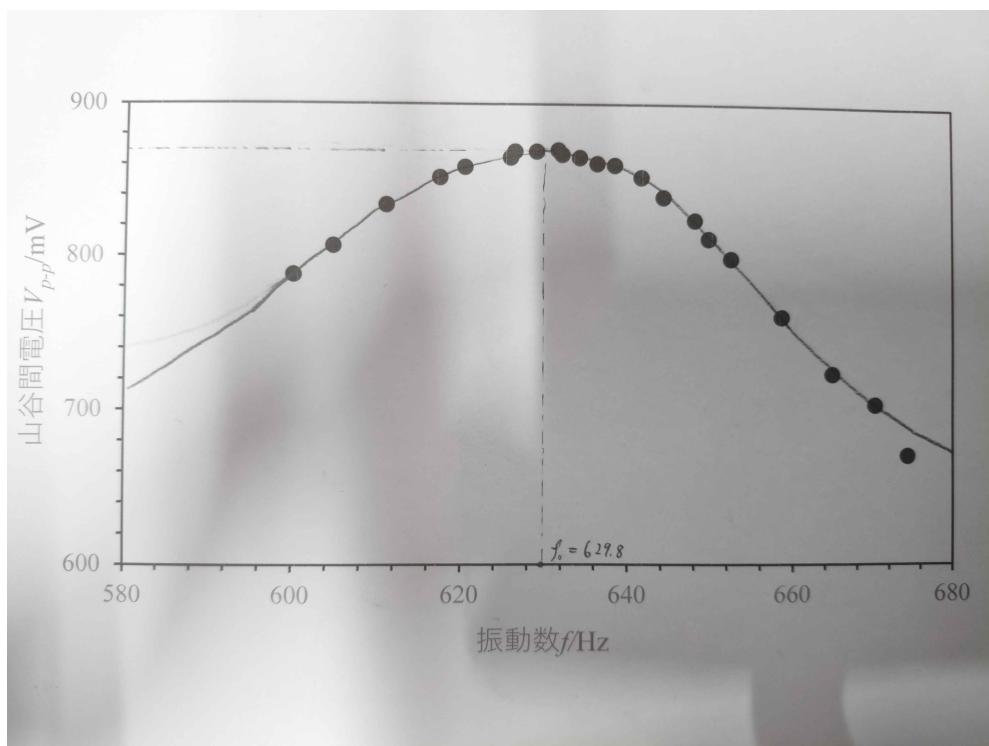


図 5: $j = 3$ における山谷間電圧と振動数の図

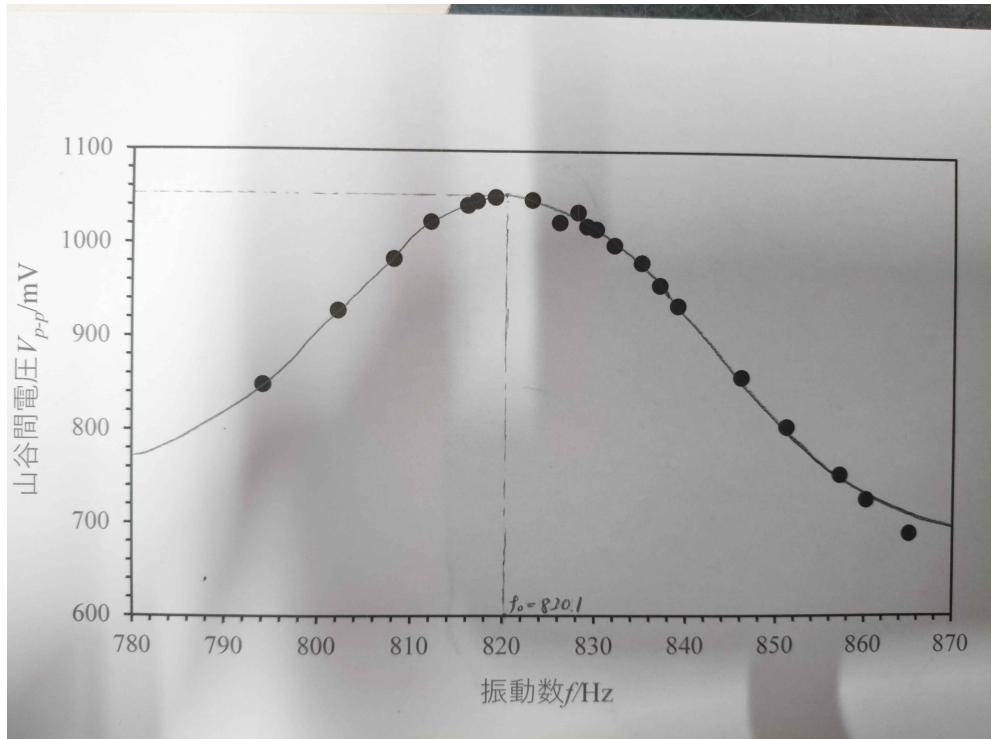


図 6: $j = 4$ における山谷間電圧と振動数の図

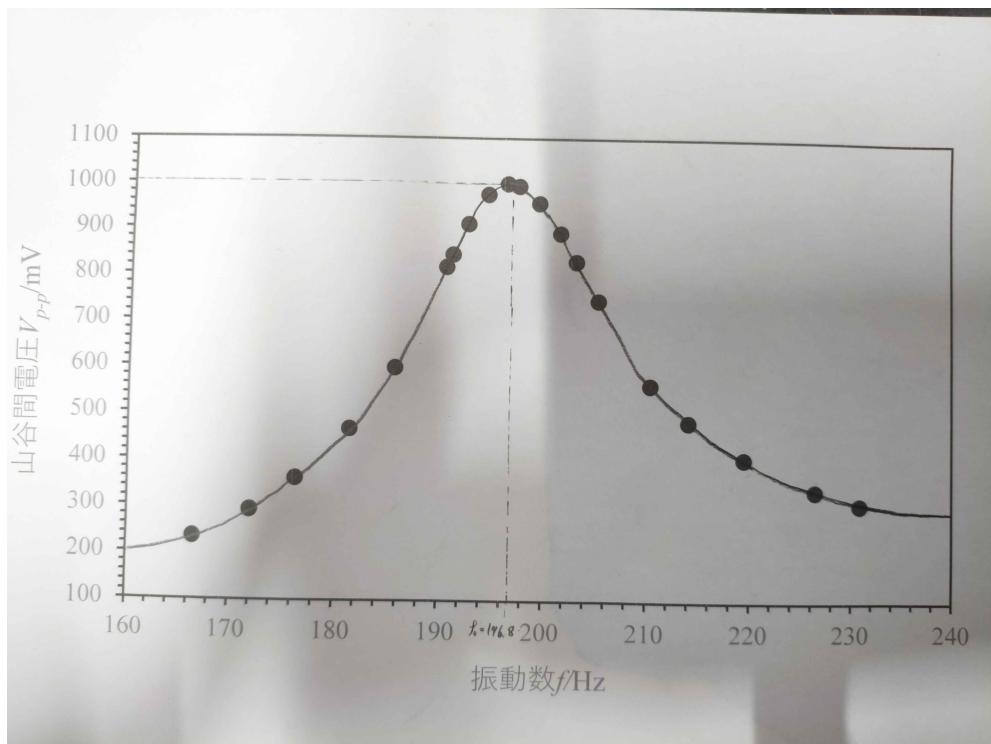


図 7: $j = 5$ における山谷間電圧と振動数の図

それぞれの共鳴振動数は以下のようになる。

表 4: それぞれの共鳴振動数
モード番号 j 共鳴振動数

モード番号 j	共鳴振動数
1	196.8
2	388.4
3	629.8
4	820.1
5	1007.5

共鳴振動数の値を図にすると以下の図 8 のようになる。

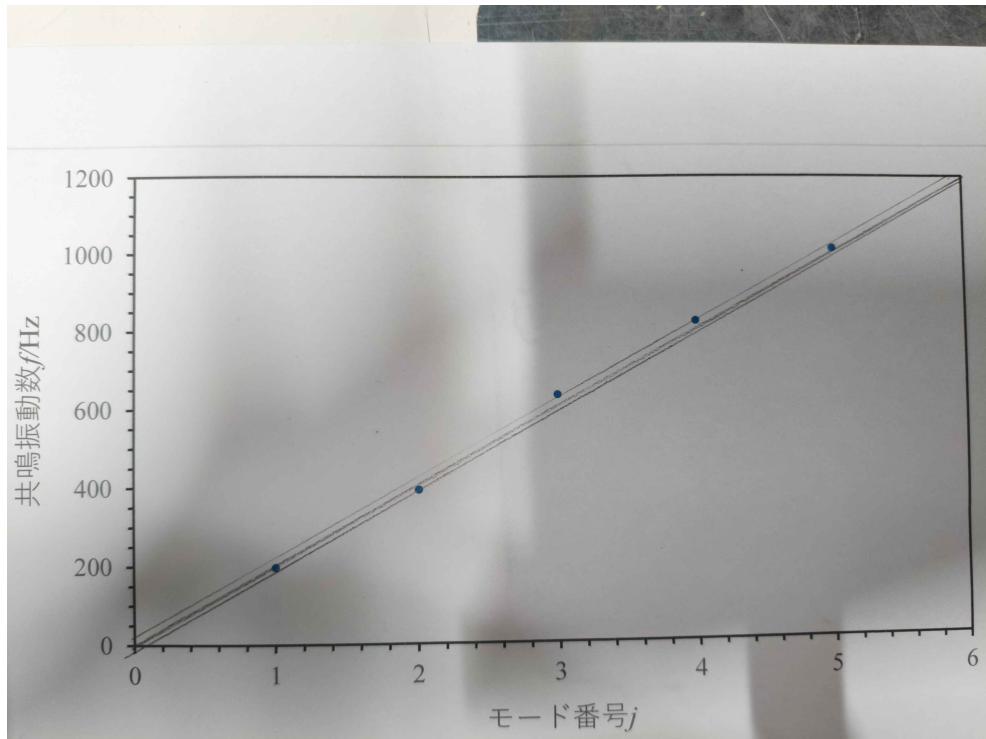


図 8: オシロスコープによる共鳴振動数の測定

この図 8 より、図における傾き a は $1200/5.9$ より 200 であり、 Δa は 20 である。この時音速 v は

$$v = 1.671 \times = 334 \text{ ms}^{-1}$$

したがって、 Δv は

$$\Delta v = \bar{v} \times \sqrt{\left(\frac{20}{20/200}\right)^2 + \left(\frac{0.009}{0.5318}\right)^2} \simeq 6 \text{ ms}^{-1}$$

4.3 教科書の式による音速とまとめ

原理にも記した通り、式 6 によっても音速を求めることができる。気体の比熱比 γ を 1.40、気体定数 R を 8.31、1 molあたりの気体の質量を 28.96 g とする [1] と、この日の気温 T が 19.9 °C であったから、この日の音速は

$$v = \sqrt{\frac{1.40 \times 8.31 \times 19.9}{0.02896}} \simeq 343 \text{ ms}^{-1}$$

である。

各々で求めた音速をまとめると以下の表 5 のようになる。

表 5: 音速 v の測定値とその比較

クントの法則による値 $v \pm \Delta v/\text{ms}^{-1}$	共鳴曲線による値 $v \pm \Delta v/\text{ms}^{-1}$	式 6 による値 $v \pm \Delta v/\text{ms}^{-1}$	文献値 v/ms^{-1}
341±6	334±6	343	343

5 考察

今回は、円管を眺めて音速を測るという方法と、共鳴曲線を描いて音速を測るという 2 通りの方法により音速を求めた。その結果、今回の実験ではクントの法則による音速の測定値の方がより正確に音速を求められる方法であることが判明した。この原因として考えられるのは、共鳴曲線のグラフにおける近似直線の設定の甘さだ。今回グラフに引いた直線は、横軸の目盛りに対して縦軸のメモリの値が大きすぎた。横軸 6 目盛り分に対して、縦軸は 1200 目盛り分の変化がある。これは測定値がかなり変わってしまう。共鳴曲線の計算を例に考える。例えばグラフの共鳴振動数がモード番号 6において実際には 30 Hz 大きい値をとっていたとしよう。この時 $a = 1230/6 = 205$ となるから、この時の音速 v は

$$v = 1.671 \times 205 \simeq 343 \text{ ms}^{-1}$$

となり、クントの法則よりも音速の測定精度が上がった。同様のことがクントの法則のグラフの直線にも言える。直接線を引かなければならない場合は、グラフを拡大したうえで線を引く処理が求められる。

ただし、クントの法則による測定において円管の直径が最大で 20 mm ほどの差があった。このことから、本来円形になるはずの円管が楕円形になってしまい、測定値は本来の値とは異なっていると考えられる。測定前に、楕円になっているかどうか判定するのは非常に難しいので、1 度円管の直径 d を測定したうえで、円管の形を変形させ、再度 d を測定する必要があった。

参考文献

- [1] 青山洋洋, 大気の平均分子量と物質量(mol)のまとめ, 色と形で気象予報士!, <https://irokata7.com/author/sorairo-9moiro/>, 最終閲覧日 2025年11月16日
- [2] 国立天文台, 気体中の音速, 理科年表プレミアム, https://www.rikanenpyo.jp/member/?module=Member&p=Contents%26page%3D2_MS2keyo%3Ams2o%5EContents%26page%3D2_MS2_1318%3Agai%5EHilight%26page%3D2_cPSx11x0890_2025_1%26no%3D1318%23keyword%3Aco&action=Hilight&page=2_cPSx11x0890_2025_1&no=1318#keyword, 最終閲覧日 2025年11月16日

6 付録

それぞれのモード番号における測定値をまとめた。

表 6: モード番号 $j = 1$ における測定値
振動数 f/Hz 山谷間電圧 V_{p-p}/mV

振動数 f/Hz	山谷間電圧 V_{p-p}/mV
196.37	1001
194.48	978
192.58	913
191.09	846
190.52	819
185.6	598
181.35	465
176.27	359
171.97	291
166.54	234
197.48	996
199.48	959
201.57	894
203.17	832
205.35	747
210.47	563
214.17	484
219.55	406
226.42	339
230.84	310

表 7: モード番号 $j = 2$ における測定値

振動数 f/Hz 山谷間電圧 V_{p-p}/mV

387.9	932
386.5	934
385	931
382.9	928
381.3	922
374.3	877
370.1	822
366.6	778
359.7	684
356.1	634
388.9	938
391.6	935
393.2	928
394.7	917
395.7	911
401.5	861
407.2	808
411.1	774
415.1	745
419.2	708

表 8: モード番号 $j = 3$ における測定値
振動数 f/Hz 山谷間電圧 V_{p-p}/mV

振動数 f/Hz	山谷間電圧 V_{p-p}/mV
829	1020
828	1035
826	1024
823	1048
819	1051
817	1047
816	1042
812	1024
808	984
802	928
794	848
830	1017
832	1000
835	981
837	957
839	935
846	858
851	805
857	754
860	727
865	690

表 9: モード番号 $j = 4$ における測定値

振動数 f/Hz 山谷間電圧 V_{p-p}/mV

996	941
995	940
992	922
990	890
988	867
986	838
981	769
975	693
968	639
962	604
997	954
1000	954
1005	971
1009	974
1011	973
1012	970
1016	961
1021	935
1025	903
1030	893
1034	869

表 10: モード番号 $j = 5$ における測定値
 振動数 f /Hz 山谷間電圧 V_{p-p} /mV

996	941
995	940
992	922
990	890
988	867
986	838
981	769
975	693
968	639
962	604
997	954
1000	954
1005	971
1009	974
1011	973
1012	970
1016	961
1021	935
1025	903
1030	893
1034	869