README.md

Compte rendu TP2 - Interpolation polynomiale et base de Lagrange

1. Définition des variables

Premièrement, on doit choisir des entrées `a`, `b` et `n` pour créer une subdivision `X` de l'intervalle `[a,b]` en `n+1` points equidistants

```
a = 0
b = 5 * numpy.pi
n = 5
N = 500
X = numpy.linspace(a, b, n)
```

Deuxièmement on va choisir une fonction `f` définit en tout points de la liste `X`, c'est à dire qui admet l'égalité `Yi = f(Xi)` pour `i` allant de 0 à `n`

```
def f(x): return numpy.sin(x)
```

On travail sur la base de Lagrange c'est à dire

$$L_k(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i}$$

```
# Base de Lagrange

def L(i, x, X):
    l = 1
    for j in range(n):
        if i != j:
            l *= (x - X[j]) / (X[i] - X[j])
    return l
```

2. Interpolation polynomiale

P(xi) = yi, pour i allant de 0 à n, se traduit par :

$$\left.\begin{array}{l} P(x_0) = y_0 : a_0L_0(x_0) + a_1L_1(x_0) + a_2L_2(x_0) + \ldots + a_nL_n(x_0) = y_0 \\ P(x_1) = y_1 : a_0L_0(x_1) + a_1L_1(x_1) + a_2L_2(x_1) + \ldots + a_nL_n(x_1) = y_1 \\ \ldots \\ P(x_n) = y_0 : a_0L_0(x_n) + a_1L_1(x_n) + a_2L_2(x_n) + \ldots + a_nL_n(x_n) = y_n \end{array}\right\} = (S)$$

et comme :

$$L_k(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq k \\ 1 & \text{si } i = k \end{cases} \forall k, i \in \mathbb{N}^2$$

on a :

$$\left.\begin{array}{l} a_0 = y_0 \\ a_1 = y_1 \\ \ldots \\ a_n = y_n \end{array}\right\}$$

```
# Fonction qui évalue le polynôme de Lagrange en x réel donné
def P(x, X, Y):
    p = 0
    for i in range(n):
        p += Y[i] * L(i, x, X)
    return p
```

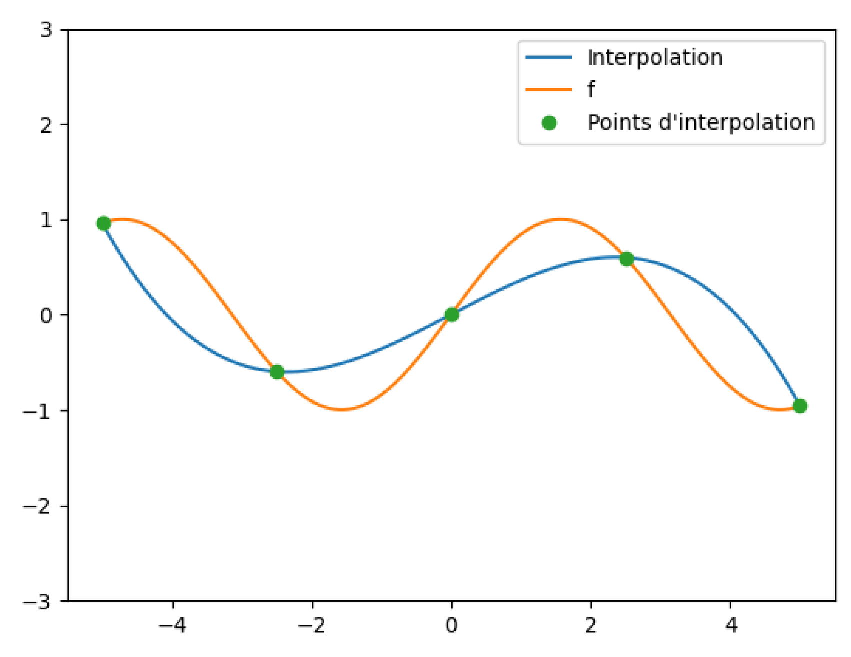
3. Affichage

On va maintenant afficher la fonction `f` et le polynôme de Lagrange `P` sur l'intervalle `[a,b]` avec `N` points

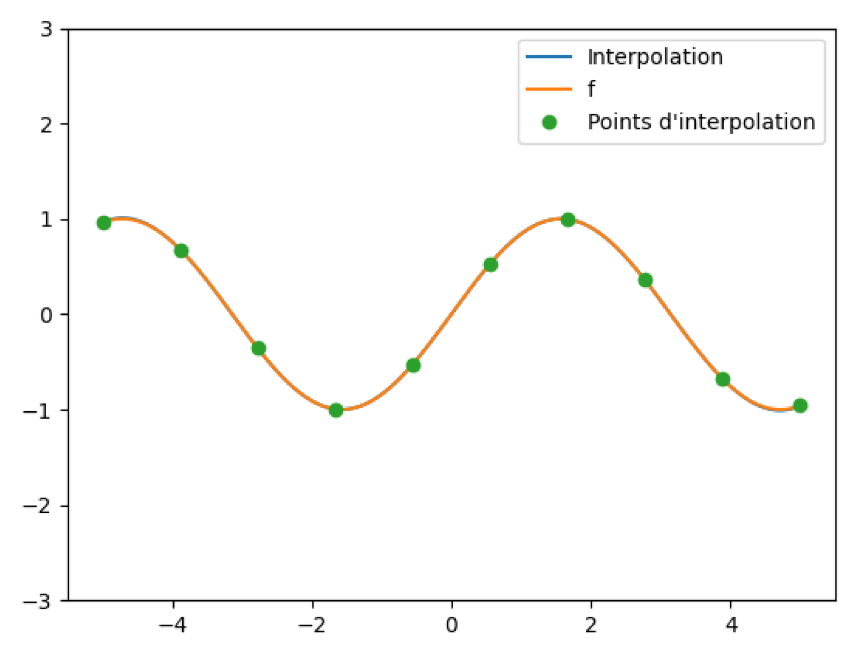
```
# Affichage

pyplot.plot(x, y, label='Interpolation')
pyplot.plot(x, f(x), label='f')
pyplot.plot(X, Y, 'o', label='Points d\'interpolation')
pyplot.ylim(-3, 3)
pyplot.legend()
pyplot.show()
```

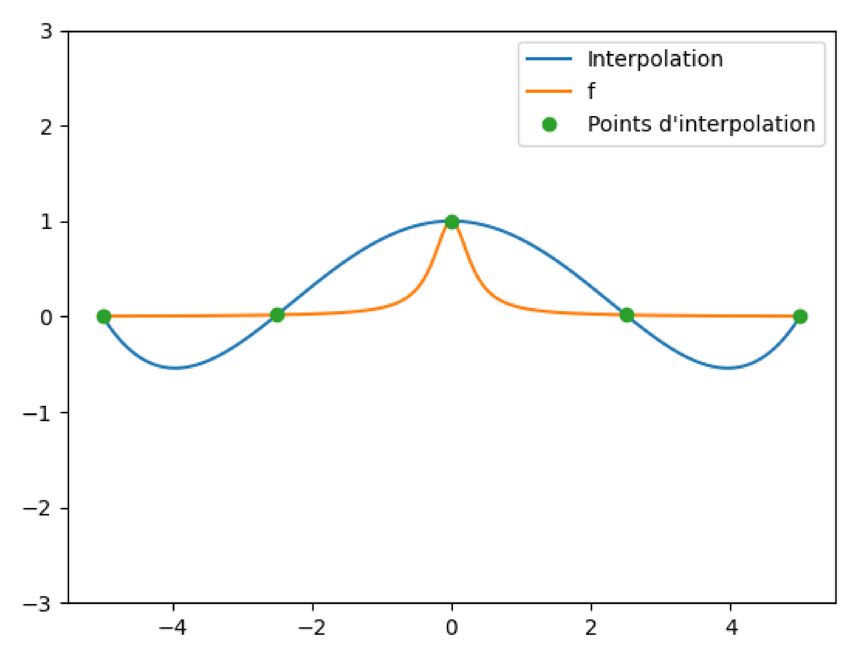
f=sin, n = 5



f=sin, n = 10



f=1/(1 + 10 * x ** 2), n = 5



f=1/(1 + 10 * x ** 2), n = 20