README.md

Compte rendu TP3 - Interpolation polynomiale : Base de Newton

0. Définition de la base de Newton

$$\begin{cases} N_0(x) = 1 \\ N_{k+1}(x) = N_k(x) * (x - x_k) \end{cases}$$

et donc :

$$\begin{cases} N_0(x) = 1 \\ N_1(x) = x - x_0 \\ N_2(x) = (x - x_0)(x - x_1) \\ \vdots \\ N_n(x) = (x - x_0)(x - x_1) * \ldots * (x - x_{n-1}) \end{cases}$$

1. Traduction de yi=f(xi) pour i allant de 0 à n :

$\cdot\, P(x_0) = y_0$
$a_0 = y_0$
$\cdot\, P(x_1) = y_1$
$a_0 + a_1(x_1 - x_0) = y_0$
$a_1 = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
$\cdot\, P(x_2) = y_2$
$a_0 + a_1(x_1 - x_0) + a_2(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) + 0 = y_2$
$a_2 = \dfrac{y_2 - a_0 - a_1(x_2 - x_0)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$
$a_2 = \dfrac{y_2 - a_0}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} - \dfrac{a_1(x_2 - x_0)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$
$a_2 = \dfrac{\frac{y_2 - a_0}{x_2 - x_0}}{x_2 - x_1} - \dfrac{\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1}$
$a_2 = \dfrac{D(2,0) - D(1,0)}{x_2 - x_1} = D(2,1)$

2. Rappel de la résolution par différences divisées

x	y			
-1	-12			
1	0	$\frac{0-(-12)}{1-(-1)} = 6$		
3	-20	$\frac{-20-(-12)}{3-(-1)} =- 2$	$\frac{-2-6}{3-1} =- 4$	
7	2724	$\frac{2724-(-12)}{7-(-1)} = 342$	$\frac{342-6}{7-1} = 56$	$\frac{56-(-4)}{7-3} = 15$

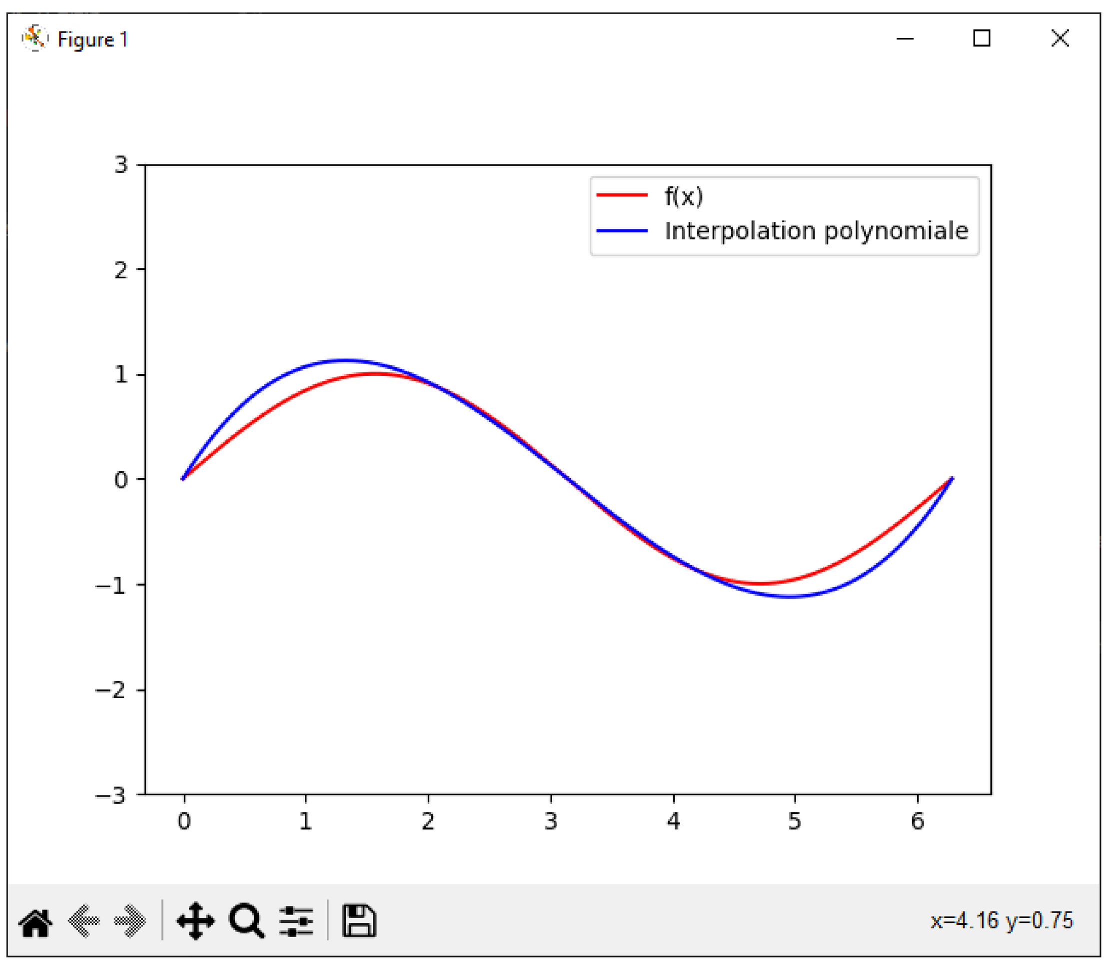
3. Ajoutons le point de coordonnées (10, 10053)

x	y				
-1	-12				
1	0	$\frac{0-(-12)}{1-(-1)} = 6$			
3	-20	$\frac{-20-(-12)}{3-(-1)} =- 2$	$\frac{-2-6}{3-1} =- 4$		
7	2724	$\frac{2724-(-12)}{7-(-1)} = 342$	$\frac{342-6}{7-1} = 56$	$\frac{56-(-4)}{7-3} = 15$	
10	10053	$\frac{10053-(-12)}{10-(-1)} = 915$	$\frac{915-6}{10-1} = 101$	$\frac{101-(-4)}{10-3} = 15$	$\frac{15-15}{10-7} = 0$

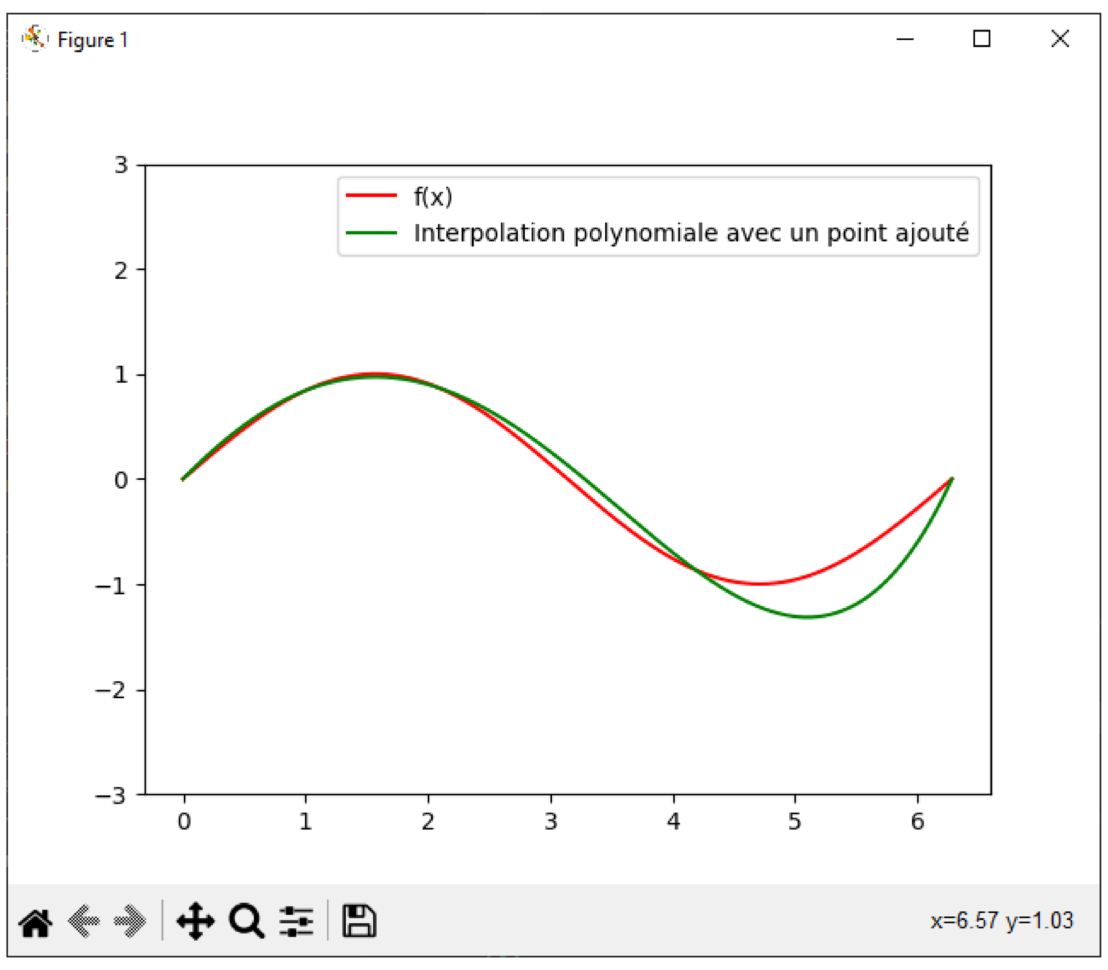
4. Tracer sur un même graphique une fonction f ainsi que son polynôme d'interpolation associé

Soit :

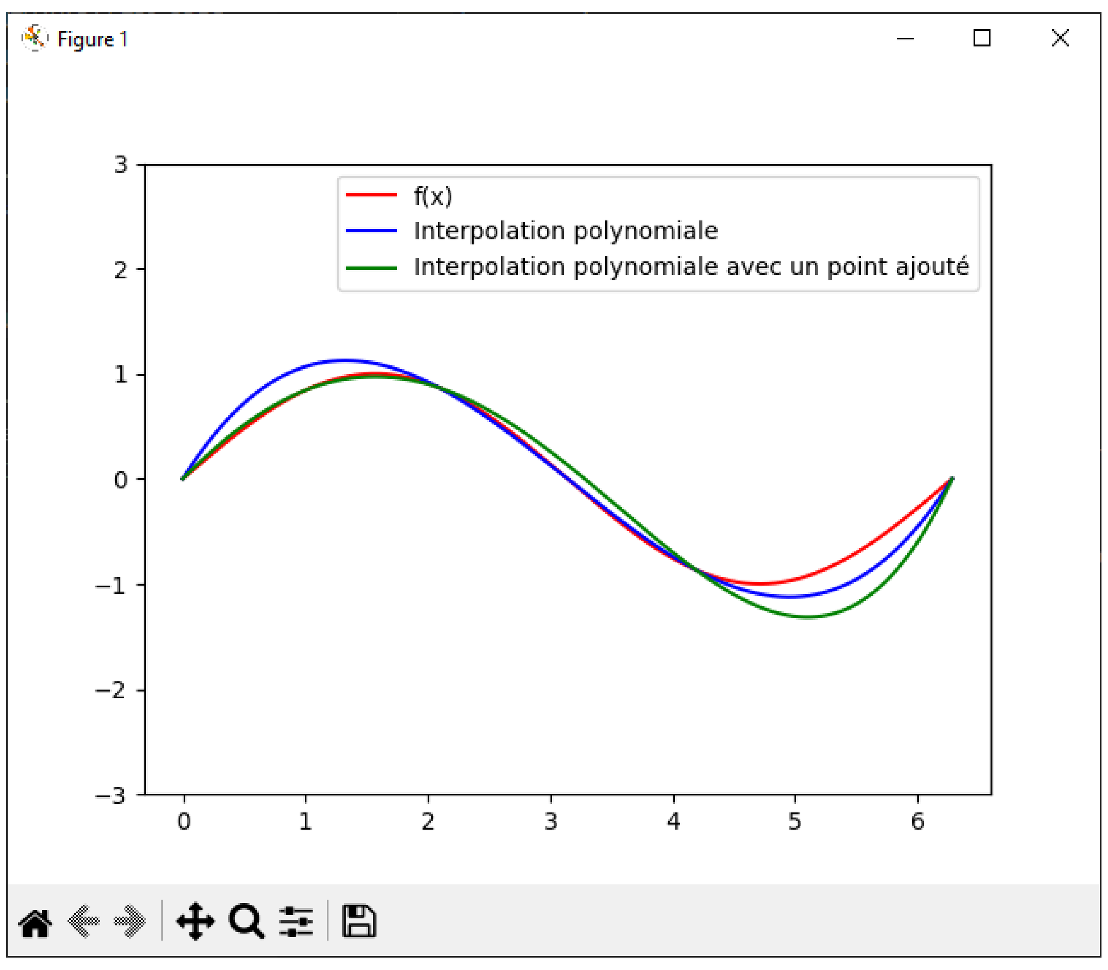
- f(x) = sin(x)
- n = 4
- a = 0 et b = 2*pi



5. Après rajout du point (1, sin(1)) :



Comparaison des deux graphiques



voila.