CENTRE NATIONAL DE TELE-ENSEIGNEMENT
DE MADAGASCAR (CNTEMAD)

Année Universitaire : 2015/2016
Département : GESTION
1ère Année - 1er CYCLE
Mardi 12 Juillet 2016 (Matin)
Durée : 03 Heures

EXAMEN SEMESTRE 1

L1G

Document interdit

MATHEMATIQUES GENERALES

Exercice N°01 :

Soit $f(x)$ la fraction rationnelle définie par :

$$f(x) = \frac{-x^3 - 5x^2 + 3x + 30}{x^2 + 7x + 12} = \frac{N(x)}{D(x)}$$

1) Résoudre l'équation $D(x) = 0$.
2) En déduire la factorisation de $D(x)$.
3) Mettre $f(x)$ sous la forme suivante :

$$f(x) = \alpha . x + \beta + \frac{a.x \quad + b}{D(x)}$$

Où α, β , a et b sont des constantes réelles à déterminer, en faisant la division euclidienne suivant les puissances décroissantes de $N(x)$ par $D(x)$.

4) Décomposer $f(x)$ en éléments simples.
5) En déduire $\int f(x)dx$: les primitives de $f(x)$.
6) Calculer le développement limité de $g(x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 2 où :

$$g(x) = \frac{12[\ln(1 + x)]}{D(x)}$$

****

Exercice N°02 :

On considère une suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

et on pose $v_n = u_n - 3$ pour tout entier naturel n.

1) a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme v_0 .

b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n .

c) En déduire les limites de v_n et u_n quand n tend vers $+\infty$.

d) Pour tout entier naturel n, on pose :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots v_n \quad et \quad T_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_n$$

Exprimer S_n et T_n en fonction de n et en déduire les limites de S_n et T_n quand n tend vers $+\infty$.

2) Pour tout entier naturel n, on pose $w_n = \ln(v_n)$

   a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.

   b) Exprimer w_n en fonction de n.

****

Exercice N°03 :

Soit le système d'équations linéaires

$$(S) : \begin{cases} 5x + y + z + t = 8 \\ x + 5y + z + t = 20 \\ x + y + 5z + t = 12 \\ x + y + z + 5t = -8 \end{cases}$$

1. Ecrire (S) sous forme d'équation matricielle $A.X = Y.$ où A est une matrice carrée d'ordre 4, X et Y des matrices unicolonnes.
2. Soit $B = (A - 4I_4)$ où I_4 est une matrice unitaire d'ordre 4. Exprimer B^2 en fonction de B.
3. En déduire une relation de la forme $A^2 + \alpha A + \mu I_4 = O_4$ avec O_4 est la matrice nulle d'ordre 4, α et μ deux réels à déterminer.
4. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}.
5. En déduire la solution de (S).
6. Retrouver cette solution de (S) par une autre méthode.

****