



2025

MATHEMATICS — MDC

Paper : CC-4

(Mechanics)

Full Marks : 75

*Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.*

প্রাত্তিলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণান্ব নির্দেশক।

বিভাগ - ক

১। যে-কোনো ছবটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২x৬

- (ক) বলের ভ্রামক বলতে কী বোঝো ?
- (খ) Lami-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো।
- (গ) কোনো কণার বেগ x দূরত্বে O বিন্দু থেকে $v^2 = a - bx^2$ (a ও b ধ্রুবক), কণাটির S.H.M.-এর পর্যায়কাল নির্ণয় করো।
- (ঘ) একটি কণা অভিকর্ষে পতিত হলে (অভিকর্ষ ধ্রুবক ধরা হয়েছে) এবং মাধ্যমের প্রতিরোধ কণার বেগের বর্গের সমান। কণা টার্মিনাল বেগ নির্ণয় করো।
- (ঙ) একটি কণা বক্ররেখা $p^2 = ar$ বর্ণনা করে, যেখানে F বলটি পোলের দিকে, বলের সূত্রটি নির্ণয় করো।
- (চ) ঘাত বল বলতে কী বোঝো ?
- (ছ) একটি ট্রেনকে V ft/sec সমগতিতে এবং P lb-wt বলের বিরুদ্ধে টেনে নিয়ে যাওয়ার জন্য একটি ইঞ্জিনের অশ্বশক্তি নির্ণয় করো।
- (জ) নিউটনের সংঘর্ষের সূত্রটি বিবৃত করো।
- (ঝ) মুক্তিবেগ কাকে বলে ? এর আসন্ন মান কত ?
- (ঝঝ) দেখাও যে একটি কণার গতিশক্তির পরিবর্তনের হার তার ক্ষমতার সমান।

বিভাগ - খ

২। যে-কোনো সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬x৭

- (ক) একটি সমবিন্দু বলতত্ত্বের প্রয়োজনীয় এবং যথেষ্ট শর্তাবলী বিবৃত করো এবং প্রমাণ করো।
- (খ) ভ্যারিগননের ভ্রামকের উপপাদ্যটি বিবৃত করো। একটি ত্রিভুজ ABC-এর তিনটি বাহ BC , CA এবং AB বরাবর যথাক্রমে তিনটি বল P , Q এবং R ত্রিয়াশীল। যদি লক্ষবলটি অস্তিকেন্দ্র দিয়ে যায়, তবে দেখাও যে $P + Q + R = 0$.

Please Turn Over

(2971)

- (গ) একটি বস্তুকণা kv^3 মন্দন সৃষ্টিকারী একটি বাধার অধীনে সরলরেখায় গতিশীল অবস্থায় রয়েছে। বস্তুকণাটির গতিবেগ v এবং k একটি ধ্রুবক হলে

$$\text{দেখাও যে, } v = \frac{u}{(1 + ks^u)}, \text{ যেখানে } u \text{ হল কণাটির প্রাথমিক গতিবেগ।}$$

- (ঘ) ভর m -এর একটি কণা সরলরেখায় mn^2x আকর্ষণ বলের অধীনে একটি নির্দিষ্ট কেন্দ্রের দিকে চলে, যেখানে x হল নির্দিষ্ট কেন্দ্র থেকে দূরত্ব। a দূরত্ব থেকে V বেগে কেন্দ্রের দিকে নিষ্কিষ্ট হলে দেখাও, এটি $\frac{1}{n} \tan^{-1} \left(\frac{na}{V} \right)$ সময়ে কেন্দ্রে পৌঁছাবে।

- (ঙ) একটি কণা বলের কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে $\mu \left(x + \frac{a^4}{x^2} \right)$ ত্বরণ নিয়ে বলের কেন্দ্রের দিকে এগিয়ে যাচ্ছে, কণাটি যদি a দূরত্ব থেকে যাত্রা শুরু করে তবে দেখাও যে, কণাটি বলের কেন্দ্রে $\frac{\pi}{4} \sqrt{\mu}$ সময়ে পৌঁছাবে।

- (চ) একটি কণা u বেগে উল্লম্বভাবে উর্ধবে নিষ্কিষ্ট হয়, যেখানে প্রতিরোধ বেগের বর্গের সমান। সময়ে বেগ v হলে,
- $$\text{দেখাও } \tan^{-1} \left(\frac{v}{c} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{u}{c} \right) - \frac{gt}{c}, \text{ যেখানে } c \text{ টার্মিনাল বেগ।}$$
- (ছ) একটি ১০ টন ওজনের গাড়ির জন্য কত অক্ষশক্তির প্রয়োজন, যদি সোটি হিঁর অবস্থার থেকে ৩০ সেকেন্ডে ৩০ মাইল প্রতি ঘণ্টা বেগে পৌঁছাতে হয়, $1:200$ নতি যেখানে ঘর্ষণ প্রতিরোধ বল ২০ পাউন্ড ওয়েট/টন।
- (জ) প্রমাণ করো যে, m ভরের একটি বস্তুকণা যদি ভূমি থেকে h উচ্চতা থেকে অভিকর্ষের অধীনে পতনশীল হয়, তবে কণাটির গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির যোগফল গতিপথের যে-কোনো বিন্দুতে ধ্রুবক থাকে।
- (ঘ) একটি কণা সরলরেখায় চলে এবং একটি বল দ্বারা ক্রিয়াশীল, যা নির্দিষ্ট হারে কাজ করে এবং u থেকে v বেগে পরিবর্তিত হয় x দূরত্বে। দেখাও, কণাটি $t = \frac{3x(u+v)}{2(u^2 + uv + v^2)}$ সময় নেয়।

- (ঞ) ভর $(m_1 + m_2)$ একটি বস্তু অভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণে m_1 ও m_2 ভাগে বিভক্ত হয়, বিস্ফোরণে গতিশক্তি E উৎপন্ন হয়। দেখাও,
- $$\text{বিস্ফোরণের পরে উভয় অংশ পূর্বের রেখা বরাবর চললে তাদের আপেক্ষিক বেগ } \sqrt{2E \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right)} \text{।}$$
- (ট) m ভর এবং e প্রত্যবস্থান শুণোক্ষযুক্ত (coefficient of restitution) একটি মসৃণ গোলক একটি হিঁর অনুভূমিক তলকে সরাসরি আঘাত করলে গোলকটির সংঘর্ষের পরবর্তী গতিপথ নির্ণয় করো।

বিভাগ - গ

৩। যে-কোনো তিনটি পথের উত্তর দাও :

৭×৩

- (ক) একটি কণা $x^2 = 8y$ প্যারাবোলা বর্ণনা করে, যেখানে বল সর্বদা y -অক্ষের লম্ব। বলের সূত্র ও যে-কোনো বিন্দুতে বেগ নির্ণয় করো।
- (খ) বেগ ও ত্বরণের স্পর্শক ও লম্ব অংশ নির্ণয় করো।
- (গ) F হল আঙ্গে বল এবং v হল সেখানে বেগ, তাহলে $r = a(1 - \cos \theta)$ কার্ডিওয়েড পথে বলের সূত্র নির্ণয় করো এবং দেখাও যে $3v^2 = 4aF$ ।
- (ঘ) একটি কণা প্রতি একক ভরে $\{\mu \div (\text{দূরত্ব})^2\}$ বিকর্ষণ বলের অধীনে সরলরেখায় চলমান যেখানে μ একটি ধ্রুবক। কণাটি স্থিরবিন্দু O থেকে a দূরত্বে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করলে; সময়ে কণাটির গতিবেগ নির্ণয় করো।
- (ঙ) একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকারে কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে 90 মিনিট সময় নেয়। পৃথিবীকে 6370 কি.মি. ব্যাসার্ধের একটি গোলক এবং উপগ্রহের কক্ষপথে g -এর মান $980 \text{ সেমি}/(\text{সেকেন্ড})^2$ ধরলে পৃথিবী থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
- (চ) একটি কণা একটি সমতল বক্ররেখা বর্ণনা করে এবং সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে চলে। পথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Group - A

1. Answer *any six* questions : 2×৬
- (a) What is moment of force?
- (b) State the Lami's theorem.
- (c) The velocity of a particle distant x from a fixed point O is given by $v^2 = a - bx^2$, where a and b are constants. Find the time period of S.H.M.
- (d) If a particle falls under gravity (assuming gravity is uniform) in a medium where resistance is square of the velocity of the particle. Find the terminal velocity.
- (e) A particle describes the curve $p^2 = ar$ under a force F to the pole. Find the law of force.
- (f) What is impulsive force?
- (g) Find the Horsepower of an engine which draws a train at a uniform rate of V ft / sec against a resistance of P lb-wt.
- (h) State the Newton's Law of Collision.
- (i) What is escape velocity? What is its approximate value?
- (j) Show that the rate of change of kinetic energy of particle is equal to its power.

Please Turn Over

(2971)

Group - B

2. Answer **any seven** questions :

6x7

- (a) State and prove the necessary and sufficient conditions for a concurrent force system.
- (b) State Varignon's Theorem of Moments. Three forces P, Q, R act along the sides of BC, CA and AB of a triangle ABC taken in order. Then show that, if the resultant passes through the incentre, then $P + Q + R = 0$.
- (c) A particle moving in a straight line subject to a resistance which produces the retardation kv^3 ,

where v is the velocity and k is a constant. Show that $v = \frac{u}{(1 + ks)}$, where u is the initial velocity.

- (d) If a particle of mass m moves in a straight line under an attractive force mn^2x towards a fixed point on the line, when at a distance x from it. It is projected with a velocity V towards the centre of force from the initial distance a from it. Prove that it reaches the centre of force in time

$$\frac{1}{n} \tan^{-1} \left(\frac{na}{V} \right).$$

- (e) A particle moves towards a centre of force, the acceleration at a distance x being given

$$\mu \left(x + \frac{a^4}{x^2} \right); \text{ if it starts at a distance } a, \text{ show that it will arrive at the centre in time } \frac{\pi}{4} \sqrt{\mu}.$$

- (f) If a particle is projected vertically upwards with a velocity u in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. If v is the velocity at any time t , then show that

$$\tan^{-1} \left(\frac{v}{c} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{u}{c} \right) - \frac{gt}{c}, \text{ where } c \text{ is the terminal velocity.}$$

- (g) Find the horse power required for a car weighing 10 tons if it has to attain a speed of 30 mph in 30 second from rest up an incline 1 in 200, the frictional resistance being 20 lb wt/ton.

- (h) Prove that for a particle of mass m falling from rest under gravity from a height h above the ground, the sum of the K.E. and the P.E. of the particle is constant at every point of its path.

- (i) If a particle moving in a straight line is acted upon by force which works at a constant rate and changes its velocity from u to v in passing over a distance x . Prove that the time taken is

$$t = \frac{3x(u+v)}{2(u^2 + uv + v^2)}.$$

- (j) A body of mass $(m_1 + m_2)$ is split into two parts of masses m_1 and m_2 by an internal explosion which generates kinetic energy E . Show that if after explosion the parts move in the same line as before, their relative speed is

$$\sqrt{2E \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right)}.$$

- (k) A smooth sphere of mass m and coefficient of restitution e impinges directly on a fixed horizontal plane. Find the motion of the sphere after impact.

Group - C

3. Answer **any three** questions :

7×3

- (a) If a particle describes a parabola $x^2 = 8y$ under a force always perpendicular to the y axis. Find the law of force and the velocity at any point of its orbit.
- (b) Derive tangential and normal components of velocity and acceleration.
- (c) If F is the force at apse and v is the velocity there, then find the law of force to the pole when the path is cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ and also show that $3v^2 = 4aF$.
- (d) A particle moves from rest in a straight line at a distance 'a' from a fixed point O in the line under the repulsive force $\{ \mu \div (\text{distance})^2 \}$ per unit mass. Determine the velocity of the particle at any time t .
- (e) An artificial satellite goes round the earth in 90 minutes in a circular orbit. Calculate the height of the satellite above the earth, taking the earth to be a sphere of radius 6370 km and g at the orbit of the satellite to be 980 cm/sec².
- (f) Derive the equation of path of a particle which describes a plane curve and the particle always directed towards a fixed point on the plane.