



D(4th Sm.)-Mathematics-MDC/CC-4/CCF

2025

**MATHEMATICS — MDC**

**Paper : CC-4**

**(Mechanics)**

**Full Marks : 75**

*Candidates are required to give their answers in their own words  
as far as practicable.*

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

বিভাগ - ক

১। যে-কোনো ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৬

- (ক) বলের শ্রামক বলতে কী বোঝো?
- (খ) Lami-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো।
- (গ) কোনো কণার বেগ  $x$  দূরত্বে  $O$  বিন্দু থেকে  $v^2 = a - bx^2$  ( $a$  ও  $b$  ধ্রুবক), কণাটির S.H.M-এর পর্যায়কাল নির্ণয় করো।
- (ঘ) একটি কণা অভিকর্ষে পতিত হলে (অভিকর্ষ ধ্রুবক ধরা হয়েছে) এবং মাধ্যমের প্রতিরোধ কণার বেগের বর্গের সমান। কণার টার্মিনাল বেগ নির্ণয় করো।
- (ঙ) একটি কণা বক্ররেখা  $p^2 = ar$  বর্ণনা করে, যেখানে  $F$  বলটি পোলার দিকে, বলের সূত্রটি নির্ণয় করো।
- (চ) ঘাত বল বলতে কী বোঝো?
- (ছ) একটি ট্রেনকে  $V$  ft/sec সমগতিতে এবং  $P$  lb-wt বলের বিরুদ্ধে টেনে নিয়ে যাওয়ার জন্য একটি ইঞ্জিনের অশ্বশক্তি নির্ণয় করো।
- (জ) নিউটনের সংঘর্ষের সূত্রটি বিবৃত করো।
- (ঝ) মুক্তিবৈগ কাকে বলে? এর আসন্ন মান কত?
- (ঞ) দেখাও যে একটি কণার গতিশক্তির পরিবর্তনের হার তার ক্ষমতার সমান।

বিভাগ - খ

২। যে-কোনো সাতটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬×৭

- (ক) একটি সমবিন্দু বলতন্ত্রের প্রয়োজনীয় এবং যথেষ্ট শর্তাবলী বিবৃত করো এবং প্রমাণ করো।
- (খ) ভ্যারিগননের শ্রামকের উপপাদ্যটি বিবৃত করো। একটি ত্রিভুজ  $ABC$ -এর তিনটি বাহু  $BC$ ,  $CA$  এবং  $AB$  বরাবর যথাক্রমে তিনটি বল  $P$ ,  $Q$  এবং  $R$  ক্রিয়াশীল। যদি লব্ধবলটি অন্তঃকেন্দ্রে দিয়ে যায়, তবে দেখাও যে  $P + Q + R = 0$ ।

**Please Turn Over**

**(2971)**

- (গ) একটি বস্তুকণা  $ku^3$  মন্দন সৃষ্টিকারী একটি বাধার অধীনে সরলরেখায় গতিশীল অবস্থায় রয়েছে। বস্তুকণাটির গতিবেগ  $v$  এবং  $k$  একটি ধ্রুবক হলে

দেখাও যে,  $v = \frac{u}{(1 + ksu)}$ , যেখানে  $u$  হল কণাটির প্রাথমিক গতিবেগ।

- (ঘ) ভর  $m$ -এর একটি কণা সরলরেখায়  $mn^2x$  আকর্ষণ বলের অধীনে একটি নির্দিষ্ট কেন্দ্রের দিকে চলে, যেখানে  $x$  হল নির্দিষ্ট কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।  $a$  দূরত্ব থেকে  $V$  বেগে কেন্দ্রের দিকে নিষ্ক্ষিপ্ত হলে দেখাও, এটি  $\frac{1}{n} \tan^{-1} \left( \frac{na}{V} \right)$  সময়ে কেন্দ্রে পৌঁছাবে।

- (ঙ) একটি কণা বলের কেন্দ্র থেকে  $x$  দূরত্বে  $\mu \left( x + \frac{a^4}{x^2} \right)$  ত্বরণ নিয়ে বলের কেন্দ্রের দিকে এগিয়ে যাচ্ছে, কণাটি যদি  $a$  দূরত্ব থেকে যাত্রা শুরু করে তবে দেখাও যে, কণাটি বলের কেন্দ্রে  $\frac{\pi}{4} \sqrt{\mu}$  সময়ে পৌঁছাবে।

- (চ) একটি কণা  $u$  বেগে উল্লম্বভাবে উর্ধ্ব নিষ্ক্ষিপ্ত হয়, যেখানে প্রতিরোধ বেগের বর্গের সমান।  $t$  সময়ে বেগ  $v$  হলে, দেখাও  $\tan^{-1} \left( \frac{v}{c} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{u}{c} \right) - \frac{gt}{c}$ , যেখানে  $c$  টার্মিনাল বেগ।

- (ছ) একটি ১০ টন ওজনের গাড়ির জন্য কত অক্ষশক্তির প্রয়োজন, যদি সেটি স্থির অবস্থার থেকে ৩০ সেকেন্ডে ৩০ মাইল প্রতি ঘণ্টা বেগে পৌঁছাতে হয়, ১:২০০ নতি যেখানে ঘর্ষণ প্রতিরোধ বল ২০ পাউন্ড ওয়েট/টন।

- (জ) প্রমাণ করো যে,  $m$  ভরের একটি বস্তুকণা যদি ভূমি থেকে  $h$  উচ্চতা থেকে অভিকর্ষের অধীনে পতনশীল হয়, তবে কণাটির গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির যোগফল গতিপথের যে-কোনো বিন্দুতে ধ্রুবক থাকে।

- (ঝ) একটি কণা সরলরেখায় চলে এবং একটি বল দ্বারা ক্রিয়াশীল, যা নির্দিষ্ট হারে কাজ করে এবং  $u$  থেকে  $v$  বেগে পরিবর্তিত হয়  $x$  দূরত্বে। দেখাও, কণাটি  $t \equiv \frac{3x(u+v)}{2(u^2 + uv + v^2)}$  সময় নেয়।

- (ঞ) ভর  $(m_1 + m_2)$  একটি বস্তু অভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণে  $m_1$  ও  $m_2$  ভাগে বিভক্ত হয়, বিস্ফোরণে গতিশক্তি  $E$  উৎপন্ন হয়। দেখাও,

বিস্ফোরণের পরে উভয় অংশ পূর্বের রেখা বরাবর চললে তাদের আপেক্ষিক বেগ  $\sqrt{2E \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right)}$ ।

- (ট)  $m$  ভর এবং  $e$  প্রত্যাবস্থান গুণাঙ্কযুক্ত (coefficient of restitution) একটি মসৃণ গোলক একটি স্থির অনুভূমিক তলকে সরাসরি আঘাত করলে গোলকটির সংঘর্ষের পরবর্তী গতিপথ নির্ণয় করো।

## বিভাগ - গ

৩। যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭×৩

- (ক) একটি কণা  $x^2 = 8y$  প্যারাবোলা বর্ণনা করে, যেখানে বল সর্বদা  $y$ -অক্ষের লম্ব। বলের সূত্র ও যে-কোনো বিন্দুতে বেগ নির্ণয় করো।
- (খ) বেগ ও ত্বরণের স্পর্শক ও লম্ব অংশ নির্ণয় করো।
- (গ)  $F$  হল অ্যাক্সে বল এবং  $v$  হল সেখানে বেগ, তাহলে  $r = a(1 - \cos \theta)$  কার্ডিওয়েড পথে বলের সূত্র নির্ণয় করো এবং দেখাও যে  $3v^2 = 4aF$ ।
- (ঘ) একটি কণা প্রতি একক ভরে  $\{\mu \div (\text{দূরত্ব})^2\}$  বিকর্ষণ বলের অধীনে সরলরেখায় চলমান যেখানে  $\mu$  একটি ধ্রুবক। কণাটি স্থিরবিন্দু  $O$  থেকে  $a$  দূরত্বে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করলে  $t$  সময়ে কণাটির গতিবেগ নির্ণয় করো।
- (ঙ) একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকারে কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে 90 মিনিট সময় নেয়। পৃথিবীকে 6370 কি.মি. ব্যাসার্ধের একটি গোলক এবং উপগ্রহের কক্ষপথে  $g$ -এর মান  $980 \text{ সেমি}/(\text{সেকেন্ড})^2$  ধরলে পৃথিবী থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
- (চ) একটি কণা একটি সমতল বক্ররেখা বর্ণনা করে এবং সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে চলে। পথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

## [ English Version ]

*The figures in the margin indicate full marks.*

## Group - A

1. Answer **any six** questions :

2×6

- (a) What is moment of force?
- (b) State the Lami's theorem.
- (c) The velocity of a particle distant  $x$  from a fixed point  $O$  is given by  $v^2 = a - bx^2$ , where  $a$  and  $b$  are constants. Find the time period of S.H.M.
- (d) If a particle falls under gravity (assuming gravity is uniform) in a medium where resistance is square of the velocity of the particle. Find the terminal velocity.
- (e) A particle describes the curve  $p^2 = ar$  under a force  $F$  to the pole. Find the law of force.
- (f) What is impulsive force?
- (g) Find the Horsepower of an engine which draws a train at a uniform rate of  $V$  ft / sec against a resistance of  $P$  lb-wt.
- (h) State the Newton's Law of Collision.
- (i) What is escape velocity? What is its approximate value?
- (j) Show that the rate of change of kinetic energy of particle is equal to its power.

Please Turn Over

(2971)

## Group - B

2. Answer **any seven** questions :

6×7

- (a) State and prove the necessary and sufficient conditions for a concurrent force system.
- (b) State Varignon's Theorem of Moments. Three forces  $P, Q, R$  act along the sides of  $BC, CA$  and  $AB$  of a triangle  $ABC$  taken in order. Then show that, if the resultant passes through the incentre, then  $P + Q + R = 0$ .
- (c) A particle moving in a straight line subject to a resistance which produces the retardation  $kv^3$ , where  $v$  is the velocity and  $k$  is a constant. Show that  $v = \frac{u}{(1 + ksu)}$ , where  $u$  is the initial velocity.
- (d) If a particle of mass  $m$  moves in a straight line under an attractive force  $mn^2x$  towards a fixed point on the line, when at a distance  $x$  from it. It is projected with a velocity  $V$  towards the centre of force from the initial distance  $a$  from it. Prove that it reaches the centre of force in time  $\frac{1}{n} \tan^{-1} \left( \frac{na}{V} \right)$ .
- (e) A particle moves towards a centre of force, the acceleration at a distance  $x$  being given  $\mu \left( x + \frac{a^4}{x^2} \right)$ ; if it starts at a distance  $a$ , show that it will arrive at the centre in time  $\frac{\pi}{4} \sqrt{\mu}$ .
- (f) If a particle is projected vertically upwards with a velocity  $u$  in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. If  $v$  is the velocity at any time  $t$ , then show that  $\tan^{-1} \left( \frac{v}{c} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{u}{c} \right) - \frac{gt}{c}$ , where  $c$  is the terminal velocity.
- (g) Find the horse power required for a car weighing 10 tons if it has to attain a speed of 30 mph in 30 second from rest up an incline 1 in 200, the frictional resistance being 20 lb wt/ton.
- (h) Prove that for a particle of mass  $m$  falling from rest under gravity from a height  $h$  above the ground, the sum of the K.E. and the P.E. of the particle is constant at every point of its path.
- (i) If a particle moving in a straight line is acted upon by force which works at a constant rate and changes its velocity from  $u$  to  $v$  in passing over a distance  $x$ . Prove that the time taken is

$$t = \frac{3x(u+v)}{2(u^2 + uv + v^2)}.$$

- (j) A body of mass  $(m_1 + m_2)$  is split into two parts of masses  $m_1$  and  $m_2$  by an internal explosion which generates kinetic energy  $E$ . Show that if after explosion the parts move in the same line as before, their relative speed is

$$\sqrt{2E \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right)}.$$

- (k) A smooth sphere of mass  $m$  and coefficient of restitution  $e$  impinges directly on a fixed horizontal plane. Find the motion of the sphere after impact.

### Group - C

3. Answer **any three** questions :

7×3

- If a particle describes a parabola  $x^2 = 8y$  under a force always perpendicular to the  $y$  axis. Find the law of force and the velocity at any point of its orbit.
- Derive tangential and normal components of velocity and acceleration.
- If  $F$  is the force at apse and  $v$  is the velocity there, then find the law of force to the pole when the path is cardioid  $r = a(1 - \cos \theta)$  and also show that  $3v^2 = 4aF$ .
- A particle moves from rest in a straight line at a distance ' $a$ ' from a fixed point O in the line under the repulsive force  $\{ \mu \div (\text{distance})^2 \}$  per unit mass. Determine the velocity of the particle at any time  $t$ .
- An artificial satellite goes round the earth in 90 minutes in a circular orbit. Calculate the height of the satellite above the earth, taking the earth to be a sphere of radius 6370 km and  $g$  at the orbit of the satellite to be  $980 \text{ cm/sec}^2$ .
- Derive the equation of path of a particle which describes a plane curve and the particle always directed towards a fixed point on the plane.