Projekt I STP
zadanie 1.9

Bartosz Rajkowski

30 kwietnia 2017

Spis treści

Dane

$$G(s) = \frac{0,5s^2 + 3,5s + 5,625}{s^3 + 8s^2 - 36s - 288}$$

1 Zadanie 1

1.1 Treść

Wyznaczyć transmitancję dyskretną $G(z)$, stosując ekstrapolator zerowego rzędu i przyjmując okres próbkowania $T_p = 0,1s$. Określić zera i bieguny obydwu transmitancji. Odpowiedzieć na pytanie, czy obiekt jest stabilny.

1.2 Program

Listing 1: zad1.m

```
C=tf([0.5,3.5,5.625],[1,8,-36,-288]);
[D,m]=c2d(C,0.1);%ekstrapolator zerowego rzedu domyslny
D %wyswietlenie wyznaczonej transmitancji dyskretnej
figure;
pzmap(C)%wykres zer i biegunow transmitancji ciaglej
print('rys/zad1_rys1','-dpdf');
figure;
pzmap(D)%wykres zer i biegunow transmitancji dyskretnej
print('rys/zad1_rys2','-dpdf')
[CB,CZ]=pzmap(C) %wyswietlenie zer i biegunow
[DB,DZ]=pzmap(D)
```

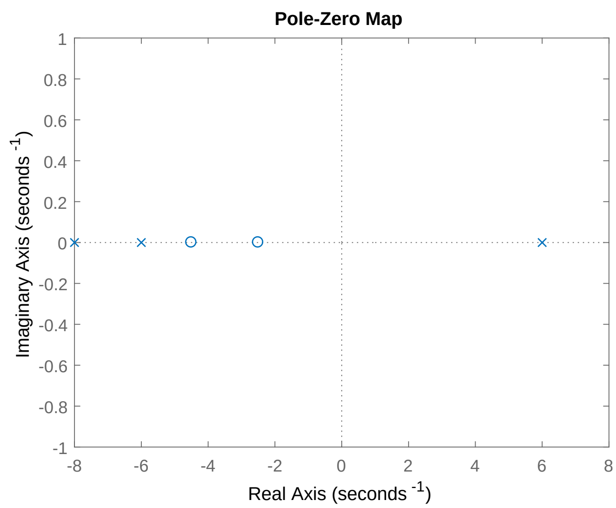
1.3 Wyniki

1.3.1 Transmitancja dyskretna

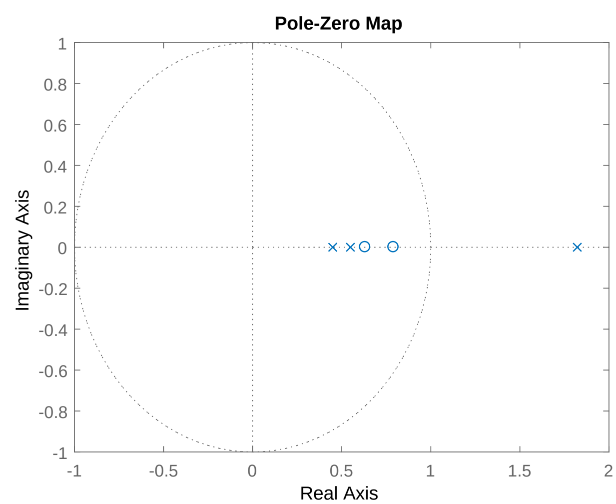
$$G(z) = \frac{0.05183z^2 - 0.07375z + 0.0259}{z^3 - 2.82z^2 + 2.065z - 0.4493}$$

1.3.2 Bieguny i zera transmitancji ciągłej i dyskretnej

1. Transmitancja ciągła
   - Bieguny: `6 -8 -6`
   - Zera: `-4.5 -2.5`
2. Transmitancja dyskretna
   - Bieguny: `1.8221 0.5488 0.4493`
   - Zera: `-4.5 -2.5`



Rysunek 1: Zera i bieguny transmitancji ciągłej



Rysunek 2: Zera i bieguny transmitancji dyskretnej

1.3.3 Wnioski

Układ dyskretny jest stabilny tylko wtedy, gdy wszystkie jego bieguny leżą w kole o promieniu 1 i środku w początku układu współrzędnych. Jak widać na rysunku jeden z biegunów leży poza kołem, zatem układ nie jest stabilny.

2 Zadanie 2

2.1 Treść

Znaleźć reprezentację modelu dyskretnego w przestrzeni stanów stosując dwa warianty metody bezpośredniej wyznaczania równań stanu na podstawie transmitancji, a następnie narysować schematy otrzymanych modeli.

2.2 Sposób rozwiązania

Transmitancję dyskretną można obliczyć ze wzoru:

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D$$

W Matlabie służy do tego polecenie `tf2ss`. Wariant drugi możemy wyznaczyć z pierwszego. Wtedy

$$A2 = A^T, B2 = C^T, C2 = B^T, D2 = D$$

2.3 Program

Listing 2: zad2.m

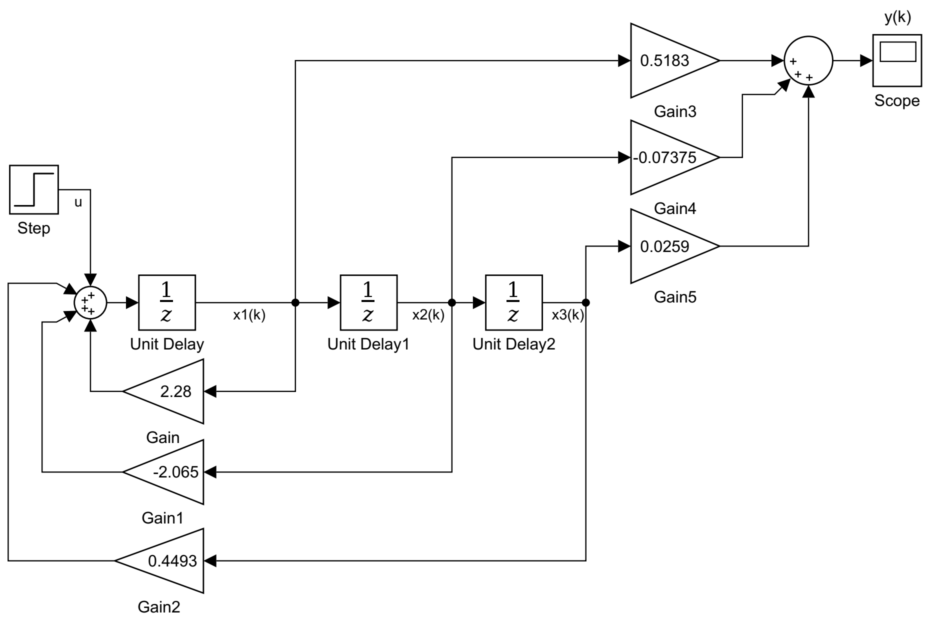
```
 %wariant pierwszy
[A, B, C, D] = tf2ss([0.05183 -0.07375 0.0259],[1 -2.82 2.065 ...
    -0.4493])
 %wariant drugi
A2=A'
B2=C'
C2=B'
D2=D'
```

2.4 Wyniki

2.4.1 Wariant pierwszy

$$A = \begin{bmatrix} 2.82 & -2.065 & 0.4493 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.05183 & -0.07375 & 0.0259 \end{bmatrix}, D = 0$$

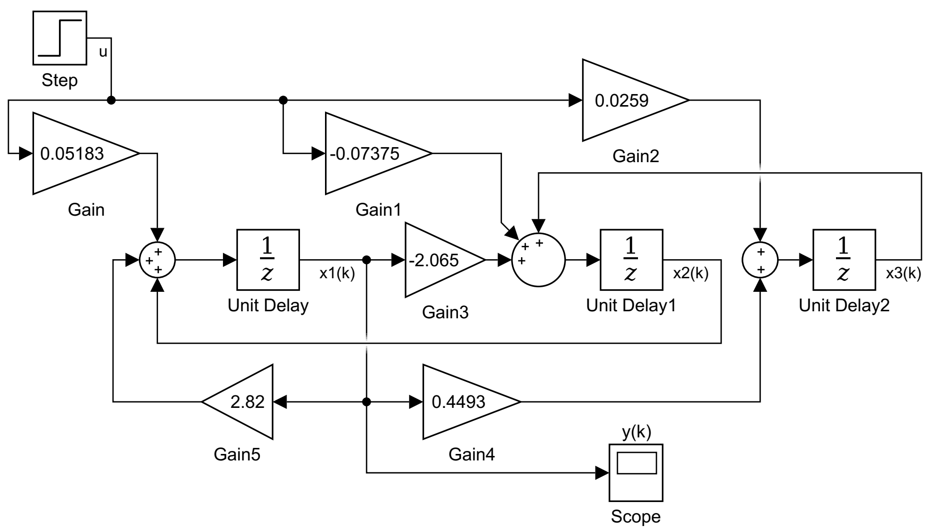


Rysunek 3: Diagram wariant 1

2.4.2 Wariant drugi

$$A = \begin{bmatrix} 2.82 & 1 & 0 \\ -2.065 & 0 & 1 \\ 0.4493 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.05183 \\ -0.07375 \\ 0.0259 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$



Rysunek 4: Diagram wariant 2

3 Zadanie 3

3.1 Treść

Wyznaczyć wektor sprzężeń zwrotnych K w taki sposób, aby układ zamknięty miał:

a) takie same bieguny, tzn. `z1=z2=z3`,

b) biegun dominujący a dwa pozostałe bieguny dobrane tak, aby nie wpływały na działanie układu regulacji.

3.2 Układ zamknięty

W układzie zamkniętym ze sprzężeniem od stanu sygnał `u(k)` wyraża się wzorem:

$$u(k) = -Kx(k) = -[k_1 k_2 k_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Zatem:

$$x(k+1) = Ax(k) - BKx(k) = (A - BK)x(k)$$

Odpowiednie dopasowanie wektora K pozwala na zadane ustalenie położenia biegunów.

3.3 Program

Listing 3: zad3a.m

```
%wariant pierwszy
[A, B, C, D] = tf2ss([0.05183 -0.07375 0.0259],[1 -2.82 2.065 ...
    -0.4493]);
%wariant drugi
A2=A';
B2=C';
C2=B';
D2=D';
kmax=60;
Tp=0.1;
Z = [0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9];
for i= 1:length(Z)
z = Z(i);
K=acker(A2, B2, [z z z]);
sim('zad3_model', [0 kmax]);
for l=1:length(x1.data)
    kk
        %warunek koncowy
        if (x1.data(l)<0.001) && (x2.data(l)<0.001) && ...
            (x3.data(l)<0.001)
            kk=l;
            break;
        end
    end;

figure

    subplot(2,1,1);
    xlim([0 kk/10])
    hold on;
    stairs(x1.Time, x1.data);
    stairs(x2.Time, x2.data);
    stairs(x3.Time, x3.data);
    grid;
    hold off;
    legend('x1','x2','x3');
    title(strcat('z=',num2str(z),', K=[',num2str(K(1)), ', ' , ...
        num2str(K(2)), ', ' ,num2str(K(3)),']'));
    subplot(2,1,2);
    xlim([0 kk/10])
    stairs(u.Time, u.data);
    title('u(k)');
    grid;

print(strcat('rys/zad3_rys',num2str(i)),'-dpdf');
end;
```

Listing 4: zad3b.m

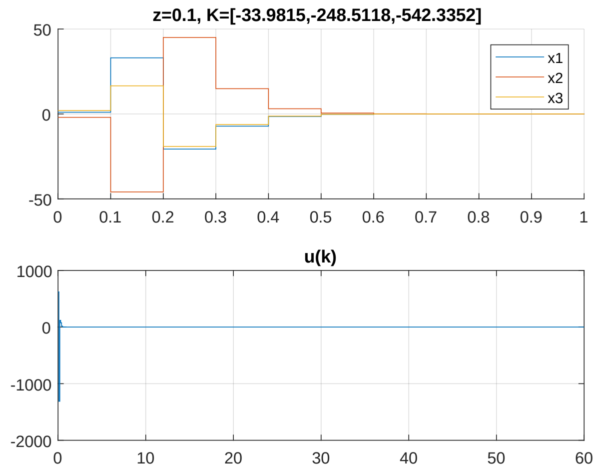
```
%wariant pierwszy
[A, B, C, D] = tf2ss([0.05183 -0.07375 0.0259],[1 -2.82 2.065 ...
    -0.4493]);
%wariant drugi
A2=A';
B2=C';
C2=B';
D2=D';
kmax=60;
Tp=0.1;
Z1 = [0.6 0.7 0.8 0.9];
Z2 = [0.1 0.2 0.3 0.4];
for i= 1:length(Z1)
for m= 1:length(Z2)
z1 = Z1(i);
z2 = Z2(m);

K=acker(A2, B2, [z1 z2 z2]);
sim('zad3_model', [0 kmax]);
for l=1:length(x1.data)
        %warunek koncowy
        if (x1.data(l)<0.001) && (x2.data(l)<0.001) && ...
            (x3.data(l)<0.001)
            kk=l;
            break;
        end
    end;
figure
    subplot(2,1,1);
    xlim([0 kk/10])
    hold on;
    stairs(x1.Time, x1.data);
    stairs(x2.Time, x2.data);
    stairs(x3.Time, x3.data);
    grid;
    hold off;
    legend('x1','x2','x3');
    title(strcat('z1=',num2str(z1),', z2=z3=',num2str(z2),', ...
        K=[',num2str(K(1)), ', ' , num2str(K(2)), ', ' ...
        ,num2str(K(3)),']'));
    subplot(2,1,2);
    xlim([0 kk/10])
    hold on;
    stairs(u.Time, u.data);
    title('u(k)');
    grid;
    hold off;

print(strcat('rys/zad3b_rys',num2str((i-1)*4+m)),'-dpdf');
end;
end;
```

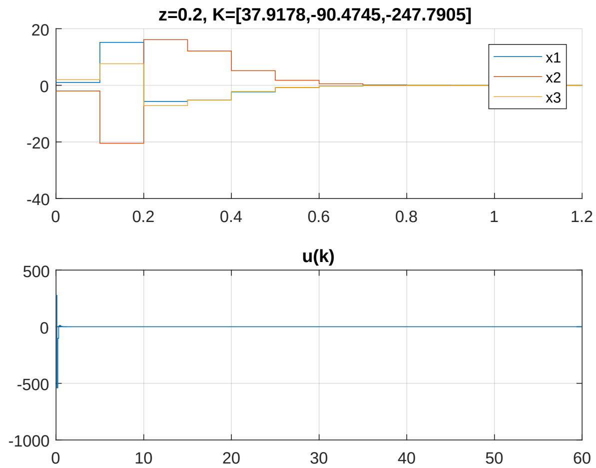
Listing 5: zad3max.m

```
%wariant pierwszy
[A, B, C, D] = tf2ss([0.05183 -0.07375 0.0259],[1 -2.82 2.065 ...
    -0.4493]);
%wariant drugi
A2=A';
B2=C';
C2=B';
D2=D';
kmax=60;
Tp=0.1;
Z = [0.05:0.05:0.95];

for i= 1:length(Z)
z = Z(i);
K=acker(A2, B2, [z z z]);
sim('zad3_model', [0 kmax]);
max_u(i)=max(abs(diff(u.data)));
end;

plot(Z,max_u);
xlabel('z');
ylabel('max \Delta u');
grid;
print('rys/zad3_max_u','-dpdf');
```

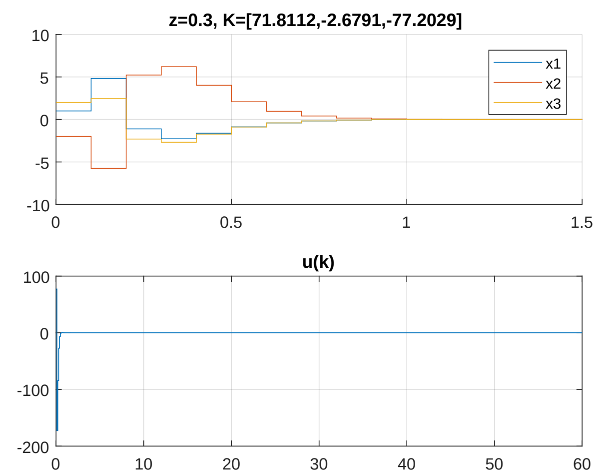
3.4 Zadanie a)

3.4.1 Wykresy

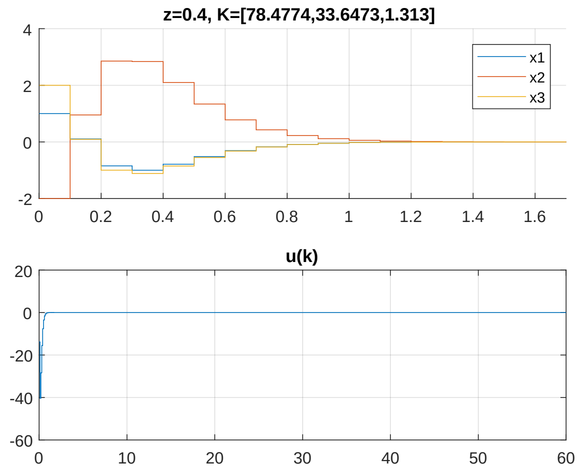




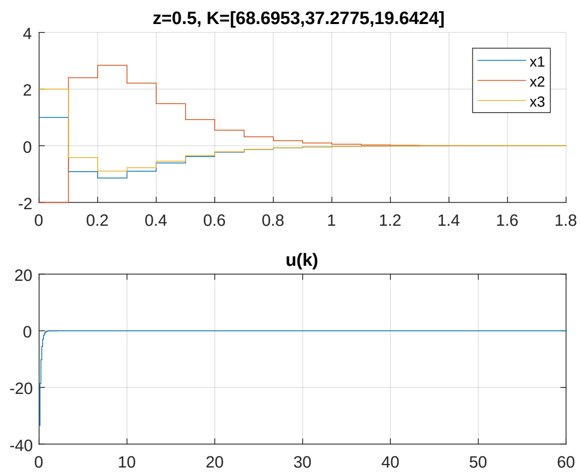
Rysunek 5: 1.2



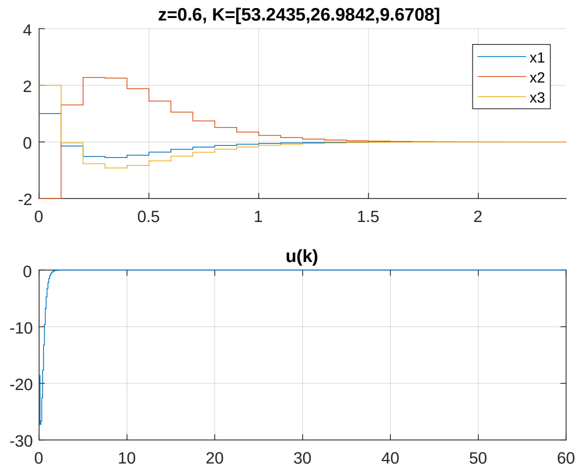
Rysunek 6: 1.3



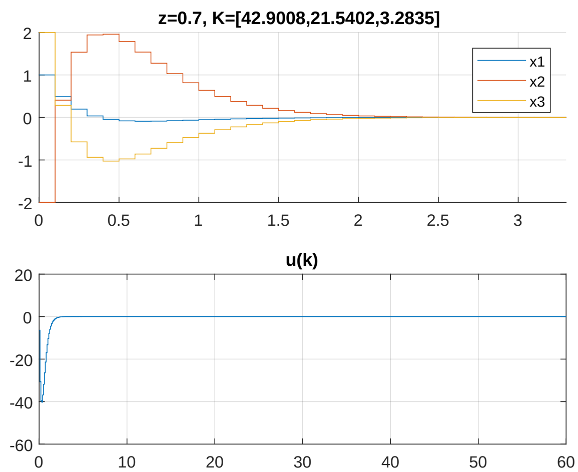
Rysunek 7: 1.4



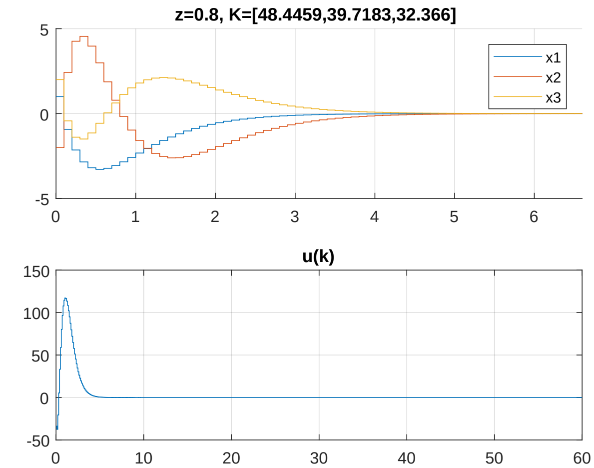
Rysunek 8: 1.5



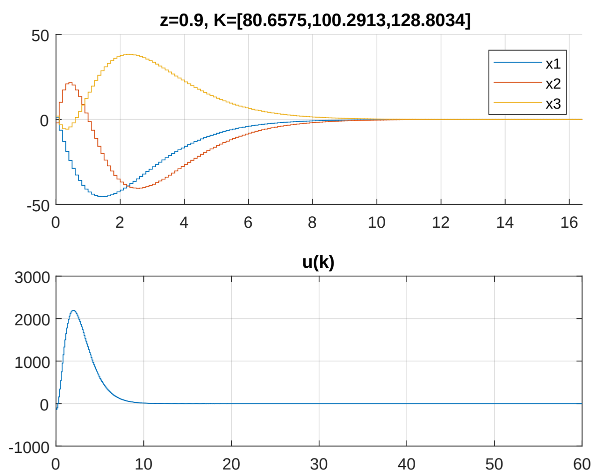
Rysunek 9: 1.6



Rysunek 10: 1.7



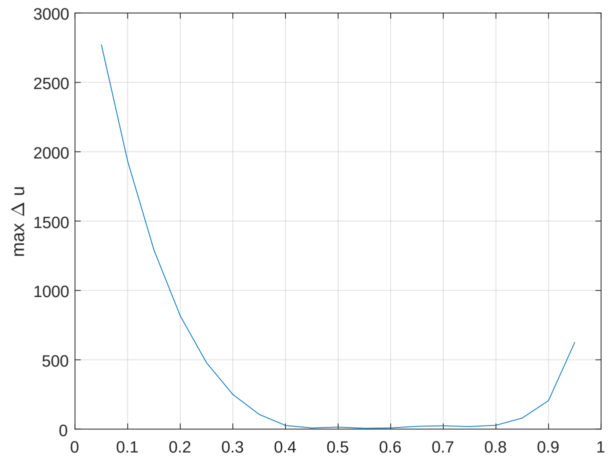
Rysunek 11: 1.8



Rysunek 12: 1.9

3.4.2 Zależność maksymalnego przyrostu sterowania od położenia biegunów

Przeprowadziłem 19 eksperymentów dla $z \in \{0.05, 0.1, \ldots, 0.95\}$. Wynik na poniższym wykresie.



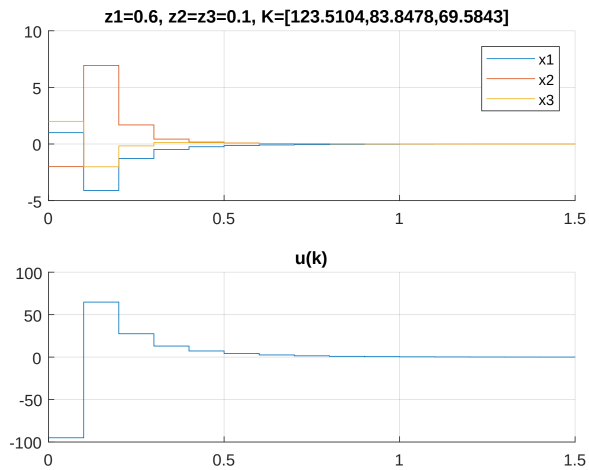
Rysunek 13: Zależność maksymalnego przyrostu sterowania od położenia biegunów

3.4.3 Wnioski

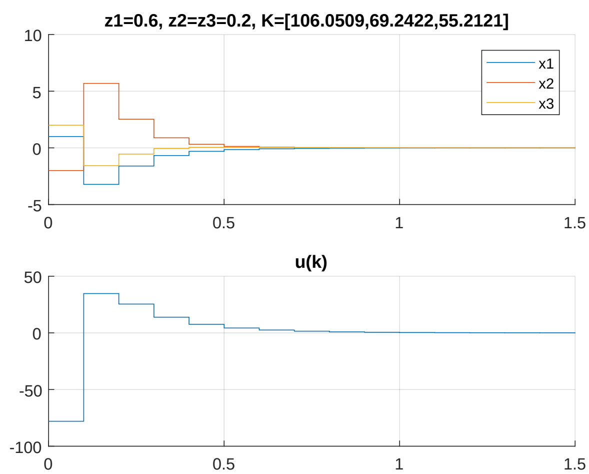
Z otrzymanych wyników można zauważyć, że układ reaguje najłagodniej dla biegunów równych $0,6$. Czas regulacji jest zbliżony dla biegunów $0,40,5$ i $0,6$. Wraz ze zmniejszaniem wartości biegunów maleje czas regulacji, jednak rośnie przeregulowanie. Najlepszy wydaje się układ z biegunami $z = 0,5$. Jest szybszy od $z = 0,6$, a przeregulowanie jest niewiele większe.

3.5 Zadanie b)

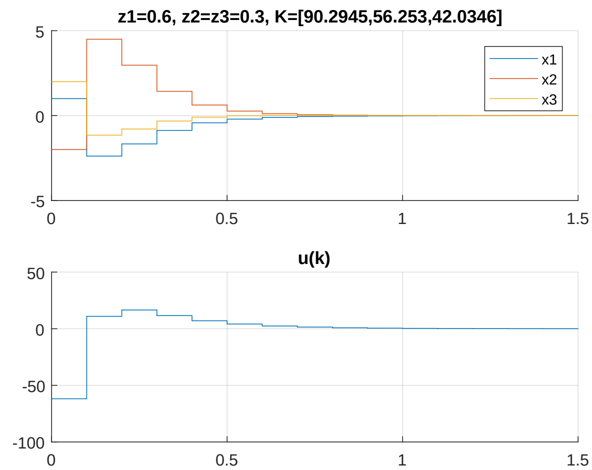
3.5.1 Wykresy



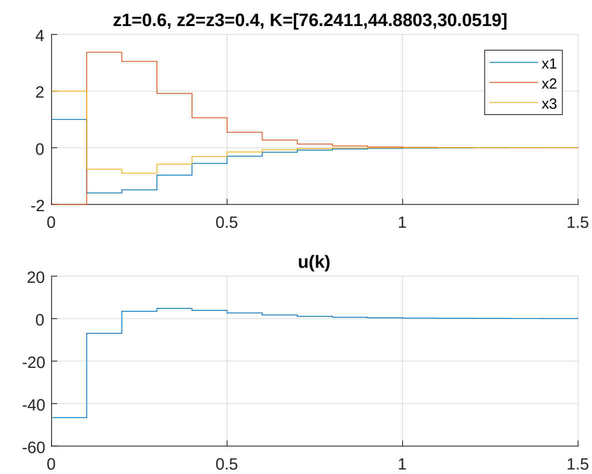
Rysunek 14: 2.1



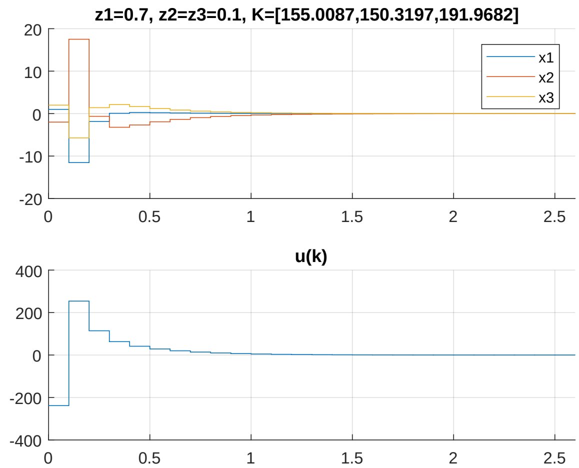
Rysunek 15: 2.2



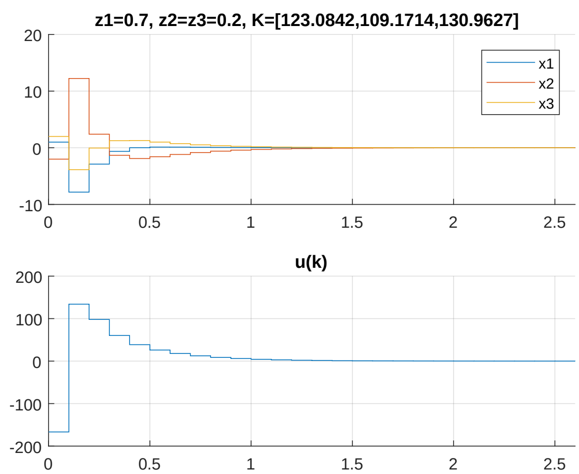
Rysunek 16: 2.3



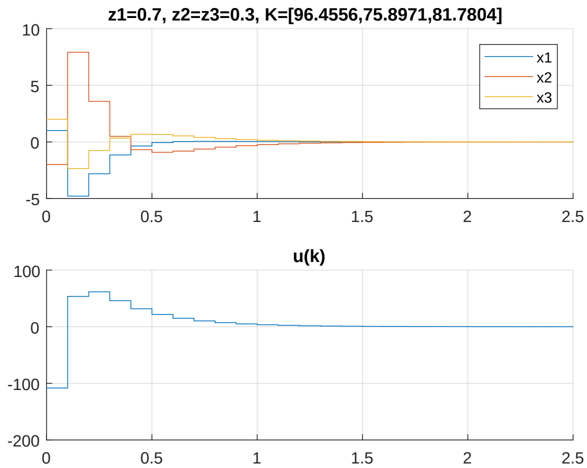
Rysunek 17: 2.4



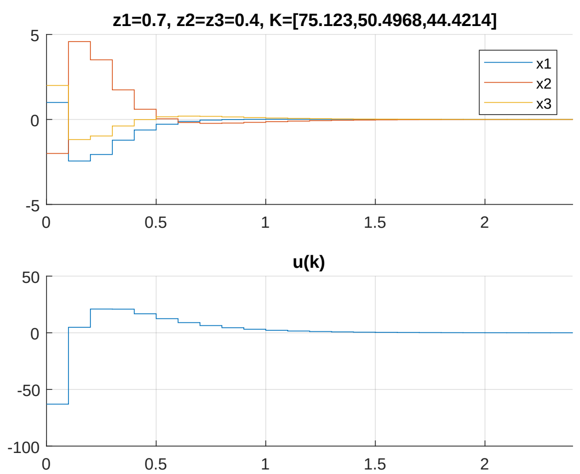
Rysunek 18: 2.5



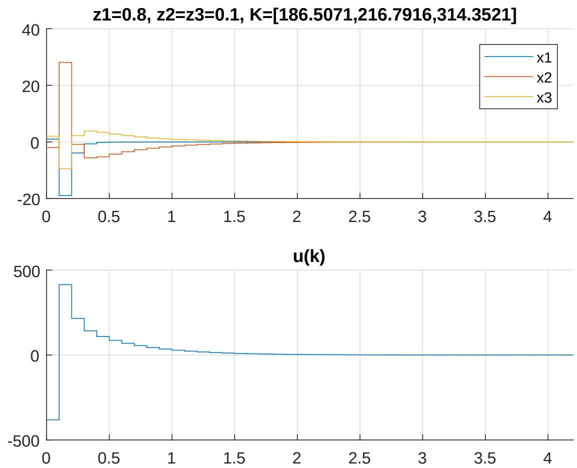
Rysunek 19: 2.6



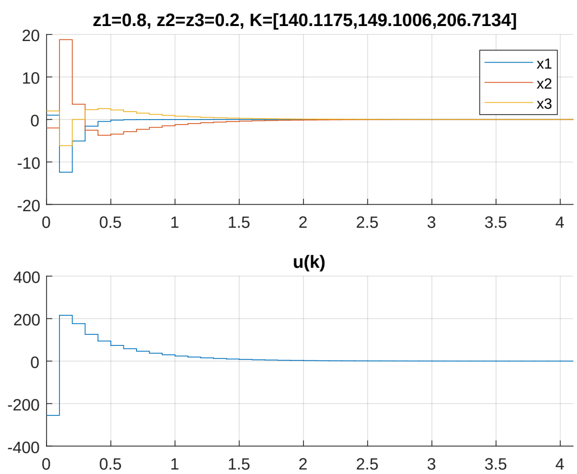
Rysunek 20: 2.7



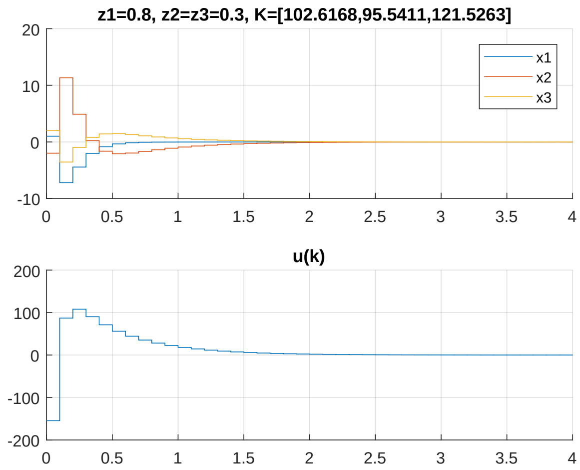
Rysunek 21: 2.8



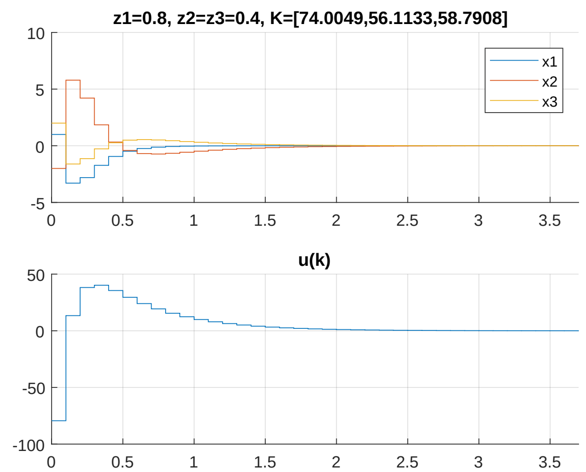
Rysunek 22: 2.9



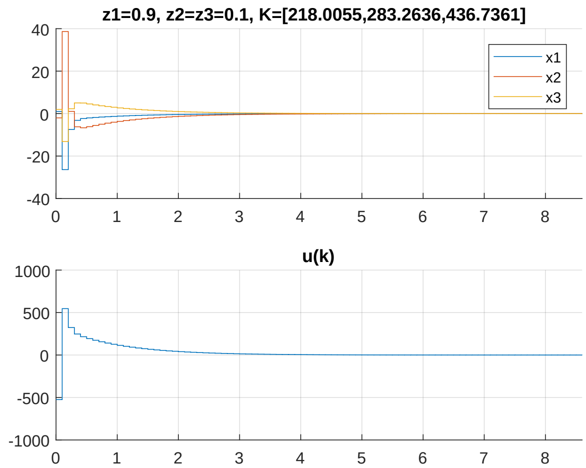
Rysunek 23: 2.10



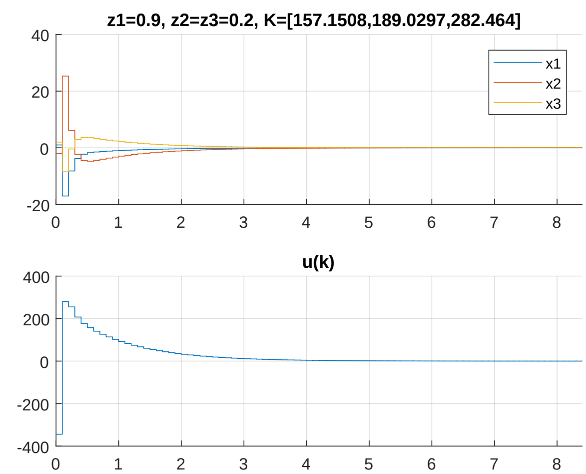
Rysunek 24: 2.11



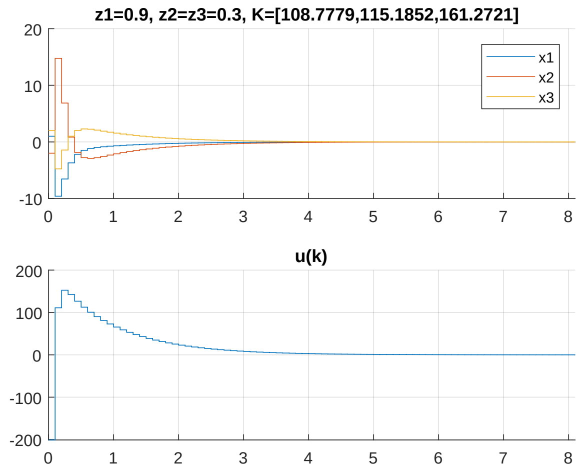
Rysunek 25: 2.12



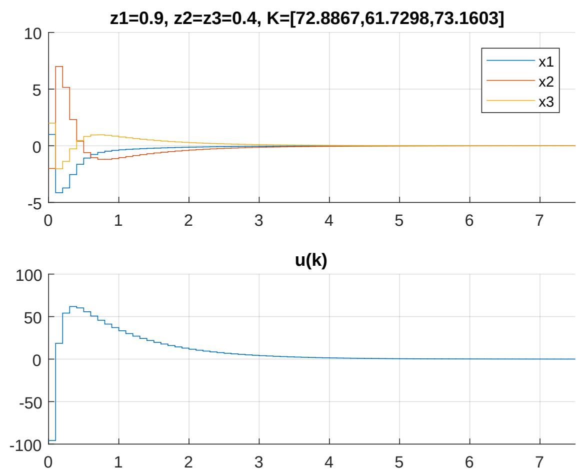
Rysunek 26: 2.13



Rysunek 27: 2.14



Rysunek 28: 2.15

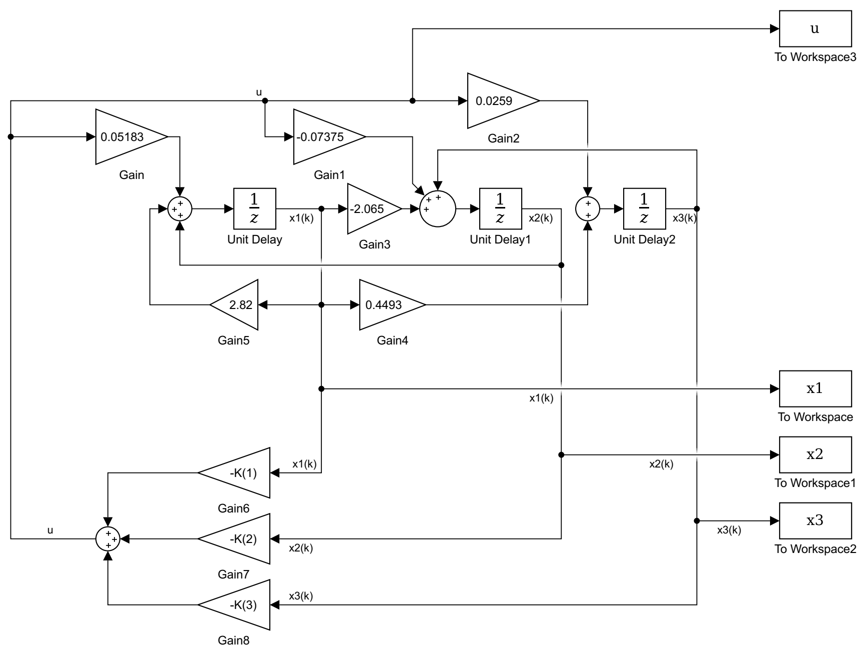


Rysunek 29: 2.16

3.5.2 Wnioski

Układy o $z_1 = 0.6, z_2 = z_3 = 0.3$ oraz $z_1 = 0.6, z_2 = z_3 = 0.4$ stabilizują się szybko i mają małe przeregulowania. Tak dopasowany regulator dobrze spełnia swoje zadanie. Występują tu większe przeregulowania niż w wybranym układzie o jednakowych biegunach, jednak stabilizacja przebiega szybciej.

3.6 Model



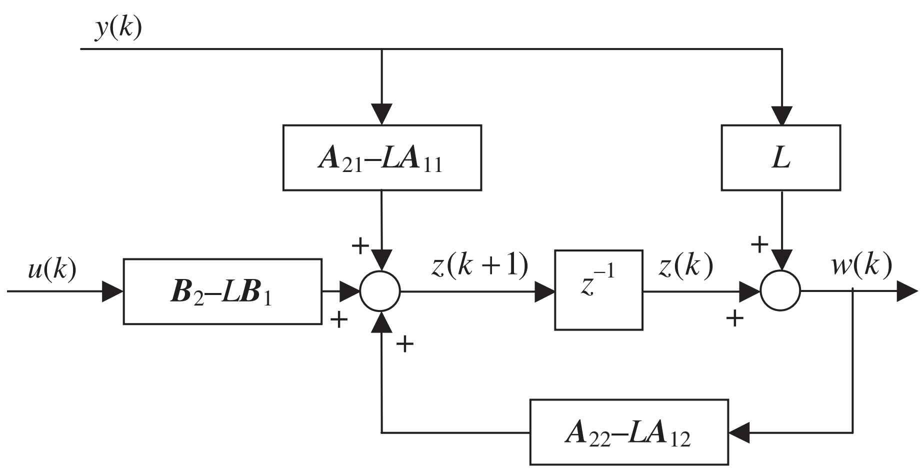
Rysunek 30: Model układu zamkniętego

4 Zadanie 4

4.1 Treść

Zaprojektować obserwator zredukowanego rzędu o biegunach z_{o1}, z_o2. Narysować strukturę obserwatora i układu regulacji z obserwatorem. Do symulacji należy przyjąć zerowy stan początkowy dla obserwatora oraz niezerowy stan początkowy obiektu (jak wyżej). Zastosować lepszy z dwóch regulatorów zaprojektowanych w punkcie 3. Położenie biegunów obserwatora należy dobrać w taki sposób, aby obserwator był:
a) wolny,
b) szybki.
Należy zamieścić przebiegi zmiennych stanu i sterowania otrzymane podczas eksperymentów dla obydwu przypadków.

4.2 Obserwator zredukowanego rzędu



Rysunek 31: Struktura dyskretnego obserwatora zredukowanego rzędu

4.3 Rozwiązanie

4.3.1 Wzór

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ w(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k) \\ w(k) \end{bmatrix}$$

$$y(k) = x_1(k), w(k) = \begin{bmatrix} x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

$$z(k) = w(k) - Ly(k)$$

$$z(k+1) = (A_{22} - LA_{12})(z(k) + Ly(k)) + (A_{21} - LA11)y(k) + (B_2 - LB_1)u(k)$$

Przyjmuję oznaczenia:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

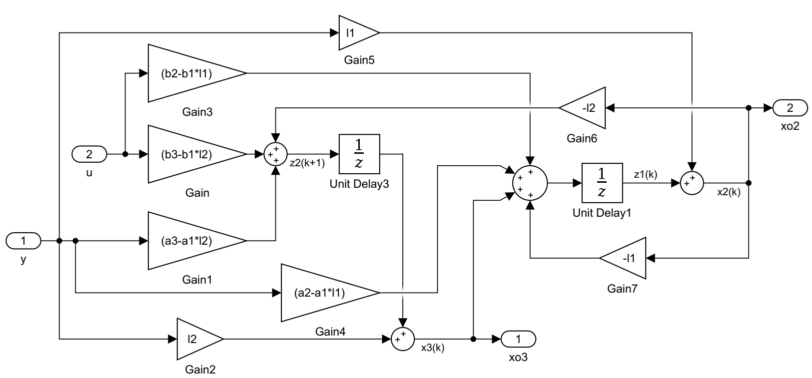
$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

Na podstawie powyższych wzorów przy pomocy matlaba wyznaczyłem następujące równania:

$$z(k) = \begin{bmatrix} x_2 - l_1\, x_1 \\ x_3 - l_2\, x_1 \end{bmatrix}$$

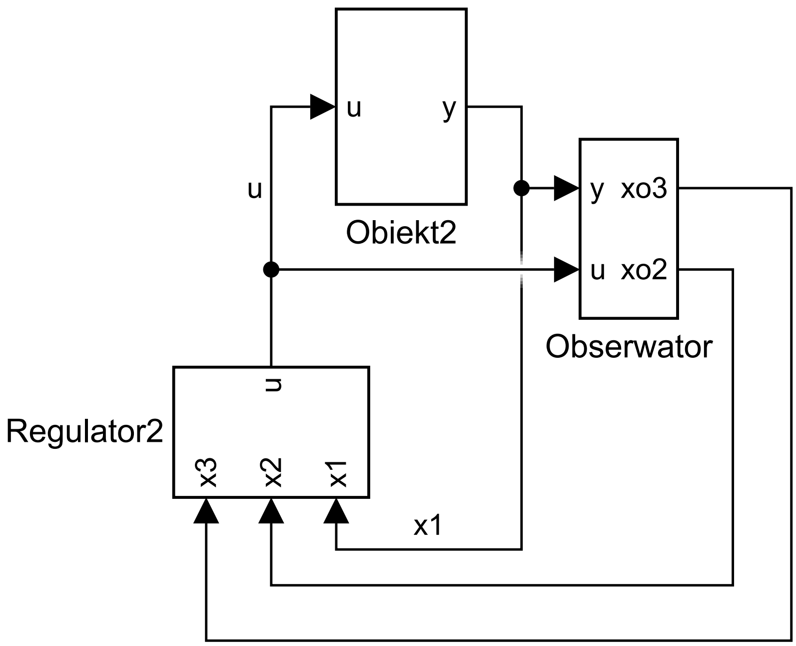
$$z(k+1) = \begin{bmatrix} x_3 - l_1\, x_2 + u\ (b_2 - b_1\, l_1) + x_1\ (a_2 - a_1\, l_1) \\ u\ (b_3 - b_1\, l_2) - l_2\, x_2 + x_1\ (a_3 - a_1\, l_2) \end{bmatrix}$$

4.3.2 Model obserwatora



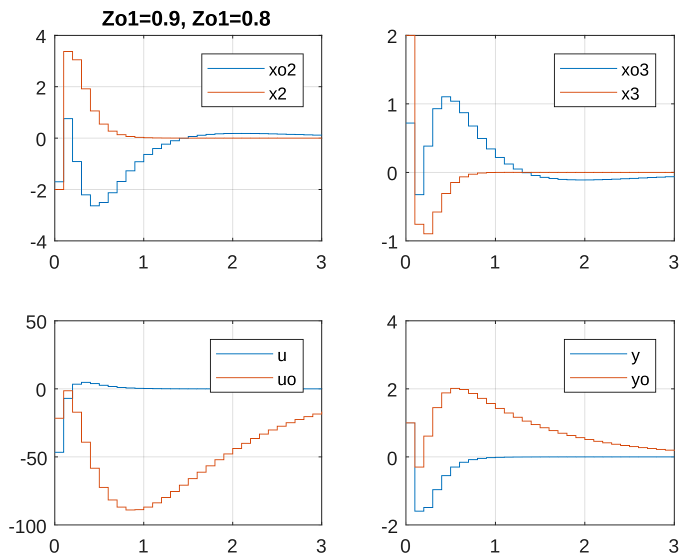
Rysunek 32: Zrealizowany obserwator

4.3.3 Struktura układu regulacji z obserwatorem

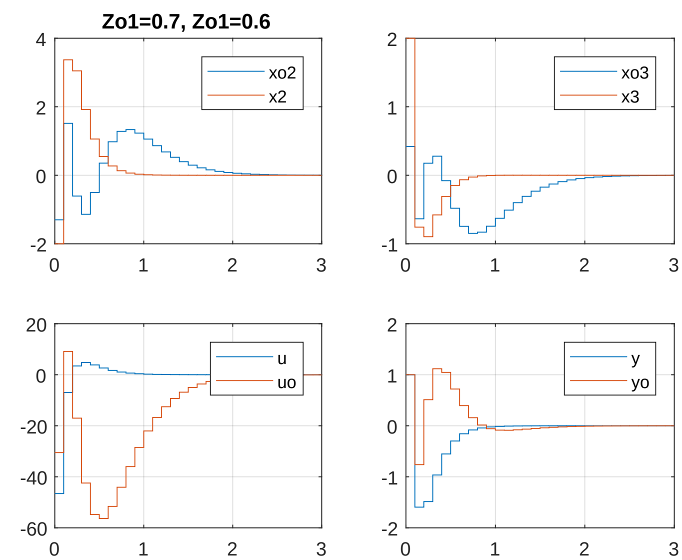


Rysunek 33: Struktura układu

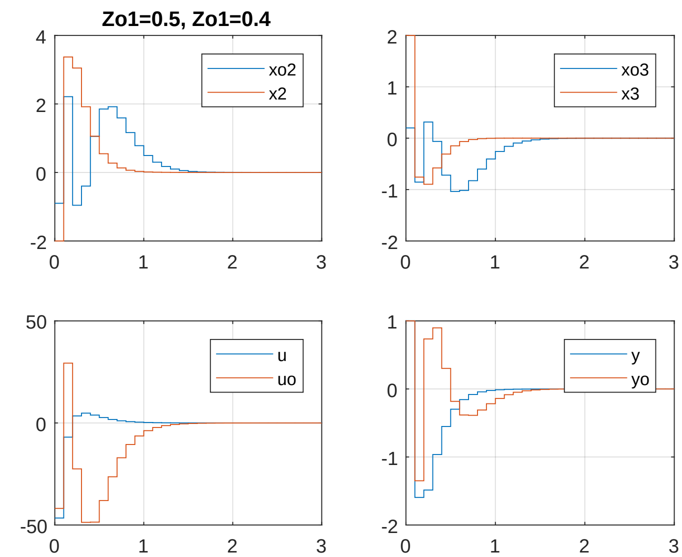
4.3.4 Wykresy



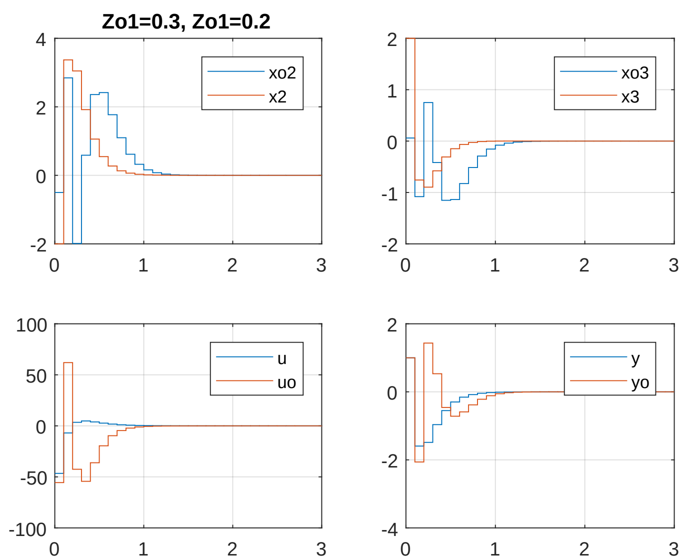
Rysunek 34: 4.1



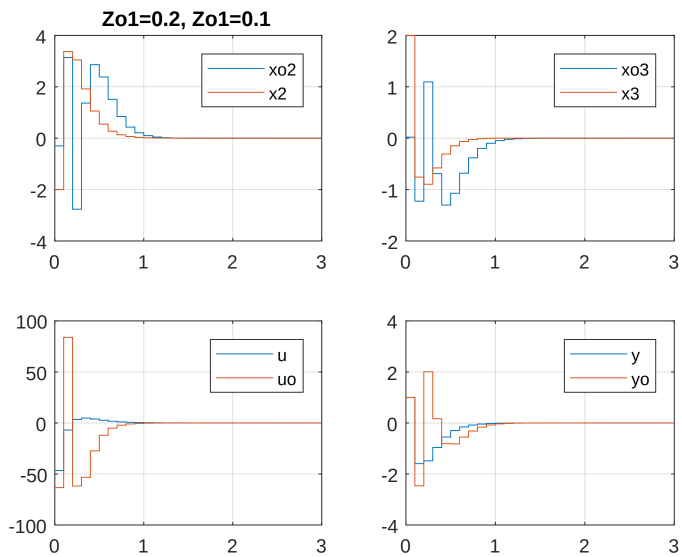
Rysunek 35: 4.2



Rysunek 36: 4.3



Rysunek 37: 4.4



Rysunek 38: 4.5

4.3.5 Wnioski

Z otrzymanych wykresów wynika, że przy doborze obserwatora należy tak dobrać bieguny, aby osiągnąć kompromis pomiędzy szybkością działania, a brakiem przeregulowań. Szybszy obserwator, czyli ten o biegunach bliższych zera, ma większe przeregulowania niż wolny. Zatem wybór położenia biegunów jest uwarunkowany tym co jest ważniejsze w danym projekcie.