27 Rabbi'ul Awwal 1440
05 Desember 2018

Integrasi Numerik Metode Trapesium

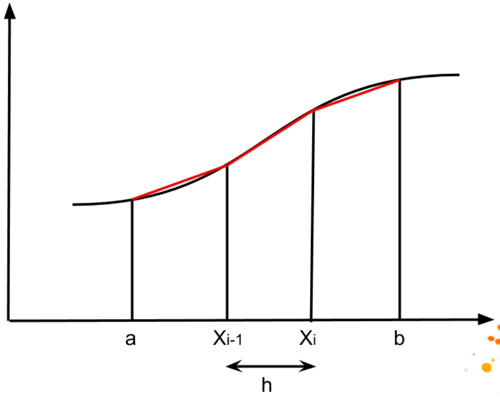
Amir Hakim
Parisya Shidqi
Rakhman Wahid
Dandhie Vega
Ahmad Naufal

INFORMATIKA
UPN "VETERAN" JAWA TIMUR

Yang akan kami bahas :

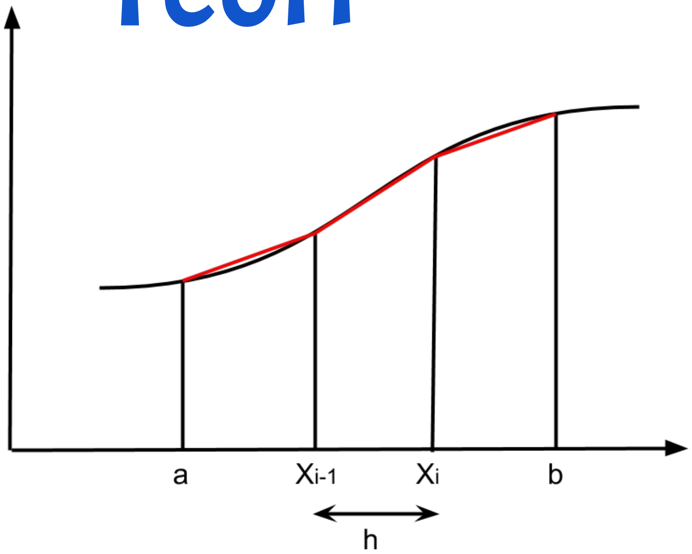
- Konsep Umum
- Penjelasan Teori
- Contoh Soal
- *Flowchart* dan *Pseudocode*
- *Hands on Spreadsheet*

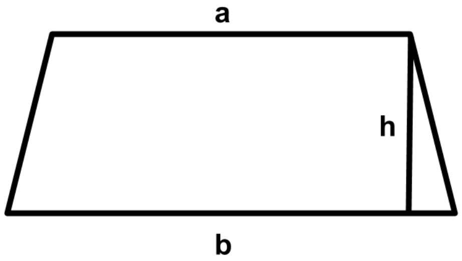
Konsep Umum :



Integrasi numerik ada, untuk mempermudah manusia menghitung integral yang terlalu banyak. Beberapa teknik integrasi numerik yang sangat umum digunakan untuk memperoleh pendekatan integral fungsi y (x) pada batas interval [a, b]. Metode trapesium merupakan metode integrasi numerik yang didasarkan pada penjumlahan segmen-segmen berbentuk trapesium (menghitung integral menggunakan luas bangun datar trapesium).

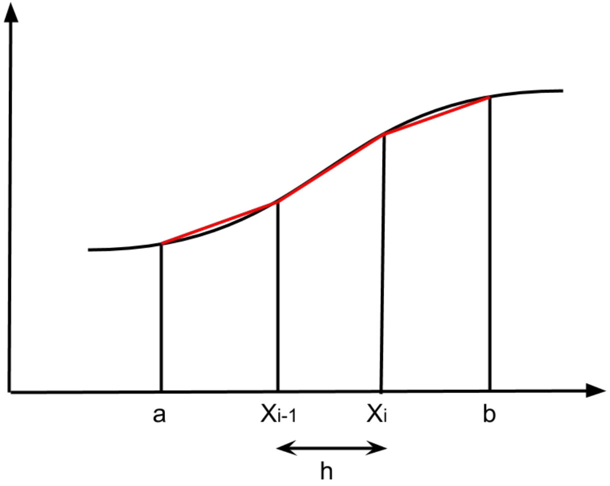
Penjelasan Teori





$$\boxed{\frac{a+b}{2}\cdot h}$$

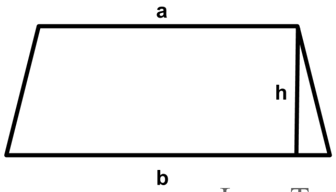
Untuk menghitung luas masing-masing ruas dengan menggunakan metode trapesium. Kita harus menarik garis (garis merah) di setiap ruas sehingga membentuk layaknya trapesium.



Mencari jarak antar irisan

$$h = \frac{b-a}{n}$$

$$n = jumlah \quad irisan$$



Luas Trapesium : $\frac{a+b}{2} \cdot h$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} \right) \cdot h$$

$\downarrow$ Dijabarkan

$$= \frac{h}{2}\left((f(x_0) + f(x_1)) + (f(x_1) + f(x_2)) + \dots + (f(x_{n-1}) + f(x_n)) \right)$$

$$= \frac{h}{2}\left(f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n) \right)$$

Contoh Soal

Gunakan metode trapesium satu segmen, dua segmen dan empat segmen untuk integral :

$$\int_0^1 (4x - x^2)\,dx$$

Perhitungan Satu Segmen :

Jika batas bawah $a = 0$ dan batas atas $b = 1$, maka lebar segmen dapat ditentukan dengan

$$h = \frac{b - a}{N}$$, karena $N = 1$ maka lebar segmen $h = 1$, sehingga

pada $x_0 = 0$, $f_0 = [4(0) - (0)^2] = 0$

$x_1 = 1$, $f_1 = \left[4(1) - (1)^2\right] = 3$

Ungkapan (3-12) selanjutnya menjadi $I = \frac{h}{2}\left[f_0 + f_1\right]$

Jadi $I = \frac{h}{2}\left[f_0 + f_1\right] \equiv \frac{1}{2}\left[0 + 3\right] = 1.5$

Perhitungan Dua Segmen :

lebar segmen untuk pendekatan ini adalah $h = \frac{b-a}{N} \equiv \frac{1-0}{2} = 0.5$

pada $x_0 = 0$, $f_0 = [4(0) - (0)^2] = 0$

$x_1 = 0 + 0.5 = 0.5$, $f_1 = [4(0.5) - (0.5)^2] = 1.75$

$x_2 = 0 + 2(0.5) = 1$, $f_2 = [4(1) - (1)^2] = 3$

Ungkapan integrasi trapesium (3-12) menjadi $I = \frac{h}{2}[f_0 + 2f_1 + f_2]$

diperoleh $I = \frac{0.5}{2}[0 + 2(1.75) + 3.0] = 1.6250$.

Perhitungan Empat Segmen :

lebar segmen integrasinya $h = \frac{b-a}{N} \equiv \frac{1-0}{4} = 0.25$,

pada $x_0 = 0$, $f_0 = [4(0) - (0)^2] = 0$

$x_1 = 0 + 0.25 = 0.25$, $f_1 = [4(0.25) - (0.25)^2] = 0.9375$

$x_2 = 0 + 2(0.25) = 0.5$, $f_2 = [4(0.5) - (0.5)^2] = 1.75$

$x_3 = 0 + 3(0.25) = 0.75$, $f_3 = [4(0.75) - (0.75)^2] = 2.4375$

$x_4 = 0 + 4(0.25) = 1$, $f_4 = [4(1) - (1)^2] = 3$

Selanjutnya ungkapan integrasi (3-12) menjadi $I = \frac{h}{2}\left[f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4\right]$,

diperoleh

$$I = \frac{0.25}{2}\left[0 + 2(0.9375) + 2(1.75) + 2(2.4375) + 3.0\right] = 1.6563$$

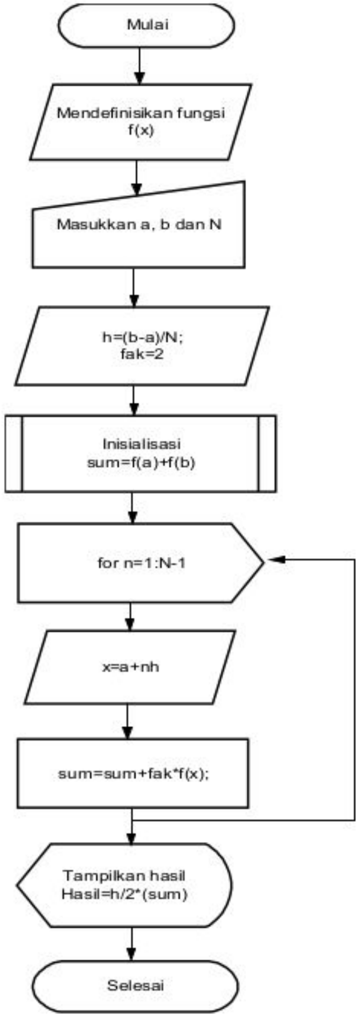


Diagram Alir

Pseudocode

PS this is the actual code in Pascal :v

```
procedure trapesium (a,b : real; n : integer; var I : real);

{ Menghitung integrasi f(x) di dalam selang [a,b] dan jumlah pias
  adalah n dengan menggunakan kaidah trapesium.
  K.Awal  : nilai a, b, dan n sudah terdefinisi
  K.Akhir : I adalah hampiran integrasi yang dihitung dengan kaidah
            segi-empat
}

var
    h, x, sigma : real;
    r : integer;

begin
    h := (b-a)/n;                { lebar pias }
    x := a;                      { awal selang integrasi }
    I := f(a) + f(b);
    sigma := 0;

    for r := 1 to n-1 do
        begin
            x := x+h;
            sigma := sigma + 2*f(x);
        end;
        I := (I+sigma)*h/2       { nilai integrasi numerik }
end;
```

Let's hands on!

Referensi :

1. Munir, Renaldi. 2015. *Metode Numerik*. Bandung : Informatika.
2. Supardi. *Integrasi Numerik BAB III*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.