

Föreläsning 15 i ADK

# Algoritmkonstruktion: geometriska algoritmer

Stefan Nilsson

KTH

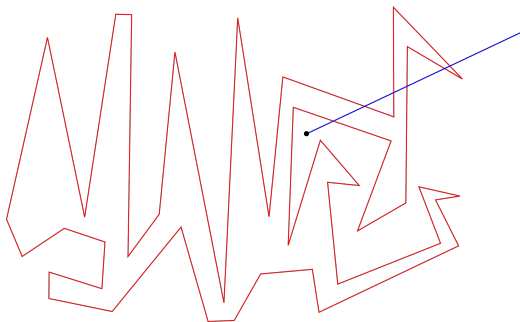
# Grundläggande beräkningsgeometri

Det är enkelt att

- Bestämma avstånd mellan två punkter
- Bestämma vinkeln mellan två vektorer
- Avgöra ifall två linjer skär varandra

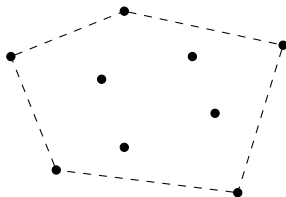
I tid  $\mathcal{O}(n)$  kan man:

- Avgöra ifall en punkt ligger inuti eller utanför en  $n$ -sidig polygon.



# Konvexa höljet

Det konvexa höljet till en punktmängd i  $\mathbb{R}^2$  är den minsta konvexa polygon som omsluter alla punkterna i mängden:



I många problem inom beräkningsgeometrin beräknas konvexa höljen.

# Graham-scan

**function** GRAHAM( $P[1..n] = \{(x_i, y_i)\}$ )

    Gör så att  $y_1 \leq y_i$  för  $i \geq 1$

    Sortera  $P[2..n]$  i växande ordning på polär vinkel mot  $P[1]$

$S \leftarrow \text{EMPTYSTACK}()$

    PUSH( $P[1]$ ,  $S$ )

    PUSH( $P[2]$ ,  $S$ )

    PUSH( $P[3]$ ,  $S$ )

**for**  $i \leftarrow 4$  **to**  $n$  **do**

**while** följden  $\text{NextToTop}(S) - \text{Top}(S) - P[i]$  svänger åt höger **do**

            POP( $S$ )

        PUSH( $P[i]$ ,  $S$ )

**return**  $S$

## Tidskomplexitet:

- Sorteringen tar  $\mathcal{O}(n \log n)$  tid
- Varje punkt pushas exakt en gång och poppas högst en gång  $\Rightarrow \Theta(n)$
- Totalt  $\mathcal{O}(n \log n)$