

§ 2.2. Практическая работа (решение задач)

Найти интегралы, используя подходящую подстановку:

$$8.2.2. \quad \int \sqrt{4x-5} dx.$$

$$8.2.3. \quad \int \frac{dx}{(3x+2)^4}.$$

$$8.2.4. \quad \int \sin^3 x \cdot \cos x dx.$$

$$8.2.5. \quad \int e^{x^3} \cdot x^2 dx.$$

$$8.2.6. \quad \int \frac{\ln^5 x dx}{x}.$$

$$8.2.7. \quad \int \frac{\sin x dx}{\cos x + 1}.$$

$$8.2.8. \quad \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}.$$

$$8.2.9. \quad \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{x^2 + 1}.$$

Найти интегралы с помощью подстановок, предварительно преобразовав подынтегральные выражения:

$$8.2.11. \quad \int \frac{4x+3}{\sqrt{x^2-5}} dx.$$

$$8.2.12. \quad \int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx.$$

$$8.2.13. \quad \int \frac{1-2\sin x}{\cos^2 x} dx.$$

$$8.2.14. \quad \int \frac{3x-4}{x^2-4} dx.$$

Найти интегралы, используя подходящую подстановку $x = \psi(t)$:

$$8.2.16. \quad \int \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$8.2.17. \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}.$$

$$8.2.18. \quad \int x\sqrt{2-x} dx.$$

$$8.2.19. \quad \int \frac{\sqrt{x} dx}{x+16}.$$

Найти интегралы, используя интегрирование по частям:

$$8.2.21. \quad \int x \sin x dx.$$

$$8.2.22. \quad \int (2x-1) \cdot e^{3x} dx.$$

$$8.2.23. \quad \int \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

$$8.2.24. \quad \int x \cdot 2^x dx.$$

$$8.2.25. \quad \int \ln^2 x dx.$$

$$8.2.26. \quad \int x \operatorname{arctg} x dx.$$

Найти интегралы:

$$8.2.28. \quad \int e^x \cdot \sin x dx.$$

$$8.2.29. \quad \int \sin \ln x dx.$$

Найти интегралы:

$$8.2.31. \quad \int \arcsin x dx.$$

$$8.2.32. \quad \int \frac{\ln \ln x}{x} dx.$$

Ответы

$$8.2.2. \frac{1}{6} \sqrt{(4x-5)^3} + C. 8.2.3. -\frac{1}{9(3x+2)^3} + C.$$

$$8.2.4. \frac{1}{4} \sin^4 x + C. 8.2.5. \frac{1}{3} e^{x^3} + C. 8.2.6. \frac{1}{6} \ln^6 x + C.$$

$$8.2.7. -\ln |\cos x + 1| + C. 8.2.8. \frac{1}{3} \ln |x^3 + 1| + C. 8.2.9. \frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x + C.$$

$$8.2.11. 4\sqrt{x^2-5} + 3 \ln |x + \sqrt{x^2-5}| + C. 8.2.12. e^{\sin^2 x} + C. 8.2.13. \frac{\sin x - 2}{\cos x} + C.$$

$$8.2.14. \frac{\ln |x-2| + 5 \ln |x+2|}{2} + C. 8.2.16. \frac{x}{2} \sqrt{9-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x}{3} + C.$$

Указание. Сделать замену $x = 3 \sin t$. Преобразовывая ответ, учесть,

$$\text{что } \sin 2t = \sin \left(2 \arcsin \frac{x}{3} \right) = 2 \sin \left(\arcsin \frac{x}{3} \right) \cdot \cos \left(\arcsin \frac{x}{3} \right) = 2 \cdot \frac{x}{3} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{3} \right)^2}.$$

В последнем равенстве использовано тождество $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$.

$$8.2.17. \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C. 8.2.18. \frac{2}{5} \sqrt{(2-x)^5} - \frac{4}{3} \sqrt{(2-x)^3} + C.$$

$$8.2.19. 2\sqrt{x} - 8 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{4} + C. 8.2.21. \sin x - x \cdot \cos x + C. 8.2.22. \frac{6x-5}{9} \cdot e^{3x} + C.$$

$$8.2.23. C - \frac{1 + \ln x}{x}. 8.2.24. \frac{2^x(x \ln 2 - 1)}{\ln^2 2} + C. 8.2.25. x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2) + C.$$

$$8.2.26. \frac{(x^2+1) \operatorname{arctg} x - x}{2} + C. 8.2.28. \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$$

$$8.2.29. \frac{x}{2} (\sin \ln x - \cos \ln x) + C. 8.2.31. x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$$

$$8.2.32. \ln x (\ln \ln x - 1) + C.$$