

§ 1.2. Практическая работа (решение задач)

7.1.1. Пользуясь определением, найти производную функции $y = f(x)$:

1) $y = 3x^2$;

2) $y = \sin x$.

○ 1) Придадим аргументу x приращение Δx . Тогда соответствующее приращение Δy функции будет иметь вид

$$\begin{aligned}\Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = 3(x + \Delta x)^2 - 3x^2 = \\ &= 3(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2) = 3\Delta x(2x + \Delta x).\end{aligned}$$

Отсюда находим предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ в точке x при $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = 3 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 3 \cdot 2x = 6x.$$

Таким образом, $y' = (3x^2)' = 6x$.

2) Найдем приращение Δy функции, соответствующее приращению Δx аргумента, используя формулу разности синусов:

$$\Delta y = \sin(x + \Delta x) - \sin x = 2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cdot \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right).$$

Отсюда

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cdot \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) = \cos x.\end{aligned}$$

В последнем равенстве мы воспользовались первым замечательным пределом и непрерывностью $\cos x$. Таким образом, $y' = (\sin x)' = \cos x$. ●

Пользуясь определением, найти производные функций:

7.1.2. $y = 5x - 2$.

7.1.3. $y = x^3$.

7.1.4. $y = \sqrt{x}$.

7.1.5. $y = \frac{1}{x}$.

7.1.6. Пользуясь основными правилами дифференцирования, найти $f'(x)$, если:

1) $f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}} - 5^{x+1};$

2) $f(x) = (x^4 - x) \cdot (3 \operatorname{tg} x - 1).$

○ 1) Преобразуем функцию к виду

$$f(x) = 9 \cdot x^{-2/3} - 5 \cdot 5^x.$$

Отсюда, используя таблицу производных, получим

$$\begin{aligned} f'(x) &= (9 \cdot x^{-2/3} - 5 \cdot 5^x)' = (9 \cdot x^{-2/3})' - (5 \cdot 5^x)' = \\ &= 9 \cdot (x^{-2/3})' - 5 \cdot (5^x)' = 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{2}{3}-1} - 5 \cdot 5^x \ln 5 = \\ &= -6x^{-5/3} - 5^{x+1} \ln 5. \end{aligned}$$

2) Воспользуемся формулой для производной произведения:

$$\begin{aligned} f'(x) &= [(x^4 - x)(3 \operatorname{tg} x - 1)]' = \\ &= (x^4 - x)'(3 \operatorname{tg} x - 1) + (x^4 - x)(3 \operatorname{tg} x - 1)' = \\ &= (4x^3 - 1)(3 \operatorname{tg} x - 1) + (x^4 - x) \cdot \frac{3}{\cos^2 x}. \quad \bullet \end{aligned}$$

Найти производные указанных функций:

7.1.7. $y = x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2x - 4.$ 7.1.8. $y = ax^2 + bx + c.$

7.1.9. $y = 6x^7 + 4x^3 - \frac{1}{8}x.$ 7.1.10. $y = \sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{3}.$

7.1.11. $y = \sqrt{x} - \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2}.$ 7.1.12. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \sqrt{7} \cdot x.$

7.1.13. $y = x\sqrt[4]{x} + 3 \sin 1.$ 7.1.14. $y = 5 \cdot 2^x + \frac{3}{4} \operatorname{ctg} x.$

7.1.15. $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x.$ 7.1.16. $y = -10 \operatorname{arctg} x + 7 \cdot e^x.$

7.1.17. $y = x^3 \log_2 x.$ 7.1.18. $y = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1).$

7.1.19. $f(t) = \frac{1 + e^t}{1 - e^t}.$ 7.1.20. $z = (\sqrt{y} + 1) \arcsin y.$

7.1.21. $u = \frac{21^v}{21^v + 1}.$ 7.1.22. $f(x) = \sqrt[5]{x} \arccos x - \frac{\log_6 x}{x^2}.$

Найти производную данной функции в точке x_0 :

7.1.23. $y = x \cdot \operatorname{arctg} x, x_0 = 0.$

7.1.24. $y = x^4 + x^3 - 17^5, x_0 = 1.$

7.1.25. $y = \frac{\ln x}{x}, x_0 = e.$

7.1.26. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}, x_0 = 9.$

7.1.27. Применяя правило дифференцирования сложной функции, найти производную функции y :

1) $y = \sin^2 x$;

2) $y = \ln(\operatorname{arctg} 3x).$

○ 1) Данная функция является композицией двух имеющих производные функций $u = \sin x$ и $f(u) = u^2$. Так как $u' = \cos x$, а $f'(u) = 2u$, то с учетом правила дифференцирования сложной функции получим:

$$y'(x) = (u^2)'_x = 2u \cdot u' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x.$$

2) Функция $\ln(\operatorname{arctg} 3x)$ — композиция функций $u = \operatorname{arctg} 3x$ и $f(u) = \ln u$, откуда

$$y'(x) = (\ln u)'_x = \frac{1}{u} \cdot u' = \frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot (\operatorname{arctg} 3x)'.$$

Функция $\operatorname{arctg} 3x$, в свою очередь, является композицией двух функций $v = 3x$ и $g(v) = \operatorname{arctg} v$, поэтому для нахождения ее производной нам придется еще раз применить правило дифференцирования сложной функции:

$$(\operatorname{arctg} 3x)' = (\operatorname{arctg} v)'_x = \frac{1}{1+v^2} \cdot v' = \frac{1}{1+(3x)^2} \cdot 3 = \frac{3}{1+9x^2}.$$

Отсюда окончательно

$$y' = \frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot (\operatorname{arctg} 3x)' = \frac{3}{(1+9x^2) \operatorname{arctg} 3x}.$$

Найти производные функций:

7.1.28. $y = \cos 5x$.

7.1.30. $y = \cos^3 x$.

7.1.32. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$.

7.1.34. $y = \frac{1}{\ln x}$.

7.1.36. $y = e^{\operatorname{ctg} x}$.

7.1.38. $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}$.

7.1.40. $y = \sqrt[3]{(1-3x)^2}$.

7.1.42. $y = \ln \sqrt{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}}$.

7.1.44. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

7.1.46. $y = x^3 \cdot \sin(\cos x)$.

7.1.48. $y = \log_6 \sin 4x$.

7.1.50. $y = \ln \frac{(x+1)(x+3)^3}{(x+2)^3(x+4)}$.

7.1.52. $y = \sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}$.

7.1.54. $y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}$.

7.1.56. $y = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$.

7.1.29. $y = 7^{3x-1}$.

7.1.31. $y = (x+1)^{100}$.

7.1.33. $y = \arcsin \sqrt{x}$.

7.1.35. $y = \ln \sin x$.

7.1.37. $y = \arccos(e^x)$.

7.1.39. $y = \sin^9 \left(\frac{x}{2} \right)$.

7.1.41. $y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

7.1.43. $y = (1 + \operatorname{tg}^2 3x) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$.

7.1.45. $y = \operatorname{tg} 4x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 4x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 4x$.

7.1.47. $y = 3^{x^2} \cdot \sqrt{x^3 - 5x}$.

7.1.49. $y = \cos \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$.

7.1.51. $y = \operatorname{arctg}(x-2) + \frac{x-3}{x^2-4x+5}$.

7.1.53. $y = e^{\operatorname{sh}^2 5x}$.

7.1.55. $y = \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$.

7.1.57. $y = \frac{\sin^2 x}{\operatorname{ctg} x + 1} + \frac{\cos^2 x}{\operatorname{tg} x + 1}$.

7.1.58. Используя логарифмическую производную, найти производные функций:

1) $y = x^{\sin x}$;

2) $y = \frac{(x-1)^3 \cdot \sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$.

○ 1) Прологарифмируем обе части равенства $y = x^{\sin x}$. Тогда $\ln y = \ln x^{\sin x}$, т. е. $\ln y = \sin x \cdot \ln x$. Теперь продифференцируем последнее равенство, при этом в левой части используем производную сложной функции, а в правой — производную произведения: $(\ln y)' = (\sin x \cdot \ln x)'$, т. е. $\frac{y'}{y} = (\sin x)' \ln x + \sin x (\ln x)'$ или $\frac{y'}{y} = \cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}$.

Отсюда $y' = y \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$ или, учитывая, что $y = x^{\sin x}$,

$$y' = x^{\sin x} \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right).$$

2) Непосредственное дифференцирование данной дроби привело бы к громоздким вычислениям, зато применение логарифмической производной позволяет найти ответ без труда:

$$\ln y = \ln \frac{(x-1)^3 (x+2)^{1/2}}{(x+1)^{2/3}}.$$

Отсюда, используя формулы для логарифма произведения, частного и степени, получим:

$$\ln y = \ln(x-1)^3 + \ln(x+2)^{1/2} - \ln(x+1)^{2/3},$$

т. е.

$$\ln y = 3 \ln(x-1) + \frac{1}{2} \ln(x+2) - \frac{2}{3} \ln(x+1).$$

Осталось продифференцировать обе части полученного равенства:

$$(\ln y)' = \left[3 \ln(x-1) + \frac{1}{2} \ln(x+2) - \frac{2}{3} \ln(x+1) \right]'$$

или

$$\frac{y'}{y} = \frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)},$$

откуда

$$y' = y \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)} \right),$$

т. е.

$$y' = \frac{(x-1)^3 \sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)} \right).$$

Найти производные:

7.1.59. $y = x^x$.

7.1.60. $y = x^{\ln x}$.

7.1.61. $y = \sqrt[5]{\frac{(x^2+1)(x+3)}{(x-3)^3}}$.

7.1.62. $y = \frac{(x^3-2) \cdot \sqrt[3]{(x-1)}}{(x+5)^4}$.

7.1.63. $y = (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.

7.1.64. $y = \frac{(1-x^2) \cdot \cos^6 x}{\sqrt[7]{x^5}}$.

7.1.65. Найти производную неявно заданной функции y :

$$x^3 + y^3 = \sin(x - 2y).$$

○ Дифференцируя обе части уравнения и учитывая, что y — есть функция от x (поэтому, например, $(y^3)'_x = 3y^2 \cdot y'$), получим:

$$3x^2 + 3y^2 \cdot y' = \cos(x - 2y)(1 - 2y')$$

или

$$3x^2 + 3y^2 \cdot y' = \cos(x - 2y) - 2y' \cdot \cos(x - 2y).$$

Отсюда находим y' :

$$3y^2 y' + 2y' \cdot \cos(x - 2y) = \cos(x - 2y) - 3x^2$$

или

$$y'(3y^2 + 2 \cos(x - 2y)) = \cos(x - 2y) - 3x^2,$$

т. е.

$$y' = \frac{\cos(x - 2y) - 3x^2}{3y^2 + 2 \cos(x - 2y)}.$$

Найти производную функции y , заданной неявно:

7.1.66. $e^{xy} - \cos(x^2 + y^2) = 0$.

7.1.67. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

7.1.68. $x^2 + y^2 = \ln \frac{y}{x} + 7$.

7.1.69. $x \sin y + y \sin x = 0$.

7.1.70. $x^4 - y^4 = x^2 y^2$.

7.1.71. $e^y = e - xy$. Найти y' в точке $(0; 1)$.

7.1.72. Найти производную $y'(x)$ от следующей функции, заданной параметрически:

$$x = 2 \cos t, \quad y = 3 \sin t.$$

○ Производная функции $y(x)$ находится по формуле $y'(x) = \frac{y'(t)}{x'(t)}$, откуда в нашем случае

$$y'(x) = \frac{(3 \sin t)'}{(2 \cos t)'} = -\frac{3 \cos t}{2 \sin t} = -1,5 \operatorname{ctg} t.$$

Найти $y'(x)$ для заданных параметрически функций $y = y(x)$:

7.1.73. $x = t^3 + t, y = t^2 + t + 1.$ 7.1.74. $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t.$

7.1.75. $x = e^t \sin t, y = e^t \cos t.$ 7.1.76. $x = \sin^2 t, y = \cos^2 t.$

7.1.77. $x = 5 \operatorname{ch} t, y = 4 \operatorname{sh} t.$

7.1.83. Найти:

1) $f'''(x)$, где $f(x) = \sin 3x$;

2) y''_{xx} для функции $y = y(x)$, заданной параметрически $x = t^2, y = t^3$.

○ 1) Находим первую производную:

$$f'(x) = (\sin 3x)' = 3 \cos 3x.$$

Отсюда получим вторую производную —

$$f''(x) = (3 \cos 3x)' = -9 \sin 3x,$$

а затем и искомую третью:

$$f'''(x) = (-9 \sin 3x)' = -27 \cos 3x.$$

2) Воспользуемся формулой

$$y''_{xx} = \frac{x'_t \cdot y''_{tt} - y'_t \cdot x''_{tt}}{(x'_t)^3},$$

откуда

$$y''_{xx} = \frac{(t^2)' \cdot (t^3)'' - (t^3)' \cdot (t^2)''}{[(t^2)']^3} = \frac{2t \cdot 6t - 3t^2 \cdot 2}{(2t)^3} = \frac{6t^2}{8t^3} = \frac{3}{4t}.$$

Найти производные указанных порядков для следующих функций:

7.1.84. $y = \operatorname{tg} 3x, y'' = ?$

7.1.85. $y = -x \cdot \cos x, y'' = ?$

7.1.86. $y = \ln^2 x, y'' = ?$

7.1.87. $y = x \cdot \ln x, y''' = ?$

7.1.88. $y = e^{2x}, y^{(V)} = ?$

7.1.89. $y = \ln(1+x), y^{(n)} = ?$

7.1.90. $x = t^3, y = t^2, y''_{xx} = ?$

7.1.91. $x = \cos t, y = \sin t, y''_{xx} = ?$

Ответы

7.1.4. Указание. Учтеть, что $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} =$

$$= \frac{(\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x})(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \frac{\Delta x}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \frac{1}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}.$$

7.1.7. $3x^2 - 0,4x + 2$. 7.1.8. $2ax + b$. 7.1.9. $42x^6 + 12x^2 = \frac{1}{8}$. 7.1.10. $\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$.

7.1.11. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} - \frac{18}{x^3}$. 7.1.12. $-\frac{2}{3x\sqrt[3]{x^2}} + \frac{6}{x^4} + \sqrt{7}$. 7.1.13. $1,25\sqrt[4]{x}$.

7.1.14. $5 \cdot 2^x \cdot \ln 2 - \frac{3}{4\sin^2 x}$. 7.1.15. $\frac{4}{\sin^2 2x}$. 7.1.16. $\frac{-10}{1+x^2} + 7e^x$.

7.1.17. $x^2 \left(3\log_2 x + \frac{1}{\ln 2} \right)$. 7.1.18. $4x^3 + 2x$. 7.1.19. $\frac{2e^t}{(1-e^t)^2}$.

7.1.20. $\frac{\arcsin y}{2\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{1-y^2}}$. 7.1.21. $\frac{21^v \ln 21}{(21^v+1)^2}$. 7.1.22. $\frac{\arccos x}{5\sqrt[5]{x^4}} - \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt{1-x^2}} +$
 $+ \frac{2\ln 6 \cdot \log_6 x - 1}{x^3 \ln 6}$. 7.1.23. 0. 7.1.24. 7. 7.1.25. 0. 7.1.26. $\frac{1}{96}$. 7.1.28. $-5 \sin 5x$.

7.1.29. $3 \ln 7 \cdot 7^{3x-1}$. 7.1.30. $-3 \cos^2 x \sin x$. 7.1.31. $100(x+1)^{99}$.

7.1.32. $\frac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg} x \cos^2 x}}$. 7.1.33. $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$. 7.1.34. $-\frac{1}{x \ln^2 x}$. 7.1.35. $\operatorname{ctg} x$.

7.1.36. $-\frac{e^{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x}$. 7.1.37. $\frac{-e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$. 7.1.38. $-\frac{2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{1+x^2}$. 7.1.39. $4,5 \sin^8 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$.

7.1.40. $\frac{2}{\sqrt[3]{3x-1}}$. 7.1.41. $-\frac{1}{\sqrt{2(x-x^2)(1+x)}}$. 7.1.42. $\sec 2x$.

Указание. Учтеть, что $\ln \sqrt{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x} \right) =$

$$= \frac{1}{2} [\ln(1+\operatorname{tg} x) - \ln(1-\operatorname{tg} x)].$$
 7.1.43. $\frac{e^{-\frac{x}{2}}(12 \sin 3x - \cos 3x)}{2 \cos^3 3x}$.

7.1.44. $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. 7.1.45. $\frac{4}{\cos^6 4x}$. 7.1.46. $x^2(3 \sin(\cos x) - x \sin x \cos(\cos x))$.

$$7.1.47. \frac{3^{x^2}}{2\sqrt{x^3 - 5x}} (4x^4 \ln 3 + x^2(3 - 20 \ln 3) - 5). \quad 7.1.48. \frac{4 \operatorname{ctg} 4x}{\ln 6}.$$

$$7.1.49. \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2} \cdot \sin \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}. \quad 7.1.50. \frac{6}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}.$$

Указание. Воспользоваться формулами для логарифма произведения, частного и степени. $7.1.51. \frac{2x-2}{(x^2-4x+5)^2}. \quad 7.1.52. -\frac{1}{2} \sin 2x.$

Указание. Применить тождество $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x.$

$$7.1.53. 5e^{\operatorname{sh}^2 5x} \operatorname{sh} 10x. \quad \text{Указание. Учтеь, что } \operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x.$$

$$7.1.54. \frac{2e^{3x}(3x-1)}{(x-e^{3x})^2}. \quad 7.1.55. -\sqrt{\frac{x}{1-x}}. \quad 7.1.56. -\frac{1}{x^2+1}. \quad 7.1.57. -\cos 2x.$$

$$7.1.59. x^x(1 + \ln x). \quad 7.1.60. 2x^{\ln x - 1} \ln x. \quad 7.1.61. -\frac{4}{5} \sqrt[5]{\frac{(x^2+1)(x+3)}{(x-3)^3}} \times$$

$$\times \frac{3x^2+5x+3}{(x^2+1)(x^2-9)}. \quad 7.1.62. \frac{(x^3-2)\sqrt[3]{x-1}}{(x+5)^4} \cdot \left(\frac{3x^2}{x^3-2} + \frac{1}{3(x-1)} - \frac{4}{x+5} \right).$$

$$7.1.63. (\operatorname{tg} x)^{\cos x} \cdot \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \cdot \ln \operatorname{tg} x \right). \quad 7.1.64. \frac{(x^2-1)\cos^6 x}{\sqrt[7]{x^5}} \times$$

$$\times \left(\frac{2x}{1-x^2} + 6 \operatorname{tg} x + \frac{5}{7x} \right). \quad 7.1.66. -\frac{2x \sin(x^2+y^2) + ye^{xy}}{2y \sin(x^2+y^2) + xe^{xy}}. \quad 7.1.67. -\frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

$$7.1.68. \frac{(2x^2+1)y}{x(1-2y^2)}. \quad 7.1.69. -\frac{y \cos x + \sin y}{x \cos y + \sin x}. \quad 7.1.70. y' = \frac{x(2x^2-y^2)}{y(2y^2+x^2)}.$$

$$7.1.71. y' = -\frac{y}{x+e^y}, y(0) = -\frac{1}{e}. \quad 7.1.73. \frac{2t+1}{3t^2+1}. \quad 7.1.74. \frac{\sin t}{1-\cos t}, \text{ или } \operatorname{ctg} \frac{t}{2}.$$

$$7.1.75. \frac{\cos t - \sin t}{\cos t + \sin t}. \quad 7.1.76. -1. \quad 7.1.77. 0,8 \operatorname{cth} t. \quad 7.1.79. y = x+1 \text{ и } y = -x+1.$$

$$7.1.80. y = \frac{1}{2}x + \frac{3\sqrt{3}-\pi}{6} \text{ и } y = -2x + \frac{4\pi+3\sqrt{3}}{6}. \quad 7.1.81. \text{ а) } x_0 = 0,5; \text{ б) } x_0 = 1.$$

$$7.1.82. \operatorname{arctg} 3. \quad 7.1.84. \frac{18 \sin 3x}{\cos^3 3x}. \quad 7.1.85. 2 \sin x + x \cos x. \quad 7.1.86. \frac{2(1-\ln x)}{x^2}.$$

$$7.1.87. -\frac{1}{x^2}. \quad 7.1.88. 32e^{2x}. \quad 7.1.89. \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}. \quad 7.1.90. -\frac{2}{9t^4}.$$

$$7.1.91. -\frac{1}{\sin^3 t}.$$