

Введение

Тема: Использование системы компьютерной алгебры при работе с матрицами.

Цель:

1. Познакомиться с основными командами системы компьютерной алгебры Maxima для работы с матрицами:
 - Действия с матрицами.
 - Транспонирование матриц.
 - Приведение матриц к ступенчатому виду.
 - Работа с элементами матрицы.

Примечания:

1. Каждое задание лабораторной работы надо выполнять в отдельном файле.
2. Формат имени файла: "ФИО студента, номер группы/подгруппы, тема 4, ЛР (задание ...).wxmx".

Требования к отчету по работе:

1. Прикрепить файлы, созданные в программе Maxima, в Moodle.
2. Выложить отчет с кратким описанием выполненных заданий на сайт со своим портфолио.

Ход лабораторной работы

Задание 4.1

- Откройте новый файл.
- Сохраните файл. Формат имени файла: "ФИО студента, номер группы/подгруппы, тема 4, ЛР (задание 4.1).wxmx"

Задание (ввод) матрицы

1 способ.

Ввести с клавиатуры функцию matrix.

В общем виде:

$\text{matrix}([a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}], [a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}], \dots, [a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}])$

Например:

- для матрицы размером 2x2: $\text{matrix}([a_{11}, a_{12}], [a_{21}, a_{22}])$
- для матрицы размером 2x3: $\text{matrix}([a_{11}, a_{12}, a_{31}], [a_{21}, a_{22}, a_{31}])$
- для матрицы размером 3x2: $\text{matrix}([a_{11}, a_{12}], [a_{21}, a_{22}], [a_{31}, a_{32}])$

- Введите с клавиатуры формулу и проверьте результат:

```
(%i1) matrix([15,1],[-7,20]);
```

```
(%o1)  $\begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$ 
```

2 способ.

Ввести матрицу, используя команду «Ввода матрицы» главного меню «Алгебра».

- Выполните следующие действия

- ✓ В главном меню выберите «Алгебра – Ввести матрицу...».
- ✓ Откроется диалоговое окно:

- ✓ Введите количество строк: 2
- ✓ Введите количество столбцов: 4
- ✓ Заполните необязательное поле «Имя», введя латинскую букву «A».

- ✓ Нажмите кнопку «OK».
- ✓ Откроется диалоговое окно

- ✓ Введите значения элементов

- ✓ Нажмите кнопку «OK».
- ✓ Проверьте результат:

```
(%i2)  A: matrix(
        [15,1,18,-19],
        [-7,20,0.5,1/2]
      );
```

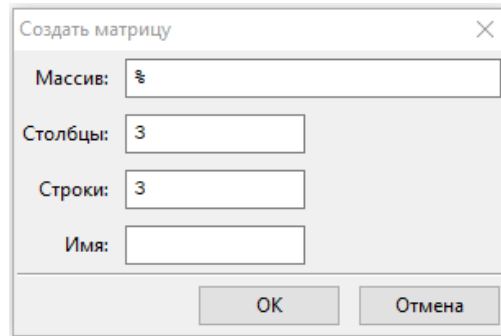
$$(A) \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- ✓ Устно проанализируйте: способ ввода дробных чисел (для десятичной дроби и для обыкновенной дроби), способ задания имени матрицы.

- Устно сравните два способа ввода матрицы.

Создание матрицы, элементами которой являются матрицы

- Выполните следующие действия
 - ✓ В главном меню выберите «Алгебра – Создать матрицу...».
 - ✓ Откроется диалоговое окно:



- ✓ Выполните. Если не выбирать исходный массив и нажать кнопку «ОК», то будет следующий результат:

(%i3) `genmatrix(% , 3, 3);`

(%o3)

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (1,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (1,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (1,3) \\ \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (2,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (2,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (2,3) \\ \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (3,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (3,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 18 & -19 \\ -7 & 20 & 0.5 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} (3,3) \end{bmatrix}$$

- ✓ Выполните. Если выбрать в качестве массива любой введенный массив и нажать «ОК», то будет следующий результат (выбран первый введенный массив):

(%i4) `genmatrix(%o1, 3, 3);`

(%o4)

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (1,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (1,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (1,3) \\ \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (2,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (2,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (2,3) \\ \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (3,1) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (3,2) & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} (3,3) \end{bmatrix}$$

- ✓ В главном меню выберите «Алгебра – Создать матрицу из выражения...».
- ✓ Откроется диалоговое окно:

- ✓ Введите выражение в верхнее поле и нажмите «ОК»:

- ✓ Будет получен следующий результат:

```
(%i5) genmatrix(lambda([i,j], %o1), 3, 3);
```

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

```
(%o5)
```

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

- ✓ В главном меню выберите «Алгебра – Создать матрицу из выражения...».
- ✓ В открывшемся диалоговом окне: введите выражение в верхнее поле и нажмите «ОК»:

- ✓ Будет получен следующий результат:

```
(%i6) genmatrix(lambda([i,j], %o1*2), 3, 3);
```

$$\begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix}$$

```
(%o6)
```

$$\begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 2 \\ -14 & 40 \end{bmatrix}$$

Выполнение действий с матрицами

- Выполните по порядку следующие действия. Самостоятельно устно проанализируйте полученные результаты.

| Команда | Результат | Комментарий, описание |
|---|---|---|
| (%i7) <code>x:matrix([5,2],[3,9]);</code> | (x) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ | Ввод матрицы с именем « x » |
| (%i8) <code>y:matrix([8,6],[7,4]);</code> | (y) $\begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ | Ввод матрицы с именем « y » |
| (%i9) <code>x+y;</code> | (%o9) $\begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$ | Сумма матриц « x » и « y » |
| (%i10) <code>x-y;</code> | (%o10) $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ | Разность матриц « x » и « y » |
| (%i11) <code>x*y;</code> | (%o11) $\begin{bmatrix} 40 & 12 \\ 21 & 36 \end{bmatrix}$ | Поэлементное произведение матриц « x » и « y » |
| (%i12) <code>x.y;</code> | (%o12) $\begin{bmatrix} 54 & 38 \\ 87 & 54 \end{bmatrix}$ | Произведение матриц « x » и « y » |
| (%i13) <code>3*x;</code> | (%o13) $\begin{bmatrix} 15 & 6 \\ 9 & 27 \end{bmatrix}$ | Умножение матрицы « x » на число « 3 » |
| (%i14) <code>x/y;</code> | (%o14) $\begin{bmatrix} \frac{5}{8} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{7} & \frac{9}{4} \end{bmatrix}$ | Поэлементное частное матриц « x » и « y » |
| (%i15) <code>exp(x);</code> | (%o15) $\begin{bmatrix} e^5 & e^2 \\ e^3 & e^9 \end{bmatrix}$ | Получение матрицы, в которой число « e » возводится в соответствующую степень (элементы матрицы « x »). |

| Команда | Результат | Комментарий, описание |
|------------------------------------|--|--|
| (%i16) <code>exp(x),numer;</code> | (%o16) $\begin{bmatrix} 148.4131591025766 & 7.38905609893065 \\ 20.08553692318767 & 8103.083927575384 \end{bmatrix}$ | Получение и вычисление матрицы, в которой число « e » возводится в соответствующую степень (элементы матрицы « x »). |
| (%i17) <code>sqrt(x);</code> | (%o17) $\begin{bmatrix} \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & 3 \end{bmatrix}$ | Получение матрицы, элементами которой являются квадратные корни из элементов матрицы « x » |
| (%i18) <code>sqrt(x),numer;</code> | (%o18) $\begin{bmatrix} 2.23606797749979 & 1.414213562373095 \\ 1.732050807568877 & 3.0 \end{bmatrix}$ | Получение и вычисление матрицы, элементами которой являются квадратные корни из элементов матрицы « x » |
| (%i19) <code>x^2;</code> | (%o19) $\begin{bmatrix} 25 & 4 \\ 9 & 81 \end{bmatrix}$ | Каждый элемент матрицы « x » возведён в квадрат |
| (%i20) <code>x^^2;</code> | (%o20) $\begin{bmatrix} 31 & 28 \\ 42 & 87 \end{bmatrix}$ | Найден квадрат матрицы « x », то есть матрица умножена на саму себя. |

Нахождение значения матричного многочлена

$$g(w) = -2w^2 + 5w$$

$$f(w) = -2w^2 + 5w + 9$$

$$p(w) = w^3 - 2w^2 + 5w + 9$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- Выполните (для себя) вычисление этого задания в тетради, с точки зрения математики.
- Выполните по порядку следующие действия. Самостоятельно (устно) проанализируйте ход работы и полученные результаты.
-

Примечания:

1. Обратите внимание на вычисление в Maxima квадрата матрицы и куба матрицы.
2. Обратите внимание, что при наличии свободного коэффициента вычисление матричного многочлена в Maxima требует выполнения дополнительных команд.

| Команда | Результат | Комментарий, описание |
|--|--|---|
| (%i21) <code>A:matrix([1,2],[3,0]);</code> | (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ | Ввод матрицы с именем « A » |
| (%i22) <code>g(w):=-2*(w^2)+5*w;</code> | (%o22) $g(w) := (-2) w^2 + 5 w$ | Задание /показ пользовательской функции |
| (%i23) <code>-2*A.A+5*A;</code> | (%o23) $\begin{bmatrix} -9 & 6 \\ 9 & -12 \end{bmatrix}$ | Вычисление матричного многочлена g(A) |
| (%i24) <code>f(w):=-2*(w^2)+5*w+9;</code> | (%o24) $f(w) := (-2) w^2 + 5 w + 9$ | Задание /показ пользовательской функции |
| (%i25) <code>E:matrix([1,0],[0,1]);</code> | (E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ | Ввод единичной матрицы, необходимой для вычисления матричного многочлена f(A) |
| (%i26) <code>-2*A.A+5*A+9*E;</code> | (%o26) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ | Вычисление матричного многочлена f(A) |
| (%i27) <code>p(w):=w^3-2*(w^2)+5*w+9;</code> | (%o27) $p(w) := w^3 - 2 w^2 + 5 w + 9$ | Задание /показ пользовательской функции |
| (%i28) <code>A.A.A-2*A.A+5*A+9*E;</code> | (%o28) $\begin{bmatrix} 13 & 20 \\ 30 & 3 \end{bmatrix}$ | Вычисление матричного многочлена p(A) |

- Сохраните файл и опубликуйте отчёт в moodle и на сайте-портфолио.
- На сайте-портфолио напишите особенности и способы выполнения действий с матрицами. В том числе:
 - ✓ вычисление произведения матриц,
 - ✓ нахождение квадрата/куба матрицы,
 - ✓ вычисление матричного многочлена.

Задание 4.2

- Откройте новый файл.
- Сохраните файл. Формат имени файла: "ФИО студента, номер группы/подгруппы, тема 4, ЛР (задание 4.2).wxmx"

Транспонирование матрицы

- Создайте заголовок «Транспонирование матриц».
- Введите матрицы:

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad & \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} \\ \text{(B)} \quad & \begin{bmatrix} 15 & 1 & 3 & -6 \\ -7 & 20 & 4 & 2 \end{bmatrix} \\ \text{(C)} \quad & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 8 & -20 & -5 \end{bmatrix} \\ \text{(D)} \quad & \begin{bmatrix} 7 \\ 19 \\ -21 \\ -9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Транспонирование матриц можно осуществлять:

- ✓ либо вводя команду с клавиатуры,
- ✓ либо воспользовавшись главным меню.

- Выполните следующие команды и проверьте полученный результат. Для этого вводите команды с клавиатуры. Примечание: номера команд могут отличаться.

$$\begin{aligned} \text{(\%i5)} \quad & \text{transpose(A);} \\ \text{(\%o5)} \quad & \begin{bmatrix} 15 & -7 \\ 1 & 20 \end{bmatrix} \\ \text{(\%i6)} \quad & \text{transpose(B);} \\ \text{(\%o6)} \quad & \begin{bmatrix} 15 & -7 \\ 1 & 20 \\ 3 & 4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$


```
(%i7) transpose(C);
```

```
(%o7)
```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 8 \\ -20 \\ -5 \end{bmatrix}$$

```
(%i8) transpose(D);
```

```
(%o8)
```

$$\begin{bmatrix} 7 & 19 & -21 & -9 \end{bmatrix}$$

- Выполните следующие действия.

- ✓ Введите матрицу

```
(H)
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

- ✓ Выполните команду главного меню: «Алгебра – Транспонировать матрицу».
- ✓ Проверьте результат

```
(%i10) transpose(%);
```

```
(%o10)
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 3 & 8 & -3 \\ 4 & 9 & -4 \\ 5 & 10 & -5 \end{bmatrix}$$

- ✓ Проанализируйте (устно) структуру команды и полученный результат. Сделайте вывод, что выполняет эта команда.

Вычисление определителя. Нахождение обратной матрицы

Важно: обратная матрица может быть найдена, если для данной квадратной матрицы определитель не равен нулю.

Вычисление определителя:

- ✓ 1 способ. При помощи команды главного меню: «Алгебра – Определитель».
- ✓ 2 способ. Ввод команды determinant.

Нахождение обратной матрицы

- ✓ 1 способ. При помощи команды главного меню: «Алгебра – Обратить матрицу».
- ✓ 2 способ. Ввод команды invert.
- ✓ 3 способ. Возведение матрицы в степень (-1) .

- Создайте заголовок «Определитель. Обратная матрица».

- Выполните действия и проверьте результат. Примечание: номера команд могут отличаться.

- ✓ Введите матрицу

```
(%i11) X:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,0]);
```

(X)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

- ✓ Проверьте, существует ли обратная матрица для матрицы « X » (первым способом). Для этого найдите её определитель – выполните команду «Алгебра – Определитель».

```
(%i12) determinant(%);
```

(%o12) 27

- ✓ Проверьте, существует ли обратная матрица для матрицы « X » (вторым способом). Для этого выполните команду

```
(%i13) determinant(X);
```

(%o13) 27

- ✓ Введите команду invert(X) с клавиатуры. Результат:

```
(%i14) invert(X);
```

(%o14)

$$\begin{bmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

- ✓ Можно проверить результат, найдя обратную матрицу к полученному ответу (в данном случае, к последней матрице). Выполните команду главного меню: «Алгебра – Обратить матрицу». Результатом должна получиться введенная матрица « X ».

```
(%i15) invert(%);
```

(%o15)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

- ✓ Возведите матрицу « X » в степень (- 1), результат запомните в матрице « Y ». Проверьте итог:

```
(%i16) Y:X^(-1);
```

(Y)

$$\begin{bmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

- ✓ Перемножьте матрицы «X» и «Y». При правильном нахождении для матрицы «X» обратной матрицы «Y» – должна получиться единичная матрица.
 - ✓ Проанализируйте (проверьте себя), что во всех трёх способах нахождения обратной матрицы получен одинаковый ответ.
- Для представленных ниже матриц (S, K, R) самостоятельно: во-первых, проверьте, существует ли обратная матрица (любым способом).
Если обратной матрицы не существует, то при помощи команды главного меню: "Ячейка – Новый комментарий» напишите «Ответ: Обратной матрицы не существует».
 - Если обратная матрица существует, тогда найдите её тремя способами. А затем проверьте полученные обратные матрицы. Способы проверки: или сравнив ответы нескольких способов, или через произведение данной матрицы и её обратной матрицы, или нахождением обратной матрицы к найденной обратной матрице.

```
S: matrix([15,1],[-7,20]);
```

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

```
K:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

```
R:matrix([3,2,1],[2,3,1],[2,1,3]);
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Решение матричных уравнений

Если дано матричное уравнение $AX = B$, то его решение: $X = A^{-1}B$.

Если дано матричное уравнение $XA = B$, то его решение: $X = B A^{-1}$.

Если дано матричное уравнение $AXC = B$, то его решение: $X = A^{-1}B C^{-1}$.

Матричное уравнение можно решить, если существует соответствующая обратная матрица.

- Создайте заголовок «Матричные уравнения».
- Выполните действия. Примечание: номера команд могут отличаться.

Уравнение 1

Решим матричное уравнение $AX = B$

- ✓ Выполните команду главного меню «Ячейка – Новый раздел»
- ✓ Будет добавлен раздел «1»
- ✓ Введите матрицы «A» и «B».

```
(%i29) A:matrix([1,2,2],[-1,-1,3],[2,5,0]);
```

(A)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

```
(%i30) B:matrix([10,0],[-2,5],[1,4]);
```

(B)
$$\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- ✓ Определите, существует ли матрица, обратная матрице « A »

```
(%i31) determinant(A);
```

```
(%o31) -9
```

- ✓ Так как определитель не равен нулю, то найдите матрицу « A⁻¹ », обратную матрице « A »

```
(%i32) A1:invert(A);
```

(A1)
$$\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{10}{9} & -\frac{8}{9} \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

- ✓ Найдите искомую матрицу « X »

```
(%i33) X:A1.B;
```

(X)
$$\begin{bmatrix} 18 & -\frac{82}{9} \\ -7 & \frac{40}{9} \\ 3 & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

- ✓ Проверьте полученный результат вычитанием. Так как $AX = B$, то разность $AX - B$ должна равняться нулевой матрице.

```
(%i34) A.X-B;
```

(%o34)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Самостоятельно решите следующие матричные уравнения.

Если решения не существует, то напишите об этом при помощи комментария «Ответ: решения нет». Если решение существует, то проверьте его вычитанием.

Перед вычислением каждого уравнения добавьте «Новый раздел» для указания номера решаемого уравнения.

Уравнения решайте по порядку!

Уравнение 2

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Уравнение 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Уравнение 4

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- Сохраните файл и опубликуйте отчёт в moodle и на сайте-портфолио.
- На сайте-портфолио напишите ход работы и способы выполнения транспонирования матриц, нахождения обратной матрицы.

Задание 4.3

- Откройте новый файл.
- Сохраните файл. Формат имени файла: "ФИО студента, номер группы/подгруппы, тема 4, ЛР (задание 4.3).wxmх"

Приведение матрицы к ступенчатому виду

Матрицу можно привести в ступенчатому виду двумя способами:

1 способ. При помощи функции `triangularize`. Функция не нормирует элементы главной диагонали.

2 способ. При помощи функции `echelon`. Функция дополнительно нормирует элементы главной диагонали, то есть все элементы главной диагонали будут равны « 1 ».

Нахождение ранга матрицы.

Ранг матрицы – это количество ненулевых строк в матрице, приведённой к ступенчатому виду.

Для вычисления ранга матрицы используют команду `rank`.

- Выполните действия

- ✓ Введите матрицу

```
(%i1)  A: matrix([15,1],[-7,20]);
```

$$(A) \quad \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

- ✓ Выполните приведение матрицы к треугольному виду при помощи функции `triangularize`

```
(%i2)  triangularize(A);
```

$$(\%o2) \quad \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 0 & 307 \end{bmatrix}$$

- ✓ Выполните приведение матрицы к ступенчатому виду при помощи функции `echelon`

```
(%i3)  echelon(A);
```

$$(\%o3) \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{15} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ✓ Сравните полученные результаты.

- ✓ Найдите ранг матрицы

```
(%i4)  rank(A);
```

```
(%o4)  2
```

- ✓ Проверьте, что ранг данной матрицы равен количеству ненулевых строк в полученных ступенчатых матрицах. Примечание: в данном способе проверки используем определение ранга матрицы.

- Аналогично выполните эти действия для следующих матриц.

`B: matrix([15,1,3,-6],[-7,20,4,2]);`

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 3 & -6 \\ -7 & 20 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

`C:matrix([9,-3,8,-20,-5]);`

$$\begin{bmatrix} 9 & -3 & 8 & -20 & -5 \end{bmatrix}$$

`D:matrix([7],[19],[-21],[-9]);`

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 19 \\ -21 \\ -9 \end{bmatrix}$$

`F:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,0]);`

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

`G:matrix([1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]);`

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

`H:matrix([3,2,1],[2,3,1],[2,1,3]);`

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- Сохраните файл и опубликуйте отчёт в moodle и на сайте-портфолио.
- На сайте-портфолио напишите способы нахождения ступенчатой матрицы, напишите отличие двух функций получения ступенчатого вида, напишите способ нахождения ранга матрицы и его проверки.

Задание 4.4

- Откройте новый файл.
- Сохраните файл. Формат имени файла: "ФИО студента, номер группы/подгруппы, тема 4, ЛР (задание 4.4).wxmх"

Удаление строк/столбцов из матрицы

Чтобы из исходной матрицы получить новую матрицу, удалив из неё одну/несколько строк и/или один/несколько столбцов, надо ввести команду `submatrix`.

В общем виде:

`submatrix (x,M,y);`

где:

x – это номер удаляемой строки (или через запятую номера удаляемых строк)

M – это имя матрицы, из которой удаляются элементы

y – это номер удаляемого столбца (или через запятую номера удаляемых столбцов)

- Введите матрицу

```
(%i1) A:matrix([1,2,3,4,5],[6,7,8,9,10],[11,12,13,14,15],[16,17,18,19,20]);
```

```
(A)  [ 1  2  3  4  5 ]
      [ 6  7  8  9 10 ]
      [11 12 13 14 15 ]
      [16 17 18 19 20 ]
```

- Удалите из матрицы « A » первую строку.

```
(%i2) submatrix(1,A);
```

```
(%o2)  [ 6  7  8  9 10 ]
        [11 12 13 14 15 ]
        [16 17 18 19 20 ]
```

- Удалите из матрицы « A » вторую строку.

```
(%i3) submatrix(2,A);
```

```
(%o3)  [ 1  2  3  4  5 ]
        [11 12 13 14 15 ]
        [16 17 18 19 20 ]
```

- Удалите из матрицы « A » вторую и четвертую строки.

```
(%i4) submatrix(2,4,A);
```

```
(%o4)  [ 1  2  3  4  5 ]
        [11 12 13 14 15 ]
```

- Удалите из матрицы « A » третий столбец.


```
(%i5) submatrix(A,3);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

```
(%o5)
```

- Удалите из матрицы « A » первый и третий столбцы.

```
(%i6) submatrix(A,1,3);
```

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 10 \\ 12 & 14 & 15 \\ 17 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

```
(%o6)
```

- Удалите из матрицы « A » третью строку и второй столбец.

```
(%i7) submatrix(3,A,2);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 9 & 10 \\ 16 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

```
(%o7)
```

- Удалите из матрицы « A » первую и четвёртую строки, третий столбец.

```
(%i8) submatrix(1,4,A,3);
```

$$\begin{bmatrix} 6 & 7 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

```
(%o8)
```

Получение минора матрицы

Минор матрицы (минор второго типа) вычисляется при помощи функции `minor(M,i,j)`, где M – матрица, i,j – индексы элемента, для которого вычисляется минор.

- Введите матрицу

```
B:matrix([-1,2,-3,4],[6,-7,8,-9],[-11,12,-13,14],[16,-17,18,-19]);
```

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 4 \\ 6 & -7 & 8 & -9 \\ -11 & 12 & -13 & 14 \\ 16 & -17 & 18 & -19 \end{bmatrix}$$

- Найдите минор \bar{M}_{11}

```
(%i10) minor(B,1,1);
```

$$\begin{bmatrix} -7 & 8 & -9 \\ 12 & -13 & 14 \\ -17 & 18 & -19 \end{bmatrix}$$

```
(%o10)
```

- Найдите минор \bar{M}_{23}

```
(%i11)  minor(B,2,3);
```

$$(\%o11) \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -11 & 12 & 14 \\ 16 & -17 & -19 \end{bmatrix}$$

- Найдите минор \bar{M}_{11} . А затем в полученном ответе найдите минор \bar{M}_{23}

```
(%i12)  minor(minor(B,1,1),2,3);
```

$$(\%o12) \begin{bmatrix} -7 & 8 \\ -17 & 18 \end{bmatrix}$$

- Проанализируйте(устно) полученные результаты.
- Сохраните файл и опубликуйте отчёт в moodle и на сайте-портфолио.
- На сайте-портфолио опишите способ удаления строк/столбцов из матрицы.