

Определение атомарной формулы. Пусть S — некоторая сигнатура языка атомарных формул. Дадим определение атомарной S -формулы (т. е. атомарной формулы сигнатуры S), которую также будем называть просто атомарной формулой.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Атомарной формулой назовем слово вида

$$P^n t_1 \dots t_n,$$

где P^n есть символ n -местного отношения из Rel, а t_1, \dots, t_n — термы.

ПРИМЕРЫ. атомарными формулами сигнатуры $\{c_0, f_1^1, f_2^2, P_1^1, P_2^2\}$ являются: $P_1^1 x_0, \simeq x_0 c_0, P_2^2 f_2^2 c_0 f_1^1 x_1 f_1^1 f_1^1 x_1$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Всякую формулу и всякий терм будем называть *правильным выражением* языка атомарных формул.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. О каждом из следующих слов докажите, что оно является атомарной формулой сигнатуры $\{c_0, c_1, c_2, c_3, f_1^3, f_2^2, f_3^1, P_1^1, P_2^2\}$:

- (а) $P_2^2 f_2^2 x_1 x_2 f_3^1 x_0$; (б) $\simeq f_3^1 f_2^2 x_0 f_3^1 c_0 x_1$;
 (в) $P_1^1 f_1^3 f_3^1 f_2^2 c_0 x_0 x_1 x_2$; (г) $\simeq f_1^3 f_2^2 x_0 x_1 c_0 x_1 f_1^3 x_2$.

2. В данном слове переставьте местами два вхождения символов алфавита стандартного языка атомарных формул так, чтобы получилась атомарная формула:

- (а) $f_3^2 P_1^1 x_1 f_1^1 x_0$; (б) $P_1^1 x_0 f_1^2 f_1^1 c_0$; (в) $P_2^2 x_0 x_1 f_2^2 f_3^2 x_3$.

3. Вычеркните один из символов так, чтобы оставшееся слово оказалось атомарной формулой:

- (а) $P_1^1 f_1^1 f_2^2 f_1^1 c_0$; (б) $P_2^2 f_3^2 f_1^1 x_0 f_1^1 x_1$; (в) $\simeq P_2^2 x_0 f_2^2 x_1 f_1^1 x_2$.

4. Заполните, если возможно, пустые клетки символами сигнатуры $\{c_0, f_1^1, f_2^2, \simeq\}$ так, чтобы получилась атомарная формула:

- (а)

	f_1^1	
--	---------	--

 (б)

P_1^1		
---------	--	--

 (в)

\simeq		x_0	
----------	--	-------	--

 (г)

	x_0		
--	-------	--	--

 (д)

P_1^1	x_0			
---------	-------	--	--	--

 (е)

	x_0		x_1	
--	-------	--	-------	--

5. Заполните пустые клетки символами $c_0, f_1^1, f_2^2, \simeq$ так, чтобы получилась атомарная формула. Найдите все решения этой задачи.

- (а)

P_1^1		f_2^2		x_1	
---------	--	---------	--	-------	--

 (б)

	f_1^1		f_2^2		
--	---------	--	---------	--	--

 (в)

		x_0		x_1	
--	--	-------	--	-------	--

 (г)

	f_2^2		f_1^1		
--	---------	--	---------	--	--

 (д*)

		f_2^2		x_1		x_2	
--	--	---------	--	-------	--	-------	--

6. Являются ли следующие слова атомарными формулами сигнатуры $\{c_0, c_1, c_2, c_3, f_1^3, f_2^2, f_3^1, P_1^1, P_2^2\}$:

- (а) $P_2^2 f_2^2 f_3^1 c_1 c_2 c_3$; (б) $f_2^2 f_3^1 x_0 x_1$;
 (в) $f_3^1 P_2^2 f_2^2 x_0 x_1 c_0$; (г) $P_2^2 f_2^2 x_3 f_2^2 P_1^1 x_0 f_3^1 x_1$;
 (д) $P_2^2 f_2^2 f_3^1 f_3^1 x_0 f_2^2 x_1 x_2 x_3$; (е) $\simeq f_2^2 f_1^3 c_0 c_1 f_3^1 c_2 f_3^2 c_2 c_3$?

7. Рассматривается стандартный язык атомарных формул, сигнатура которого содержит символы $P_1^1, P_2^2, P_3^3, f_1^1, f_2^2, f_3^3, c_1, c_2, c_3$. Определите, является ли слово α правильным выражением стандартного языка атомарных формул или нет:

- (а) $\alpha \doteq f_2^2 \simeq x_1 x_2 x_2$; (б) $\alpha \doteq P_1^2 x_1 f_3^3 x_1 x_2 x_3$;
 (в) $\alpha \doteq x_1$; (г) $\alpha \doteq P_1^2 f_1^1 t_1 c_1$;
 (д) $\alpha \doteq f_3^3 x_1 x_2 P_3^1 x_1$; (е) $\alpha \doteq P_2^3 (f_2^2 x_1 x_2) (f_1^1 c_1) c_1$.

8. Найдите количество атомарных формул, не содержащих вхождений предметных переменных в стандартном языке сигнатуры $\{c_0, c_1, P_1^1, P_2^2\}$?

ЗАДАНИЕ 6. Семантика языка атомарных формул

Правила семантики языка атомарных формул содержат в себе правила семантики языка термов. Правила семантики языка атомарных формул содержат в себе дополнения правил языка атомарных формул, относящиеся к атомарным формулам и к символам отношений.