Принятые обозначения

$\Rightarrow$	определение
◑	начало решения задачи
●	конец решения задачи
$\mathbb{N}$	множество натуральных чисел
$\mathbb{Z}$	множество целых чисел
$\mathbb{R}$	множество действительных чисел
$\mathbb{R}^2$	действительная плоскость
$\mathbb{R}^3$	действительное трехмерное пространство
$\mathbb{C}$	множество комплексных чисел
$\cup$	объединение множеств
$\cap$	пересечение множеств
$A \subset B$	A — подмножество множества B $(A \neq B)$
$A \subseteq B$	A — подмножество множества B
$\forall$	любой, для любого
$\exists$	найдется, существует

Аудиторная работа

Часть 1. Задания

1.1.1. Найти линейную комбинацию матриц $2A+3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

◑ $2A+3B = 2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + 3\cdot\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} +$
$+ \begin{pmatrix} -6 & 9 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-6 & 4+9 & 6+0 \\ 0+6 & 2+3 & -2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 13 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. ●

Найти линейные комбинации заданных матриц:

1.1.2. $A - \lambda E$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

1.1.3. $4A - 5B$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

1.1.4. $3A + 4B$, $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 1 \\ 7 & -1 & 0 & 4 \\ 8 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

1.1.5. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. Найти произведения AB и BA (если это возможно).

$$AB = \begin{pmatrix} \boxed{1 \quad 2 \quad 3} \\ 1 \quad 0 \quad -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{3} & 4 & 5 \\ \boxed{6} & 0 & -2 \\ \boxed{7} & 1 & 8 \end{pmatrix} =$$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{1-я строка матрицы } A \text{ прикладывается} \\ \text{к первому столбцу матрицы } B, \\ \text{соответствующие элементы перемножаются,} \\ \text{а произведения складываются} \end{array} \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} \boxed{1\cdot3+2\cdot6+3\cdot7} & 1\cdot4+2\cdot0+3\cdot1 & 1\cdot5+2\cdot(-2)+3\cdot8 \\ 1\cdot3+0\cdot6+(-1)\cdot7 & 1\cdot4+0\cdot0+(-1)\cdot1 & 1\cdot5+0\cdot(-2)+(-1)\cdot8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 36 & 7 & 25 \\ -4 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

Произведение BA не существует, так как число столбцов матрицы B не совпадает с числом строк матрицы A $(3 \neq 2)$. ●

Найти произведения матриц AB и BA (если они существуют):

1.1.6. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

1.1.7. $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

1.1.8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$.

1.1.9. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

1.1.10. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.1.11. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = -2x^2 + 5x + 9$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot1+2\cdot3 & 1\cdot2+2\cdot0 \\ 3\cdot1+0\cdot3 & 3\cdot2+0\cdot0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix},$$

$$f(A) = -2A^2 + 5A + 9E = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -14 & -4 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}.$$ ●

Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

1.1.12. $f(x) = 3x^3 + x^2 + 2$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1.1.13. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

1.1.14. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

1.1.15. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, коммутируют ли матрицы A и B:

1.1.16. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1.1.17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

1.1.18. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1.1.19. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

1.1.20. Транспонировать матрицу $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

❍ Записывая первую и вторую строки матрицы A как первый и, соответственно, второй столбец матрицы A^T, получим матрицу $A^T = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. ●

1.1.21. Транспонировать матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

❍ Так как у матрицы A две строки и три столбца, то у матрицы A^T будет три строки и два столбца: $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$. ●

Транспонировать следующие матрицы:

1.1.22. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$.

1.1.23. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$.

Вычислить произведения AA^T и A^TA при заданной матрице A:

1.1.24. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$. **1.1.25.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

1.1.26. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$.

1.1.27. Привести к ступенчатому виду матрицу A с помощью элементарных преобразований над строками:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

○ Первый этап. Сделаем нулевыми все элементы матрицы под крайним элементом первой строки. Для этого вычтем из второй строки первую, умноженную на 3, и запишем результат во вторую строку. После этого к третьей строке прибавим первую, умноженную на 5, и запишем результат в третью строку. Получим матрицу A_1.

Второй этап. Теперь сделаем равными нулю все элементы матрицы под крайним элементом второй строки. Для этого умножим вторую строку на 3, третью строку — на 2, получившиеся строки сложим и результат запишем в третью строку. Получим ступенчатую матрицу A_2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \mathrm{II} - 3 \cdot \mathrm{I} \\ \mathrm{III} + 5 \cdot \mathrm{I} \end{matrix} \sim$$

$$\sim A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ 2 \cdot \mathrm{III} + 3 \cdot \mathrm{II} \end{matrix} \sim$$

$$\sim A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ — ступенчатая матрица.}$$ ●

1.1.28. Привести к ступенчатому виду матрицу A с помощью элементарных преобразований над строками:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

○ $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix} \mathrm{I} \leftrightarrow \mathrm{II} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix} \mathrm{III} - 5 \cdot \mathrm{I} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & -10 & -10 & -30 \end{pmatrix} \mathrm{III} - 10 \cdot \mathrm{II} \sim$$

$$\sim B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ — ступенчатая матрица.}$$ ●

1.1.29. Привести к ступенчатому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & -2 \\ 4 & 11 & -13 & 16 \\ 7 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

○ $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & -2 \\ 4 & 11 & -13 & 16 \\ 7 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ 3 \cdot \mathrm{II} - 2 \cdot \mathrm{I} \\ 3 \cdot \mathrm{III} - 4 \cdot \mathrm{I} \\ 3 \cdot \mathrm{IV} - 7 \cdot \mathrm{I} \end{array} \sim \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 19 & -20 \\ 0 & 17 & -19 & 20 \\ 0 & -34 & 38 & -40 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \mathrm{III} - 17 \cdot \mathrm{II} \\ \mathrm{IV} + 2 \cdot \mathrm{III} \end{array} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 19 & -20 \\ 0 & 0 & -342 & 360 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ — ступенчатая матрица.}$$ ●

Привести к ступенчатому виду матрицы:

1.1.30. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}$.

1.1.31. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -5 & 4 \end{pmatrix}$.

1.1.32. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 13 \\ 3 & 1 & -7 & 9 \\ -1 & 2 & 0 & -10 \\ 2 & 1 & -5 & 5 \end{pmatrix}$.

1.1.33. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -3 & -18 \\ 5 & 0 & -1 & -13 \end{pmatrix}$.

1.1.34. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 23 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & -1 & 12 \end{pmatrix}$.

1.1.35. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Часть 2. Задания

1.1.88. Если матрицы A и B можно умножать, следует ли из этого, что их можно складывать?

1.1.89. Если матрицы A и B можно складывать, следует ли из этого, что их можно умножать?

1.1.90. Можно ли умножить квадратную матрицу на неквадратную?

1.1.91. Может ли произведение неквадратных матриц быть квадратной матрицей?

1.1.92. Может ли при умножении ненулевых матриц получиться нулевая матрица?

1.1.93. Могут ли совпадать матрицы A и A^T?

1.1.94. Как выглядит матрица $(A^T)^T$?

1.1.95. Верно ли равенство $(A+B)^T = A^T + B^T$?

1.1.96. Верно ли равенство $(A+E)(A-E) = A^2 - E$?

1.1.97. Верно ли равенство $(A+E)^2 = A^2 + 2A + E$?

1.1.98. Верно ли равенство $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$?

1.1.99. Верно ли равенство $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

1.1.100. Могут ли быть эквивалентными матрицы с различным количеством строк? столбцов?

1.1.101. Обязательно ли существует произведение BA, если $AB = E$?

1.1.102. Может ли нулевая матрица быть эквивалентной ненулевой матрице?

1.1.103. Может ли произведение матриц быть числом?

1.1.104. Как изменится произведение матриц A и B, если переставить i-ю и j-ю строки матрицы A?

1.1.105. Как изменится произведение матриц A и B, если к i-й строке матрицы A прибавить j-ю строку, умноженную на число c?

1.1.106. Как изменится произведение матриц A и B, если переставить i-й и j-й столбцы матрицы B?

1.1.107. Как изменится произведение матриц A и B, если к i-му столбцу матрицы B прибавить j-й столбец, умноженный на число c?

Часть 1. Ответы

1.1.2. $\begin{pmatrix} 2-\lambda & -1 & 2 \\ 5 & -3-\lambda & 3 \\ -1 & 0 & -2-\lambda \end{pmatrix}$. **1.1.3.** $\begin{pmatrix} -7 & -9 & 10 \\ 22 & 11 & -23 \\ -12 & -6 & 40 \end{pmatrix}$.

1.1.4. $\begin{pmatrix} 29 & -10 & -3 & -8 \\ 28 & 2 & 3 & 13 \\ 17 & 1 & 10 & 20 \end{pmatrix}$. **1.1.6.** $AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 29 & -22 \\ 31 & -24 \end{pmatrix}$.

1.1.7. $AB = (31)$, $BA = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -6 & 9 & 3 \\ 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 2 & -3 & -1 \\ 20 & 0 & -10 & 15 & 5 \\ 8 & 0 & -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

1.1.8. $AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 20 & 40 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}$. **1.1.9.** $AB = BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1.1.10. AB — не существует, $BA = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 4 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$. **1.1.12.** $\begin{pmatrix} 6 & 95 \\ 0 & -70 \end{pmatrix}$.

1.1.13. $\begin{pmatrix} -24 & 12 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}$. **1.1.14.** $\begin{pmatrix} 0 & 8 & -6 \\ 6 & 1 & -13 \\ -20 & 1 & 27 \end{pmatrix}$. **1.1.15.** $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

1.1.16. Нет. **1.1.17.** Нет. **1.1.18.** Да. **1.1.19.** Нет. **1.1.22.** $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$.

1.1.23. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. **1.1.24.** $AA^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A^TA = (14)$.

1.1.25. $AA^T = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ -3 & 9 & 6 \\ 6 & 6 & 20 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 14 & -6 \\ -6 & 20 \end{pmatrix}$.

1.1.26. $AA^T = \begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 4 & 43 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 17 & -2 & 21 & -1 \\ -2 & 5 & -3 & 7 \\ 21 & -3 & 26 & -2 \\ -1 & 7 & -2 & 10 \end{pmatrix}$.

1.1.30. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. **1.1.31.** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & -7 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1.1.32. $\begin{pmatrix}1 & -3 & 1 & 13\\ 0 & 10 & -10 & -30\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.33.** $\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 11\\ 0 & 5 & -1 & -28\\ 0 & 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.34. $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 7\\ 0 & -1 & -2 & -2 & -6 & -23\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.35.** $\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 1 & -1\\ 0 & 5 & -3 & -3 & 3\\ 0 & 0 & -3 & -3 & 3\\ 0 & 0 & 0 & -45 & 45\end{pmatrix}$.

1.1.36. $\begin{pmatrix}3 & 4\\ 7 & 16\end{pmatrix}$. **1.1.37.** $\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.38.** $\begin{pmatrix}2-\lambda & 3\\ 3 & -2-\lambda\end{pmatrix}$.

1.1.39. $\begin{pmatrix}4 & -22 & -29 & 47\\ 64 & -7 & -33 & 4\\ -8 & -18 & 14 & -19\end{pmatrix}$. **1.1.40.** $\begin{pmatrix}-20 & -7 & 8\\ 28 & 19 & -6\\ -5 & 18 & 27\end{pmatrix}$.

1.1.41. $AB = \begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix}-3 & -4\\ 7 & 10\end{pmatrix}$.

1.1.42. $AB = (-1)$, $BA = \begin{pmatrix}5 & -10 & 15 & 0\\ -3 & 6 & -9 & 0\\ -4 & 8 & -12 & 0\\ 1 & -2 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.43. $AB = \begin{pmatrix}7\\ 3\end{pmatrix}$, BA — не существует.

1.1.44. $AB = \begin{pmatrix}-14 & 11\\ 10 & 8\end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix}14 & 2 & -2\\ -9 & -15 & 3\\ 17 & 23 & -5\end{pmatrix}$.

1.1.45. $AB = \begin{pmatrix}2 & -9 & 14\\ 5 & -22 & -11\\ -18 & 19 & -32\end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix}-18 & -2 & 16\\ -13 & -13 & -5\\ -18 & -9 & -21\end{pmatrix}$.

1.1.46. $A(BC) = (AB)C = \begin{pmatrix}13 & -8\\ -13 & 8\end{pmatrix}$. **1.1.47.** $A(BC) = (AB)C = \begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{pmatrix}$.

1.1.48. $A(BC) = (AB)C = (3 \quad -17 \quad -68 \quad 38)$.

1.1.49. $A(BC) = (AB)C = \begin{pmatrix}33\\ -18\\ -31\\ 32\end{pmatrix}$. **1.1.50.** $\begin{pmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. **1.1.51.** $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.52. $A^2 = \begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $A^n = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $n \geqslant 3$. **1.1.53.** $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}$.

1.1.54. $\begin{pmatrix}21 & -60\\ 0 & 61\end{pmatrix}$. **1.1.55.** $\begin{pmatrix}18 & -20\\ 30 & -2\end{pmatrix}$. **1.1.56.** $\begin{pmatrix}-102 & 105\\ 35 & -32\end{pmatrix}$.

1.1.57. $\begin{pmatrix}0 & 0 & -3\\ 3 & -3 & 1\\ 0 & -12 & -3\end{pmatrix}$. **1.1.58.** $\begin{pmatrix}-25 & 60 & -6\\ 60 & -18 & 44\\ 70 & 23 & -63\end{pmatrix}$.

1.1.59. $\begin{pmatrix}5 & 0 & 4\\ 3 & 3 & 3\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}$. **1.1.60.** $\begin{pmatrix}-100 & -256 & 145\\ 38 & 251 & -79\\ -44 & 35 & -59\end{pmatrix}$.

1.1.61. Не коммутируют: AB — матрица 1×1, BA — матрица 3×3.

1.1.62. Не коммутируют: $AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

1.1.63. Не коммутируют: $AB = \begin{pmatrix} 12 & -13 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$.

1.1.64. Не коммутируют: $AB = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -32 & 9 & -25 \\ -30 & 22 & -59 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 8 & -11 & 25 \\ -30 & 22 & -39 \end{pmatrix}$.

1.1.65. Коммутируют: $AB = BA = \begin{pmatrix} a\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d\delta \end{pmatrix}$.

1.1.66. Не коммутируют: $AB = \begin{pmatrix} -30 & 36 & -42 \\ -66 & 81 & -96 \\ -102 & 126 & -150 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} -14 & -16 & -18 \\ -26 & -31 & -36 \\ -38 & -46 & -54 \end{pmatrix}$.

1.1.67. Не коммутируют:

$$AB = \begin{pmatrix} -10 & -26 & 30 & -26 \\ 46 & 44 & -6 & 112 \\ 70 & -44 & -38 & -20 \\ 6 & 72 & -30 & -8 \end{pmatrix} \neq BA = \begin{pmatrix} -8 & -30 & 72 & 6 \\ -20 & -38 & -44 & 70 \\ 112 & -6 & 44 & 46 \\ -26 & 30 & -26 & -10 \end{pmatrix}.$$

1.1.68. Коммутируют: $AB = BA = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1.1.69. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. **1.1.70.** $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$. **1.1.71.** $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

1.1.72. $AA^T = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{pmatrix}$.

1.1.73. $AA^T = (30)$, $A^TA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$

1.1.74. $AA^T = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -6 \\ -7 & 83 & -21 \\ -6 & -21 & 21 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 26 & 9 & -29 \\ 9 & 30 & -33 \\ -29 & -33 & 53 \end{pmatrix}$.

1.1.75. $AA^T = A^TA = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$.

1.1.76. $AA^T = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

1.1.77. $AA^T = \begin{pmatrix} 14 & 32 & 50 \\ 32 & 77 & 122 \\ 50 & 122 & 194 \end{pmatrix}$, $A^TA = \begin{pmatrix} 66 & 78 & 90 \\ 78 & 93 & 108 \\ 90 & 108 & 126 \end{pmatrix}$.

1.1.78. $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -3 & -6\end{pmatrix}$. **1.1.79.** $\begin{pmatrix}2 & -1 & 5\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.80.** $\begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & 1\\ 0 & 8 & -13 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.81. $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & -1 & 8\\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.82.** $\begin{pmatrix}1 & -1 & 5 & -3 & 4\\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3\\ 0 & 0 & -1 & 2 & -5\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.83. $\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 0 & 4\\ 0 & -4 & -4 & -4 & -5\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -29\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.84.** $\begin{pmatrix}1 & 5 & 3 & -10\\ 0 & -16 & -8 & 40\\ 0 & 0 & 40 & 40\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.1.85. $\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & -5 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. **1.1.86.** $\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & -7 & 5 & 2\\ 0 & 0 & 12 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 28\end{pmatrix}$.

1.1.87. $\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & -1 & 3\\ 0 & -2 & -6 & -1 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 7 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. **1.1.88.** Нет. **1.1.89.** Нет. **1.1.90.** Да.

1.1.91. Да. **1.1.92.** Да. **1.1.93.** Да. **1.1.94.** A. **1.1.95.** Да. **1.1.96.** Да.
1.1.97. Да. **1.1.98.** Верно, если $AB = BA$. **1.1.99.** Верно, если $AB = BA$.
1.1.100. Нет. **1.1.101.** Да. **1.1.102.** Нет. **1.1.103.** Нет.
1.1.104. В произведении AB поменяются местами i-я и j-я строки.
1.1.105. В произведении AB к i-й строке прибавится j-я строка, умноженная на c.
1.1.106. В произведении AB поменяются местами i-й и j-й столбцы.
1.1.107. В произведении AB к i-му столюцу прибавится j-й столбец, умноженный на c.