§ 1.2. Практическая работа (решение задач)

7.1.1. Пользуясь определением, найти производную функции $y=f(x)$:

1) $y = 3x^2$;

2) $y = \sin x$.

1) Придадим аргументу x приращение Δx. Тогда соответствующее приращение Δy функции будет иметь вид

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = 3(x + \Delta x)^2 - 3x^2 = \\ = 3(x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2) = 3\Delta x(2x + \Delta x).$$

Отсюда находим предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ в точке x при $\Delta x \to 0$:

$$\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{3\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = 3 \lim_{\Delta x\to 0}(2x+\Delta x) = 3\cdot 2x = 6x.$$

Таким образом, $y' = (3x^2)' = 6x$.

2) Найдем приращение Δy функции, соответствующее приращению Δx аргумента, используя формулу разности синусов:

$$\Delta y = \sin(x + \Delta x) - \sin x = 2\sin\frac{\Delta x}{2} \cdot \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right).$$

Отсюда

$$\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{2\sin\frac{\Delta x}{2} \cdot \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} = \\ = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)} \cdot \lim_{\Delta x\to 0} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) = \cos x.$$

В последнем равенстве мы воспользовались первым замечательным пределом и непрерывностью $\cos x$. Таким образом, $y' = (\sin x)' = \cos x$.

Пользуясь определением, найти производные функций:

7.1.2. $y = 5x - 2$.

7.1.3. $y = x^3$.

7.1.4. $y = \sqrt{x}$.

7.1.5. $y = \frac{1}{x}$.

7.1.6. Пользуясь основными правилами дифференцирования, найти $f'(x)$, если:

1) $f(x) = \dfrac{9}{\sqrt[3]{x^2}} - 5^{x+1}$;

2) $f(x) = (x^4 - x) \cdot (3\operatorname{tg} x - 1)$.

○ 1) Преобразуем функцию к виду

$$f(x) = 9 \cdot x^{-2/3} - 5 \cdot 5^x.$$

Отсюда, используя таблицу производных, получим

$$f'(x) = (9 \cdot x^{-2/3} - 5 \cdot 5^x)' = (9 \cdot x^{-2/3})' - (5 \cdot 5^x)' =$$

$$= 9 \cdot (x^{-2/3})' - 5 \cdot (5^x)' = 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot x^{-\frac{2}{3}-1} - 5 \cdot 5^x \ln 5 =$$

$$= -6x^{-5/3} - 5^{x+1} \ln 5.$$

2) Воспользуемся формулой для производной произведения:

$$f'(x) = \left[(x^4 - x)(3\operatorname{tg} x - 1)\right]' =$$

$$= (x^4 - x)'(3\operatorname{tg} x - 1) + (x^4 - x)(3\operatorname{tg} x - 1)' =$$

$$= (4x^3 - 1)(3\operatorname{tg} x - 1) + (x^4 - x) \cdot \frac{3}{\cos^2 x}.$$ ●

Найти производные указанных функций:

7.1.7. $y = x^3 - \frac{1}{5}x^2 + 2x - 4$.

7.1.8. $y = ax^2 + bx + c$.

7.1.9. $y = 6x^7 + 4x^3 - \frac{1}{8}x$.

7.1.10. $y = \sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{3}$.

7.1.11. $y = \sqrt{x} - \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2}$.

7.1.12. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3} + \sqrt{7} \cdot x$.

7.1.13. $y = x\sqrt[4]{x} + 3\sin 1$.

7.1.14. $y = 5 \cdot 2^x + \frac{3}{4}\operatorname{ctg} x$.

7.1.15. $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$.

7.1.16. $y = -10\operatorname{arctg} x + 7 \cdot e^x$.

7.1.17. $y = x^3 \log_2 x$.

7.1.18. $y = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$.

7.1.19. $f(t) = \frac{1 + e^t}{1 - e^t}$.

7.1.20. $z = \left(\sqrt{y} + 1\right)\arcsin y$.

7.1.21. $u = \frac{21^v}{21^v + 1}$.

7.1.22. $f(x) = \sqrt[5]{x}\arccos x - \frac{\log_6 x}{x^2}$.

Найти производную данной функции в точке x_0:

7.1.23. $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$, $x_0 = 0$.

7.1.24. $y = x^4 + x^3 - 17^5$, $x_0 = 1$.

7.1.25. $y = \dfrac{\ln x}{x}$, $x_0 = e$.

7.1.26. $y = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$, $x_0 = 9$.

7.1.27. Применяя правило дифференцирования сложной функции, найти производную функции y:
1) $y = \sin^2 x$;
2) $y = \ln(\operatorname{arctg} 3x)$.

◐ 1) Данная функция является композицией двух имеющих производные функций $u = \sin x$ и $f(u) = u^2$. Так как $u' = \cos x$, а $f'(u) = 2u$, то с учетом правила дифференцирования сложной функции получим:

$$y'(x) = (u^2)'_x = 2u \cdot u' = 2\sin x \cdot \cos x = \sin 2x.$$

2) Функция $\ln(\operatorname{arctg} 3x)$ — композиция функций $u = \operatorname{arctg} 3x$ и $f(u) = \ln u$, откуда

$$y'(x) = (\ln u)'_x = \frac{1}{u} \cdot u' = \frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot (\operatorname{arctg} 3x)'.$$

Функция $\operatorname{arctg} 3x$, в свою очередь, является композицией двух функций $v = 3x$ и $g(v) = \operatorname{arctg} v$, поэтому для нахождения ее производной нам придется еще раз применить правило дифференцирования сложной функции:

$$(\operatorname{arctg} 3x)' = (\operatorname{arctg} v)'_x = \frac{1}{1 + v^2} \cdot v' = \frac{1}{1 + (3x)^2} \cdot 3 = \frac{3}{1 + 9x^2}.$$

Отсюда окончательно

$$y' = \frac{1}{\operatorname{arctg} 3x} \cdot (\operatorname{arctg} 3x)' = \frac{3}{(1 + 9x^2)\operatorname{arctg} 3x}.$$ ●

Найти производные функций:

7.1.28. $y = \cos 5x$.

7.1.29. $y = 7^{3x-1}$.

7.1.30. $y = \cos^3 x$.

7.1.31. $y = (x+1)^{100}$.

7.1.32. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$.

7.1.33. $y = \arcsin \sqrt{x}$.

7.1.34. $y = \frac{1}{\ln x}$.

7.1.35. $y = \ln \sin x$.

7.1.36. $y = e^{\operatorname{ctg} x}$.

7.1.37. $y = \arccos(e^x)$.

7.1.38. $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}$.

7.1.39. $y = \sin^9\left(\frac{x}{2}\right)$.

7.1.40. $y = \sqrt[3]{(1-3x)^2}$.

7.1.41. $y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

7.1.42. $y = \ln \sqrt{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}}$.

7.1.43. $y = (1 + \operatorname{tg}^2 3x) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$.

7.1.44. $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$.

7.1.45. $y = \operatorname{tg} 4x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 4x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 4x$.

7.1.46. $y = x^3 \cdot \sin(\cos x)$.

7.1.47. $y = 3^{x^2} \cdot \sqrt{x^3 - 5x}$.

7.1.48. $y = \log_6 \sin 4x$.

7.1.49. $y = \cos \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

7.1.50. $y = \ln \frac{(x+1)(x+3)^3}{(x+2)^3(x+4)}$.

7.1.51. $y = \operatorname{arctg}(x-2) + \frac{x-3}{x^2-4x+5}$.

7.1.52. $y = \sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2}$.

7.1.53. $y = e^{\operatorname{sh}^2 5x}$.

7.1.54. $y = \frac{x+e^{3x}}{x-e^{3x}}$.

7.1.55. $y = \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}$.

7.1.56. $y = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$.

7.1.57. $y = \frac{\sin^2 x}{\operatorname{ctg} x + 1} + \frac{\cos^2 x}{\operatorname{tg} x + 1}$.

7.1.58. Используя логарифмическую производную, найти производные функций:

1) $y = x^{\sin x}$;

2) $y = \dfrac{(x-1)^3 \cdot \sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$.

○ 1) Прологарифмируем обе части равенства $y = x^{\sin x}$. Тогда $\ln y = \ln x^{\sin x}$, т. е. $\ln y = \sin x \cdot \ln x$. Теперь продифференцируем последнее равенство, при этом в левой части используем производную сложной функции, а в правой — производную произведения: $(\ln y)' = (\sin x \cdot \ln x)'$, т. е. $\dfrac{y'}{y} = (\sin x)' \ln x + \sin x (\ln x)'$ или $\dfrac{y'}{y} = \cos x \cdot \ln x + \dfrac{\sin x}{x}$.

Отсюда $y' = y\left(\cos x \cdot \ln x + \dfrac{\sin x}{x}\right)$ или, учитывая, что $y = x^{\sin x}$,

$$y' = x^{\sin x}\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right).$$

2) Непосредственное дифференцирование данной дроби привело бы к громоздким вычислениям, зато применение логарифмической производной позволяет найти ответ без труда:

$$\ln y = \ln \frac{(x-1)^3 (x+2)^{1/2}}{(x+1)^{2/3}}.$$

Отсюда, используя формулы для логарифма произведения, частного и степени, получим:

$$\ln y = \ln(x-1)^3 + \ln(x+2)^{1/2} - \ln(x+1)^{2/3},$$

т. е.

$$\ln y = 3\ln(x-1) + \frac{1}{2}\ln(x+2) - \frac{2}{3}\ln(x+1).$$

Осталось продифференцировать обе части полученного равенства:

$$(\ln y)' = \left[3\ln(x-1) + \frac{1}{2}\ln(x+2) - \frac{2}{3}\ln(x+1)\right]'$$

или

$$\frac{y'}{y} = \frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)},$$

откуда

$$y' = y \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)}\right),$$

т. е.

$$y' = \frac{(x-1)^3\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}\left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+1)}\right). \quad \bullet$$

Найти производные:

7.1.59. $y = x^x$.

7.1.60. $y = x^{\ln x}$.

7.1.61. $y = \sqrt[5]{\dfrac{(x^2+1)(x+3)}{(x-3)^3}}$.

7.1.62. $y = \dfrac{(x^3-2)\cdot\sqrt[3]{(x-1)}}{(x+5)^4}$.

7.1.63. $y = (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.

7.1.64. $y = \dfrac{(1-x^2)\cdot\cos^6 x}{\sqrt[7]{x^5}}$.

7.1.65. Найти производную неявно заданной функции y:

$$x^3 + y^3 = \sin(x-2y).$$

❍ Дифференцируя обе части уравнения и учитывая, что y — есть функция от x (поэтому, например, $(y^3)'_x = 3y^2\cdot y'$), получим:

$$3x^2 + 3y^2\cdot y' = \cos(x-2y)(1-2y')$$

или

$$3x^2 + 3y^2\cdot y' = \cos(x-2y) - 2y'\cdot\cos(x-2y).$$

Отсюда находим y':

$$3y^2y' + 2y'\cdot\cos(x-2y) = \cos(x-2y) - 3x^2$$

или

$$y'(3y^2 + 2\cos(x-2y)) = \cos(x-2y) - 3x^2,$$

т. е.

$$y' = \frac{\cos(x-2y) - 3x^2}{3y^2 + 2\cos(x-2y)}. \quad \bullet$$

Найти производную функции y, заданной неявно:

7.1.66. $e^{xy} - \cos(x^2+y^2) = 0$.

7.1.67. $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

7.1.68. $x^2 + y^2 = \ln\dfrac{y}{x} + 7$.

7.1.69. $x\sin y + y\sin x = 0$.

7.1.70. $x^4 - y^4 = x^2y^2$.

7.1.71. $e^y = e - xy$. Найти y' в точке $(0; 1)$.

7.1.72. Найти производную $y'(x)$ от следующей функции, заданной параметрически:
$$x = 2\cos t, \quad y = 3\sin t.$$

❍ Производная функции $y(x)$ находится по формуле $y'(x) = \dfrac{y'(t)}{x'(t)}$, откуда в нашем случае
$$y'(x) = \frac{(3\sin t)'}{(2\cos t)'} = -\frac{3\cos t}{2\sin t} = -1{,}5\operatorname{ctg} t. \quad ●$$

Найти $y'(x)$ для заданных параметрически функций $y = y(x)$:

7.1.73. $x = t^3 + t$, $y = t^2 + t + 1$. **7.1.74.** $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$.

7.1.75. $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$. **7.1.76.** $x = \sin^2 t$, $y = \cos^2 t$.

7.1.77. $x = 5\operatorname{ch} t$, $y = 4\operatorname{sh} t$.

7.1.83. Найти:
1) $f'''(x)$, где $f(x) = \sin 3x$;
2) y''_{xx} для функции $y = y(x)$, заданной параметрически $x = t^2$, $y = t^3$.

❍ 1) Находим первую производную:
$$f'(x) = (\sin 3x)' = 3\cos 3x.$$
Отсюда получим вторую производную —
$$f''(x) = (3\cos 3x)' = -9\sin 3x,$$
а затем и искомую третью:
$$f'''(x) = (-9\sin 3x)' = -27\cos 3x.$$

2) Воспользуемся формулой
$$y''_{xx} = \frac{x'_t \cdot y''_{tt} - y'_t \cdot x''_{tt}}{(x'_t)^3},$$
откуда
$$y''_{xx} = \frac{(t^2)' \cdot (t^3)'' - (t^3)' \cdot (t^2)''}{[(t^2)']^3} = \frac{2t \cdot 6t - 3t^2 \cdot 2}{(2t)^3} = \frac{6t^2}{8t^3} = \frac{3}{4t}. \quad ●$$

Найти производные указанных порядков для следующих функций:

7.1.84. $y = \operatorname{tg} 3x$, $y'' = ?$

7.1.85. $y = -x \cdot \cos x$, $y'' = ?$

7.1.86. $y = \ln^2 x$, $y'' = ?$

7.1.87. $y = x \cdot \ln x$, $y''' = ?$

7.1.88. $y = e^{2x}$, $y^{(V)} = ?$

7.1.89. $y = \ln(1+x)$, $y^{(n)} = ?$

7.1.90. $x = t^3$, $y = t^2$, $y''_{xx} = ?$

7.1.91. $x = \cos t$, $y = \sin t$, $y''_{xx} = ?$

Ответы

7.1.4. *Указание.* Учесть, что $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} =$

$= \dfrac{(\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x})(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \dfrac{\Delta x}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \dfrac{1}{\Delta x \cdot (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}$.

7.1.7. $3x^2 - 0{,}4x + 2$. **7.1.8.** $2ax + b$. **7.1.9.** $42x^6 + 12x^2 - \frac{1}{8}$. **7.1.10.** $\dfrac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$.

7.1.11. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{18}{x^3}$. **7.1.12.** $-\dfrac{2}{3x\sqrt[3]{x^2}} + \dfrac{6}{x^4} + \sqrt{7}$. **7.1.13.** $1{,}25\sqrt[4]{x}$.

7.1.14. $5 \cdot 2^x \cdot \ln 2 - \dfrac{3}{4\sin^2 x}$. **7.1.15.** $\dfrac{4}{\sin^2 2x}$. **7.1.16.** $\dfrac{-10}{1+x^2} + 7e^x$.

7.1.17. $x^2\left(3\log_2 x + \dfrac{1}{\ln 2}\right)$. **7.1.18.** $4x^3 + 2x$. **7.1.19.** $\dfrac{2e^t}{(1-e^t)^2}$.

7.1.20. $\dfrac{\arcsin y}{2\sqrt{y}} + \dfrac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{1-y^2}}$. **7.1.21.** $\dfrac{21^v \ln 21}{(21^v+1)^2}$. **7.1.22.** $\dfrac{\arccos x}{5\sqrt[5]{x^4}} - \dfrac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt{1-x^2}} +$

$+ \dfrac{2\ln 6 \cdot \log_6 x - 1}{x^3 \ln 6}$. **7.1.23.** 0. **7.1.24.** 7. **7.1.25.** 0. **7.1.26.** $\dfrac{1}{96}$. **7.1.28.** $-5\sin 5x$.

7.1.29. $3\ln 7 \cdot 7^{3x-1}$. **7.1.30.** $-3\cos^2 x \sin x$. **7.1.31.** $100(x+1)^{99}$.

7.1.32. $\dfrac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg} x}\cos^2 x}$. **7.1.33.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$. **7.1.34.** $-\dfrac{1}{x\ln^2 x}$. **7.1.35.** $\operatorname{ctg} x$.

7.1.36. $-\dfrac{e^{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x}$. **7.1.37.** $\dfrac{-e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$. **7.1.38.** $-\dfrac{2\operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{1+x^2}$. **7.1.39.** $4{,}5\sin^8\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$.

7.1.40. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{3x-1}}$. **7.1.41.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2(x-x^2)}(1+x)}$. **7.1.42.** $\sec 2x$.

Указание. Учесть, что $\ln\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}} = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}\right) =$

$= \dfrac{1}{2}\left[\ln(1+\operatorname{tg} x) - \ln(1-\operatorname{tg} x)\right]$. **7.1.43.** $\dfrac{e^{-\frac{x}{2}}(12\sin 3x - \cos 3x)}{2\cos^3 3x}$.

7.1.44. $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. **7.1.45.** $\dfrac{4}{\cos^6 4x}$. **7.1.46.** $x^2(3\sin(\cos x) - x\sin x\cos(\cos x))$.

7.1.47. $\dfrac{3^{x^2}}{2\sqrt{x^3-5x}}\left(4x^4\ln 3+x^2(3-20\ln 3)-5\right)$. **7.1.48.** $\dfrac{4\operatorname{ctg}4x}{\ln 6}$.

7.1.49. $\dfrac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}\cdot\sin\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$. **7.1.50.** $\dfrac{6}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$.
Указание. Воспользоваться формулами для логарифма произведения, частного и степени. **7.1.51.** $\dfrac{2x-2}{(x^2-4x+5)^2}$. **7.1.52.** $-\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

Указание. Применить тождество $\sin^4\dfrac{x}{2}+\cos^4\dfrac{x}{2}=1-\dfrac{1}{2}\sin^2 x$.

7.1.53. $5e^{\operatorname{sh}^2 5x}\operatorname{sh}10x$. *Указание.* Учесть, что $\operatorname{sh}2x=2\operatorname{sh}x\operatorname{ch}x$.

7.1.54. $\dfrac{2e^{3x}(3x-1)}{(x-e^{3x})^2}$. **7.1.55.** $-\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$. **7.1.56.** $-\dfrac{1}{x^2+1}$. **7.1.57.** $-\cos 2x$.

7.1.59. $x^x(1+\ln x)$. **7.1.60.** $2x^{\ln x-1}\ln x$. **7.1.61.** $-\dfrac{4}{5}\sqrt[5]{\dfrac{(x^2+1)(x+3)}{(x-3)^3}}\times$

$\times\dfrac{3x^2+5x+3}{(x^2+1)(x^2-9)}$. **7.1.62.** $\dfrac{(x^3-2)\sqrt[3]{x-1}}{(x+5)^4}\cdot\left(\dfrac{3x^2}{x^3-2}+\dfrac{1}{3(x-1)}-\dfrac{4}{x+5}\right)$.

7.1.63. $(\operatorname{tg}x)^{\cos x}\cdot\left(\dfrac{1}{\sin x}-\sin x\cdot\ln\operatorname{tg}x\right)$. **7.1.64.** $\dfrac{(x^2-1)\cos^6 x}{\sqrt[7]{x^5}}\times$

$\times\left(\dfrac{2x}{1-x^2}+6\operatorname{tg}x+\dfrac{5}{7x}\right)$. **7.1.66.** $-\dfrac{2x\sin(x^2+y^2)+ye^{xy}}{2y\sin(x^2+y^2)+xe^{xy}}$. **7.1.67.** $-\dfrac{b^2x}{a^2y}$.

7.1.68. $\dfrac{(2x^2+1)y}{x(1-2y^2)}$. **7.1.69.** $-\dfrac{y\cos x+\sin y}{x\cos y+\sin x}$. **7.1.70.** $y'=\dfrac{x(2x^2-y^2)}{y(2y^2+x^2)}$.

7.1.71. $y'=-\dfrac{y}{x+e^y}$, $y(0)=-\dfrac{1}{e}$. **7.1.73.** $\dfrac{2t+1}{3t^2+1}$. **7.1.74.** $\dfrac{\sin t}{1-\cos t}$, или $\operatorname{ctg}\dfrac{t}{2}$.

7.1.75. $\dfrac{\cos t-\sin t}{\cos t+\sin t}$. **7.1.76.** -1. **7.1.77.** $0{,}8\operatorname{cth}t$. **7.1.79.** $y=x+1$ и $y=-x+1$.

7.1.80. $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$ и $y=-2x+\dfrac{4\pi+3\sqrt{3}}{6}$. **7.1.81.** **а)** $x_0=0{,}5$; **б)** $x_0=1$.

7.1.82. $\operatorname{arctg}3$. **7.1.84.** $\dfrac{18\sin 3x}{\cos^3 3x}$. **7.1.85.** $2\sin x+x\cos x$. **7.1.86.** $\dfrac{2(1-\ln x)}{x^2}$.

7.1.87. $-\dfrac{1}{x^2}$. **7.1.88.** $32e^{2x}$. **7.1.89.** $\dfrac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$. **7.1.90.** $-\dfrac{2}{9t^4}$.

7.1.91. $-\dfrac{1}{\sin^3 t}$.