§ 6.3. Домашнее задание (письменное)

Письменно решить номера **11.5.41 – 11.5.68.**

11.5.41. Дано $z = \cos(ax + e^y)$. Найти $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$.

11.5.42. Дано $z = \dfrac{x^4 - 8xy^3}{x - 2y}$. Найти $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$.

11.5.43. Дано $u = x \ln(xy)$. Найти $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$.

11.5.44. Дано $u = x^3 \sin y + y^3 \sin x$. Найти $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$.

11.5.45. Дано $u = e^{xyz}$. Найти $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$.

11.5.46. Дано $z = \ln \dfrac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}}$. Найти $\dfrac{\partial^4 z}{\partial x \partial y \partial u \partial v}$.

11.5.47. Дано $u = (x - x_0)^p (y - y_0)^q$. Найти $\dfrac{\partial^{p+q} u}{\partial x^p \partial y^q}$.

11.5.48. Дано $u = \dfrac{x + y}{x - y}$. Найти $\dfrac{\partial^{m+n} u}{\partial x^m \partial y^n}$.

11.5.49. Дано $u = (x^2 + y^2)e^{x+y}$. Найти $\dfrac{\partial^{m+n} u}{\partial x^m \partial y^n}$.

11.5.50. Дано $u = \operatorname{arctg} \dfrac{x + y + z - xyz}{1 - xy - xz - yz}$. Найти $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$.

Найти дифференциалы:

11.5.51. $d^{10}u$, если $u = \ln(x + y)$.

11.5.52. $d^4 u$, если $u = \ln(x^x y^y z^z)$.

11.5.53. $d^n u$, если $u = e^{ax+by}$.

11.5.54. $d^n u$, если $u = e^{ax+by+cz}$.

11.5.55. Доказать, что из равенства $x^2y^2 + x^2 + y^2 - 1 = 0$ следует, что $\dfrac{dx}{\sqrt{1 - x^4}} + \dfrac{dy}{\sqrt{1 - y^4}} = 0$.

Найти d^2z для функций $z(x;y)$:

11.5.56. $z = \left(\frac{y}{x}\right)^x$.

11.5.57. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$.

11.5.58. $z = \frac{x}{y} e^{xy}$.

11.5.59. Вычислить первые, вторые и третьи частные производные для функции $z = x^4 + 3x^3y - 4x^2y^2 + 5xy^3 - y^4$.

11.5.60. Найти частные производные второго порядка для функции $z = e^{xy}$.

11.5.61. Для $u = \sin xyz$ найти u'''_{xyz}.

11.5.62. Показать, что функции $z = \ln \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, и $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ удовлетворяют уравнению Лапласа $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

11.5.63. Показать, что функция $u = \dfrac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$.

11.5.64. Известно, что $z = f(u; v)$, а переменные u и v являются функциями независимых переменных x и y: $u = u(x;y)$, $v = v(x;y)$. Определить $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

11.5.65. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = z(u; v)$, $u = x^2 + y^2$, $v = xy$.

11.5.66. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = z(u; v)$, $u = x + y$, $v = x - y$.

11.5.67. Доказать, что функция $z = xf(x+y) + y\varphi(x+y)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

11.5.68. Найти d^3z, если $z = \cos(x + 2y^2)$.