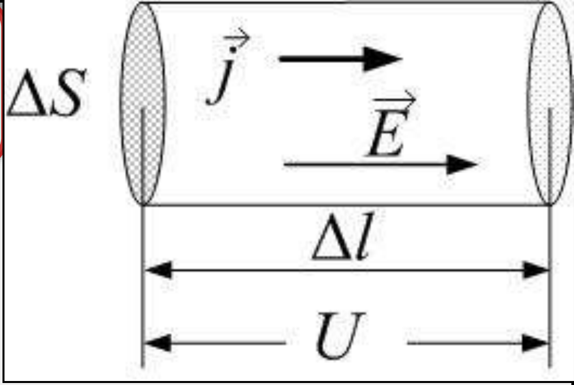
Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной (локальной) форме



Удельная тепловая мощность тока равна количеству теплоты, выделяющемуся в единице объёма проводника за единицу времени:

$$\boxed{w = \frac{dQ}{dt \cdot \Delta V}}$$

$$w = \frac{dQ}{dt \cdot \Delta V} = \frac{I \cdot U \cdot \cancel{dt}}{\cancel{dt} \cdot \Delta S \cdot \Delta l} = \frac{I \cdot U}{\Delta S \cdot \Delta l} = \frac{I}{\Delta S} \cdot \frac{U}{\Delta l} = j \cdot E$$

$$\boxed{w = j \cdot E}$$

$$\boxed{j = \gamma \cdot E}$$

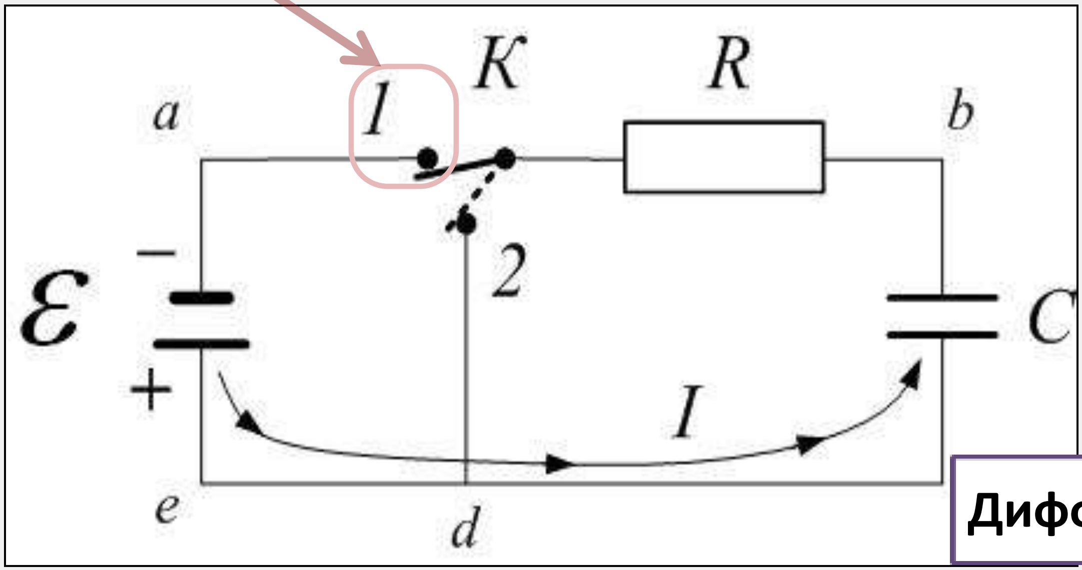
$$\boxed{E = j \cdot \rho}$$

$$\boxed{w = j \cdot E = \gamma \cdot E^2}$$

$$\boxed{w = j \cdot E = j \cdot (j \cdot \rho) = \rho \cdot j^2}$$

Процессы заряда и разряда конденсатора

А) заряд



II правило Кирхгофа

$$I \cdot R + U = \mathcal{E}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \equiv q'$$

$$U = \frac{q}{C}$$

Дифф. уравнение:

$$q' \cdot R + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

Решение уравнения:

$$q = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Доказательство решения:

$$q = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$I = \frac{dq}{dt} \equiv q' = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)'$$

$$q' = C \cdot \mathcal{E}\left(0 - e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right)\right)$$

$$q' = \frac{\cancel{C} \cdot \mathcal{E}}{R\cancel{C}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q' \cdot R + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

$$\frac{\mathcal{E}}{\cancel{R}} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \cancel{R} + \frac{\cancel{C} \cdot \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}{\cancel{C}} = \mathcal{E}$$

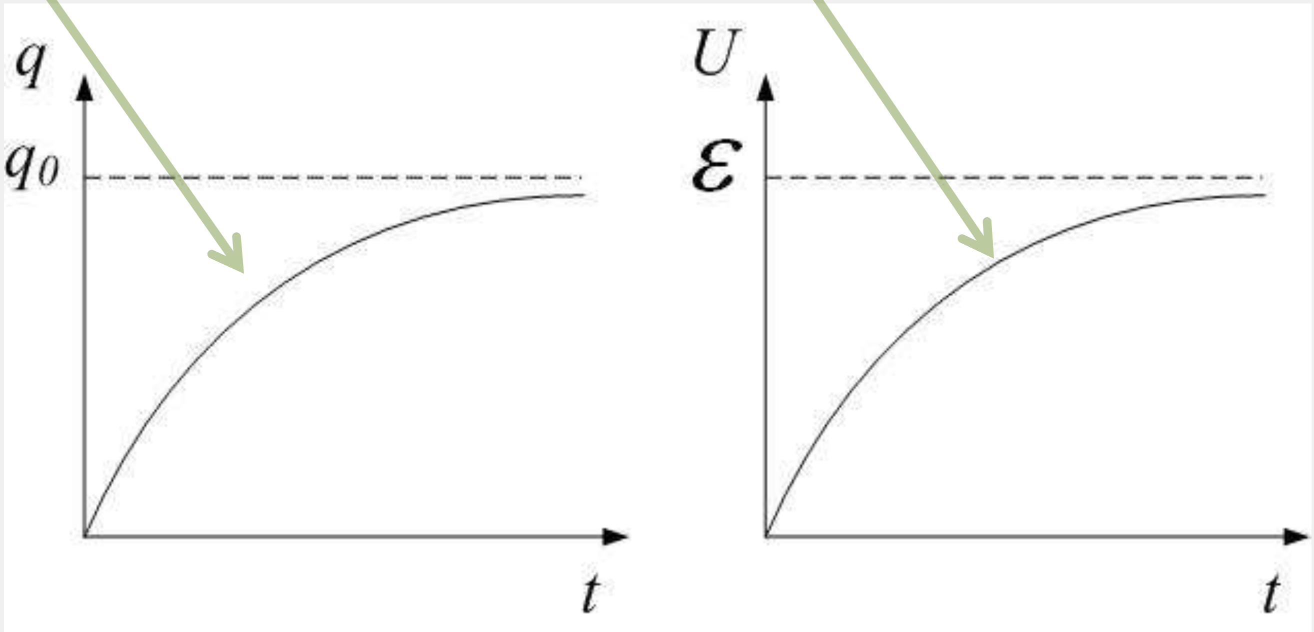
$$\mathcal{E} \cdot \left(e^{-\frac{t}{RC}} + 1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \mathcal{E}$$

$$q = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$q_0 = C \cdot \mathcal{E}$$ – максимальный заряд, до которого заряжается конденсатор

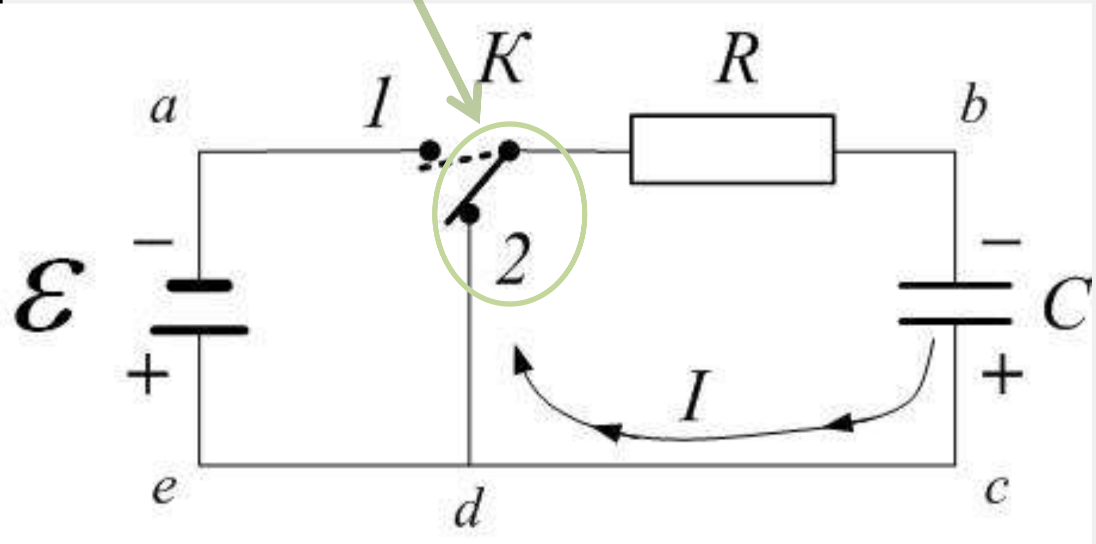
$$q(t) = q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$U = \frac{q}{C} = \mathcal{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



Процессы заряда и разряда конденсатора

Б) Разряд конденсатора



II правило Кирхгофа:

$$I \cdot R + U = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt} \equiv q'$$

$$U = \frac{q}{C}$$

Дифф. уравнение :

$$q' \cdot R + \frac{q}{C} = 0$$

Решение уравнения:

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Доказательство решения:

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \equiv q' = q_0 \cdot \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right)'$$

$$q' = q_0 \cdot \left(e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \left(-\frac{1}{RC} \right) \right)$$

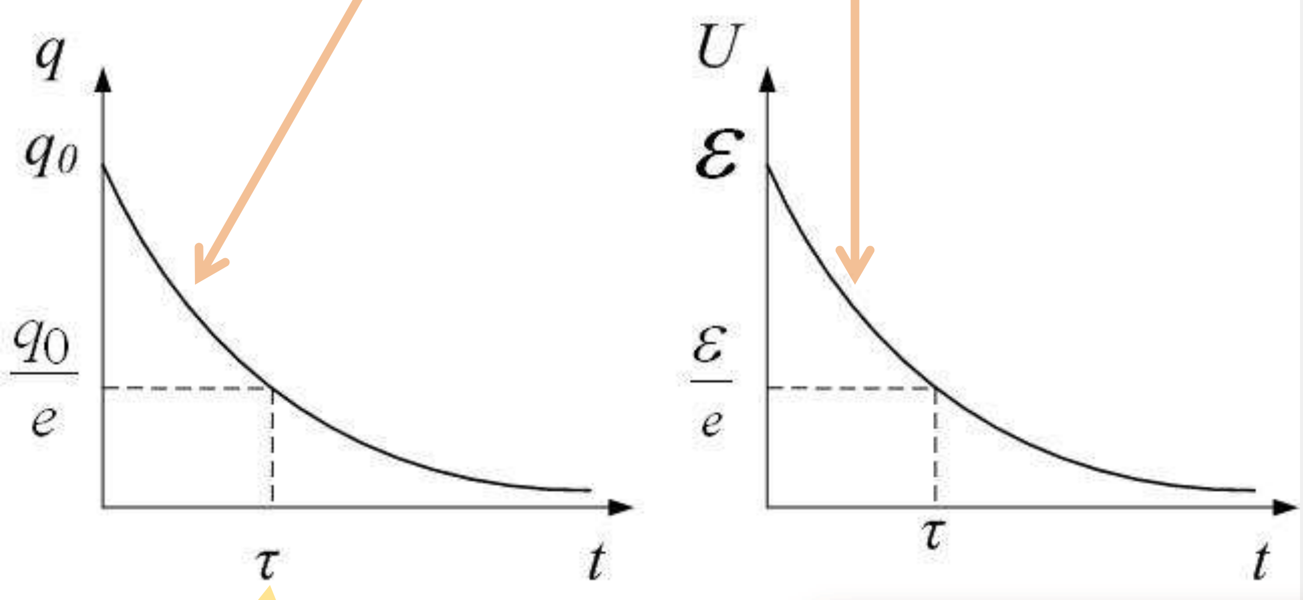
$$q' = -\frac{q_0}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q' \cdot R + \frac{q}{C} = 0$$

$$-\frac{q_0}{\cancel{R}C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \cancel{R} + \frac{q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}{C} = 0 \rightarrow \frac{q_0}{C} \cdot \left(-e^{-\frac{t}{RC}} + e^{-\frac{t}{RC}} \right) = 0$$

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



Определение: $\tau = RC$ **– постоянная времени RC-цепочки**

$$q = q_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{RC}} = q_0 \cdot e^{-\frac{RC}{RC}} = q_0 \cdot e^{-1} = \frac{q_0}{e} \approx \frac{q_0}{2.7}$$

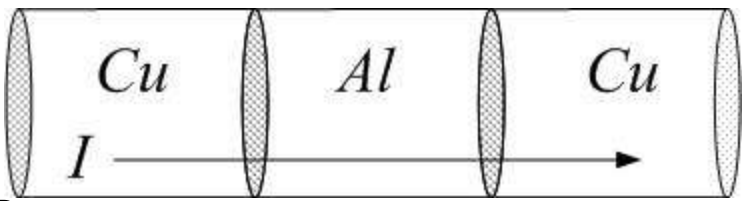
За время релаксации $\boldsymbol{\tau}$ заряд конденсатора уменьшается в ***e*** раз

Основы классической электронной теории проводимости металлов

Носителями заряда в металлах являются электроны

Экспериментальные доказательства:

Опыт Рикке



Разнородные проводники тесно соприкасаются основаниями

Через них пропускали ток в течение года

Полный заряд огромный: 1 МКл

Никаких следов **переноса вещества не было**

Вывод: **ионы в переносе заряда не участвуют**

Опыт Мандельштама и Папалекси (Толмена-Стюарта)

Резкое торможение проводника приводит к всплеску тока в нём, так как слабо связанные с решёткой электроны движутся по инерции относительно решётки

Из опыта определили знак носителей тока (минус) и удельный заряд (совпал с удельным зарядом электрона)

Вывод: **носителями тока в металлах действительно являются электроны**

Классическая электронная теория проводимости металлов

Разработана Друде и Лоренцем

Исходит из того, что:

1. Носители заряда в металле – электроны
2. Электроны слабо связаны с кристаллической решёткой
3. Электроны движутся как в идеальном газе, то есть можно рассматривать совокупность электронов в металле как идеальный электронный газ
4. Электронный газ находится в термодинамическом равновесии с кристаллической решёткой

Классическая электронная теория проводимости металлов

Средняя арифметическая скорость ***<u>теплового</u>*** движения электронов при комнатной температуре *T*~300 К (как для идеального газа):

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_e}} \approx \sqrt{\frac{8 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \frac{м}{с}$$

Средняя скорость ***<u>направленного</u>*** движения при прохождении тока:

$$j = q_0 \cdot n \cdot \langle \mathrm{v} \rangle$$

Допустимая плотность тока

$$j \approx 10^7 \frac{A}{м}$$

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{j}{n \cdot e} \approx \frac{10^7}{10^{29} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{-3} \frac{м}{с}$$

$$\boxed{\langle \mathrm{v} \rangle << \langle u \rangle}$$

<u>Полная скорость равна тепловой:</u>

$$\boxed{\langle \mathrm{v}_{\text{полная}} \rangle = \langle |\vec{\mathrm{v}} + \vec{u}| \rangle \approx \langle u \rangle}$$

Закон Ома
в классической электронной теории проводимости металлов

На электроны со стороны электрического поля ***E*** действует сила: $F = e \cdot E$

Ускорение электрона $a = \dfrac{F}{m_e} = \dfrac{e \cdot E}{m_e}$

Электрон разгоняется в течение времени *t* под действием силы от нулевой начальной скорости до максимальной, пока не столкнётся с ионом

$$\mathrm{v}_{max} = \mathrm{v}_0 + a \cdot t = a \cdot t$$

Средняя скорость за время свободного пробега:

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_{max}}{2} = \frac{a \cdot t}{2} = \frac{e \cdot E \cdot t}{2 \cdot m_e}$$

Среднее время свободного пробега:

$$t = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}$$

Средняя длина свободного пробега

<u>Закон Ома</u>
в классической электронной теории проводимости металлов

Плотность тока:

$$j = e \cdot n \cdot \langle \mathrm{v} \rangle = e \cdot n \cdot \frac{e \cdot E \cdot t}{2 \cdot m_e} = \frac{n \cdot e^2 \cdot E}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} \cdot E = \gamma \cdot E$$

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{e \cdot E \cdot t}{2 \cdot m_e}$$

$$t = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}$$

$$j = \gamma \cdot E$$

– закон Ома в дифференциальной форме

$$\gamma = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}$$

– удельная электропроводимость

Закон Джоуля-Ленца
в классической электронной теории проводимости металлов

Кинетическая энергия электрона в конце разбега

$$W_{кин.} = \frac{m_e \cdot \mathrm{v}_{\max}^2}{2}$$

Удельная тепловая мощность тока

$$w = \frac{dQ}{dt \cdot \Delta V}$$

$$w = W_{кин.} \cdot n \cdot \langle z \rangle$$

Энергия одного электрона, переданная иону при столкновении

Число электронов в 1м^3 (концентрация)

Среднее число столкновений электрона с ионами за 1 с

$$\langle z \rangle = \frac{1}{t} = \frac{\langle u \rangle}{\langle \lambda \rangle}$$

$$w = W_{кин.} \cdot n \cdot \langle z \rangle$$

$$W_{кин.} = \frac{m_e \cdot \mathrm{v}_{\max}^2}{2}$$

$$\mathrm{v}_{\max} = \frac{e \cdot E \cdot t}{m_e}$$

$$\langle z \rangle = \frac{1}{t} = \frac{\langle u \rangle}{\langle \lambda \rangle}$$

$$w = \frac{m_e \cdot \mathrm{v}_{\max}^2}{2} \cdot n \cdot \frac{1}{t}$$

$$w = \frac{m_e \cdot \left(\dfrac{e \cdot E \cdot t}{m_e} \right)^2}{2} \cdot n \cdot \frac{1}{t} = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot t \cdot E^2$$

$$w = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} \cdot E^2$$

$$\gamma = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}$$

$$w = \gamma \cdot E^2$$

Недостатки классической электронной теории

1. Неверно даёт зависимость сопротивления металла от температуры

Эксперимент:

$$\rho \sim T$$

$$\rho = \rho_0 \alpha \cdot T$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot t)$$

Теория:

$$\rho = \frac{1}{\gamma}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{n \cdot e^2}{2 \cdot m_e} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}}$$

$$\rho = \frac{2 \cdot m_e}{n \cdot e^2} \cdot \frac{\langle u \rangle}{\langle \lambda \rangle}$$

$$\rho \sim \langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_e}} \sim \sqrt{T}$$

Недостатки классической электронной теории

2. Неверно предсказывает молярную теплоёмкость металлов

Теория:

$$C_{Vm.} = C_{реш.} + C_{эл.газ} = 3R + \frac{3}{2}R = 4.5 \cdot R$$

По закону Дюлонга и Пти;

i=3

Три колебательных степени свободы у иона

Идеальный электронный газ – одноатомный

i=3

Три поступательных степени свободы

Эксперимент:

$$C_V = 3R$$

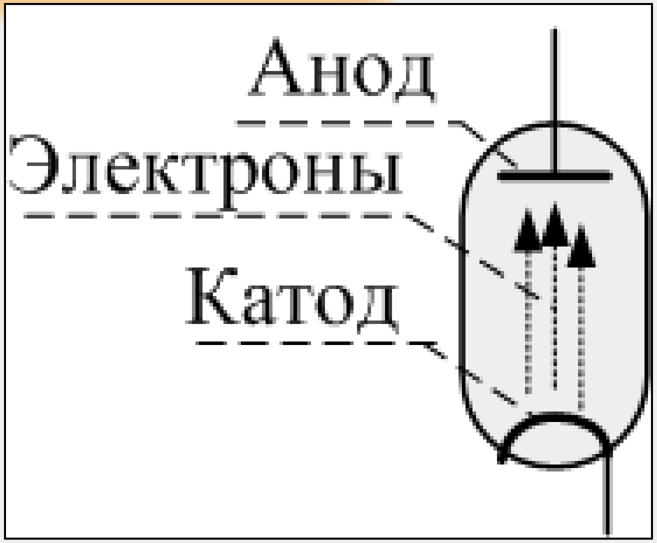
Универсальная газовая постоянная

Причина: электронный газ в металлах нельзя считать классическим. Это – <u>квантовый</u> газ

Термоэлектронная эмиссия

Ток в вакууме

В вакуумных электронных лампах электрический ток – это пучок электронов, движущихся между электродами лампы



Для того, чтобы электрон вышел из металла электрода, он должен затратить энергию

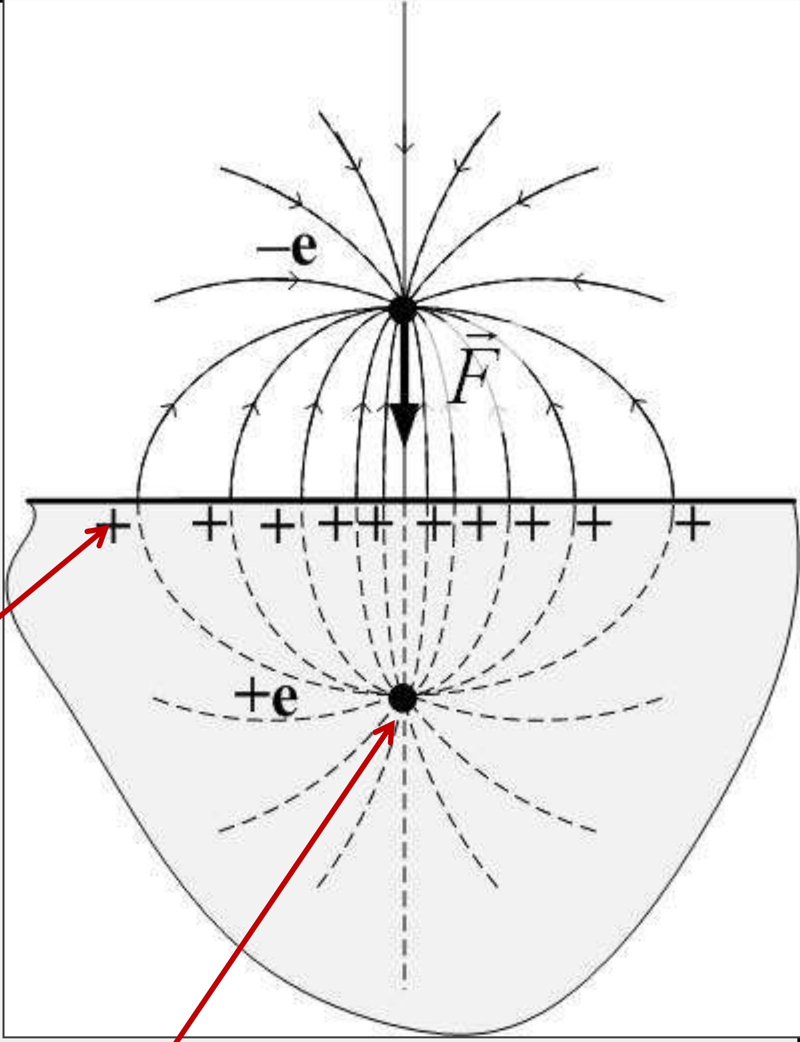
это – работа выхода $\mathbf{A}_{\text{вых.}}$

Определение:

Работа выхода электрона из металла – это минимальная энергия, которую должен затратить электрон, чтобы выйти из металла в вакуум

Причины существования работа выхода:

1. **Явление электростатической индукции**



Поле электрона, находящегося вблизи поверхности металла в вакууме, заставляет электроны металла уходить от поверхности

В результате на поверхности возникает нескомпенсированный индуцированный положительный заряд, и к нему электрон притягивается

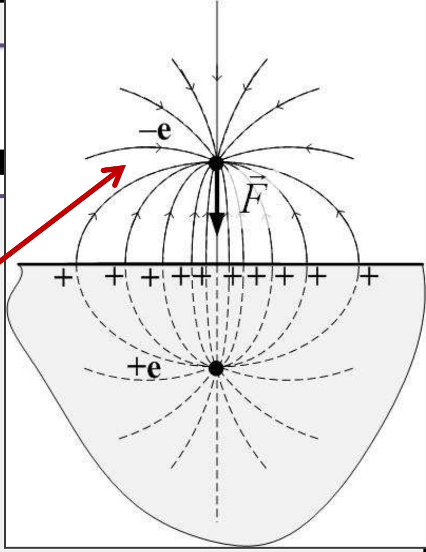
На электрон действует сила, затягивающая электрон обратно в металл

Метод изображений:

Вне металла поле такое же, как будто создано электроном и его положительным отражением в плоскости-поверхности металла

Причины существования работа выхода:

2. Двойной заряженный слой загоняет электроны назад в мет



При T>0 К часть электронов имеет энергию, достаточную, чтобы покинуть металл и выйти в вакуум

Металл оказывается окружён облаком электронов

Заряженное отрицательно, это облако препятствует выходу других электронов

Сам металл при выходе электронов заряжается положительно, и это тоже препятствует выходу их него электронов

Вывод:

При выходе из металла электроны должны преодолеть потенциальный барьер на границе металл-вакуум

Его высота равна работе выхода электрона из металла

$$A_{вых.} = e \cdot \Delta\varphi$$

$$A_{вых.} = e \cdot \Delta\varphi$$

$$\varphi_{\infty} = 0$$

$$\varphi_{металла} = \Delta\varphi = \frac{A_{вых.}}{e} > 0$$

$$W_{e^{-}\text{ в металле}} = (-e) \cdot \varphi < 0$$

Металл – это потенциальная яма для электронов

Даже при комнатной температуре часть электронов имеют энергию, достаточную, чтобы покинуть металл

С повышением температуры доля таких электронов растёт экспоненциально

Это следует из распределения Больцмана по энергиям:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\Delta W}{kT}}$$

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{A_{вых.}}{kT}}$$

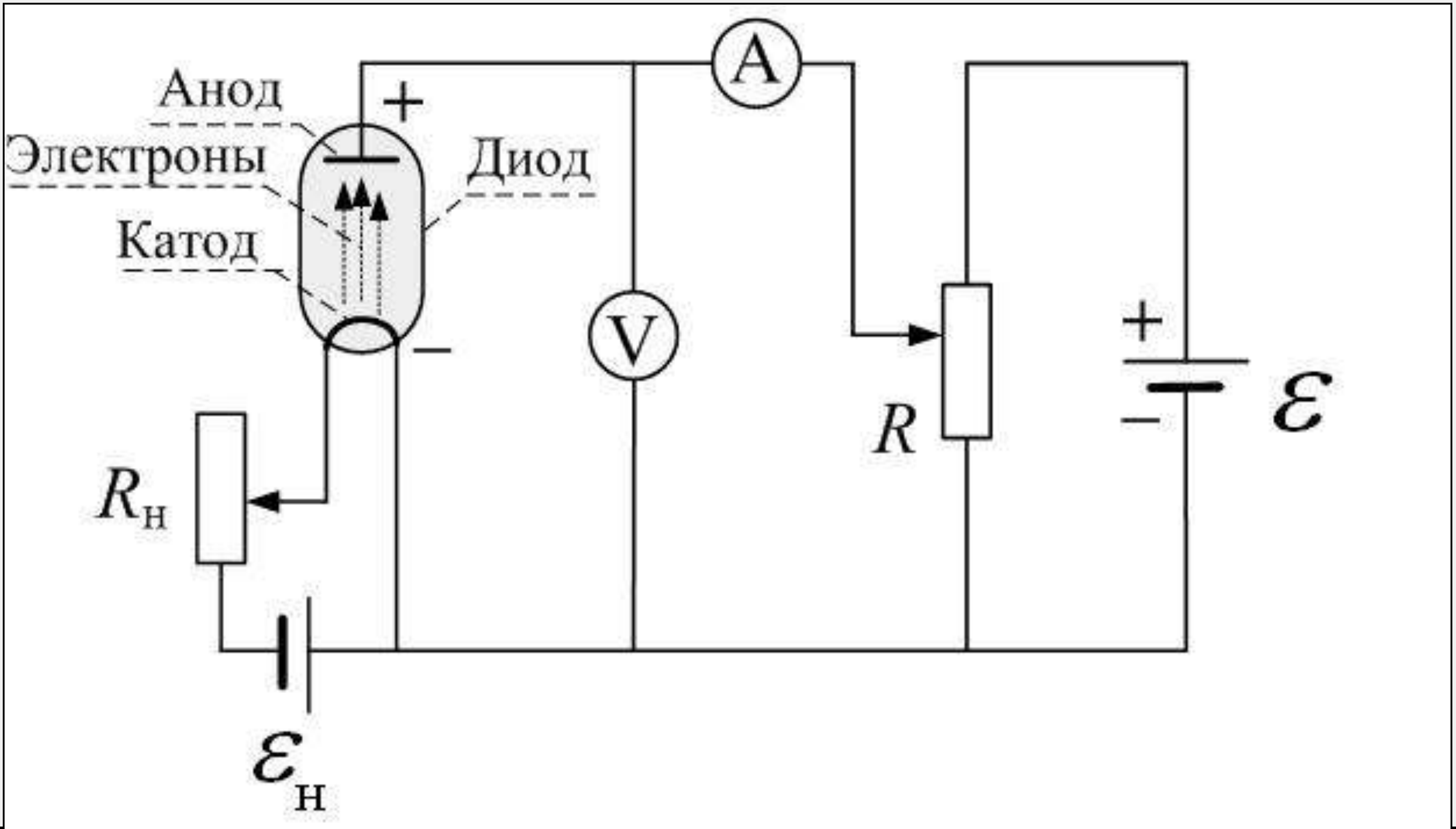
Концентрация электронов в вакууме

Концентрация электронов в металле

<u>Термоэлектронная эмиссия</u> –
это испускание электронов нагретым металлом

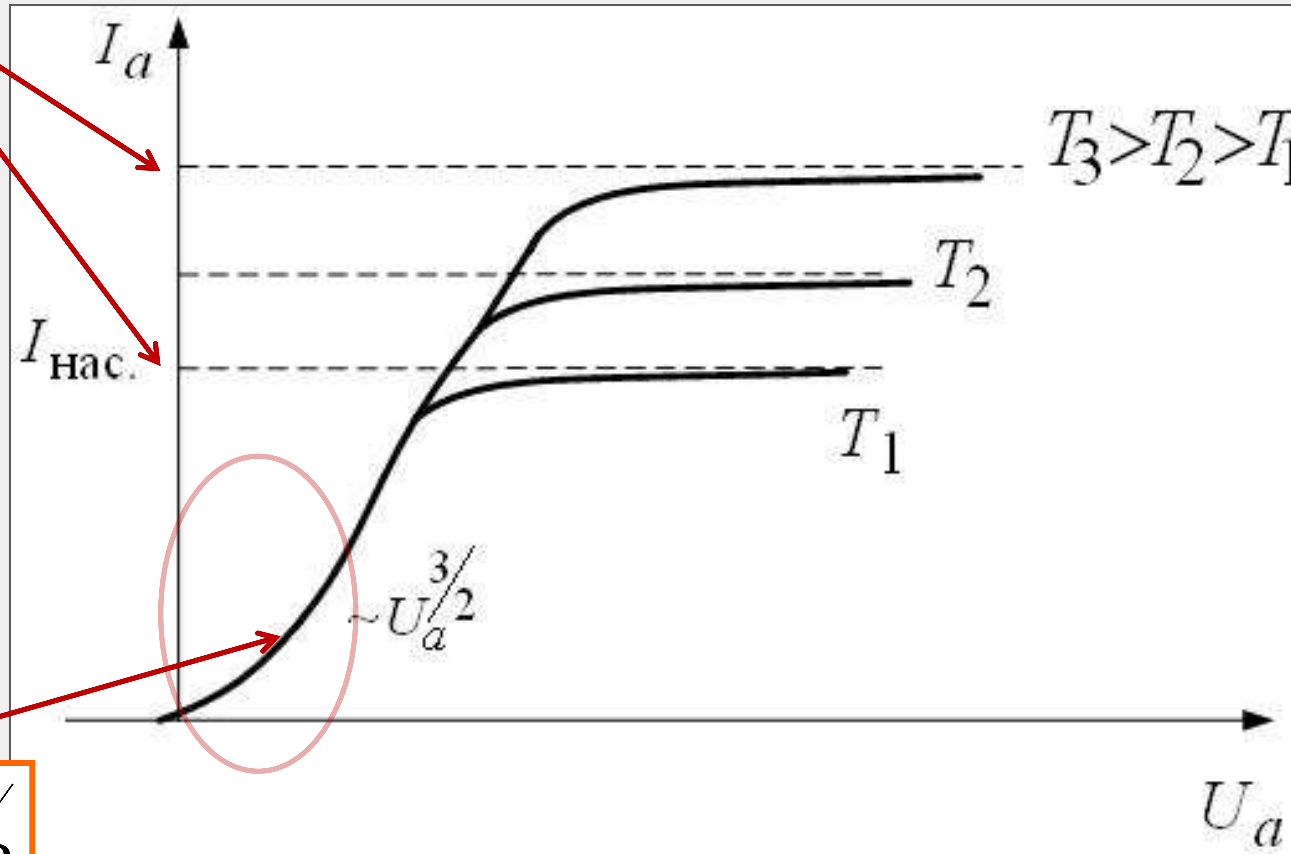
Работа выхода совершается за счёт тепловой энергии

Термоэлектронная эмиссия используется в электронных лампах
Простейшая лампа – <u>диод</u>



Вольт-амперная характеристика диода

$$j_{нас.} = BT^2 \exp\left(-\frac{A_{вых.}}{kT}\right)$$



$$I_a = CU_a^{3/2}$$