Интегрирование, часть 3, практическая часть

8.3.5. $\int\frac{dx}{x^2+10x+29}=[x^2+10x+29, D=10-4*29=-16\rightarrow$ **корней нет** $\rightarrow III$ **тип**$]=$
$\left[\frac{Ax+B}{x^2+px+q}=\frac{A}{2}\frac{(2x+p)+\left(B-\frac{Ap}{2}\right)}{x^2+px+q}\rightarrow A=0, B=1, p=10, q=29\right]=\left[\int\frac{\frac{0}{2}(2x+10)+1-\frac{0*10}{2}}{x^2+10x+29}dx\right]=$
$\left[\int\frac{dx}{x^2+px+q}; x^2+px+q\rightarrow y^2+a^2, a=\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}; y=x+\frac{p}{2}\rightarrow y=\frac{x+10}{2}=x+5, dy=dx\right]=$

$\int\frac{dx}{x^2+10x+29}=[x^2+10x+29=0, D=-16\rightarrow$ **корней нет** $\rightarrow III$ **тип**$]=\Big[a=0, B=1, p=10, q=$
$29; y=x+\frac{p}{2}\rightarrow y=x+5, dy=dx, x^2+px+q=y^2+a^2=y^2\left(\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}\right)^2=y^2\left(\sqrt{29-\frac{100}{4}}\right)^2=$
$y^2+4\Big]=\int\frac{dy}{y^2+4}=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{y}{2}+C=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x+5}{2}+C$

8.3.6. $\int\frac{(x+6)dx}{x^2-2x+17}=\Big[x^2-2x+17=0, D=4-68=-64\rightarrow$ корней нет $\rightarrow III$ тип; $A=1, B=$
$6, p=-2, q=17, x+6=\frac{1}{2}(2x+(-2))+\left(6-\frac{1*(-2)}{2}\right)=1.(x^2-2x+17)'=2x-$
$2[2x+p], 2. x+6=\frac{1}{2}*2x-\frac{1}{2}*2+7\Big]=\int\frac{\frac{1}{2}(2x-2)+7}{x^2-2x+17}dx=\int\frac{\frac{1}{2}(2x-2)}{x^2-2x+17}dx+\int\frac{7dx}{x^2-2x+17}=$
$\frac{1}{2}\int\frac{2x-2}{x^2-2x+17}dx+7\int\frac{dx}{x^2-2x+17}=\Big[1. t=x^2+px+q\rightarrow dt=(2x+p)dx;\ t=x^2-2x+17\rightarrow dt=$
$(2x-2)dx; 2. y=x+\frac{p}{2}\rightarrow dy=dx\rightarrow x^2+px+q=y^2+a^2=y^2+\left(\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}\right)^2, y=x-1\rightarrow$
$dy=dx\rightarrow x^2-2x+17=y^2+17-\frac{4}{4}=y^2+16\Big]=\frac{1}{2}\int\frac{dt}{t}+7\int\frac{dy}{y^2+16}=\frac{1}{2}\ln|t|+7*\frac{1}{4}*\operatorname{arctg}\frac{y}{4}+$
$C=\frac{1}{2}\ln|x^2-2x+17|+\frac{7}{4}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{4}+C=[x^2-2x+17=0\rightarrow$ корней нет $\rightarrow$ ветки вверх$]=$
$\frac{1}{2}\ln(x^2-2x+17)+\frac{7}{4}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{4}+C$

8.3.7. $\int\frac{(4x-1)dx}{x^2+x+1}=\Big[x^2+x+1=0, D=1-4=-3\rightarrow$ корней нет $\rightarrow III$ тип; $A=4, B=-1, p=$
$1, q=1, 4x-1=\frac{4}{2}(2x+1)+\left(-1-\frac{4}{2}\right)=2(2x+1)-3\Big]=\int\frac{2(2x+1)-3}{x^2+x+1}dx=2\int\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx-$
$3\int\frac{dx}{x^2+x+1}=\Big[1. t=x^2+x+1\rightarrow dt=(2x+1)dx; 2. y=x+\frac{1}{2}\rightarrow dy=dx\rightarrow x^2+x+1=y^2+$
$1-\frac{1}{4}=y^2+\frac{3}{4}\Big]=2\int\frac{dt}{t}-3\int\frac{dy}{y^2+\frac{3}{4}}=2\ln|t|+3*\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{3}}y+C=2\ln|x^2+x+1|-$
$2\sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{2\left(x+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}+C=2\ln(x^2+x+1)-2\sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+C$

8.3.9. $\int\frac{dx}{(x^2+1)^2}=\Big[x^{+1}\rightarrow x^2=-1\rightarrow$ нет корней $\rightarrow IV$ тип; $y=x+\frac{p}{2}, a=\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}, x^2+px+q=$
$y^2+a^2\rightarrow A=0, B=1, p=0, q=1; y=x=\frac{p}{2}, q=\sqrt{1-\frac{0}{4}}=1\rightarrow x^2+1=y^2+1; dy=dx\Big]=$
$\left[\int\frac{dy}{(y^2+a^2)^n}=\frac{1}{2(n-1)a^2}*\frac{y}{(y^2+a^2)^{n-1}}+\frac{1}{a^2}*\frac{2n-3}{2n-2}\int\frac{dy}{(y^2+a^2)^{n-1}}\right]=\frac{1}{2*2*1}*\frac{y}{(y^2+1)^2}+\frac{3}{4}\Big(\frac{1}{2*1*1}*\frac{y}{(y^2+1)^2}+\frac{1}{1}*$
$\frac{1}{2}\int\frac{dy}{(y^2+a^2)^1}\Big)=\frac{y}{4(y^2+1)^2}+\frac{3}{4}\left(\frac{y}{2(y^2+1)}+\frac{1}{2}\int\frac{dy}{y^2+1}\right)=\frac{y}{4(y^2+1)^2}+\frac{3y}{8(y^2+1)}+\frac{3}{8}\operatorname{arctg}y+C=\frac{x}{4(x^2+1)^2}+$
$+\frac{3}{8}\left(\frac{x}{x^2+1}+\operatorname{arctg}x\right)+C$