# Лабораторная работа № 2.1. Конспект «Математические объекты и их представления»

## Компьютерная алгебра

Компьютерная алгебра — область математики, лежащая на стыке алгебры и вычислительных методов. Для нее, как и для любой области, лежащей на стыке различных наук, трудно определить четкие границы. Часто говорят, что к компьютерной алгебре относятся вопросы, слишком алгебраические, чтобы содержаться в учебниках по вычислительной математике и слишком вычислительные, чтобы содержаться в учебниках по алгебре. При этом ответ на вопрос о том, относится ли конкретная задача к компьютерной алгебре, часто зависит от склонностей специалиста.[[1]](#footnote-1) Компьютерная алгебра занимается разработкой и реализацией аналитических методов решения математических задач на компьютере и предполагает, что исходные данные, как и результаты решения, сформулированы в аналитическом (символьном) виде.[[2]](#footnote-2)

К часто встречающимся математическим объектам относятся: числа, целые числа или выражения. Каждая раздел математики имеет свои объекты.[[3]](#footnote-3) Вот некоторые примеры: рациональные числа, полиномы от одной переменной, полиномы от нескольких переменных, рациональные функции. В математике есть такое понятие как натуральные числа, но в системах компьютерной алгебры таких типов данных нет, так как они входят в целые числа.

В компьютерной алгебре рассматриваются точные аналитические преобразования и никакие округления или другие искажения целых чисел недопустимы. Необходимо рассматривать целые числа произвольной длины. Для представления выбирают в качестве основания некоторое число N и представляют числа, по аналогии с обычной десятичной системой, относительно этого основания (с помощью цифр от 0 до N-1) с добавлением знакового бита. Например, на 32-битовых компьютерах можно выбрать в качестве N 109, или 230, или 231. Обыкновенные дроби представляются в виде пары целых чисел: числителя и знаменателя (p/q, q≠0). Не нужно их заменять приближенными значениями с плавающей точкой. Например: умножение дробей a/b и c/d, представленных в несократимом виде: . НОД (a,d); НОД (b,c); a’=a/НОД(a,d); b’=b/НОД(b,c); c’=c/НОД(b,c); d’=d/НОД(a,d); p=a’c’; q=b’d’.

## Алгебраические функции

Алгебраическая функция — элементарная функция, которая в окрестности каждой точки области определения может быть неявно задана с помощью алгебраического уравнения.[[4]](#footnote-4) Алгебраическая функция — функция, связанная с независимым переменным алгебраическим уравнением.[[5]](#footnote-5)

Некоторые примеры алгебраических функций: простые радикалы, вложенные радикалы, общие алгебраические выражения.

Под алгебраическими объектами (числами и функциями) понимают решение полиномиальных уравнений. Например, — алгебраическое число, как решение уравнения x2-3=0. Различают три класса алгебраических выражений: 1. Простые радикалы. Две проблемы – однозначность представления и взаимная зависимость радикалов – корни различных степеней могут выражаться один через другой; 2. Вложенные радикалы. Две проблемы однозначности и соотношение между радикалами; 3. Общие алгебраические выражения. Требуется, чтобы полиномы, определяющие алгебраические числа и функции, были неприводимыми (неразложимыми).[[6]](#footnote-6)

В компьютерной алгебре матрицы имеют две формы представления: двумерный массив и список списков. В математике обычно матрица записывается в виде прямоугольной таблицы элементов кольца или поля (например, целых, действительных или комплексных чисел), которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы.[[7]](#footnote-7) Для представления матриц обычно используется плотное представление (т. е. хранятся все элементы матриц, включая нулевые). В некоторых особых случаях для матриц специального вида (диагональных, ленточных и т. п.) применяется разреженное представление.[[8]](#footnote-8)

1. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/308929> [↑](#footnote-ref-1)
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Символьные_вычисления> [↑](#footnote-ref-2)
3. <https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_object> [↑](#footnote-ref-3)
4. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгебраическая_функция> [↑](#footnote-ref-4)
5. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc3p/50874/АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ> [↑](#footnote-ref-5)
6. <https://studfile.net/preview/2975741/page:24/> [↑](#footnote-ref-6)
7. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Матрица_(математика)> [↑](#footnote-ref-7)
8. <http://kspt.icc.spbstu.ru/media/files/2012/course/comp-algebra/CAS_L07.pdf> [↑](#footnote-ref-8)