

Laboratorio 1

Computación Científica I

I) Representación Punto Flotante
II) Pérdida de significancia

INTEGRANTES:

Oscar Rencoret oscar.rencoret@alumnos.usm.cl 2011735352-8

Ximena Rojas ximena.rojas@alumnos.usm.cl 201173568-4

1 Introducción

Este informe tiene como objetivo resolver y analizar los ejercicios propuestos que ponen en evidencia las limitaciones de realizar calculos aritmeticos en un computador y que se deben tener en cuenta al realizar operaciones aritmeticas.

2 Pequeña descripción de los experimentos

- Se pone a prueba la precisión del ordenador, realizando operaciones aritmeticas en ordenes de magnitud alrededor del ϵ_{match}
- Se representan gráficamente los numeros decimales en notación de punto flotante con la finalidad de evidenciar la perdida de precición.

3 Parte I: Representación Punto Flotante

3.1 Pregunta 1

a) Calcule las distancias aritméticamente.

Aritméticamente las sumas dan como resultado:

$$\begin{aligned} \text{i. } & ((1 + 2^{-52}) - 1) + 2^{-54} + 1 = 2^{-52} + 2^{-54} + 1 \\ & 2^{-52} + 2^{-54} + 1 = 2^2 * 2^{-54} + 2^{-54} + 1 \\ & 2^2 * 2^{-54} + 2^{-54} + 1 = 2^{-54}(2^2 + 1) + 1 \\ & 2^{-54}(2^2 + 1) + 1 = 2^{-54} * 5 + 1 \end{aligned}$$

$$5 * 2^{-54} + 1 = 1.000000000000000277555756$$

$$\begin{aligned} & ((1 + 2^{-54}) - 1) + 2^{-52} + 1 = 2^{-54} + 2^{-52} + 1 \\ & 2^{-54} + 2^{-52} + 1 = 2^{-54} + 2^2 * 2^{-54} + 1 \\ & 2^{-54} + 2^2 * 2^{-54} + 1 = 2^{-54}(1 + 2^2) + 1 \\ & 2^{-54}(1 + 2^2) + 1 = 2^{-54} * 5 + 1 \end{aligned}$$

$$5 * 2^{-54} + 1 = 1.000000000000000277555756$$

$$\text{ii. } (5 - 4) + 2^{-52} = 1 + 2^{-52}$$

$$1 + 2^{-52} = 1.000000000000000222044605$$

$$\begin{aligned} 5 - (4 - 2^{-52}) &= 5 - 4 - 2^{-52} \\ 5 - 4 - 2^{-52} &= 1 - 2^{-52} \end{aligned}$$

$$1 - 2^{-52} = 0.999999999999999777955395$$

$$\text{iii. } (2^{53} + (-2^{53})) + (1 + 0.5 + 0.25) = (2^{53} - 2^{53}) + 1.75$$

$$(2^{53} - 2^{53}) + 1.75 = 1.75$$

$$(2^{53} + (1 + 0.5 + 0.25)) - 2^{53} = 2^{53} + 1.75 - 2^{53}$$

$$2^{53} + 1.75 - 2^{53} = 1.75$$

- b) Con la ayuda de *Python* o *Matlab*, calcule nuevamente las distancias, esta vez computacionalmente, analizando cada caso del calculo (desarrollo de los paréntesis) y como influyen en el resultado
Lo resultados son:

```
i.1
((1 + 2**(-52)) - 1) + 2**(-54) + 1
((1.00000000000000002) - 1) + 2**(-54) + 1
(2.220446049250313e-16) + 2**(-54) + 1
2.7755575615628914e-16 + 1
1.00000000000000002
```

```
i.2
((1 + 2**(-54)) - 1) + 2**(-52) + 1
((1.0) - 1) + 2**(-52) + 1
(0.0) + 2**(-52) + 1
2.220446049250313e-16 + 1
1.00000000000000002
```

```
ii.1
(5 - 4) + 2**(-52)
1 + 2**(-52)
1.00000000000000002
ii.2
5 - (4 - 2**(-52))
5 - 4.0
1.0
```

```
iii.1
(2**(53) + (-2**(53))) + (1 + .5 + .25)
0 + 1.75
1.75
iii.2
(2**(53) + (1 + .5 + .25)) - 2**(53)
9007199254740994.0 - 2**(53)
2.0
```

El código utilizado para resolver las sumas se encuentra en el Anexo "Códigos para resolver Pregunta 1".

- c) Defina que es ϵ_{match}
 ϵ_{match} es la distancia que existe entre el número 1 y el menor número siguiente en representación punto flotante que es mayor a 1. En representación con doble precisión de punto flotante, corresponde a $1 + 2^{-52}$, por lo que la distancia corresponde a $\epsilon_{mach} = 2^{-52}$.
- d) Analice y concluya: ¿Existen diferencias entre los resultados aritméticos y computacionales?. De ser así, explique porque ocurren estas diferencias
- e) ¿Qué distancias son representables en el sistema?

3.2 Pregunta 2

3.3 Pregunta 3

4 Parte II: Pérdida de Significancia

4.1 Pregunta 1

5 Conclusión

6 Referencias

7 Anexo

7.1 Códigos para resolver Pregunta 1

```
dl_i_1 = ((1 + 2**(-52)) - 1) + 2**(-54) + 1
dl_i_2 = ((1 + 2**(-54)) - 1) + 2**(-52) + 1
dl_ii_1 = (5 - 4) + 2**(-52)
dl_ii_2 = 5 - (4 - 2**(-52))
dl_iii_1 = (2**(53) + (-2**(53))) + (1 + .5 + .25)
dl_iii_2 = (2**(53) + (1 + .5 + .25)) - 2**(53)
print dl_i_1
print dl_i_2
print (dl_i_1 == dl_i_2)
print dl_ii_1
print dl_ii_2
print (dl_ii_1 == dl_ii_2)
print dl_iii_1
print dl_iii_2
print (dl_iii_1 == dl_iii_2)
```