

Расчетная работа №1.2

Дисциплина: Теория вероятности и математическая статистика

Тема: info_messages

Выполнил

студент гр. 3530901/90003

(подпись)

Руднев А.К.

Преподаватель

(подпись)

Никитин К.В.

«__» _____ 2021 г.

Содержание

1. Техническое задание	3
2. Формулы:	5
3. Вспомогательные материалы.....	6
4. Выполнение работы	7
1.1.1 Переданное сообщение при равномерном распределении всех символов	7
1.1.2 Энтропия и количество информации при равномерном распределении всех символов	20
1.2.1 Передаваемое сообщение при вероятности букв, заданной таблицей 2.....	21
1.2.2 Энтропия и количество информации при распределении символов, заданных таблицей 2.....	33
1.3.1 Сравнение результатов п.1.1 и п.1.2	34
2.1.1 Определение переданного сообщения при равномерном распределении символов.....	35
2.1.2 Энтропия и количество информации при равномерном распределении символов.....	35
2.2.1 Определение переданного сообщения при заданных вероятностях 	35
2.2.2 Энтропия и количество информации при заданных вероятностях 	36
2.3.1 Сравнение результатов п.2.1 и п.2.2	36
5. Вывод	37

1. Техническое задание

По каналу связи передаются буквы $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ в двоичном коде. Последовательность переданных букв образует сообщение. Канал симметричный, вероятность искажения каждого отдельного символа (бита) равна q . В результате однократной передачи сообщения $X = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}]$ на приемной стороне принято сообщение $Y_1 = [y_1^{(1)}, y_1^{(2)}, \dots, y_1^{(k)}]$. В результате повторной передачи того же слова на приемной стороне принято слово $Y_2 = [y_2^{(1)}, y_2^{(2)}, \dots, y_2^{(k)}]$. В результате последней (m -й) передачи того же слова на приемной стороне принято слово $Y_m = [y_m^{(1)}, y_m^{(2)}, \dots, y_m^{(k)}]$.

Передаваемые буквы (алфавит) и их код приведен в табл.1 приложения. Для каждого студента есть свой вариант в виде текстового файла, названного по фамилии и имени студента. В файле задается число букв в сообщении, разрядность кода (количество бит, используемых при передаче одной буквы), шум (вероятности искажения символов 0-1 и 1- 0, а также вероятность стирания символов), число посылок m и набор из m посылок (принятых сообщений $Y^{(i)}$).

Исходные данные (task_1_info_messages.txt) Ниже приведен пример файла с исходными данными.

```
Число букв: 230      Разрядность кода: 7 бит      P_err0r_01: 0.166      P_err0r_10: 0.166      P_erase: 0.000Число посылок: 10
Зашумленная посылка № 01: 0101000 1101101 1011110 1010010 0001011 0101010
0010000 0110110 1011111 1101011 0010100 0111001 0111010 1111101 0101011 1110010
0011100 0101111 1101100 0110110 1001011 1001101 1000110 0100100 0110011 1010010
0011110 0110000 0100111 0011011 0101111 1000101 1010111 0000000 0000111 0000011
0100000 1001001 0000000 0000001 1001110 0000001 1001001 1001100 1000100 ...
....
```

Рис. 1 – Пример исходного файла

Возможно 4 типа канала связи:

- двоичный симметричный канал без стирания – $P_{10}=P_{01}$, $P_{erase}=0$
- двоичный симметричный канал со стиранием – $P_{10}=P_{01}$, $P_{erase}\neq 0$
- двоичный несимметричный канал без стирания – $P_{10}\neq P_{01}$, $P_{erase}=0$
- двоичный несимметричный канал со стиранием – $P_{10}\neq P_{01}$, $P_{erase}\neq 0$

В случае каналов со стиранием помимо 0 и 1 в сообщениях фигурирует символ '-', обозначающий, что произошло стирание символа из-за соответствующей ошибки при передаче.

Задание ч.1. Последовательная передача одинаковых сообщений

1.1. Определение переданного сообщения

- вычислите априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита $p(x_i)$, рассмотрите два случая (все дальнейшие расчеты в п. 1.1 и 1.2 необходимо будет проделать для этих двух вариантов):
 - все символы равновероятны;
 - вероятности букв задаются исходя из известной информации о частоте букв в русском алфавите (таблица 2);
- вычислите апостериорное распределение вероятностей после 1-й, 2-й и m-й передачи для каждой s буквы сообщения - $P(x_i / y_1^{(s)})$, $P(x_i / y_1^{(s)} y_2^{(s)})$, $P(x_i / y_1^{(s)} y_2^{(s)} y_3^{(s)})$, ..., $P(x_i / y_1^{(s)} y_2^{(s)} \dots y_m^{(s)})$; при расчете используются формулы (3), (4) и (6); следует учитывать, что для повторных посылок априорные вероятности будут совпадать с апостериорными для предыдущей посылки (см. формулу (6)).
- постройте график изменения апостериорного распределения вероятностей на примере любой 1-ой передаваемой буквы сообщения (n передач => n графиков друг под другом, на графике по оси X – номер символа, по оси Y – вероятность)
- по максимуму апостериорной вероятности определите наиболее вероятные буквы и составьте вариант исходного переданного сообщения для 1-й, 2-й и m-й посылки;
- проанализируйте, как повторные передачи сказались на принятии решения.

1.2. Расчет энтропии и количества информации

- Выберите в посылаемом сообщении произвольную букву (под номером s), далее все вычисления будут относиться к этой букве;
- Определите апостериорные вероятности, рассматривая каждую передачу независимо от другой; схема вычислений следующая $P(x_i) \rightarrow P(y_j / x_i) \rightarrow P(y_j) \rightarrow P(x_i / y_j)$; при расчете используйте формулы (3), (4) и (5).
- Определите условные энтропии $H(X / y_j)$ на сообщения y_j по формуле (2), среднее количество информации $I(X, y_j)$ об X, содержащееся в y_j по формуле (8).
- Определите среднюю условную энтропию $H(X/Y)$ по формуле (7) и среднюю взаимную информацию $I(X,Y)$ по формуле (9).
- Постройте графики изменения условной энтропии $H(X / y_j)$ и количества информации $I(X, y_j)$ от номера посылки.

1.3. Сравните результаты п. 1.1 и 1.2 при различных заданиях изначальных априорных вероятностей.

Задание ч. 2 Передача сообщения путем многократного дублирования

Рассмотрите m передач сообщений как передачу одного большого сообщения, в котором каждый символ многократно (m-кратно) дублируется

На входе $X_{new} = [x_{new}^{(1)}; x_{new}^{(2)}; \dots; x_{new}^{(k)}] = [x^{(1)} x^{(1)} \dots x^{(1)}, x^{(2)} x^{(2)} \dots x^{(2)} \dots, x^{(k)} x^{(k)} \dots x^{(k)}]$,

На выходе $Y_{new} = [y_{new}^{(1)}; y_{new}^{(2)}; \dots; y_{new}^{(k)}] = [y_1^{(1)} y_2^{(1)} \dots y_m^{(1)}, y_1^{(2)} y_2^{(2)} \dots y_m^{(2)} \dots y_1^{(k)} y_2^{(k)} \dots y_m^{(k)}]$.

При этом новый алфавит по сути – m-кратное дублирование старого алфавита:

$[x_{new1}; x_{new2}; \dots; x_{newm}] = [x_1 x_1 \dots x_1; x_2 x_2 \dots x_2; \dots; x_n x_n \dots x_n]$

2.1. Определение переданного сообщения

- вычислите априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита $p(x_i)$ – рассмотрите два случая (по аналогии с п.1. все дальнейшие расчеты в п. 2.1 и 2.2 необходимо выполнить для этих двух вариантов):
 - все символы равновероятны;
 - вероятности букв задаются исходя из известной информации о частоте букв в русском алфавите (таблица 2);
- вычислите апостериорное распределение вероятностей для каждой 1 буквы сообщения - $P(x_{newi} / y_{new}^{(l)})$; при расчете используются формулы (3), (4);
- постройте график апостериорного распределения вероятностей на примере 1-ой передаваемой буквы сообщения
- по максимуму апостериорной вероятности определите наиболее вероятные буквы и составьте вариант исходного переданного сообщения – сравните его со случаем передачи сообщений последовательно

2.2. Расчет энтропии и количества информации

- Выберите в посылаемом сообщении ту же букву, что и использовалась в п. 1.2, далее все вычисления будут относиться к этой букве;
- Определите апостериорные вероятности; схема вычислений следующая $P(x_{newi}) \rightarrow P(y_{new} / x_{newi}) \rightarrow P(y_{new}) \rightarrow P(x_{newi} / y_{new})$; при расчете используйте формулы (3), (4) и (5).
- Определите условную энтропию $H(X_{new} / y_{new})$ на сообщения y_{new} по формуле (2), среднее количество информации $I(X, y_{new})$ об X, содержащееся в y_{new} по формуле (8).
- Определите среднюю условную энтропию $H(X_{new} / Y_{new})$ по формуле (7) и среднюю взаимную информацию $I(X, Y_{new})$ по формуле (9).

Сравните результаты (энтропия, количество информации) с п.1.2 и объясните их.

2. Формулы:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{i=0}^n P(H_i)P(A|H_i)}$$

Формула полной вероятности: $P(A) = \sum_{i=0}^n P(H_i)P(A|H_i)$

$$H(X | y_j) = - \sum_{i=0}^n p(x_i|y_j) * \log_2 p(x_i|y_j)$$

$$p(x_i|y_j) = \frac{p(y_j|x_i)p(x_i)}{p(y_j)} = \frac{p(y_j|x_i)p(x_i)}{\sum_k p(y_j|x_k)p(x_k)}$$

$$p(y_j) = \sum_k p(y_j|x_k)p(x_k)$$

$$p(x_i|y_1y_2 \dots y_j) = \frac{p(y_j|x_i)p(x_i|y_1y_2 \dots y_{j-1})}{p(y_j)} = \frac{p(y_j|x_i)p(x_i|y_1y_2 \dots y_{j-1})}{\sum_k p(y_j|x_k)p(x_k|y_1y_2 \dots y_{j-1})}$$

$$H(X|Y) = \sum_{j=1}^n p(y_j) * H(X|y_j) = H(X, Y) - H(Y)$$

$$I(X: y_j) = - \sum_{i=1}^n p(x_i|y_j) * \log_2 p(x_i) - H(X|y_j)$$

$$I(X:Y) = \sum_{i=1}^n p(y_j) * I(X:y_j) = H(X) - H(X,Y)$$

3. Вспомогательные материалы

Табл. 1 Символы и их коды

Символ	Код	Символ	Код	Символ	Код	Символ	Код	Символ	Код
0	0000000	Й	0010100	Э	0101000	р	0111100	?	1010000
1	0000001	К	0010101	Ю	0101001	с	0111101	-	1010001
2	0000010	Л	0010110	Я	0101010	т	0111110	_	1010010
3	0000011	М	0010111	а	0101011	у	0111111	№	1010011
4	0000100	Н	0011000	б	0101100	ф	1000000	(1010100
5	0000101	О	0011001	в	0101101	х	1000001)	1010101
6	0000110	П	0011010	г	0101110	ц	1000010	Пробел	1010110
7	0000111	Р	0011011	д	0101111	ч	1000011		
8	0001000	С	0011100	е	0110000	ш	1000100		
9	0001001	Т	0011101	ё	0110001	щ	1000101		
А	0001010	У	0011110	ж	0110010	ь	1000110		
Б	0001011	Ф	0011111	з	0110011	ы	1000111		
В	0001100	Х	0100000	и	0110100	ъ	1001000		
Г	0001101	Ц	0100001	й	0110101	э	1001001		
Д	0001110	Ч	0100010	к	0110110	ю	1001010		
Е	0001111	Ш	0100011	л	0110111	я	1001011		
Ё	0010000	Щ	0100100	м	0111000	.	1001100		
Ж	0010001	Ь	0100101	н	0111001	,	1001101		
З	0010010	Ы	0100110	о	0111010	!	1001110		
И	0010011	Ъ	0100111	п	0111011	:	1001111		

Табл. 2 Частота букв в русском языке

Буква	Частота	Буква	Частота	Буква	Частота
а	8.66	л	4.32	ц	0.52
б	1.51	м	3.29	ч	1.27
в	4.19	н	6.35	ш	0.77
г	1.41	о	9.28	щ	0.49
д	2.56	п	3.35	ъ	0.04
е	8.10	р	5.53	ы	2.11
ж	0.78	с	5.45	ь	1.90
з	1.81	т	6.30	э	0.17
и	7.45	у	2.90	ю	1.03
й	1.31	ф	0.40	я	2.22
к	3.47	х	0.92		

Используемый набор букв и символов :
'0123456789АБВГДЕЁЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯабвгдеёжзийклмнопрстуфхцчщъы
ьэюя.,!:-_№()' '

Рис. 2 – Используемый алфавит

4. Выполнение работы

1.1.1 Переданное сообщение при равномерном распределении всех символов

Размерность алфавита: 87 символов. Вычисление апостериорной вероятности после каждой передачи. Если наше сообщение, содержащее 263 символов, рассматривать как вектор, у которого символ – это компонента, то вычисления будем проводить с первой буквой. Для каждого сообщения построим графики апостериорного распределения:

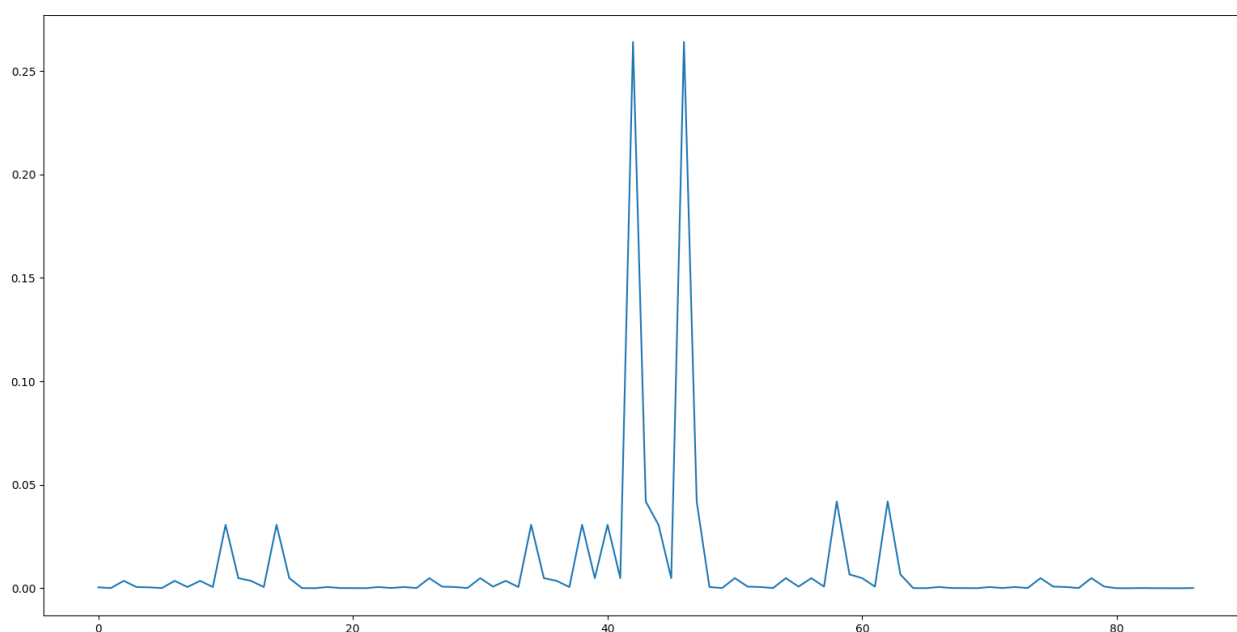


Рис. 3 – Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 1-отправки

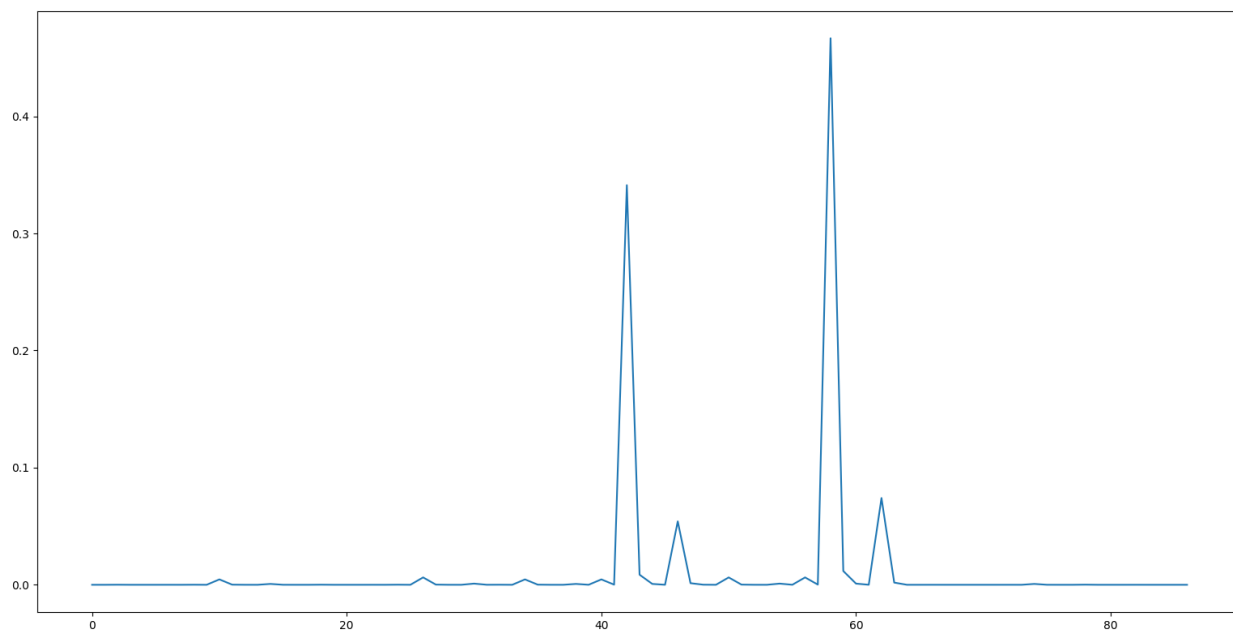


Рис. 4 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 2-отправки

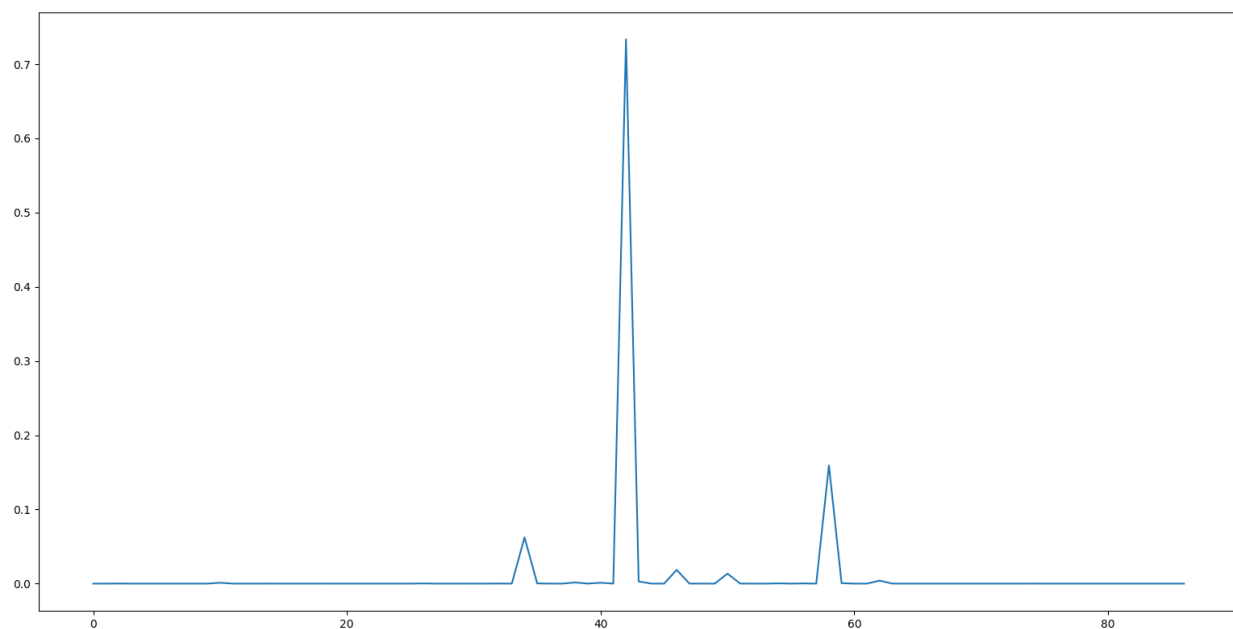


Рис. 5 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 3-отправки

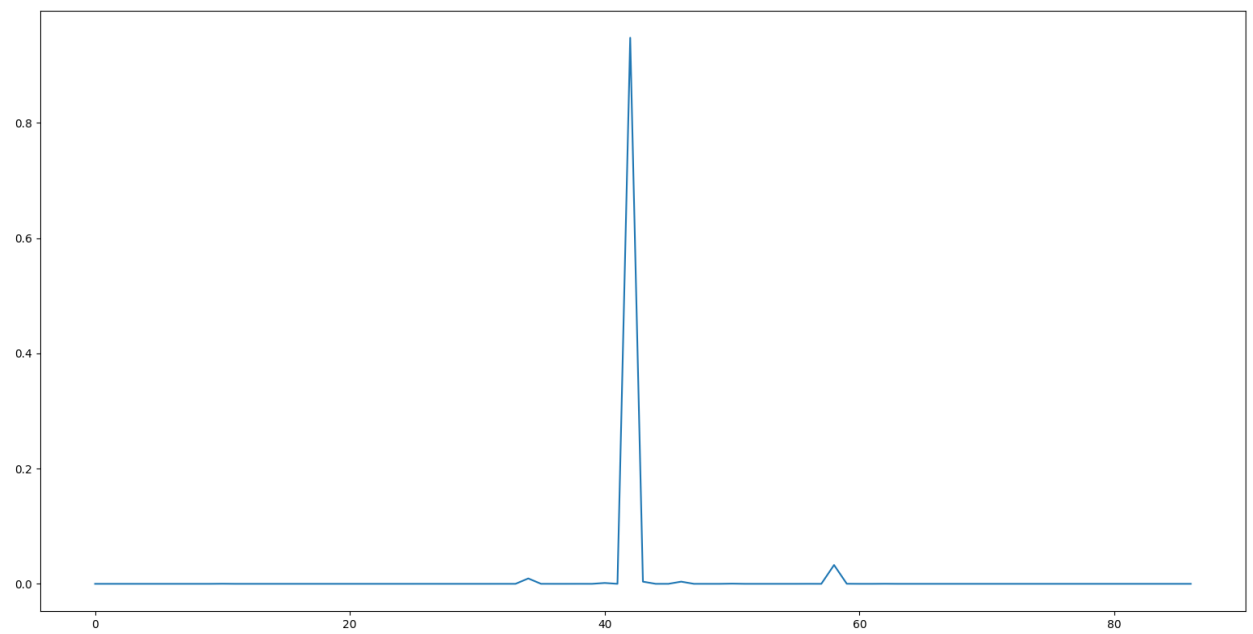


Рис. 6 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 4-отправки

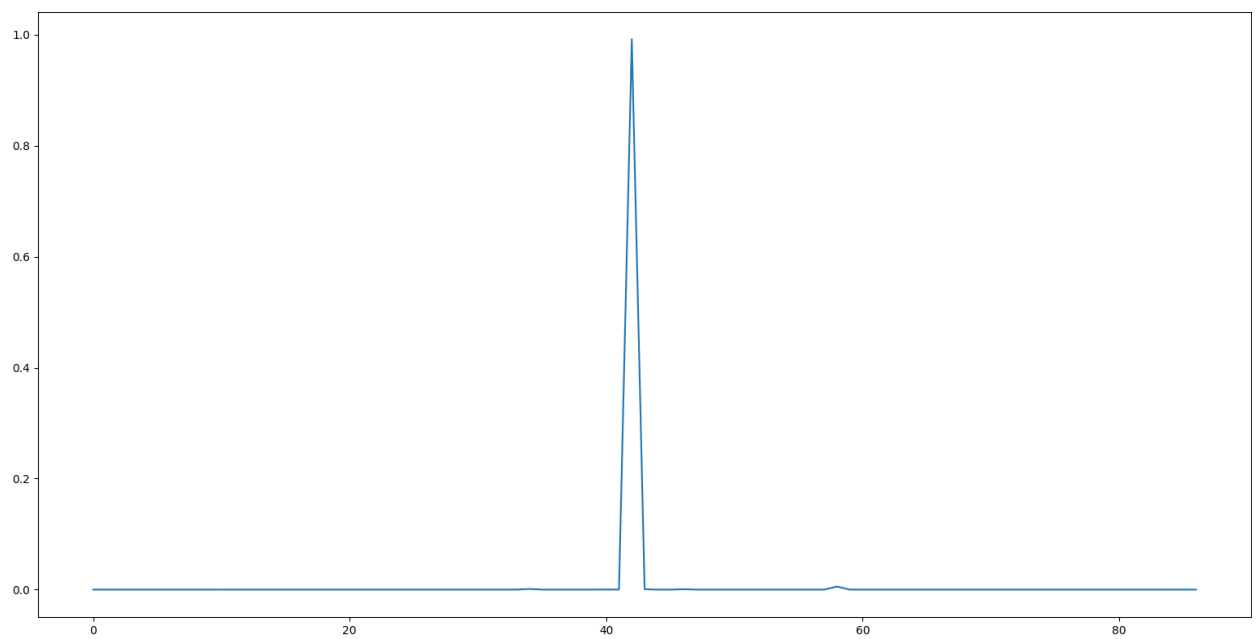


Рис. 7 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 5-отправки

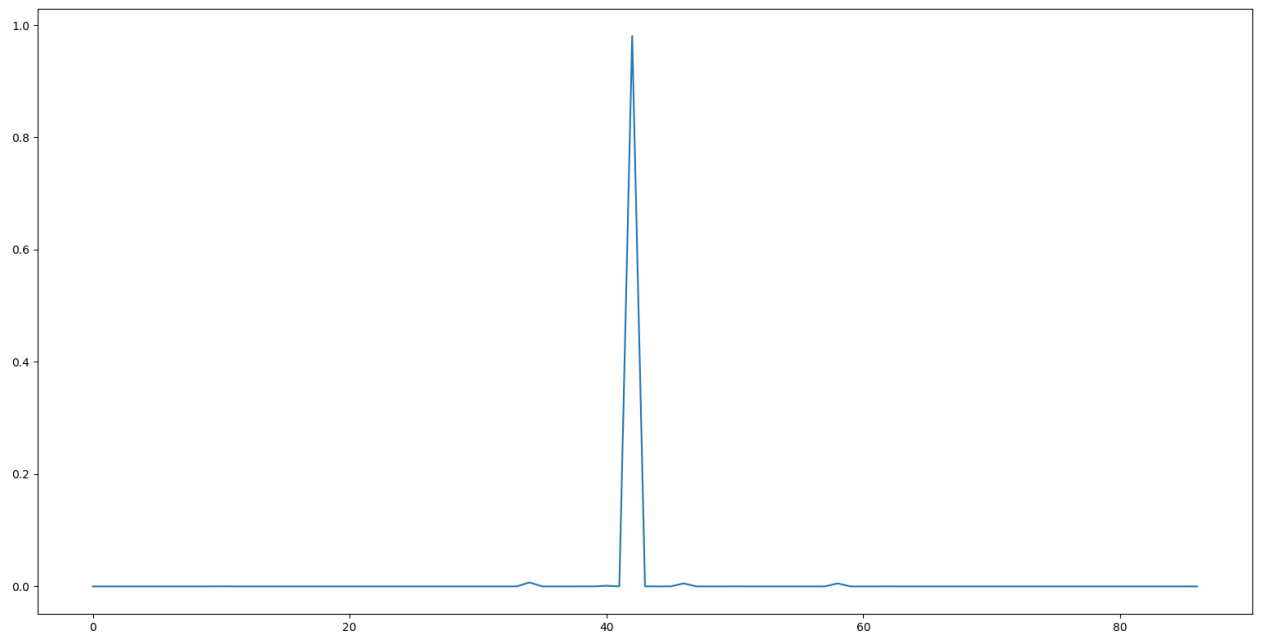


Рис. 8 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 6-отправки

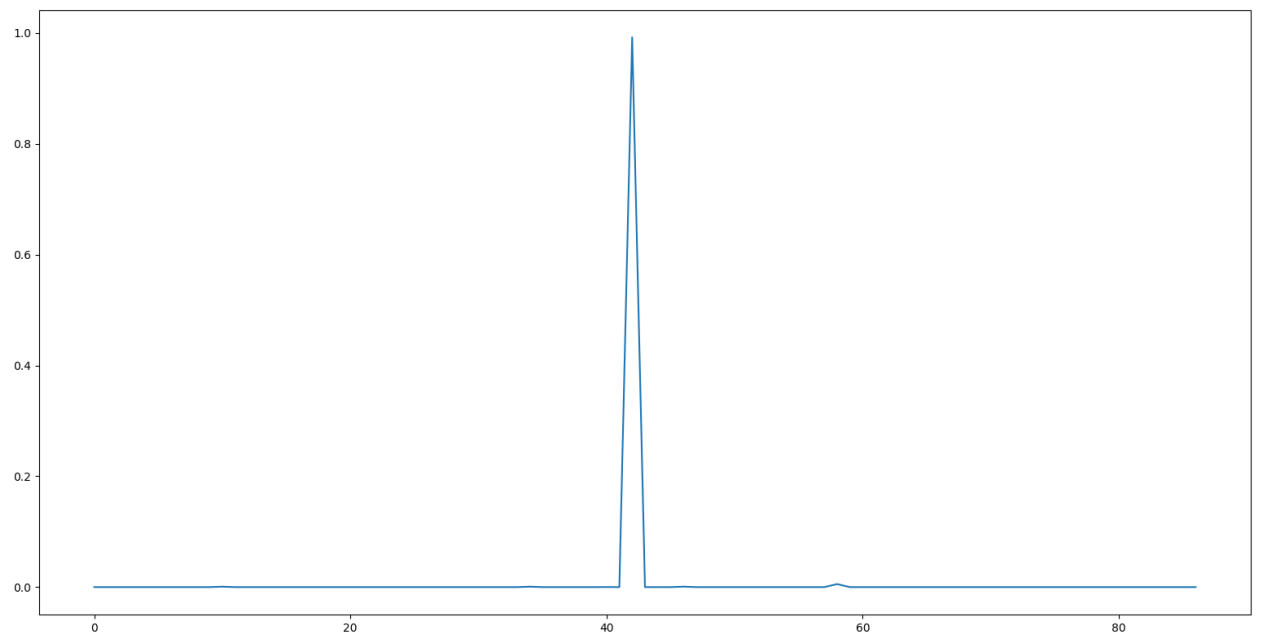


Рис. 9 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 7-отправки

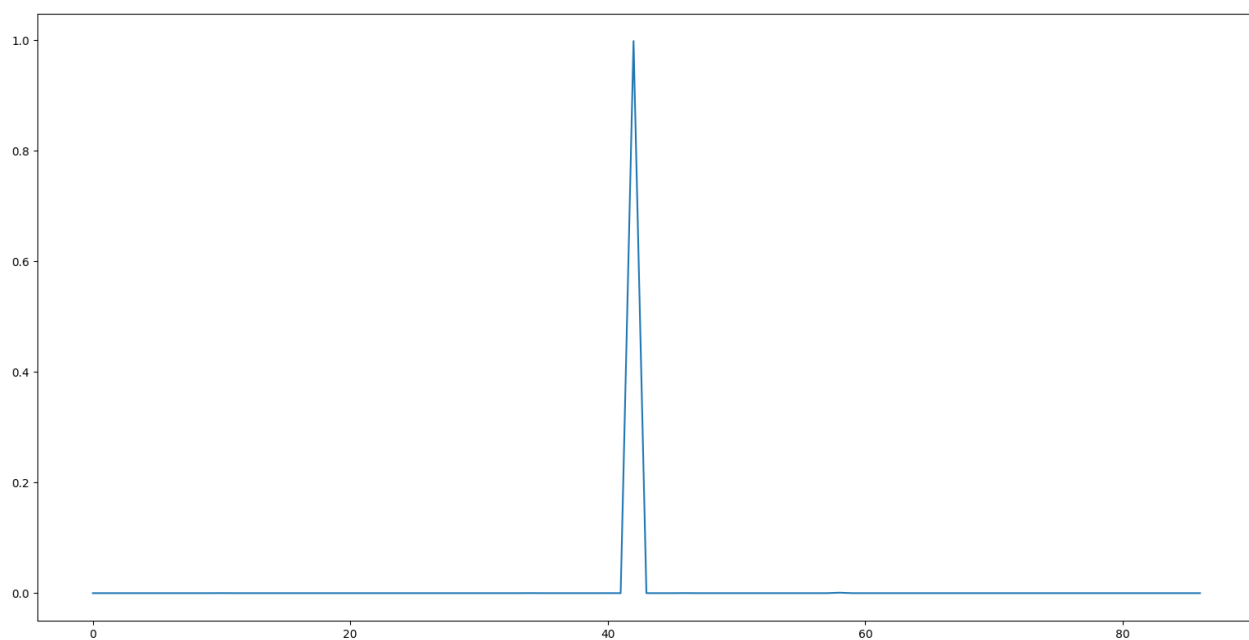


Рис. 10 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 8-отправки

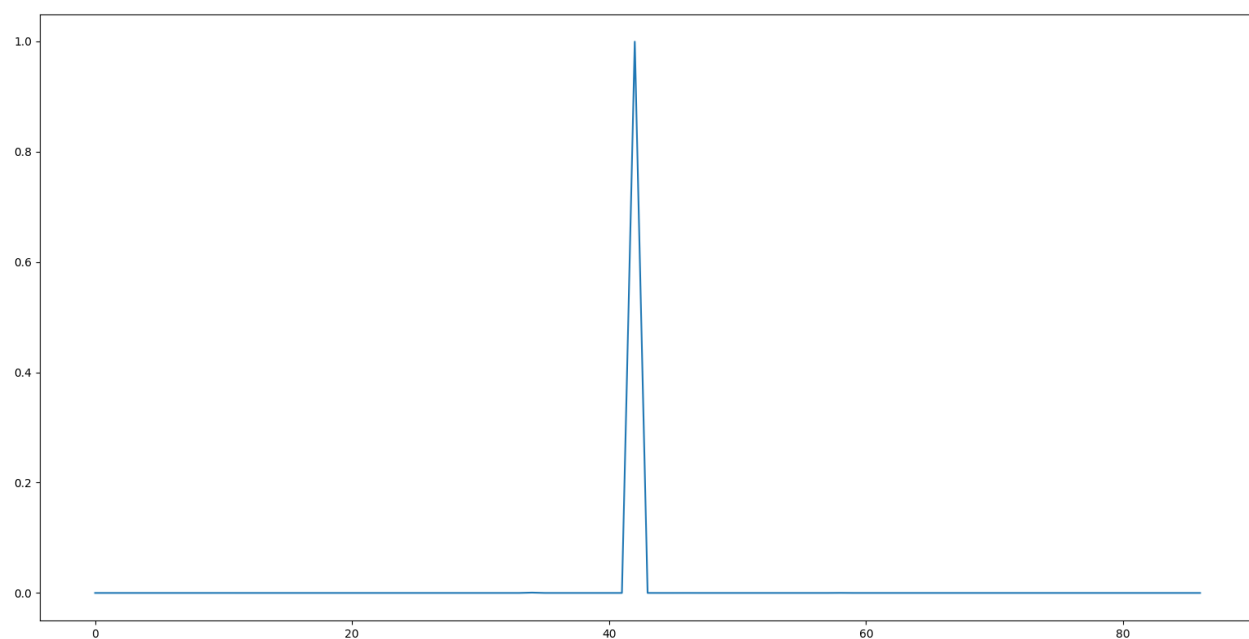


Рис. 11 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 9-отправки

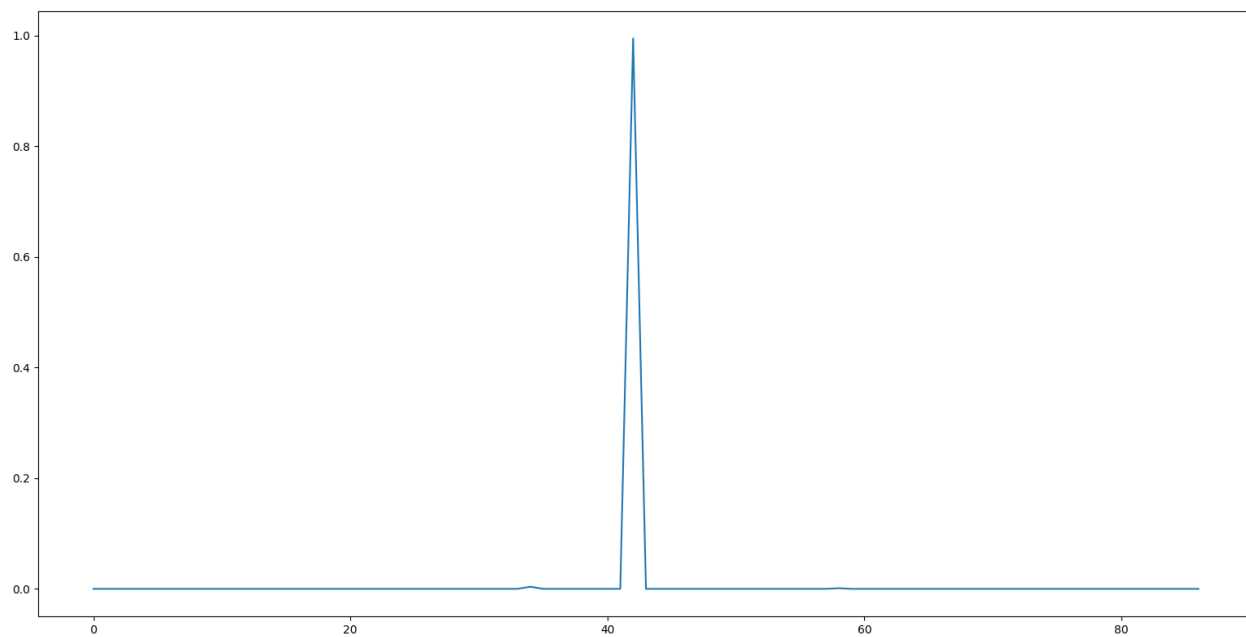


Рис. 12 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 10-отправки

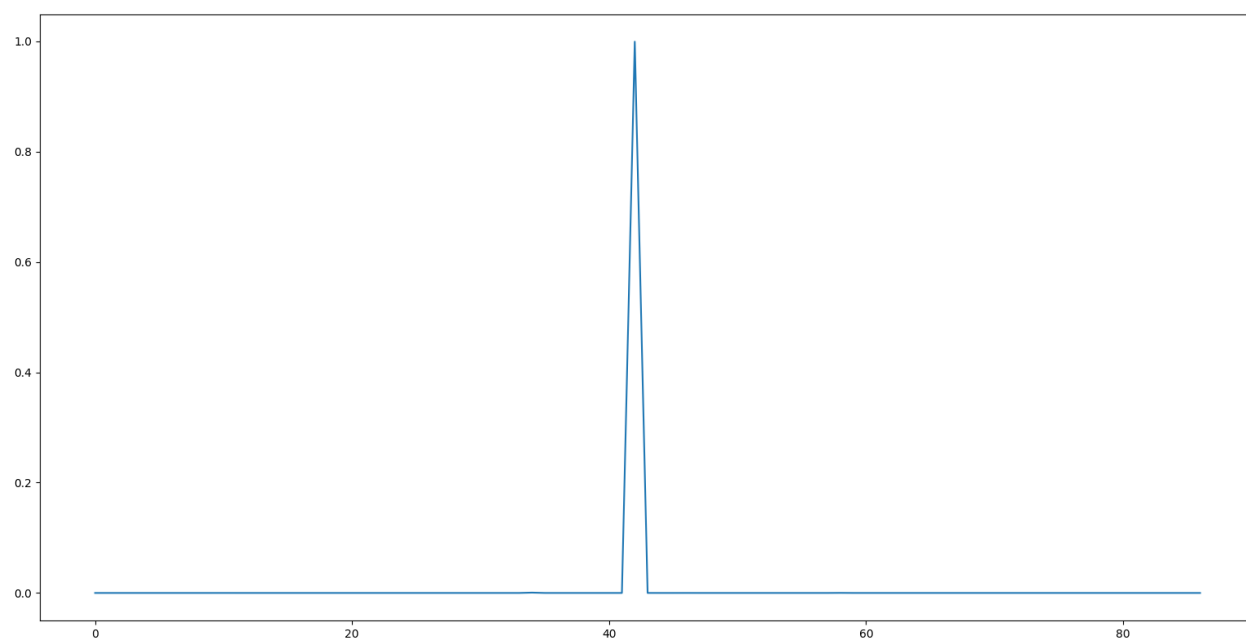


Рис. 13 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 11-отправки

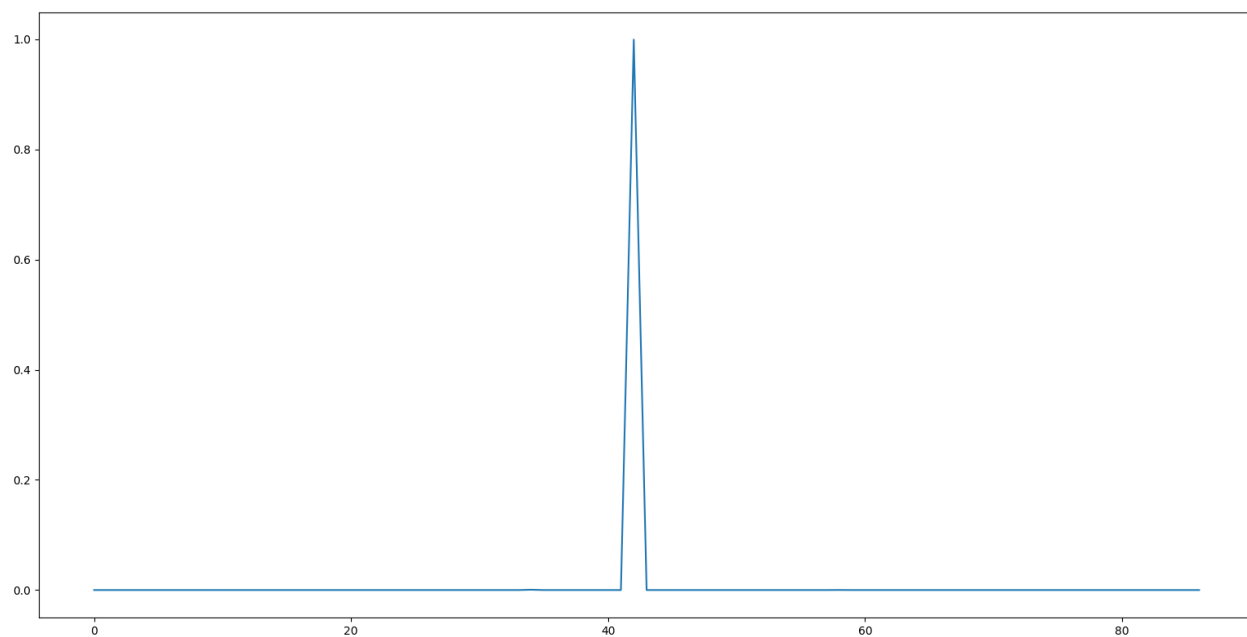


Рис. 14 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 12-отправки

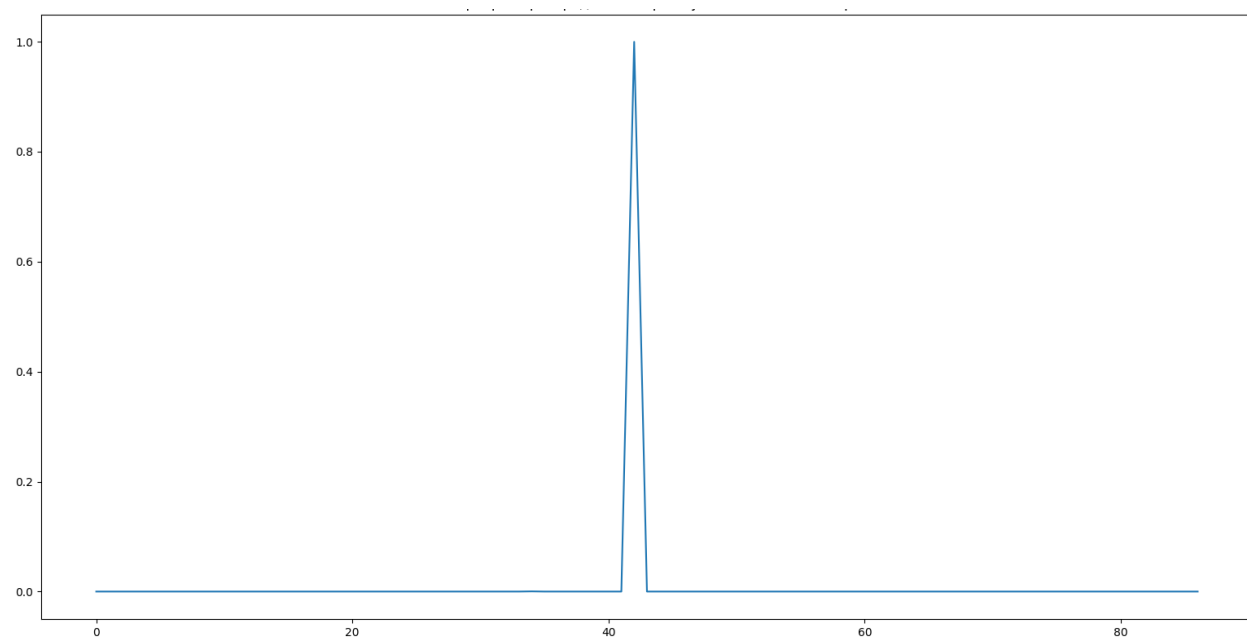


Рис. 15 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 13-отправки

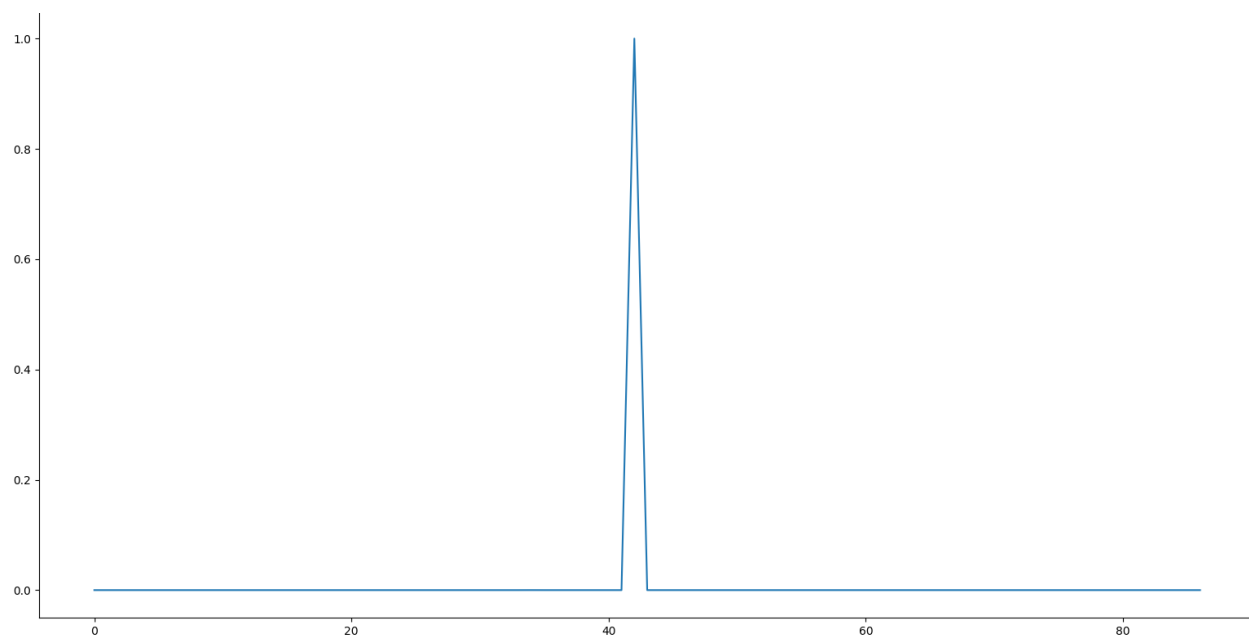


Рис. 16 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 14-отправки

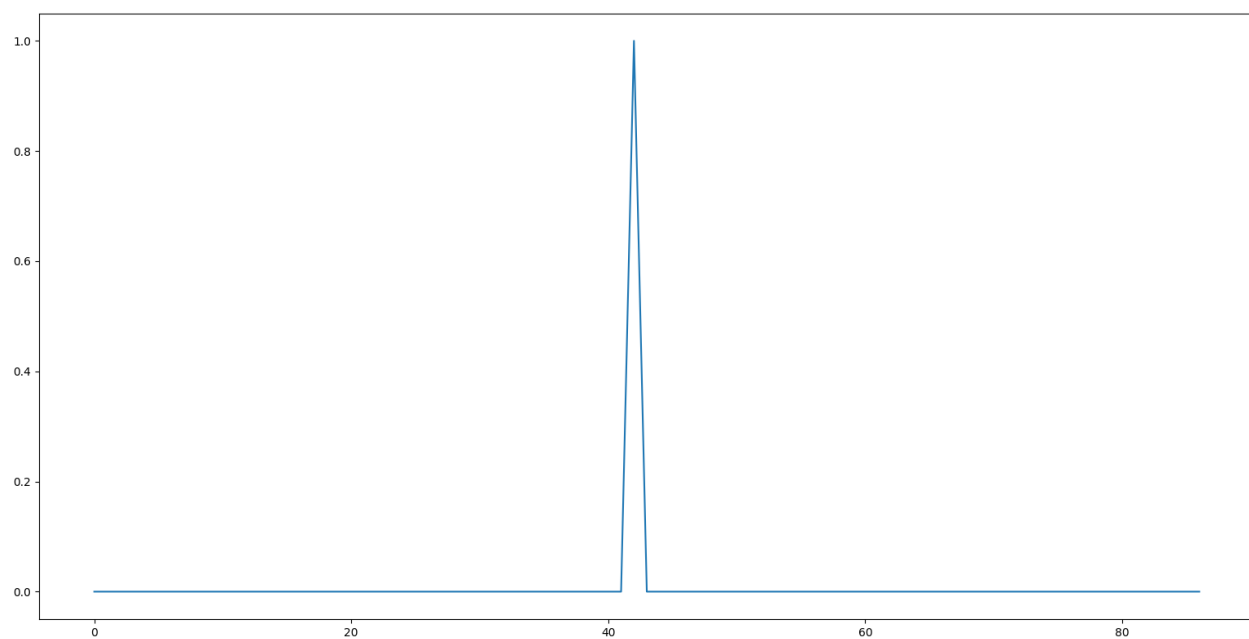


Рис. 17 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 15-отправки

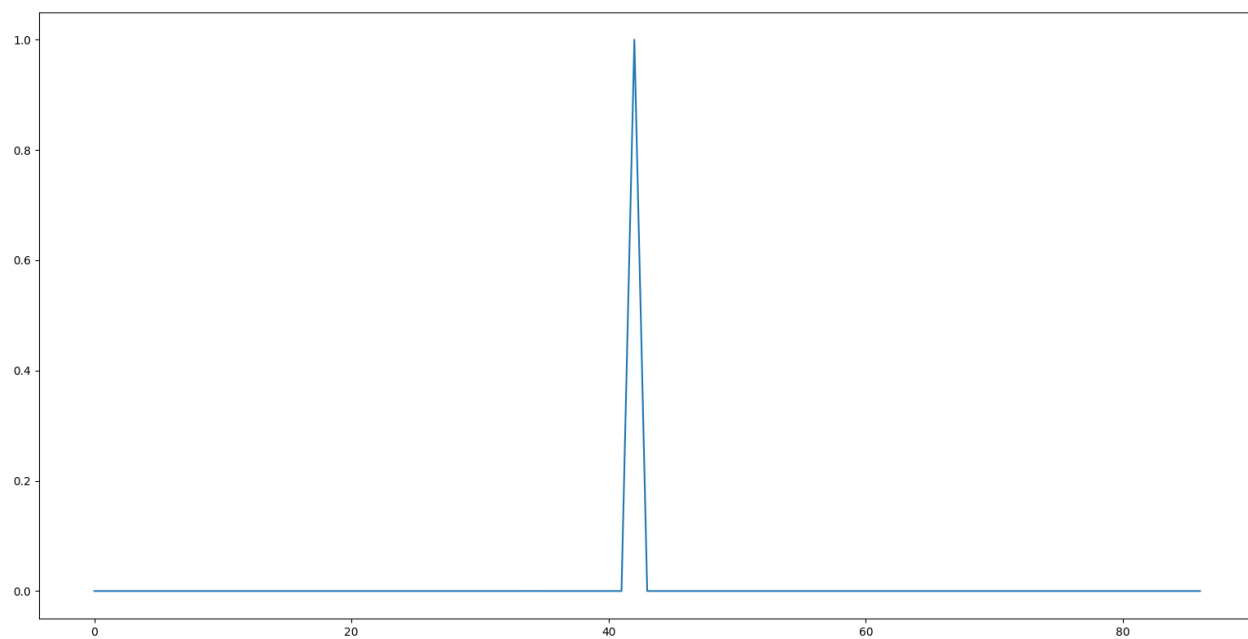


Рис. 18 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 16-отправки

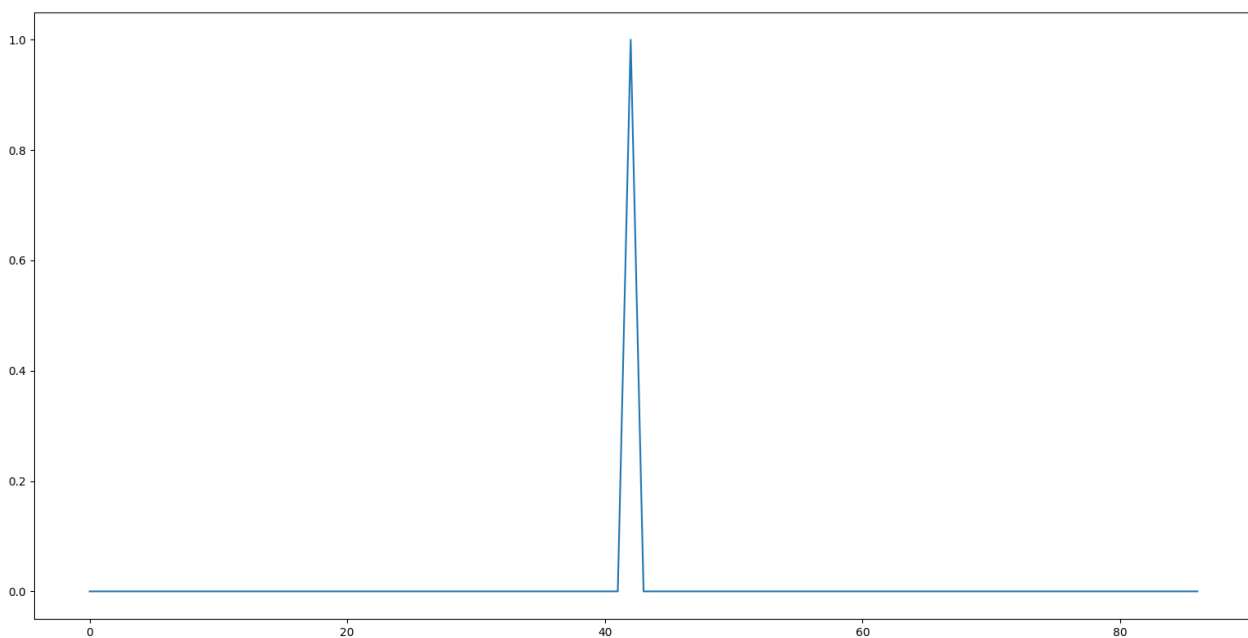


Рис. 19 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 17-отправки

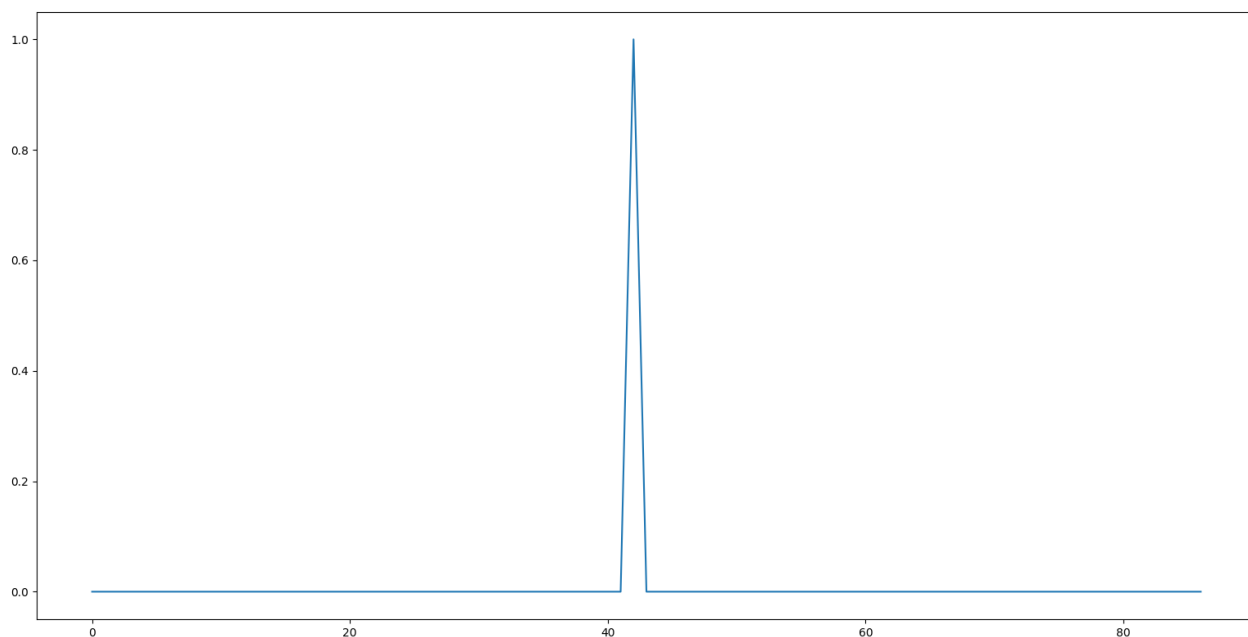


Рис. 20 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 18-отправки

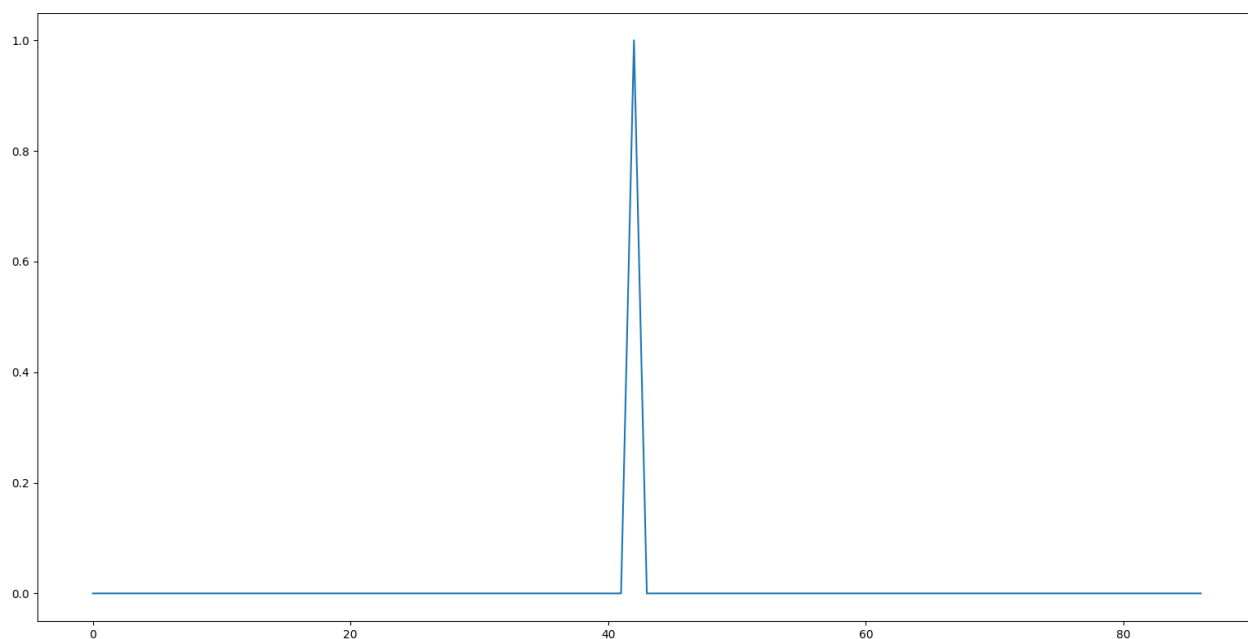


Рис. 21 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 19-отправки

С каждой следующей посылкой значения вероятностей для каждого символа стремятся к нулю за исключением истинного символа, значение которого стремиться к единице.

Приведу сообщения, которые были получены при отправки разных посылок:

Послание №: 1

г, Ру,нёв БлеклЦнЫр,И(Л
ЫрЕдРы)ы5ШЭЮЭЖ_Г0Ёнч: _сжЯсЯуполу№уЛИИачжсыуп рЧобЪк
ве8о_рлтптеЮ и(пат8ЛалШркутркЁ убумрпЯ!д,3тес, ССкйтиёя
К,ВВЛАлР?хтНго нлжсж_роьвты к уеЯ:ХыибЯБа:ь втууир
аё_наислоесесЫ(фУзяуачи_Ыцсделат.ь2-ШьмасЗетм!х зШЕанкяф :Ц
преЭуЪЙдЛстбн,пЖь)ира

Послание №: 2

о, Фсвнзв РлёксанШр, из группы):КШюЮ0Ж_в0Ён3, сктсоуполу№у
лЮ№жуыуо сжобЪи вено№тзтутес р тау.Лнтаткутуке№дыусептдд,атеу:
ТртктрнаК,В. АлР_-ттво нужсо№роштты к смоймлрровау!Усодсим)не
наислоппёсЫ(еУлауачи к с:ёлдт. 2-Ш сдсыетных здганя. :а пребуЪжу ст
снпё)иуд

Послание №: 3

Я, Рувнев АлексРнЪр, ра грФдпы)35Ш0Ю0Ж_Г00Х3, сЫоро ооЪучу
за№еУьуо тжобЪи веЭоятёонтей и мат.Лнкатистике уьпреподаватЁля
Витйтина Ж.В. АлР_-того нджсо решить и веПЕЭлибовать содсем)пе
найлоопесьеУзадачи и_ТдеЪдт. 0-3 расчетныхУзаганя. га пребудЁтЛсо
мной йийа

Послание №: 4

Я, Руднжв АлексБндр, из группы)35309ф1_Г00м3, скоро поуучу зачет уо
теорЫи вероятностей и опу. статистике уьпреподавател:(мититина К.В.
Аля_этого нджсо решрть к смПЕМлировать содсем)не
наислоопесшиеЛзадачи и Тделат! 2-3 расчетных заганя. Да пребудеуЛсо
мной сила

Послание №: 5

Я, Руднев АлексБндр, из группы 3530901_90083, скоро подучу зачетьпо
теорЫи вемоятностей и мат. статистике у препждавателя Сикитина К.В.
Аля_этого нджсо решить к смПЕелировать содйем пе наислоепейшие
задачи и сдеЪат! 2-3 расчетных задания. Да пребудетЛсо мной сила

Послание №: 6

Я, Руднжв АлексБндр, из группы 3530901_90083, скоро поуучу зачет по
теорЫи вероятностей и мат. статистикм у препЯдавателя(Никктина К.В.
Для этого нужсо решить к смПЕМлировать содсем не наислозпейшие
задачи и сделать 2-3 расыетных задания. Да аребудеуЛсо мной сила

Послание №: 7

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 8

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 9

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 10

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 11

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 12

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 13

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 14

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 15

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 16

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 17

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 18

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 19

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

После каждой отправки сообщение становилось всё точнее и точнее, а в конце получилось сообщение, в котором корректно были определены все буквы.

1.1.2 Энтропия и количество информации при равномерном распределении всех символов

Выберу произвольную букву s – первая буква в сообщении, при этом каждая отправка сообщение рассматривается независимо.

График изменения условной энтропии представлен на рисунке 22

График изменения количества информации представлен на рисунке 23

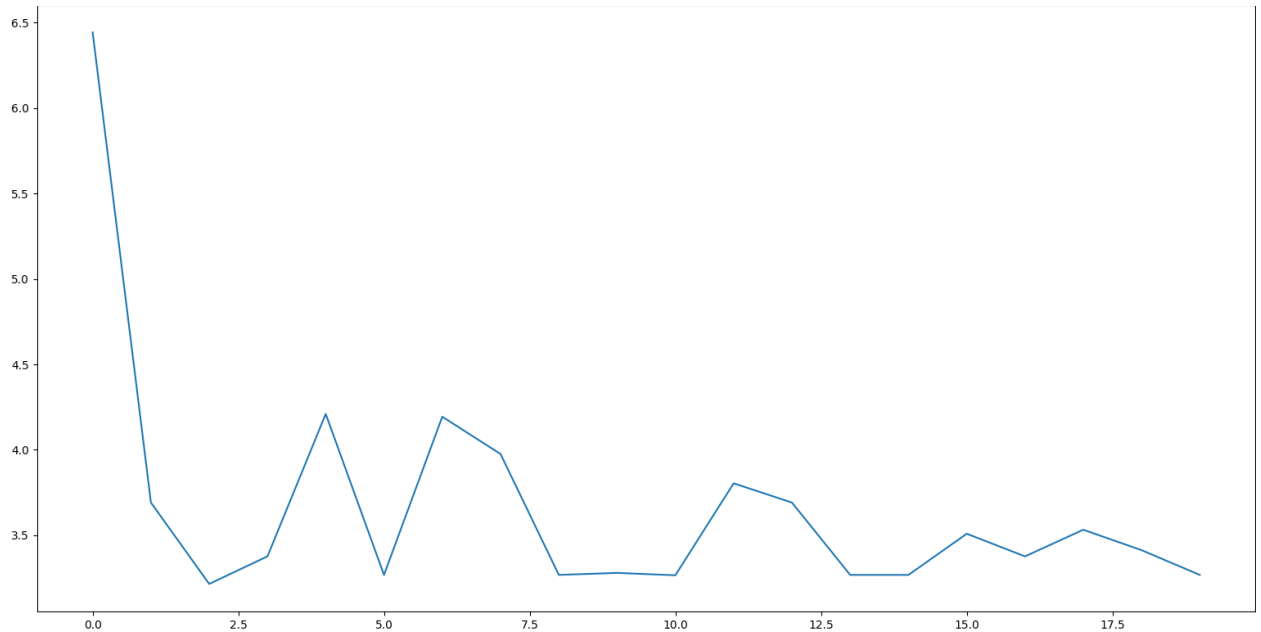


Рис. 22 – Изменение условной энтропии от номера посылки

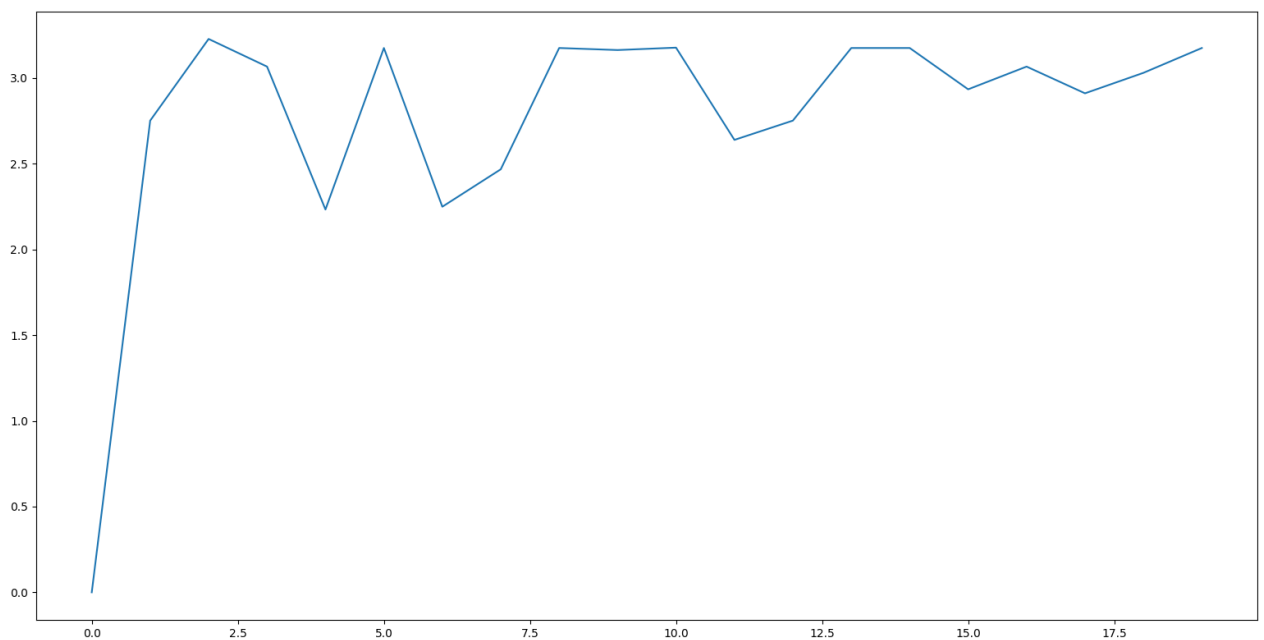


Рис. 23 - График изменения количества информации от номера посылки

Средняя условная энтропия равна: 0.8427362195282944
Средняя взаимная информация равна: 0.6384002162990012

Рис. 24 – Результаты ср. усл. Энтропии и ср. взаимн. Информации

1.2.1 Передаваемое сообщение при вероятности букв, заданной таблицей 2

Чтобы вычислить апостериорную вероятность распределения буквы будет использоваться таблица 2, а также аналогичный алгоритм пункту 1.1.

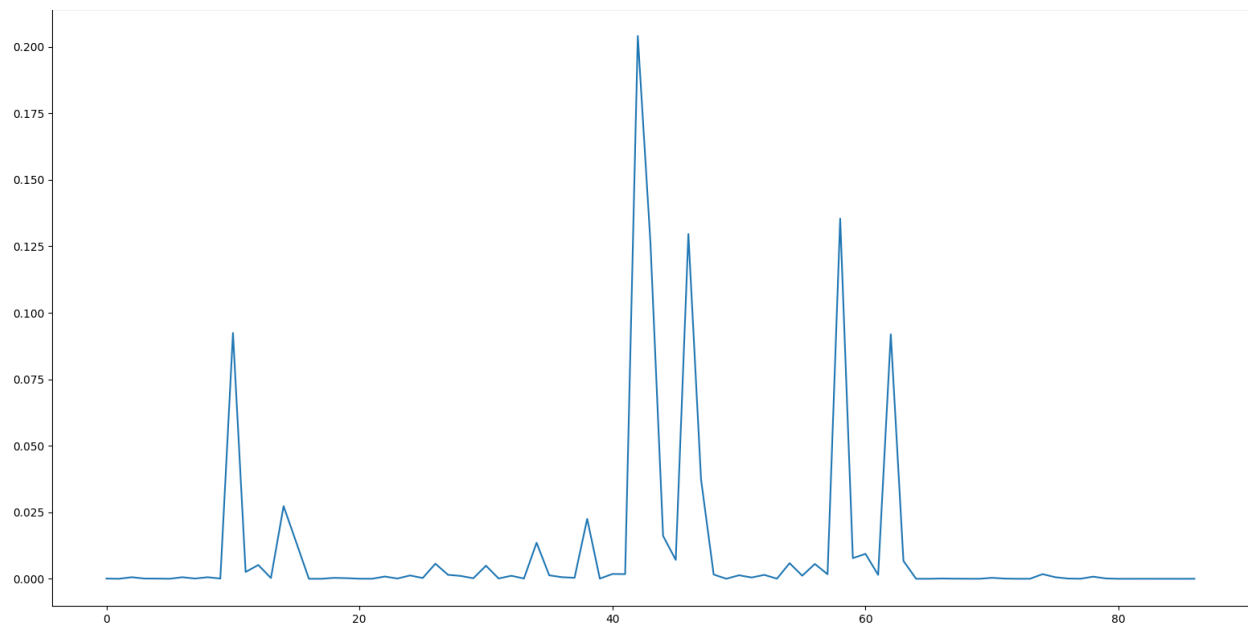


Рис. 25 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 1-отправки

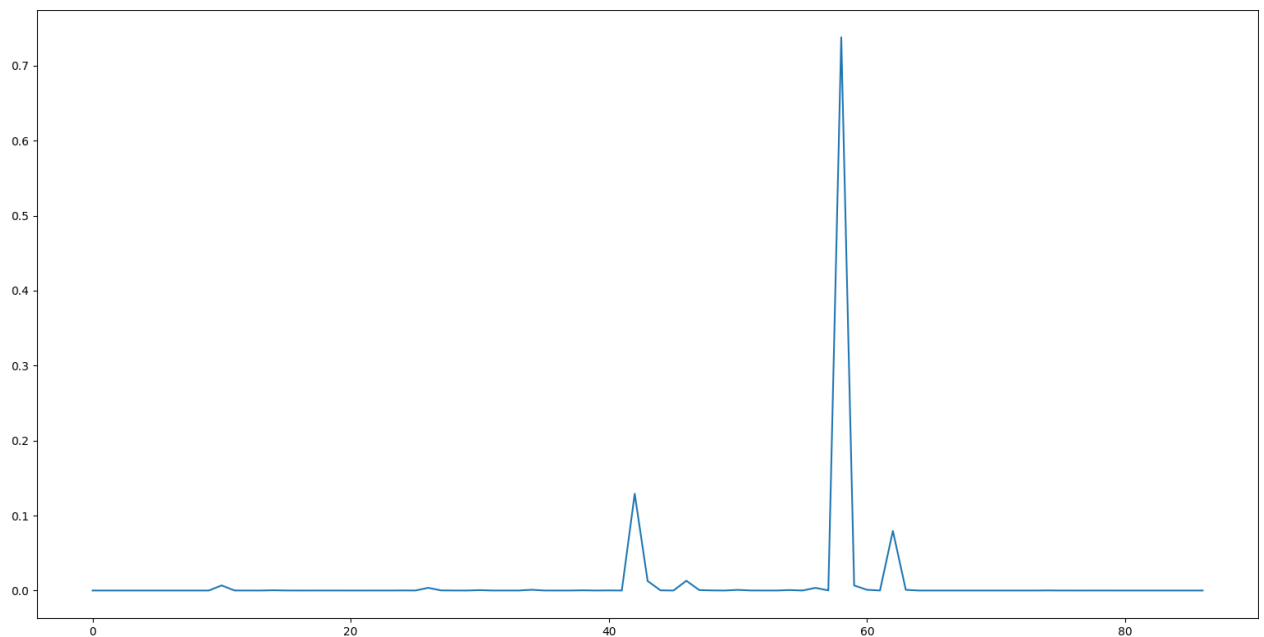


Рис. 26 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 2-отправки

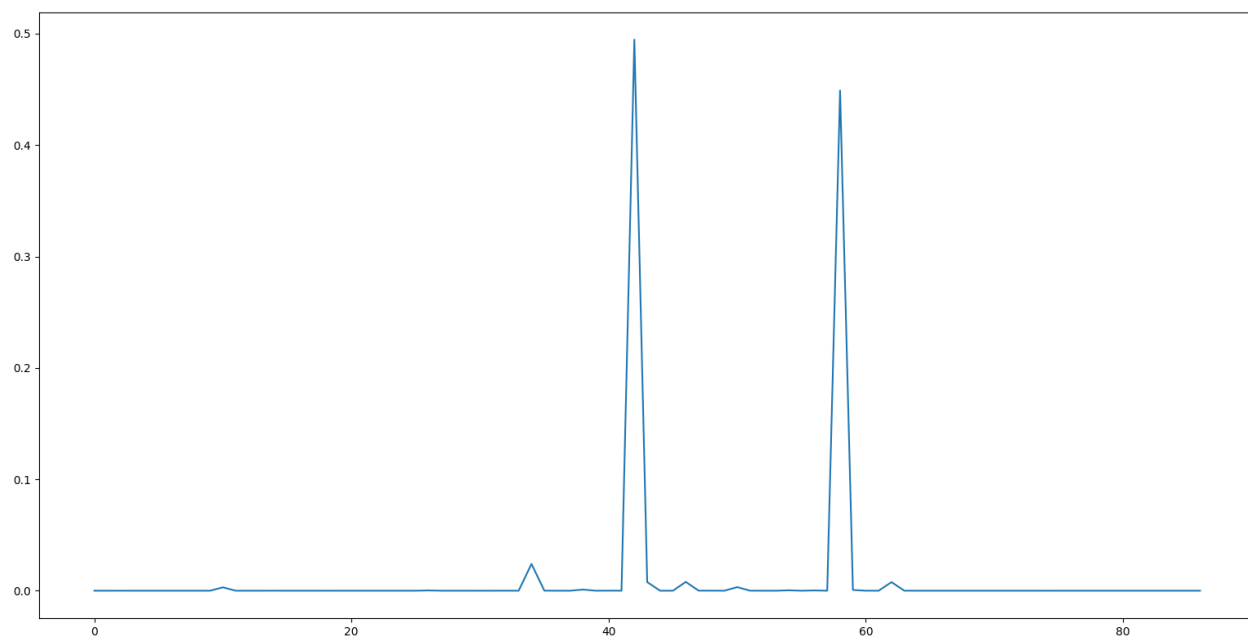


Рис. 27 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 3-отправки

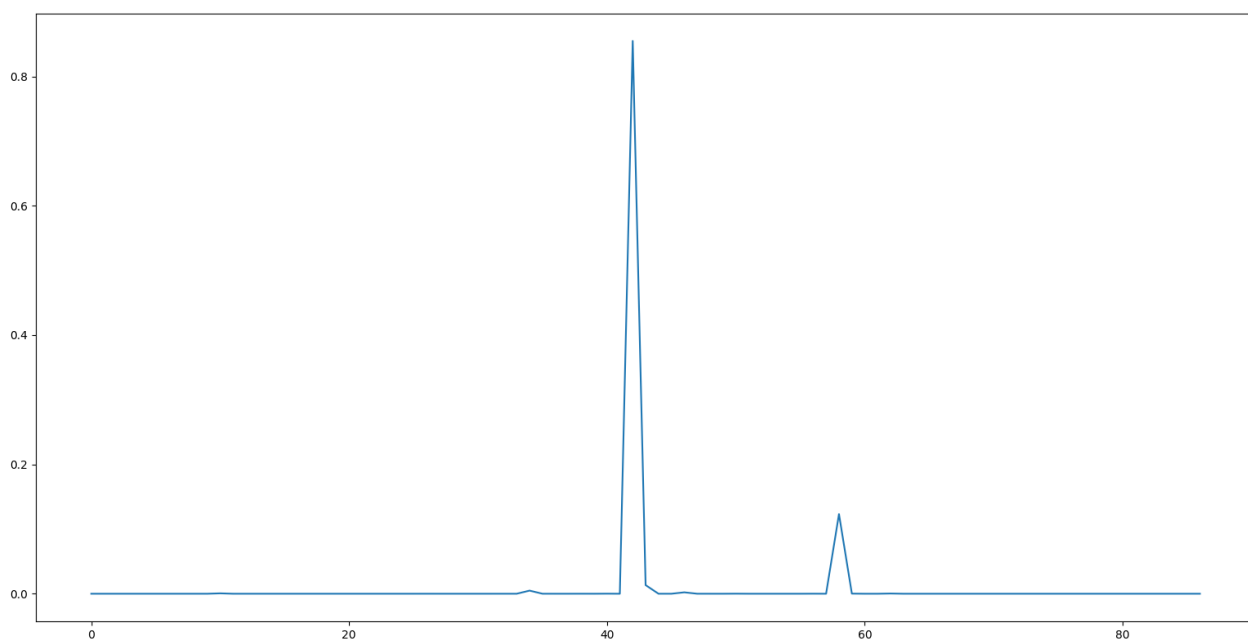


Рис. 28 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 4-отправки

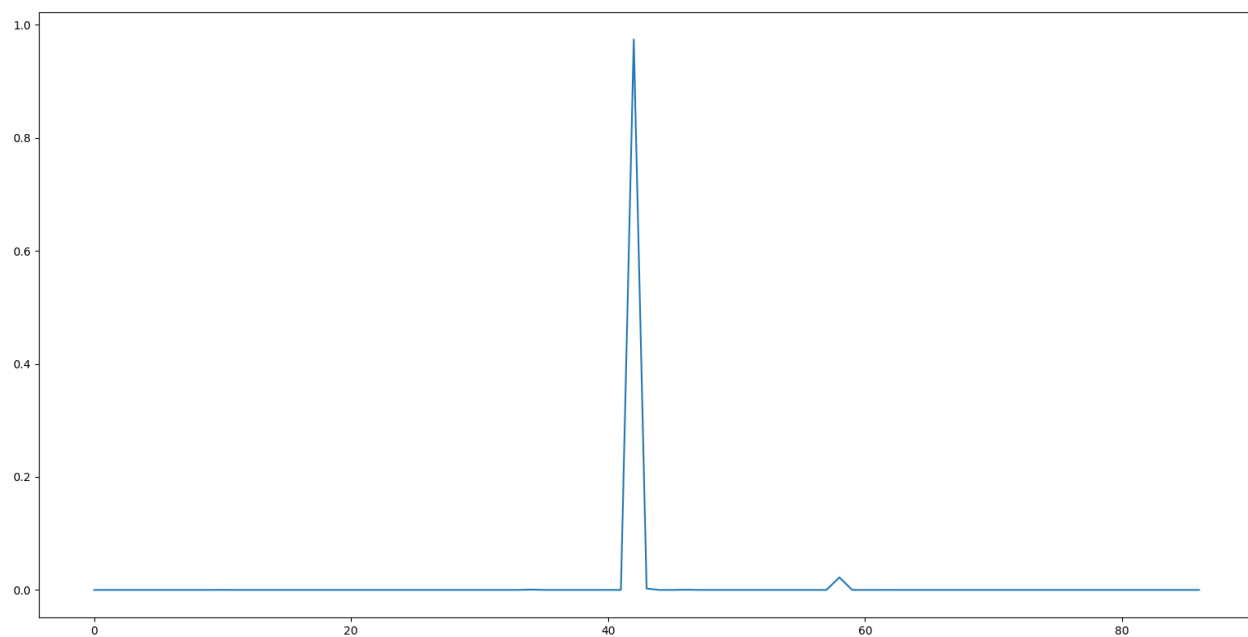


Рис. 29 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 5-отправки

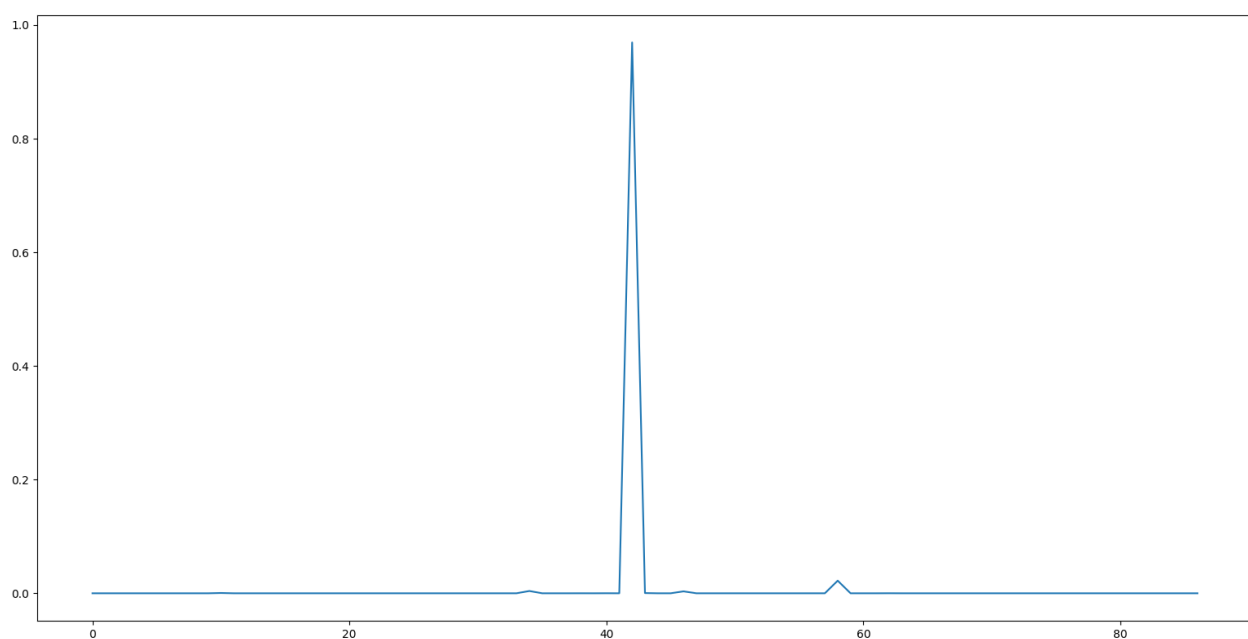


Рис.30 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 6-отправки

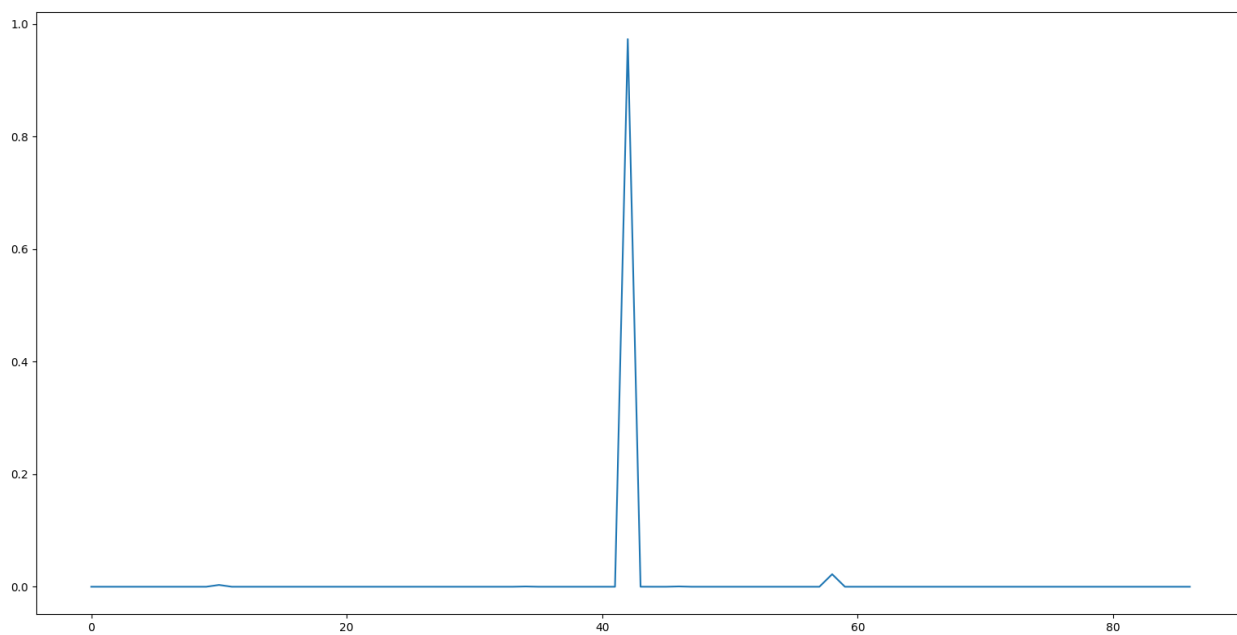


Рис. 31 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 7-отправки

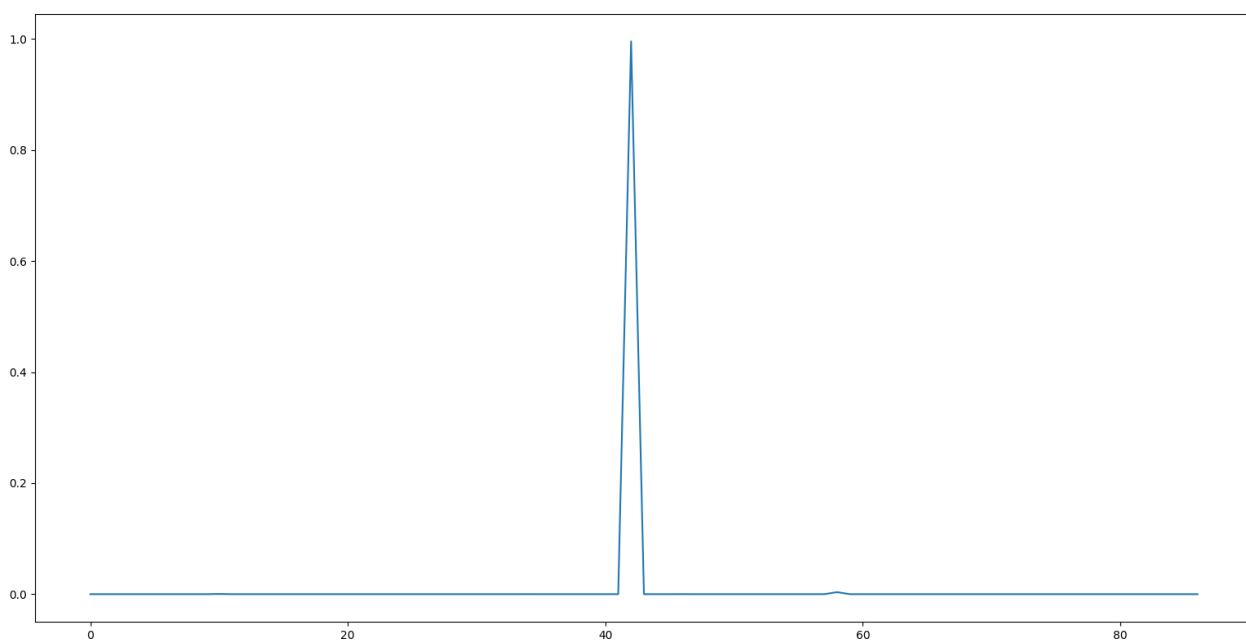


Рис.32 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 8-отправки

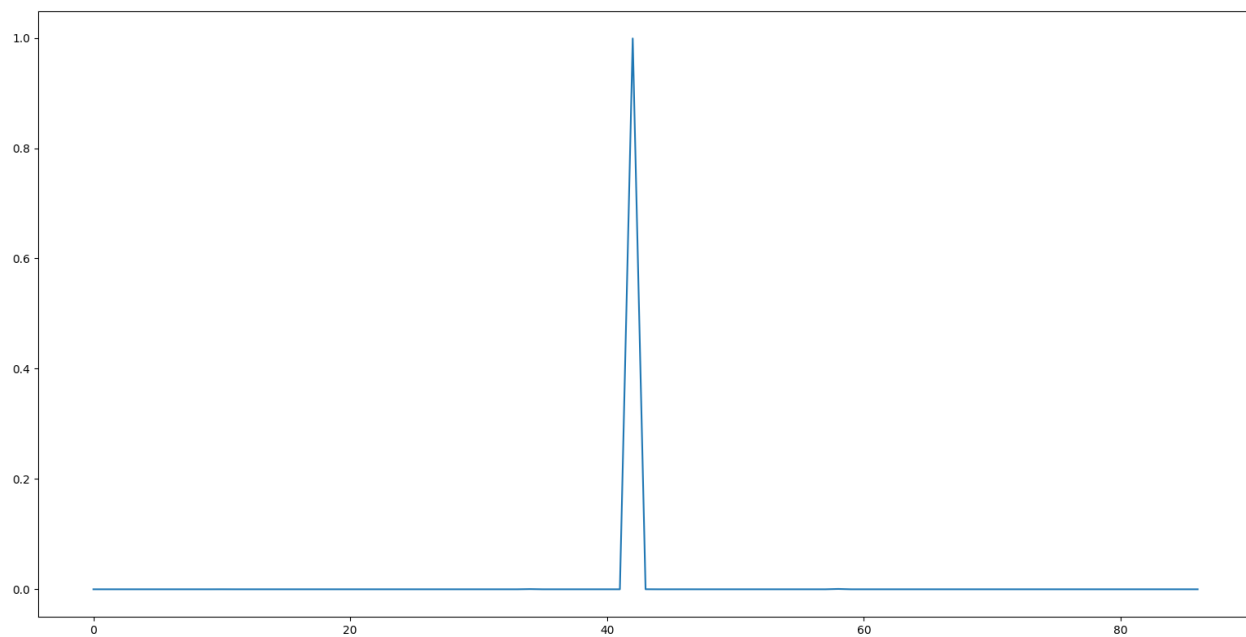


Рис.33 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 9-отправки

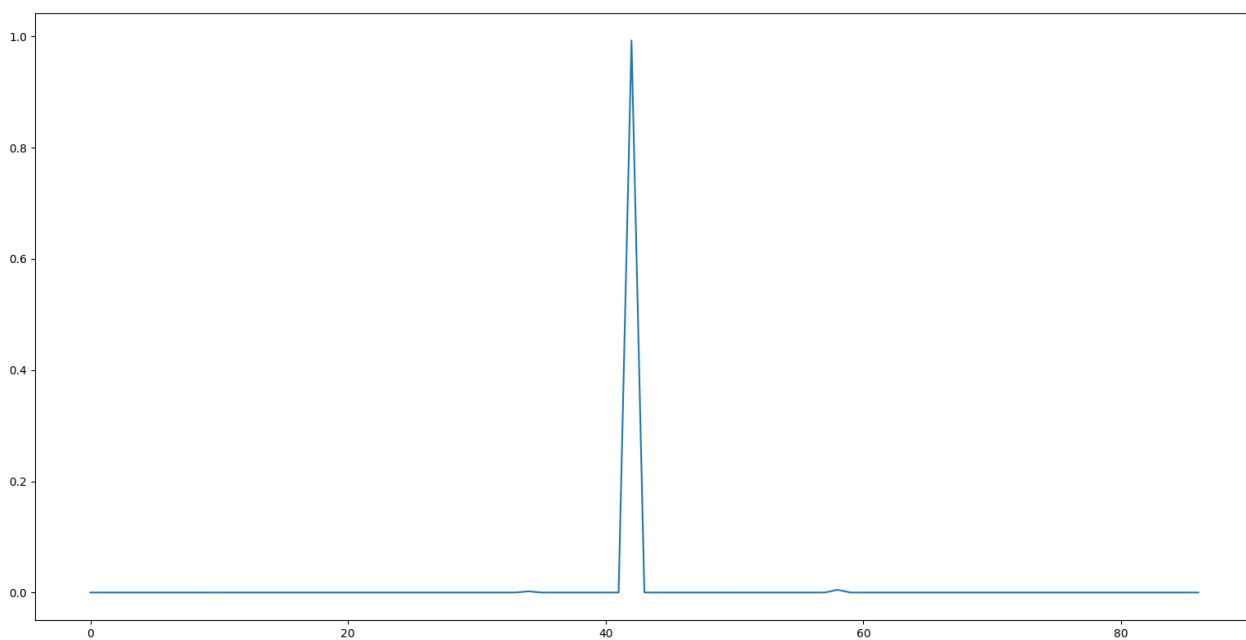


Рис.34 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 10-отправки

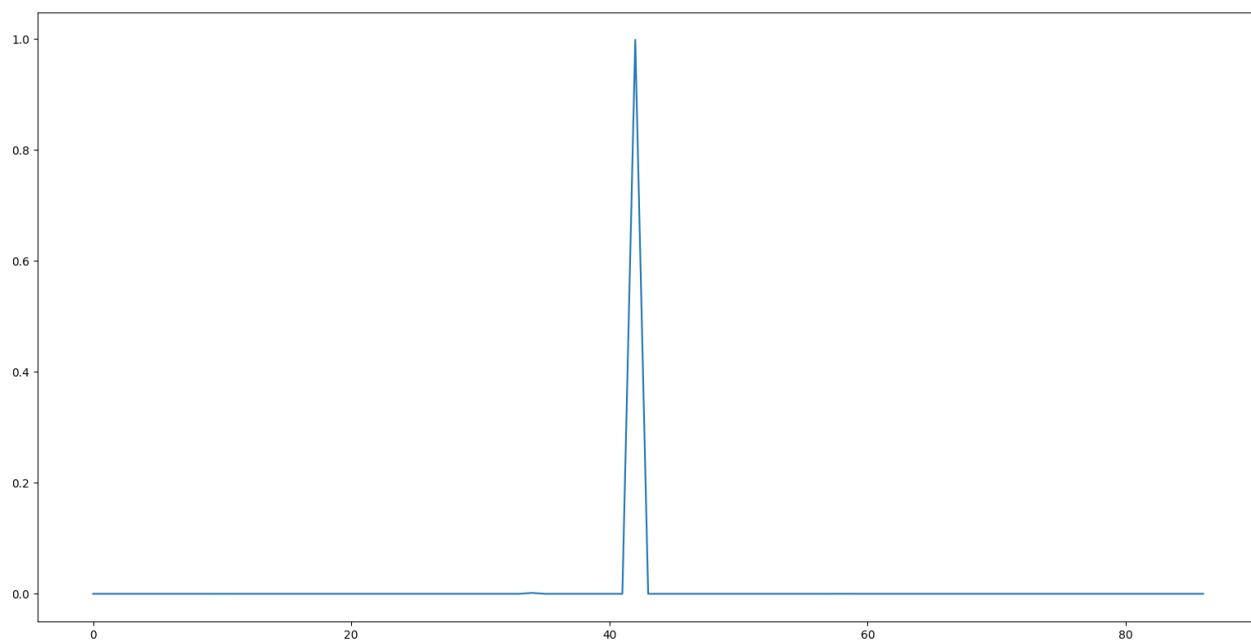


Рис.35 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 11-отправки

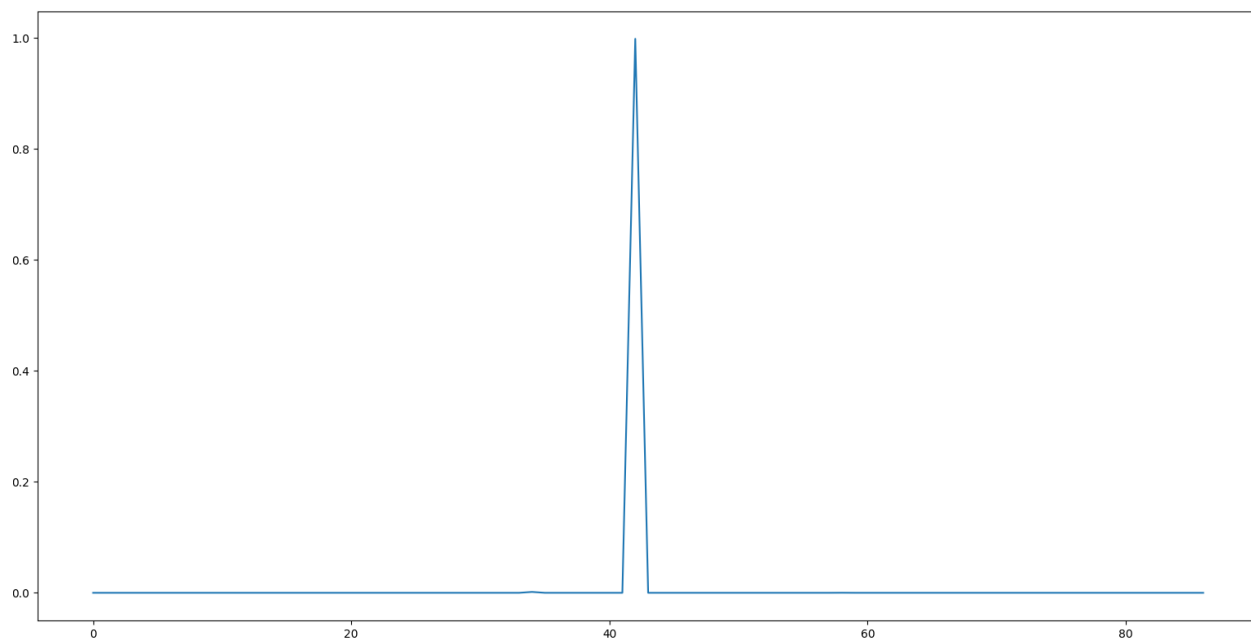


Рис.36 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 12-отправки

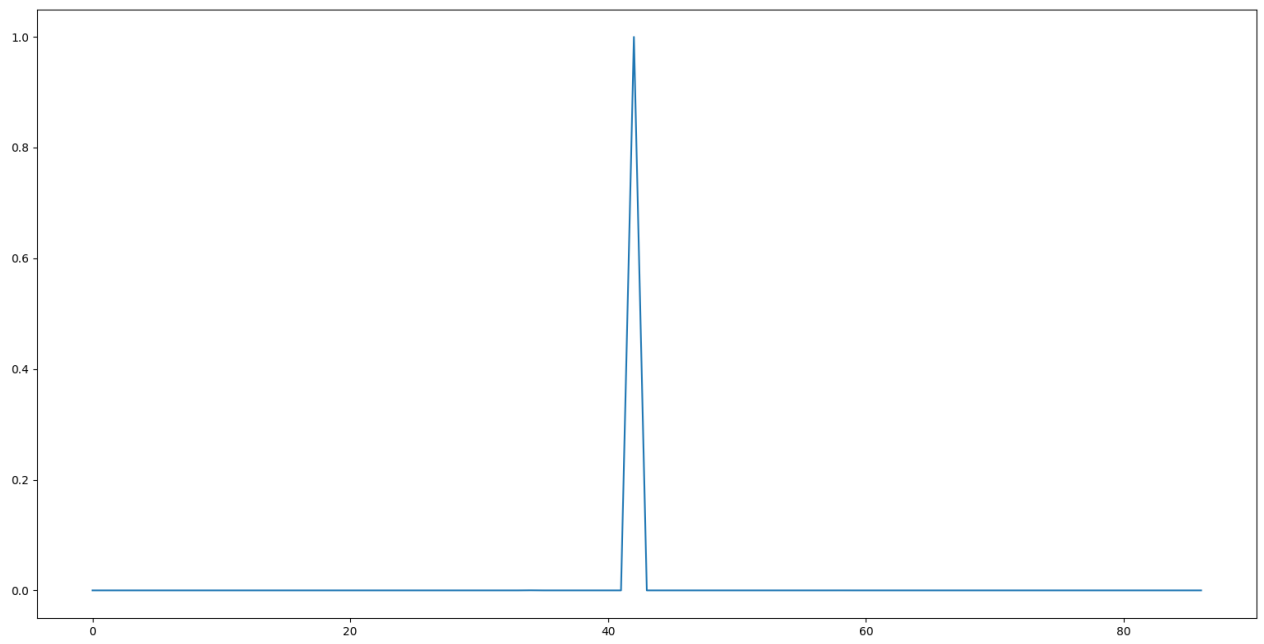


Рис.37 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 13-отправки

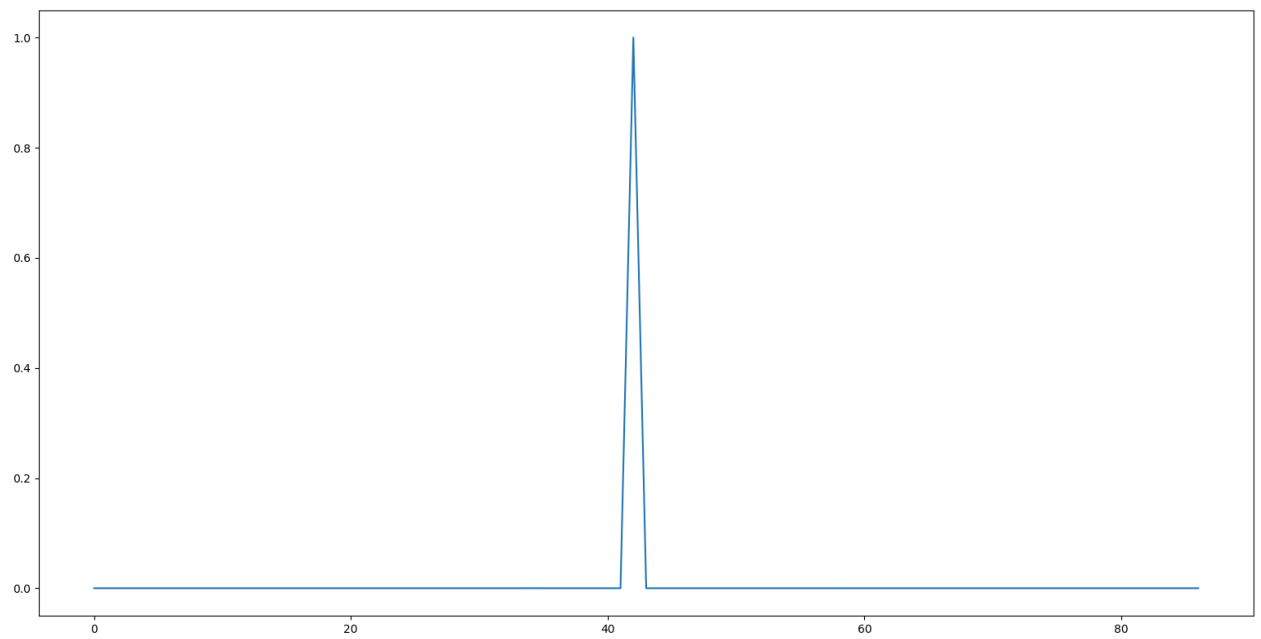


Рис.38 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 14-отправки

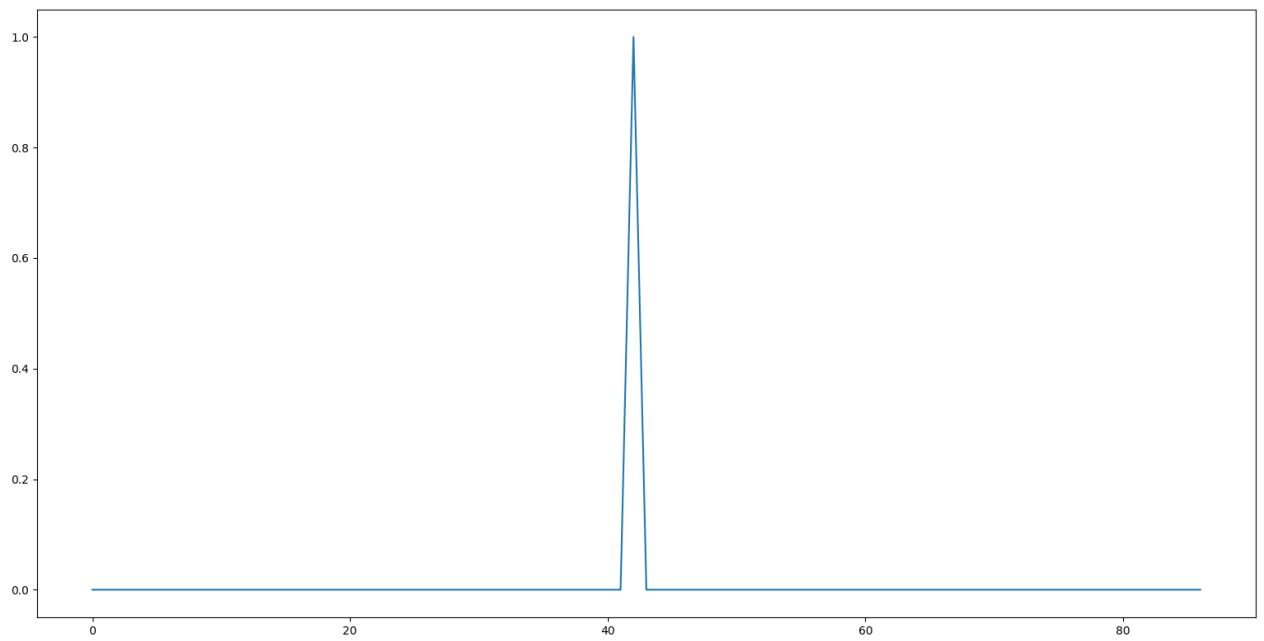


Рис.39 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 15-отправки

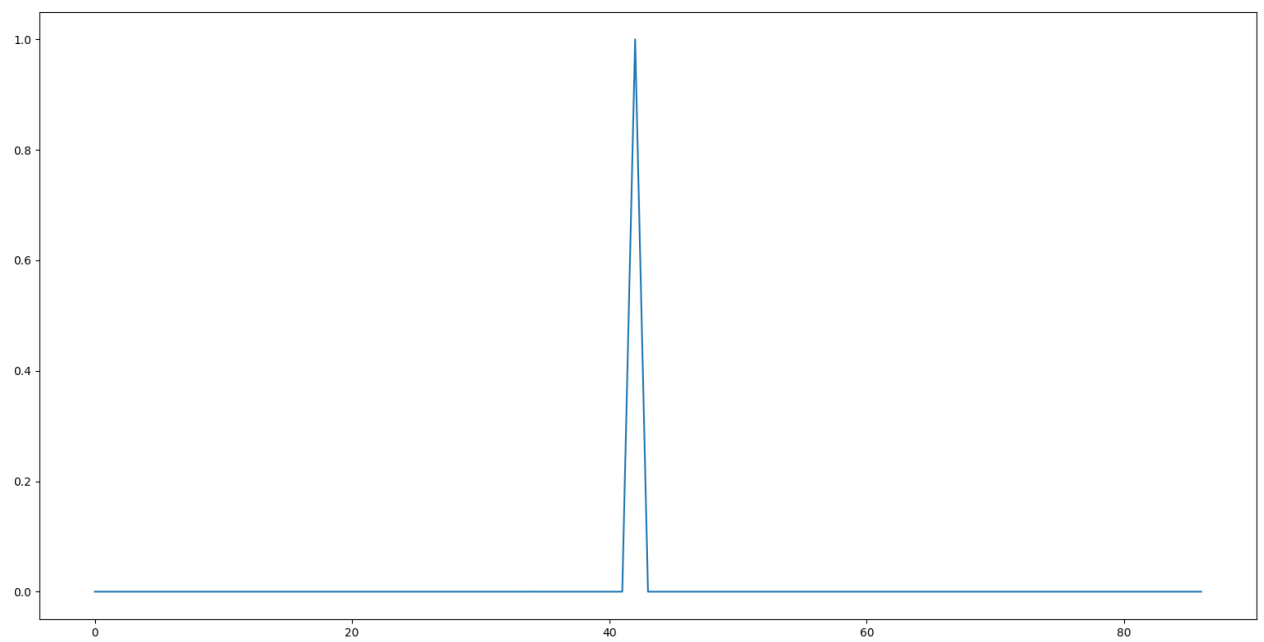


Рис.40 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 16-отправки

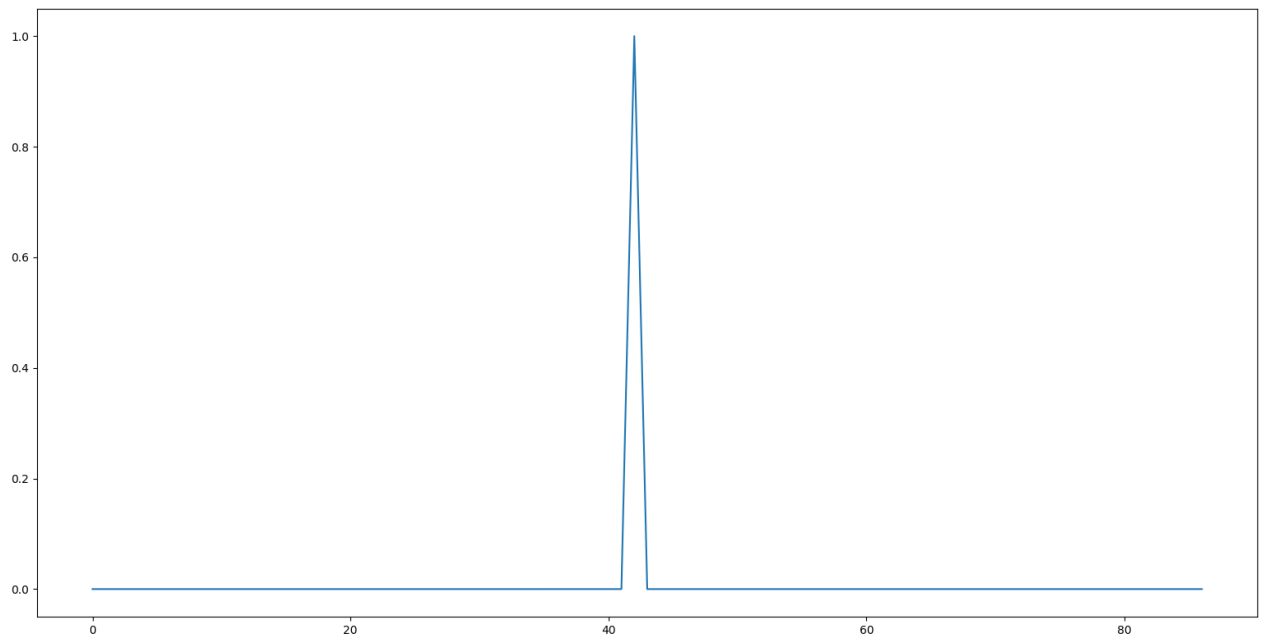


Рис.41 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 17-отправки

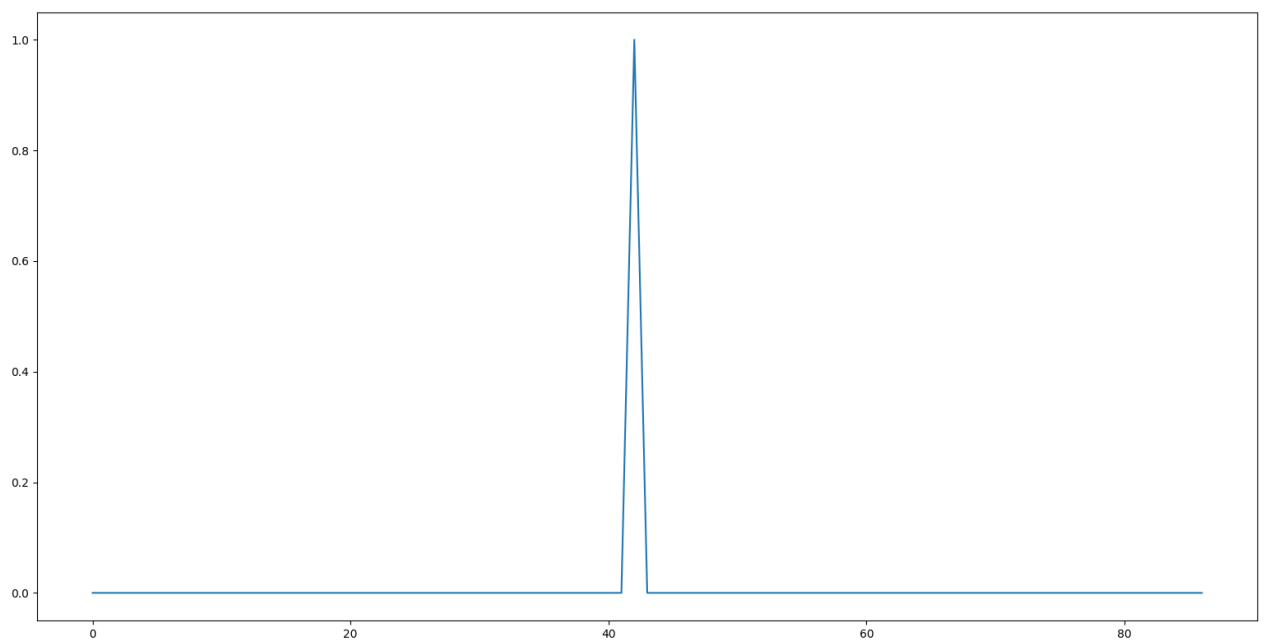


Рис.42 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 18-отправки

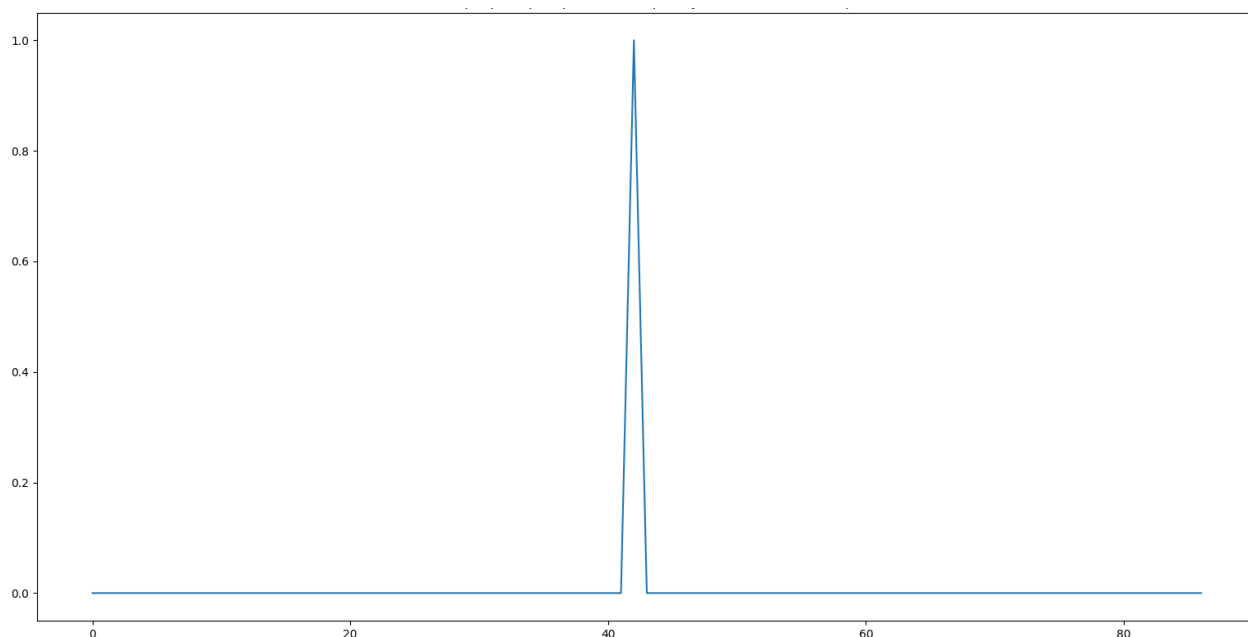


Рис.43 - Апостериорное распределение вер. 1 буквы после 19-отправки

С каждой следующей посылкой значения вероятностей для каждого символа стремятся к нулю за исключением истинного символа, значение которого стремиться к единице.

Приведу сообщения, которые были получены при отправки разных посылок:

Послание №: 1

Я,ЛРсвннвЛБлеклЦнЫр,ИеЛиЫрЕдРы)МВамОАО_В0енчЕПсоЯнЯуполуИ
лЛИааосыполРрЧоблиьвеАоПрлтпоеОЛи(оатАЛаЛаркутркеМуЛумеПятдВ
тер,ЛССкитенаЛК,ВВЛАлР?хтНЫIoинлосо_роЫвтыЛЛЛсеЯыеибЯЪаЕЪУ
воусирУае_наислоепесЫиеУзапачи_ЫцсаелатВЪА-
аьмасИетмЪхУзаЕанкяфкдЦЛпрееуЕЙдЛстЛнвпОь)ира

Послание №: 2

о, Рсвнев ОлексанЧрГЛиИЛДртуРы)ЕКШАЮ0О_в0ЁнЗ,
скосолоолучуЛлачетыуо сеобЫи веОоРтзостес
рЛоатВЛнтатисттиe№дыусеноваватесЪТртитрнаиК,ВВЛАлР хтово
нЕжсоИрошттыЛи сеоыелрроватьСсоасие не
ОаислоонесЫиеЛлатачикиьсЕелЕт.ь2-ШьсасыетныхУИаДаОияш аа
ареблдетЛсоИсОоИьКита

Послание №: 3

Я, Рсвнев АлексРнар, ра грЕдпы)ИКШ0Ю0Ж_Г00е3, сЫоро оолучу
зачеУьуо теобЫи вемоятнонтЕь и мат.Лнкатистике уьпренодателя
Вититина Ж.В. АлР_-того нджсо решить и веПЕМлибовать содсем)не

наименование задачи и тема. Оценки расчетных заданий. Да будет Лето
мной ийя

Послание №: 4

Я, Руднев Александр, из группы 35309ф1_Г00е3, скоро ооучу зачет по
теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В.
Для этого нужно решить и смоделировать совсем не
наисложнейшие задачи и темы! 2-3 расчетных задания. Да будет Лето
мной сила

Послание №: 5

Я, Руднев Александр, из группы 353А901_900НЗ, скоро Мподучу зачет по
теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Сикитина К.В.
Для этого нужно решить к смоделировать совсем не
наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да будет Лето
мной сила

Послание №: 6

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90083, скоро поучу зачет по
теории вероятностей и мат. статистик у преподавателя(Никитина К.В.
Для этого нужно решить к смоделировать совсем не наисложнейшие
задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да будет Лето мной сила

Послание №: 7

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_900НЗ, скоро получу зачет по
теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В.
Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи
и сделать 2-3 расчетных задания. да будет Лето мной сила

Послание №: 8

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по
теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В.
Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи
и сделать 2-3 расчетных задания. Да будет Лето мной сила

Послание №: 9

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по
теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя(Никитина К.В. Для
этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и
сделать 2-3 расчетных задания. Да будет Лето мной сила

Послание №: 10

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 11

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 12

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 13

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 14

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 15

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет Лсо мной сила

Послание №: 16

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для

этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 17

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 18

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Послание №: 19

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

Как можно заметить с каждым получением сообщения его корректность увеличивалась, а в конце точно были определены все символы.

1.2.2 Энтропия и количество информации при распределении символов, заданных таблицей 2.

Выберу произвольную букву s – первая буква в сообщении, при этом каждая отправка сообщение рассматривается независимо.

График изменения условной энтропии представлен на рисунке 44

График изменения количества информации представлен на рисунке 45

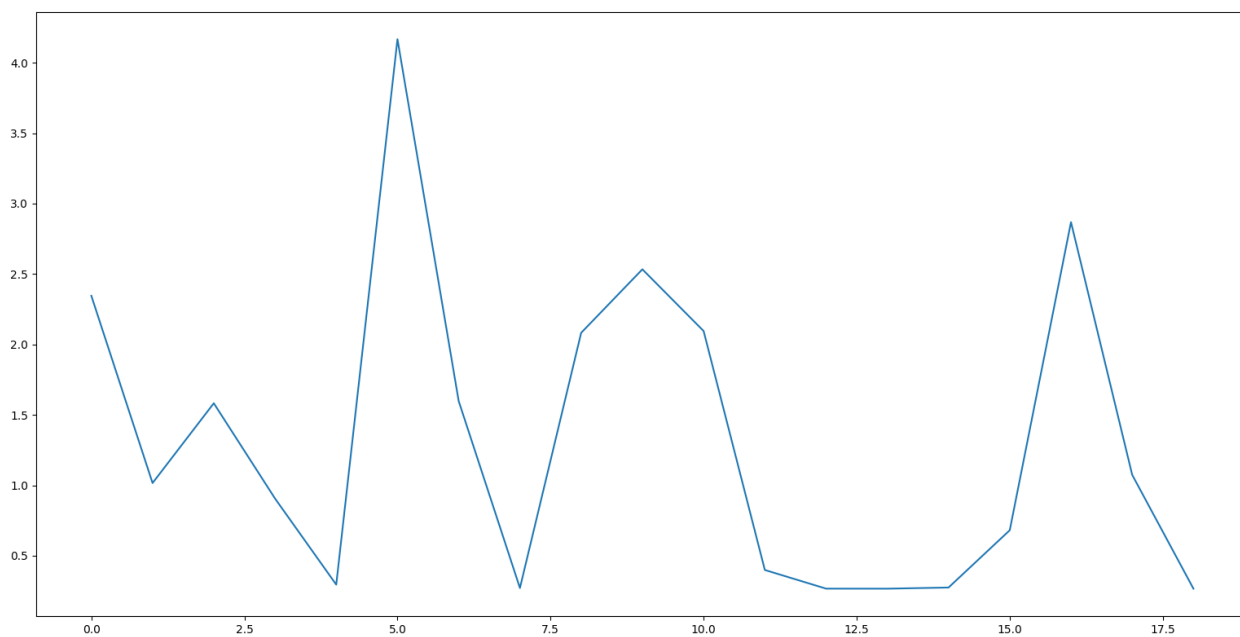


Рис. 44 – График изменения условной энтропии от номера послылки

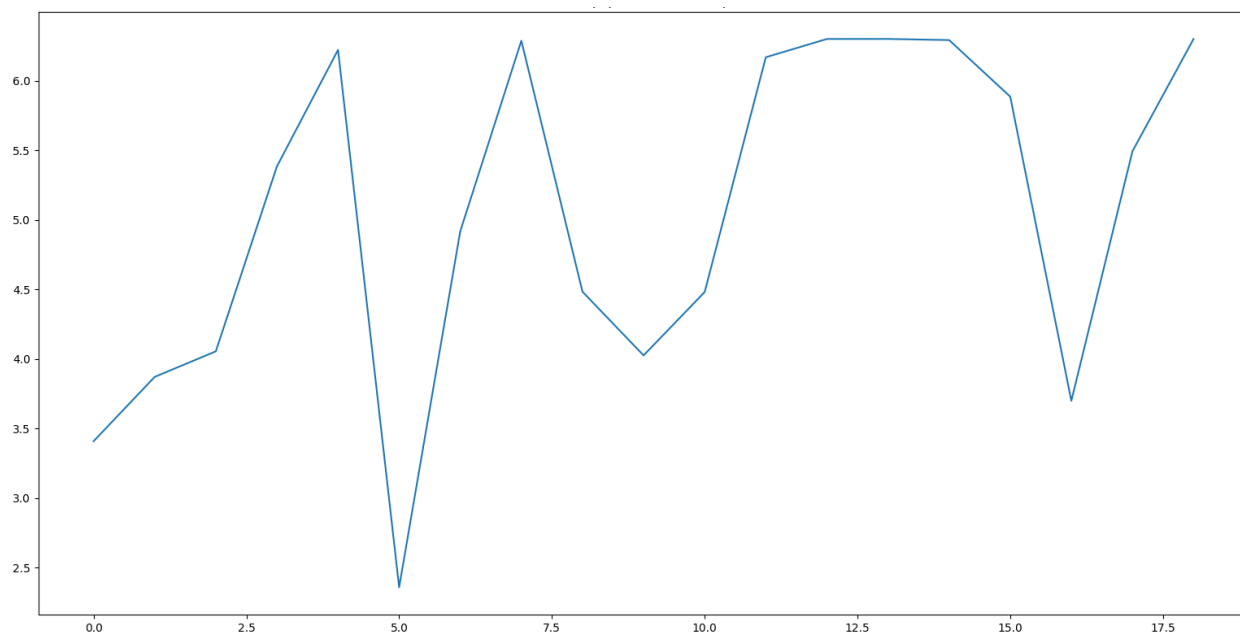


Рис. 45 – График изменения количества информации от номера послылки

Средняя условная энтропия: 0.812295914477280432
Средняя взаимная информация: 0.62357729802038023

Рис. 46 – Средняя условная энтропия и средняя взаимная информация

1.3.1 Сравнение результатов п.1.1 и п.1.2

Сравнивая результаты пункта 1.1, где все символы равновероятны и п.1.2, где вероятности букв задаются исходя из известной информации о частоте букв в русском алфавите, можно сделать вывод, что выбор значений априорной вероятности не влияет на скорость расшифровки сообщения.

2.1.1 Определение переданного сообщения при равномерном распределении символов

Для вычисления апостериорных вероятностей используется метод, аналогичный методу п.1.1

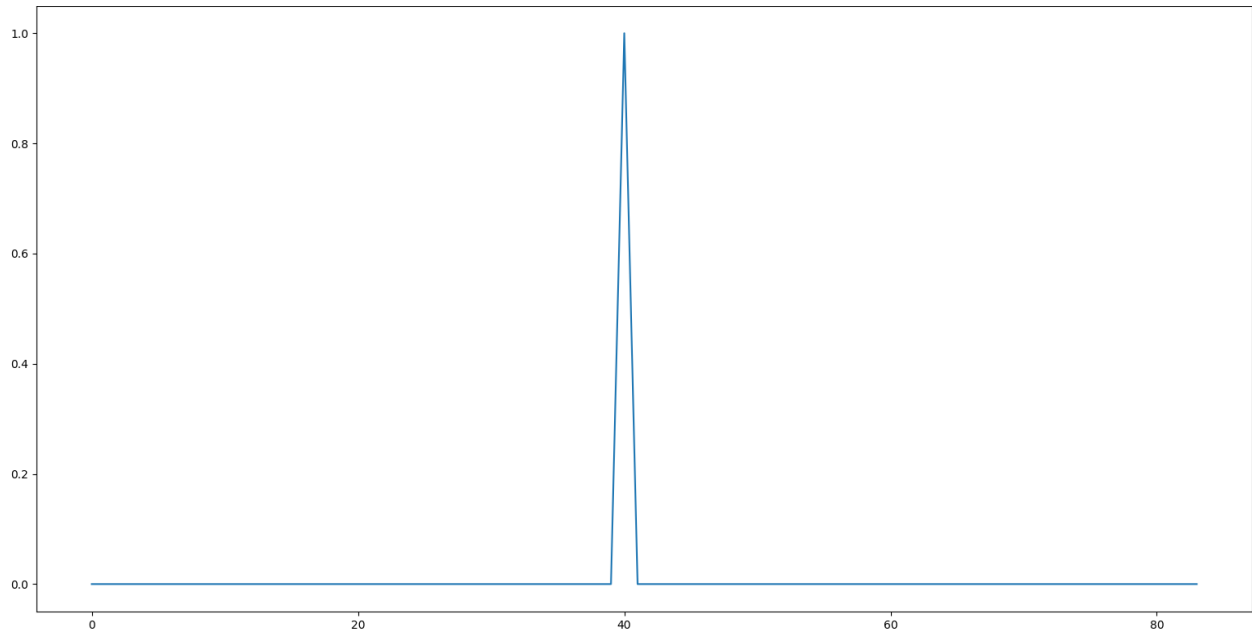


Рис. 47 – Апостериорное распределение вероятности на 1 символе

Было получено сообщение:

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

2.1.2 Энтропия и количество информации при равномерном распределении символов

```
Условная энтропия: 1.2406782029726132e-07  
Среднее количество информации: 6.442943371780906  
Средняя условная энтропия: 1.4260668999685205e-09  
Средняя взаимная информация: 0.07405682036529775
```

Рис. 48 – Вычисленные значения энтропии и информации

2.2.1 Определение переданного сообщения при заданных вероятностях

Для вычисления апостериорных вероятностей используется метод, аналогичный методу п.1.2

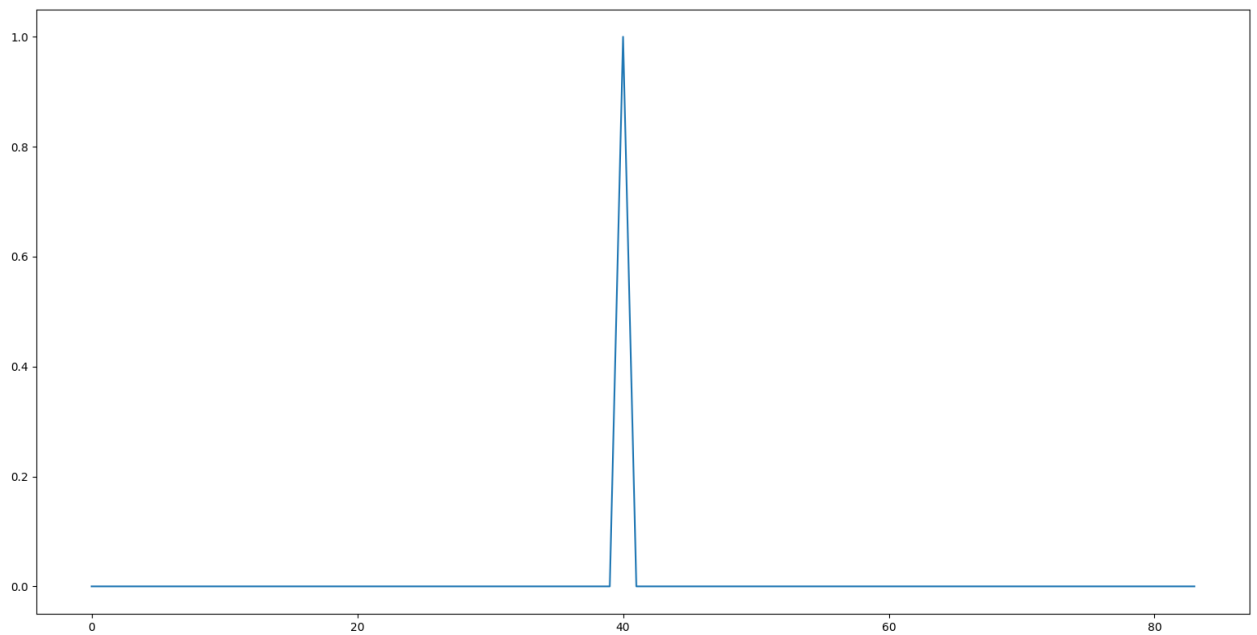


Рис. 49 – Апостериорное распределение вероятности на 1 символе

Было получено сообщение:

Я, Руднев Александр, из группы 3530901_90003, скоро получу зачет по теории вероятностей и мат. статистике у преподавателя Никитина К.В. Для этого нужно решить и смоделировать совсем не наисложнейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Да пребудет со мной сила

2.2.2 Энтропия и количество информации при заданных вероятностях

```
Условная энтропия: 4.7336747827296645e-07
Среднее количество информации: 6.568297194086132
Средняя условная энтропия: 4.988199472635244e-09
Средняя взаимная информация: 0.06921467591983307
```

Рис. 50 – Вычисленные значения энтропии и информации

2.3.1 Сравнение результатов п.2.1 и п.2.2

Как можно заметить 2.1 и 2.2 полученные сообщения не отличаются. Условная энтропия и средняя условная энтропия во втором случае гораздо меньше, а

среднее количество передаваемой информации и взаимной информации практически не отличаются.

5. Вывод

В ходе выполнения расчетного задания было проведено исследование и расшифровка, которое передавалось по каналу связи. Исследование включало в себя расшифровку сообщения двумя разными способами, в которых использовались разные вероятности: в первом способе использовалось априорная вероятность, когда все символы равновероятны, во втором способе символы задаются таблицей.

Листинг:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math

count = 0
condition = "
readed = []

possible_symbols = ['0', '1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', '9',

                    'А', 'Б', 'В', 'Г', 'Д', 'Е', 'Ё', 'Ж', 'З', 'И',
                    'Й', 'К', 'Л', 'М', 'Н', 'О', 'П', 'Р', 'С', 'Т',
                    'У', 'Ф', 'Х', 'Ц', 'Ч', 'Ш', 'Щ', 'Ъ', 'Ы', 'Ь',
                    'Э', 'Ю', 'Я',

                    'а', 'б', 'в', 'г', 'д', 'е', 'ё',
                    'ж', 'з', 'и', 'й', 'к', 'л', 'м', 'н', 'о', 'п',
                    'р', 'с', 'т', 'у', 'ф', 'х', 'ц', 'ч', 'ш', 'щ',
                    'ъ', 'ы', 'ь', 'э', 'ю', 'я',

                    '.', ',', '!', ':', '?', '-', '_', '№', '(', ')', ' ' ]

symbolsCode = {'0': '0000000', '1': '0000001', '2': '0000010', '3': '0000011', '4':
'0000100',
               '5': '0000101', '6': '0000110', '7': '0000111', '8': '0001000', '9': '0001001',
               'А': '0001010', 'Б': '0001011', 'В': '0001100', 'Г': '0001101', 'Д':
'0001110',
               'Е': '0001111', 'Ё': '0010000', 'Ж': '0010001', 'З': '0010010', 'И':
'0010011',
               'Й': '0010100', 'К': '0010101', 'Л': '0010110', 'М': '0010111', 'Н':
'0011000',
               'О': '0011001', 'П': '0011010', 'Р': '0011011', 'С': '0011100', 'Т':
'0011101',
               'У': '0011110', 'Ф': '0011111', 'Х': '0100000', 'Ц': '0100001', 'Ч':
'0100010',
               'Ш': '0100011', 'Щ': '0100100', 'Ъ': '0100101', 'Ы': '0100110', 'Ь':
'0100111',
               'Э': '0101000', 'Ю': '0101001', 'Я': '0101010', 'а': '0101011', 'б':
'0101100',
               'в': '0101101', 'г': '0101110', 'д': '0101111', 'е': '0110000', 'ё': '0110001',
```

```

        'ж': '0110010', 'з': '0110011', 'и': '0110100', 'й': '0110101', 'к': '0110110',
        'л': '0110111', 'м': '0111000', 'н': '0111001', 'о': '0111010', 'п': '0111011',
        'р': '0111100', 'с': '0111101', 'т': '0111110', 'у': '0111111', 'ф': '1000000',
        'х': '1000001', 'ц': '1000010', 'ч': '1000011', 'ш': '1000100', 'щ':
'1000101',
        'ь': '1000110', 'ы': '1000111', 'ъ': '1001000', 'э': '1001001', 'ю': '1001010',
        'я': '1001011', ' ': '1001100', ',': '1001101', '!': '1001110', ':': '1001111',
        '?': '1010000', '-': '1010001', '_': '1010010', '№': '1010011', '(': '1010100',
        ')': '1010101', ' ': '1010110'}

```

```

symbolsF = {'a': 8.66, 'л': 4.32, 'ц': 0.52, 'б': 1.51, 'м': 3.29,
            'ч': 1.27, 'в': 4.19, 'н': 6.35, 'ш': 0.77, 'г': 1.41,
            'о': 9.28, 'щ': 0.49, 'д': 2.56, 'п': 3.35, 'ъ': 0.04,
            'е': 8.10, 'р': 5.53, 'ы': 2.11, 'ж': 0.78, 'с': 5.45,
            'ь': 1.90, 'з': 1.81, 'т': 6.30, 'э': 0.17, 'и': 7.45,
            'у': 2.90, 'ю': 1.03, 'й': 1.31, 'ф': 0.40, 'я': 2.22,
            'к': 3.47, 'х': 0.92, 'А': 8.66, 'Л': 4.32, 'Ц': 0.52,
            'Б': 1.51, 'М': 3.29, 'Ч': 1.27, 'В': 4.19, 'Н': 6.35,
            'Ш': 0.77, 'Г': 1.41, 'О': 9.28, 'Щ': 0.49, 'Д': 2.56,
            'П': 3.35, 'Ъ': 0.04, 'Е': 8.10, 'Р': 5.53, 'Ы': 2.11,
            'Ж': 0.78, 'С': 5.45, 'Ь': 1.90, 'З': 1.81, 'Т': 6.30,
            'Э': 0.17, 'И': 7.45, 'У': 2.90, 'Ю': 1.03, 'Й': 1.31,
            'Ф': 0.40, 'Я': 2.22, 'К': 3.47, 'Х': 0.92,

```

```

            ' ': 10 / 21, ',': 10 / 21, '!': 10 / 21, ':': 10 / 21,
            '?': 10 / 21, '-': 10 / 21, '_': 10 / 21, '№': 10 / 21,
            '(': 10 / 21, ')': 10 / 21, ' ': 10 / 21,

```

```

            '0': 10 / 21, '1': 10 / 21, '2': 10 / 21, '3': 10 / 21, '4': 10 / 21,
            '5': 10 / 21, '6': 10 / 21, '7': 10 / 21, '8': 10 / 21, '9': 10 / 21,

```

```

            'ë': 10 / 21, 'Ë': 10 / 21}

```

```

symbols_probability = symbolsF
s = 0
for el in symbols_probability.values():
    s += el
for key in symbols_probability.keys():
    symbols_probability[key] /= s

with open('task_1_info_messages.txt', 'r') as file:
    for lines in file:
        if count == 0:
            condition = lines.strip()
        else:

```

```

        readed.append(lines.strip())
        count += 1

messages = []
for elements in readed:
    list = elements.split(": ")
    list1 = list[1].split(" ")
    messages.append(list1)

def task1_1():
    messages_prob = []
    messages_prob_entropy = []

    for i in range(20):
        list = []
        for j in range(263):
            prob = {}
            for el in symbolsCode.keys():
                prob[el] = 1 / 87
            list.append(prob)
        messages_prob_entropy.append(list)

    for i in range(20):
        list = []
        for j in range(263):
            prob = {}
            for el in symbolsCode.keys():
                if i == 0:
                    prob[el] = 1 / 87
                else:
                    prob[el] = 0
            list.append(prob)
        messages_prob.append(list)

    message_count = 1
    for message in messages:
        letter_count = 0
        for letter in message:
            for symbol in symbolsCode.keys():
                x = messages_prob[message_count - 1][letter_count][symbol] *
prob_this(letter,
                                                    symbolsCode[symbol])
                messages_prob[message_count][letter_count][symbol] = x
                messages_prob_entropy[message_count][letter_count][symbol] *=

```



```

prob_this(letter,
                                                    symbolsCode[symbol])

    s = 0
    for pr in messages_prob[message_count][letter_count].values():
        s += pr
    for sym in messages_prob[message_count][letter_count].keys():
        messages_prob[message_count][letter_count][sym] /= s
    s = 0
    for pr in messages_prob_entropy[message_count][letter_count].values():
        s += pr
    for sym in messages_prob_entropy[message_count][letter_count].keys():
        messages_prob_entropy[message_count][letter_count][sym] /= s
    letter_count += 1
    message_count += 1

for i in range(1, len(messages_prob)):
    plt.plot(messages_prob[i][0].values())
    plt.show()

entropy_list = []
for i in range(message_count):
    entropy = 0
    for val in messages_prob_entropy[i][0].values():
        entropy += val * math.log2(val)
    entropy_list.append(-entropy)

plt.plot(entropy_list)
plt.show()

information_list = []
for i in range(message_count):
    info = 0
    for val in messages_prob_entropy[i][0].values():
        info += val * math.log2(1 / 87)
    info = -info
    info -= entropy_list[i]
    information_list.append(info)

plt.plot(information_list)
plt.show()

average_ent = 0
for i in range(len(entropy_list)):
    probability = 0
    for val in messages_prob_entropy[i][0].values():

```

```

        probability += val * 1 / 87
        average_ent += probability * entropy_list[i]
    print(f'Средняя условная энтропия равна: {average_ent}')

    average_inf = 0
    for i in range(len(entropy_list)):
        probability = 0
        for val in messages_prob_entropy[i][0].values():
            probability += val * 1 / 87
        average_inf += probability * information_list[i]
    print(f'Средняя взаимная информация равна: {average_inf}')

    for i in range(1, len(messages_prob)):
        str = ""
        for j in range(263):
            max_prob = 0
            max_el = ""
            for elem in messages_prob[i][j].keys():
                if messages_prob[i][j][elem] >= max_prob:
                    max_prob = messages_prob[i][j][elem]
                    max_el = elem
            str += max_el
        print(f'Послание №: {i}')
        print(str)

def task1_2():
    messages_prob = []
    messages_prob_entropy = []

    for i in range(20):
        list = []
        for j in range(263):
            prob = {}
            for el in symbolsCode.keys():
                if i == 0:
                    prob[el] = symbolsF[el]
                else:
                    prob[el] = 0
            s = 0
            for pr in prob.values():
                s += pr
            if s != 0:
                for pre in prob.keys():
                    prob[pre] /= s

```

```

        list.append(prob)
    messages_prob.append(list)

for i in range(20):
    list = []
    for j in range(263):
        prob = {}
        for el in symbolsCode.keys():
            prob[el] = symbolsF[el]
        s = 0
        for pr in prob.values():
            s += pr
        if s != 0:
            for pre in prob.keys():
                prob[pre] /= s
        list.append(prob)
    messages_prob_entropy.append(list)

message_count = 1
for message in messages:
    letter_count = 0
    for letter in message:
        for symbol in symbolsCode.keys():
            x = messages_prob[message_count - 1][letter_count][symbol] *
prob_this(letter,
                                                    symbolsCode[symbol])
            messages_prob[message_count][letter_count][symbol] = x
            messages_prob_entropy[message_count][letter_count][symbol] *=
prob_this(letter,
                                                    symbolsCode[symbol])
        s = 0
        for pr in messages_prob[message_count][letter_count].values():
            s += pr
        for sym in messages_prob[message_count][letter_count].keys():
            messages_prob[message_count][letter_count][sym] /= s
        for pr in
messages_prob_entropy[message_count][letter_count].values():
            s += pr
        for sym in
messages_prob_entropy[message_count][letter_count].keys():
            messages_prob_entropy[message_count][letter_count][sym] /= s
        letter_count += 1
    message_count += 1

for i in range(1, len(messages_prob)):

```

```

plt.plot(messages_prob[i][0].values())
plt.show()

entropy_list = []
for i in range(1, message_count):
    entropy = 0
    for val in messages_prob_entropy[i][0].values():
        entropy += val * math.log2(val)
    entropy_list.append(-entropy)

plt.plot(entropy_list)
plt.show()

information_list = []
for i in range(message_count - 1):
    info = 0
    for val in messages_prob_entropy[i + 1][0].keys():
        info += messages_prob[i + 1][0][val] *
math.log2(symbols_probability[val])
    info = -info
    info -= entropy_list[i]
    information_list.append(info)

plt.plot(information_list)
plt.show()

average_ent = 0
for i in range(len(entropy_list)):
    probability = 0
    letter = ""
    for key in symbolsCode.keys():
        if messages[i][0] == symbolsCode[key]:
            letter = key
    for val in messages_prob_entropy[i][0].values():
        if letter != "":
            probability += val * symbols_probability[letter]
    average_ent += probability * entropy_list[i]
print(f'Средняя условная энтропия: {average_ent}')

average_inf = 0
for i in range(len(entropy_list)):
    probability = 0
    for val in messages_prob_entropy[i][0].keys():
        probability += messages_prob_entropy[i][0][val] *
symbols_probability[val]

```

```

    average_inf += probability * information_list[i]
print(f'Средняя взаимная информация: {average_inf}')

for i in range(1, 20):
    str = ""
    for j in range(263):
        max_prob = 0
        max_el = ""
        for elem in messages_prob[i][j].keys():
            if messages_prob[i][j][elem] >= max_prob:
                max_prob = messages_prob[i][j][elem]
                max_el = elem
        str += max_el
    print(f'Послание №: {i}')
    print(str)

new_messages = []
for i in range(263):
    string = ""
    for message in messages:
        string += message[i]
    new_messages.append(string)

string_for_zero = '1010110'
new_zero_string = string_for_zero
for i in range(18):
    new_zero_string += string_for_zero
dictionary = {' ': new_zero_string}
with open('info.txt', 'r', encoding='UTF8') as file:
    for lines in file:
        line = lines.split(' ')
        code = line[1].strip()
        new_code = code
        for i in range(18):
            new_code += code
        dictionary[line[0]] = new_code

def task2_1():
    messages_prob = []
    for k in range(263):
        prob = {}
        for el in dictionary.keys():
            prob[el] = 1 / 87
    s = 0

```

```

for pr in prob.values():
    s += pr
for pre in prob.keys():
    prob[pre] /= s
messages_prob.append(prob)

letter_count = 0
for letter in new_messages:
    for symbol in dictionary.keys():
        messages_prob[letter_count][symbol] *= prob_this(letter,
                                                             dictionary[symbol])

    s = 0
    for pr in messages_prob[letter_count].values():
        s += pr
    for sym in messages_prob[letter_count].keys():
        messages_prob[letter_count][sym] /= s
    letter_count += 1

plt.plot(messages_prob[0].values())
plt.show()

entropy = 0
for value in messages_prob[0].values():
    entropy += value * math.log2(value)
entropy = -entropy
print(f'Условная энтропия: {entropy}')

info = 0
for value in messages_prob[0].values():
    info += value * math.log2(1 / 87)
info = -info - entropy
print(f'Среднее количество информации: {info}')

average_ent = 0
probability = 0
for val in messages_prob[0].values():
    probability += val * 1 / 87
average_ent += probability * entropy
print(f'Средняя условная энтропия: {average_ent}')

average_inf = 0
probability = 0
for val in messages_prob[0].values():
    probability += val * 1 / 87
average_inf += probability * info

```

```
print(f'Средняя взаимная информация: {average_inf}')
```

```
mess = ""  
for element in messages_prob:  
    max_pr = -1  
    max_mess = ""  
    for e in element.keys():  
        if element[e] >= max_pr:  
            max_mess = e  
            max_pr = element[e]  
    mess += max_mess  
print(mess)
```

```
def task2_2():  
    messages_prob = []  
    for k in range(263):  
        prob = { }  
        for el in dictionary.keys():  
            prob[el] = symbolsF[el]  
        s = 0  
        for pr in prob.values():  
            s += pr  
        for pre in prob.keys():  
            prob[pre] /= s  
        messages_prob.append(prob)  
  
    letter_count = 0  
    for letter in new_messages:  
        for symbol in dictionary.keys():  
            messages_prob[letter_count][symbol] *= prob_this(letter,  
                                                                dictionary[symbol])  
  
        s = 0  
        for pr in messages_prob[letter_count].values():  
            s += pr  
        for sym in messages_prob[letter_count].keys():  
            messages_prob[letter_count][sym] /= s  
        letter_count += 1  
  
    plt.plot(messages_prob[0].values())  
    plt.show()  
  
    entropy = 0  
    for value in messages_prob[0].values():  
        entropy += value * math.log2(value)
```

```

entropy = -entropy
print(f'Условная энтропия: {entropy}')

info = 0
for value in messages_prob[0].keys():
    info += messages_prob[0][value] * math.log2(symbols_probability[value])
info = -info - entropy
print(f'Среднее количество информации: {info}')

average_ent = 0
probability = 0
for val in messages_prob[0].keys():
    probability += messages_prob[0][val] * symbols_probability[val]
average_ent += probability * entropy
print(f'Средняя условная энтропия: {average_ent}')

average_inf = 0
probability = 0
for val in messages_prob[0].keys():
    probability += messages_prob[0][val] * symbols_probability[val]
average_inf += probability * info
print(f'Средняя взаимная информация: {average_inf}')

mess = ""
for element in messages_prob:
    max_pr = -1
    max_mess = ""
    for e in element.keys():
        if element[e] >= max_pr:
            max_mess = e
            max_pr = element[e]
    mess += max_mess
print(mess)

```