

Kurseinheit 7:**Einsendeaufgaben – Einsendetermin: 9.7.2012**

Aufgabe 7.1

Wahr oder falsch?

wahr falsch

- (1) Seien A und B Aussagen. Die Formel $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg A \wedge B)$ ist erfüllbar.
- (2) Seien A und B Aussagen. Die Formel $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg A \wedge B)$ ist tautologisch.
- (3) Seien A und B Aussagen. Die Formel $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg A \wedge B)$ ist falsifizierbar.
- (4) Seien A und B Aussagen. Die Formel $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg A \wedge B)$ ist widerspruchsvoll.
- (5) Die Formel $\neg(C \leftrightarrow A) \wedge ((C \rightarrow B) \vee (A \wedge B \rightarrow C))$ ist äquivalent zu $(C \vee A) \wedge (\neg C \vee \neg A)$.
- (6) Es gibt keine reelle Folge (a_n) , auf die die Aussage

$$\forall G \in \mathbb{R} \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0 \quad (|a_n| < G)$$

zutrifft.

- (7) Es gibt keine reelle Folge (a_n) , auf die die Aussage

$$\exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall G \in \mathbb{R} \quad \forall n \geq n_0 \quad (a_n \leq G)$$

zutrifft.

- (8) Seien A und B Aussagen. Dann gilt $(A \wedge B) \models (B \rightarrow A)$.
- (9) Die Funktion $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2}(x - \sin(x) \cos(x)) + 2$ ist eine Stammfunktion der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin^2(x)$.
- (10) Die Funktion $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x^2 + 1} - 6$, ist eine Stammfunktion von $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

[$\max(0, r - f)$ Punkte, wobei r die Anzahl der richtigen und f die Anzahl der falschen Antworten ist. Nicht beantwortete Fragen gehen nicht in die Bewertung ein.]

Diese Seite bleibt aus technischen Gründen frei!

Aufgabe 7.2

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ so, dass die folgenden Integrale definiert sind. Bestimmen Sie die Integrale mit partieller Integration.

1. $\int_a^b x^3 \ln(x) dx$

2. $\int_a^b x \exp(-x) dx$

3. $\int_a^b \exp(2x) \sin(3x) dx$

[3 + 3 + 4 Punkte]

Aufgabe 7.3

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ so, dass die folgenden Integrale definiert sind. Bestimmen Sie die Integrale mit Substitution.

1. $\int_a^b (2 - 3x)^4 dx$

2. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$

3. $\int_a^b \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

4. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$

5. $\int_a^b \frac{x}{1+x^4} dx$

Hinweis: $g(x) = x^2$.

[10 Punkte]

Aufgabe 7.4

Seien A , B und C Aussagen. Bringen Sie die Formel $(A \wedge B) \leftrightarrow \neg C$ zunächst in Negationsnormalform und dann in konjunktive Normalform. Geben Sie die Zwischenschritte der Umformungen an.

[10 Punkte]

Aufgabe 7.5

1. Sei $\alpha = \forall x(P(x) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge R(x, y)))$. Geben Sie jeweils eine Interpretation mit Grundmenge \mathbb{Z} , sodass α wahr ist beziehungsweise α falsch ist.

2. Sei $\beta = \forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow P(x) \vee P(y))$. Geben Sie jeweils eine Interpretation mit Grundmenge \mathbb{Z} , sodass β wahr ist beziehungsweise β falsch ist.

[5 + 5 Punkte]

Aufgabe 7.6

Gegeben seien folgende umgangssprachliche Aussagen:

1. Nur Eisbären, die mit der Hand aufgezogen werden, mögen (einige) Menschen.
2. Eisbären, die mit der Hand aufgezogen werden, mögen keine Eisbären.
3. Wenn zwei Eisbären sich mögen, sind beide nicht von Hand aufgezogen worden.

Formalisieren Sie die Aussagen in Prädikatenlogik. Der Grundbereich sind alle Säugetiere in deutschen Zoos. Benutzen Sie dafür folgende Prädikate:

1. $E(x)$: x ist ein Eisbär.
2. $M(x)$: x ist ein Mensch.
3. $H(x)$: x wurde von Hand aufgezogen.
4. $m(x, y)$: x mag y .

[10 Punkte]