Aufgabe 3 a)

Beide Konjunktionsterme nehmen nie gleichzeitig den Wert 1 über den gesamten Definitionsbereich an, wie u.a. Wertetabelle zeigt. Begründet liegt dies in den Einsetzungen für X_i und $\overline{X_i}$, welche beide den Wert 1 haben müssten, $\phi(X_i) = 1$ und $\phi(\overline{X_i}) = 1$., ebenso wie die Monome a und b, um die Bedingung $f(X_i \wedge a) = 1$ und $f(\overline{X_i} \wedge b) = 1$ zu erfüllen. $\overline{X_i}$ ist jedoch die Negation von X_i, darum wird dieser Fall an keiner Stelle des Definitionsbereiches auftreten..

X_i	a	b	$f(X_i \wedge a)$	$f(\overline{X_i} \wedge b)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

Aufgabe 3 b)

Die Anzahl m der möglichen Funktionswerte einer Funktion f mit einem Boole'schen Ausdruck a, $f(a)$, über den Definionsbereich $\{0,1\}^n$ ist $m = 2^n$. Diese wiederum ist die Summe der Anzahl k der Funktionswerte mit dem Wert 1 (KDNF), $f(a) = 1$, und der Anzahl l der Funktionswerte dem Wert 0 (KKNF),$f(a) = 0$, als $m = k + l$

$m = 2^n$

$k + l = 2^n$ | da $m = k + l$

$k = 2^n - l$

Diese Gleichung setze ich nun in der Voraussetzung ein

$k > 2^{n-1}$

$2^n - l > 2^{n-1}$ | $2^n - l$ für k eingesetzt

$2^n - l > 2^n \cdot 2^{-1}$

$-l > 2^n \cdot 2^{-1} - 2^n$ | auf beiden Seiten -2^n

$-l > 2^n \cdot (2^{-1} - 1)$

$-l > 2^n \cdot (\frac{1}{2} - 1)$

$-l > 2^n \cdot (-\frac{1}{2})$

$-l > -\frac{2^n}{2}$

$-l > -(2^n \cdot 2^{-1})$

$-l > -2^{n-1}$

$l < 2^{n-1}$ | beide Seiten $\cdot(-1)$

Dies veranschaulicht die Behauptung der Aufgabe.