

Seria desitjable que dediquèssim les dues primeres setmanes per tenir la primera part de la pràctica i les dues últimes per la segona part. Així podem resoldre els dubtes de forma més eficient, obtindreu un millor *feedback* de la feina feta, i estalviareu molt de temps.

Les instruccions precises de què (i quan) cal entregar com a resultat d'aquesta pràctica les expliquem al final d'aquest document.

No es poden incloure funcions en els arxius tret de les que apareixen en el text

Pràctica 2: Interpolació

Primera part: Càlcul del polinomi interpolador

- (a) Programeu una funció amb prototipus

```
void dif_dividides(double *x, double *y, int n);
```

que, donats $x = \{x_0, \dots, x_n\}$ (nodes) i $y = \{f(x_0), \dots, f(x_n)\}$ (valors d'una funció en aquests nodes), retorna en el mateix vector y les diferències dividides de Newton

$$f[x_0], f[x_0, x_1], \dots, f[x_0, \dots, x_n],$$

és a dir, els coeficients del polinomi interpolador

$$P_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, \dots, x_n](x - x_0) \cdots (x - x_{n-1}),$$

Observeu que la funció rep l'adreça del vector y i canvia els valors per les diferències dividides; per fer-ho cal substituir els valors del vector y de forma **convenient**.

Observeu també que caldrà fer reserves dinàmiques de memòria per als vectors abans de cridar la funció ja que n , el nombre de nodes, serà una entrada en la funció `main`.

- (b) Programeu una funció amb prototipus

```
double aval(double *x, double *c, int n, double t);
```

que, donats el vector x (dels nodes) i el vector c que conté les diferències dividides, avalua el polinomi interpolador en t (algorisme de Horner).

Sigui $f(x) = \exp(\sin(x) + \cos(x))$. Volem avaluar la funció f (molts cops) en punts de l'interval $[0, 2\pi]$. Per això usarem polinomis interpoladors de grau n en $n + 1$ nodes equidistants.

- (1) Per al càlcul efectiu del polinomi de grau n de la funció f haureu d'avaluar la funció f en els $n + 1$ nodes (ja que necessiteu tenir les y_j 's $j = 0, \dots, n + 1$ per construir el polinomi). Programeu una funció trivial `double f(double t)` que avalua la funció f en t .
- (2) Feu servir el polinomi per obtenir un valor aproximat de la funció f en 1000 punts equiespaiats de l'interval $[0, 2\pi]$.

- (3) Usant la funció `f(double t)` i el polinomi interpolador de grau n , calculeu l'error relatiu comès en cada punt quan fem servir $P_n(t)$ i no $f(t)$. Compareu-ho amb l'error teòric.

En resum, la funció `main` haurà de llegir n (proveu-ho amb $n = 4, 5, 6$), reservarà espai per als vectors necessaris que omplirà amb els valors x_i i y_i adequats, cridarà la funció `dif_dividides` i avaluarà el polinomi en els 1000 punts i calcularà el seu l'error relatiu. Per a cadascun dels 1000 punts escriurem una línia amb

$$t \quad f(t) \quad P_n(t) \quad e_r(t)$$

Escriviu els resultats en arxius de nom `interp04.res`, `interp05.res`, `interp06.res` per a poder dibuixar amb `gnuplot`.

Segona part: Dades de l'asteroide Apophis

El fitxer `dades_apophis.dat` conté les dades obtingudes de la integració de la òrbita de l'asteroide Apophis. L'estructura de cada línia és la següent

$$\text{temps} \quad x \quad y \quad z$$

on `temps` és la *data juliana* (comuna en astronomia), i $x \ y \ z$ determinen la posició en coordenades eclíptiques amb origen al Sol donada en unitats astronòmiques ($1 \text{ UA} \approx \text{distància Sol-Terra}$).

- (1) Calculeu els polinomis interpoladors de $x(t)$, de grau $n = 6, 9, 12, 15$, que s'obtenen fent servir les darreres $n + 1$ línies de dades del fitxer i avalueu en cada cas el polinomi en $t_0 = 2462225.5$.

Més concretament, el fitxer conté la posició de l'asteroid cada **20 dies** des de les 00 hores del dia 1 de setembre de 2006 (2453979.5) fins les 00 hores del dia 13 d'abril de l'any 2029 (2462239.5), en total 414 dates.

Per passar *dia/mes/any* a data juliana hem de fer:

$$\begin{aligned} a &= (14 - \text{mes})/12 \quad (a = 1 \text{ gener i febrer}, a = 0 \text{ els altres mesos}) \\ m &= \text{mes} + 12a - 3 \quad (0 \text{ març}, 1 \text{ abril}, \dots, 10 \text{ gener}, 11 \text{ febrer}) \\ y &= \text{any} + 4800 - a \end{aligned}$$

(càlculs sense decimals) i aleshores el dia julià es calcula:

$$D = \text{dia} + \frac{153m + 2}{5} + 365y + \frac{y}{4} - \frac{y}{100} + \frac{y}{400} - 32045$$

(en el càlcul de les fraccions cal despreciar els decimals) i cal restar 0.5 per situar-nos a les 00 hores del dia (temps que conté el fitxer). Feu una funció

```
double datajuliana(int dia, int mes, int any);
```

que retorni la data juliana corresponent a les 00 hores del dia, mes i any passats com a paràmetres. Així hom pot veure que les 00:00 del dia 1 de gener de 2012 és la data juliana 2455927.5 (comproveu-ho a mà ...). Aleshores des de les 00:00 de l'1 de setembre de 2006 (inici del fitxer, 2453979.5) han passat 1948 dies julians. Com que cada línia correspon a 20 dies tenim que $1948 = 97 \times 20 + 8$. Haurem doncs d'anar a la línia 98 (ja que la primera correspon al 0). Això ens dóna que les 00:00 de l'1 de gener de 2012 està entre els valors de la taula $t_{-1} = 2455919.5$ (24/12/2011) i $t_1 = 2455939.5$ (13/01/2012).

Feu una funció `main` que llegeixi les dades del fitxer i faci el que es demana a continuació:

- (2) Localitzeu en el fitxer els valors t_{-1} i t_1 anterior i posterior a la data t_0 del vostre aniversari de l'any 2020 a les 00:00 hores (si per casualitat coincideix exactament amb t_{-1} o t_1 canvieu l'any 2020 per l'any 2025). Trobeu el polinomi interpolador de $x(t)$, de $y(t)$ i de $z(t)$ de grau 5 que s'obté prenent les 3 dates anteriors (és a dir t_{-j} , $j = 1, 2, 3$) i les 3 dates posteriors (és a dir t_j , $j = 1, 2, 3$) a l'aniversari. Utilitzeu els polinomis interpoladors per determinar quina és la distància al Sol de l'asteroide a temps t_0 . ($d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$).

Tots els resultats que es demanen s'escriuran per pantalla. Observeu que haureu de rellegir el fitxer de posicions diverses vegades i que cada cop volem llegir des del principi del fitxer. O bé obriu i tanqueu cada cop el fitxer o bé useu la funció **void** `rewind(FILE *)` amb prototipus a `stdio.h` que posiciona l'apuntador al principi del fitxer cada cop que es crida.

Instruccions per a l'entrega

En començar la pràctica haureu de crear un subdirectori anomenat: *Grup-Cognom1Cognom2Nom-X* on

- Grup: és el vostre grup de pràctiques en majúscules (pot ser A, B o C).
- Cognom1Cognom2Nom: és el vostre primer cognom, segon cognom i nom.
- X: identifica el número de la pràctica (1, 2, 3, etc).

Exemple: A-LopezPerezMaria-2 correspon a una alumna del grup A que fa la pràctica 2.

Aquest directori contindrà els arxius `.c` corresponents a les diverses parts:

- a) Arxiu `prac2funs.c` que conté les funcions `dif_dividides`, `aval`.
- b) Arxiu `prac2a.c` que conté el programa principal de la primera part i la funció `f`.
- c) Arxiu `prac2b.c` que conté el programa principal de la segona part i la funció `datajuliana`.
- d) Arxiu `prac2funs.h` que conté les capçaleres de les funcions `dif_dividides`, `aval` i `datajuliana` (per usar un **#include** `"prac2funs.h"` en els `.c`).

Es crearà un arxiu comprimit del directori amb la comanda

```
tar -czvf A-LopezPerezMaria-2.tgz A-LopezPerezMaria-2
```

executada des del directori pare.

Entregar la pràctica vol dir el següent:

- (1) S'entregarà el fitxer comprimit (.tgz) al Campus Virtual abans de les 23:00 hores del dia 17 de desembre.

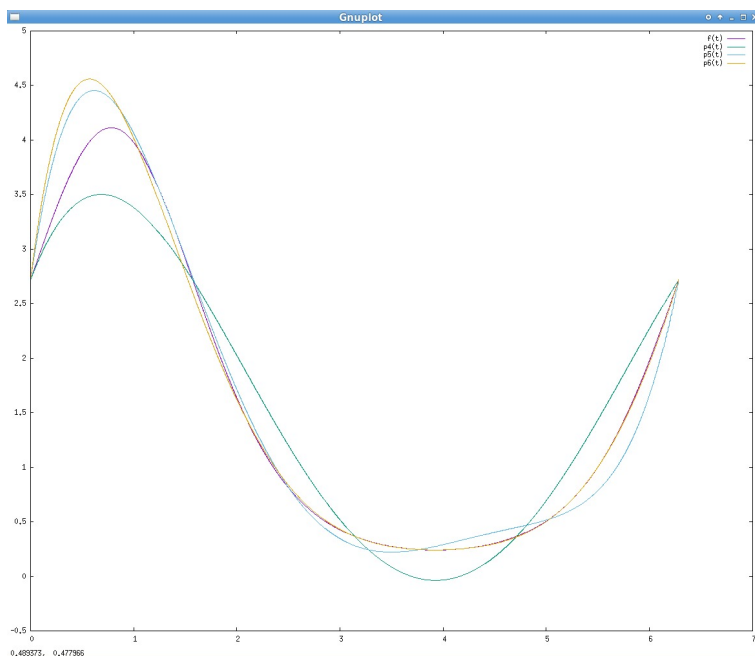
Tots els programes lliurats hauran de començar amb el comentari següent, on cadascun dels alumnes inclourà les seves dades personals

```
/* COGNOM1: COGNOM2: NOM: DNI: */
```

Tots els programes lliurats hauran de compilar amb les opcions: -ansi, -pedantic, -O i -Wall.

- (2) El 19 de desembre de 2016 a l'hora de laboratori es proposarà un problema (el que hem anomenat **prova** en el pla docent) que s'haurà de resoldre usant i modificant exclusivament les funcions (programes) que heu elaborat durant la pràctica. S'entregarà un fitxer .c al Campus Virtual. Respondre (argumentadament) en un document (imprès) durant l'hora del laboratori a les diferents qüestions que es proposin en relació a la pràctica.

Els alumnes que lliurin un arxiu sense el format demanat, sense les seves dades personals (usant l'estil anterior), o programes amb tinguin algun avís o error de compilació, no podran ser avaluats positivament.



Gràfica dels resultats de l'apartat (a)

Fixeu-vos en els punts on coincideixen la funció i els polinomis (grau + 1)

Sortida d'una execució apartat (b):

n=6

```
t[0]=2462119.5 x[0]=-2.73906822e-01
t[1]=2462139.5 x[1]=-5.71498294e-01
t[2]=2462159.5 x[2]=-8.14159251e-01
t[3]=2462179.5 x[3]=-9.83231704e-01
t[4]=2462199.5 x[4]=-1.06460950e+00
t[5]=2462219.5 x[5]=-1.04751705e+00
t[6]=2462239.5 x[6]=-9.24676845e-01
```

Els coeficients del polinomi de grau 6 per x(t) son

```
dd[0]=-2.73906822e-01
dd[1]=-1.48795736e-02
dd[2]=+6.86631419e-05
dd[3]=+3.88708144e-07
dd[4]=-1.18537531e-09
dd[5]=+3.18042888e-12
dd[6]=-3.01390565e-14
```

n=6 x(2462225.5)=-1.02198804e+00

n=9

```
t[0]=2462059.5 x[0]=+6.29576506e-01
t[1]=2462079.5 x[1]=+3.71457991e-01
t[2]=2462099.5 x[2]=+5.27721347e-02
t[3]=2462119.5 x[3]=-2.73906822e-01
t[4]=2462139.5 x[4]=-5.71498294e-01
t[5]=2462159.5 x[5]=-8.14159251e-01
t[6]=2462179.5 x[6]=-9.83231704e-01
t[7]=2462199.5 x[7]=-1.06460950e+00
t[8]=2462219.5 x[8]=-1.04751705e+00
t[9]=2462239.5 x[9]=-9.24676845e-01
```

Els coeficients del polinomi de grau 9 per x(t) son

```
dd[0]=+6.29576506e-01
dd[1]=-1.29059257e-02
dd[2]=-7.57091773e-05
dd[3]=+1.09529670e-06
dd[4]=-4.03480600e-09
```

```

dd[5]=+1.10835837e-11
dd[6]=-4.41783542e-15
dd[7]=-1.88453774e-16
dd[8]=+1.18502090e-18
dd[9]=-6.49901793e-21
  n=9  x(2462225.5)=-1.02198114e+00
*****

n=12
t[0]=2461999.5  x[0]=+4.58559198e-01
t[1]=2462019.5  x[1]=+7.05553894e-01
t[2]=2462039.5  x[2]=+7.60601715e-01
t[3]=2462059.5  x[3]=+6.29576506e-01
t[4]=2462079.5  x[4]=+3.71457991e-01
t[5]=2462099.5  x[5]=+5.27721347e-02
t[6]=2462119.5  x[6]=-2.73906822e-01
t[7]=2462139.5  x[7]=-5.71498294e-01
t[8]=2462159.5  x[8]=-8.14159251e-01
t[9]=2462179.5  x[9]=-9.83231704e-01
t[10]=2462199.5  x[10]=-1.06460950e+00
t[11]=2462219.5  x[11]=-1.04751705e+00
t[12]=2462239.5  x[12]=-9.24676845e-01
*****

```

Els coeficients del polinomi de grau 12 per $x(t)$ son

```

dd[0]=+4.58559198e-01
dd[1]=+1.23497348e-02
dd[2]=-2.39933593e-04
dd[3]=+1.22371766e-07
dd[4]=+1.38296557e-08
dd[5]=-1.18644885e-10
dd[6]=+5.22171670e-13
dd[7]=-6.36414460e-16
dd[8]=-9.73885556e-18
dd[9]=+9.80048762e-20
dd[10]=-5.80730894e-22
dd[11]=+2.61618432e-24
dd[12]=-9.60243262e-27
  n=12  x(2462225.5)=-1.02193563e+00
*****

n=15

```

```

t[0]=2461939.5 x[0]=-6.43637273e-01
t[1]=2461959.5 x[1]=-3.03752153e-01
t[2]=2461979.5 x[2]=+8.88840890e-02
t[3]=2461999.5 x[3]=+4.58559198e-01
t[4]=2462019.5 x[4]=+7.05553894e-01
t[5]=2462039.5 x[5]=+7.60601715e-01
t[6]=2462059.5 x[6]=+6.29576506e-01
t[7]=2462079.5 x[7]=+3.71457991e-01
t[8]=2462099.5 x[8]=+5.27721347e-02
t[9]=2462119.5 x[9]=-2.73906822e-01
t[10]=2462139.5 x[10]=-5.71498294e-01
t[11]=2462159.5 x[11]=-8.14159251e-01
t[12]=2462179.5 x[12]=-9.83231704e-01
t[13]=2462199.5 x[13]=-1.06460950e+00
t[14]=2462219.5 x[14]=-1.04751705e+00
t[15]=2462239.5 x[15]=-9.24676845e-01
*****

```

Els coeficients del polinomi de grau 15 per $x(t)$ son

```

dd[0]=-6.43637273e-01
dd[1]=+1.69942560e-02
dd[2]=+6.59389021e-05
dd[3]=-1.57733863e-06
dd[4]=-6.25183003e-09
dd[5]=+1.41822524e-10
dd[6]=-2.12073925e-13
dd[7]=-8.82774412e-15
dd[8]=+9.70228823e-17
dd[9]=-5.15386796e-19
dd[10]=+1.06766760e-21
dd[11]=+7.10088781e-24
dd[12]=-9.13376968e-26
dd[13]=+5.92432017e-28
dd[14]=-2.84024927e-30
dd[15]=+1.09866636e-32
n=15 x(2462225.5)=-1.02314369e+00
*****

```

data a comprovar dia/mes?

11/11

Data calendari: 11/11/2020

Data juliana a considerar:2459164.5

***** Calculs del dia de l'aniversari

```
0 t=2.45911950e+06 x=+7.56414408e-01 y=+2.11936093e-02 z=+1.74156402e-02
1 t=2.45913950e+06 x=+6.88459931e-01 y=+4.27364850e-01 z=-5.82338468e-03
2 t=2.45915950e+06 x=+4.68653214e-01 y=+7.45162463e-01 z=-2.79647908e-02
3 t=2.45917950e+06 x=+1.64931960e-01 y=+9.37004095e-01 z=-4.53929060e-02
4 t=2.45919950e+06 x=-1.64068460e-01 y=+1.00056794e+00 z=-5.65908539e-02
5 t=2.45921950e+06 x=-4.75964808e-01 y=+9.49757482e-01 z=-6.12917927e-02
```

Els coeficients del polinomi de grau 5 per $x(t), y(t), z(t)$ son

```
dd_x[0]=+7.56414408e-01 dd_y[0]=+2.11936093e-02 dd_z[0]=+1.74156402e-02
dd_x[1]=-3.39772385e-03 dd_y[1]=+2.03085620e-02 dd_z[1]=-1.16195124e-03
dd_x[2]=-1.89815301e-04 dd_y[2]=-1.10467034e-04 dd_z[2]=+1.37202347e-06
dd_x[3]=+1.41536883e-06 dd_y[3]=-7.82965711e-07 dd_z[3]=+7.53265004e-08
dd_x[4]=-2.42248237e-09 dd_y[4]=+9.18243345e-09 dd_z[4]=-5.46561312e-10
dd_x[5]=-1.80984430e-11 dd_y[5]=-4.95709347e-11 dd_z[5]=+2.21031405e-12
```

t=2459164.5 x=3.98087022e-01 y=8.05478148e-01 z=-3.28522843e-02

La distancia al sol es 8.990815293616e-01 UA