

- En primer lloc veurem com és un programa senzill en llenguatge C, com s'inclouen les llibreries, com es declaren variables, i com donar per pantalla els resultats de forma ordenada. Aquest programa és un exemple de propagació dels errors: Una de les variables que calculem hauria de valer sempre 1, però, degut als arrodoniments, numèricament no és així.

1 Donats a i b , considerem el següent esquema iteratiu:

$$\text{donat } x_0, \quad y_0 = b \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{a}\right)^2}, \quad t_0 = \left(\frac{x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{b}\right)^2 (= 1)$$

$$\forall n = 0, 1, \dots \quad x_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{b} \quad y_{n+1} = b \left(\left(\frac{x_n}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_n}{b}\right)^2 \right) \quad t_{n+1} = \left(\frac{x_{n+1}}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_{n+1}}{b}\right)^2$$

Es comprova analíticament que $t_{n+1} = \left(\left(\frac{x_n}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_n}{b}\right)^2 \right)^2 = t_n^2 = 1$ (per inducció, partint de $t_0 = 1$).

Comencem per calcular la successió per uns valors de a, b, x_0 fixats en el programa.

A continuació teniu el programa per $a = 1, b = 1$ i $x_0 = 0.3$.

```
1  /* Calcul d'una successio en precisió simple fixats a, b, x0 */
2  #include <stdio.h>
3  #include <math.h>
4  int main(void) {
5      int n;
6      float a, b, x0, y0, x1, y1, t, aux0, aux1;
7
8      a = 1.f;
9      b = 1.f;
10     x0 = 0.3f;
11     aux0 = x0 / a;
12     y0 = b * sqrt(1.f - aux0*aux0);
13     aux1 = y0 / b;
14     printf("%3s_%18s\n", "#n", "t");
15     t = aux0*aux0 + aux1*aux1;
16     printf("%3d_%18.6e\n", 0, t);
17
18     for (n = 1; n <= 30; n++) {
19         aux0 = x0 / a;
20         aux1 = y0 / b;
21         x1 = 2.f*x0*y0 / b;
22         y1 = b*( aux0*aux0 - aux1*aux1 );
23
24         aux0 = x1 / a;
25         aux1 = y1 / b;
26         t = aux0*aux0 + aux1*aux1;
27         printf("%3d_%18.6e\n", n, t);
28         x0 = x1;
29         y0 = y1;
30     }
31     return 0;
32 }
```

Comentari: hem escrit **#include** <math.h>, per tal de tenir la informació necessària de la funció arrel quadrada, sqrt.

- El programa anterior calcula una successió per a uns valors fixats de les variables a, b i x_0 , si volem calcular-ho per a diferents valors d'aquestes variables caldria modificar el programa cada cop. Vegem com fer el programa de manera que en cada execució donem valor a aquestes variables.

2 Modifiquem el programa anterior de forma que els valors de a, b i x_0 s'hagin de llegir. Canviem les línies 8-11 per:

```

k = scanf("%f%f%f",&a,&b,&x0);
aux0 = x0 / a;
if (fabs(aux0) > 1.){
    printf("No es pot fer l'arrel quadrada\n");
    return 1;
}

```

Executeu-lo ara pels valors

| a | b | x_0 |
|---|--------|--------|
| 1 | 1 | 0.3 |
| 1 | 1.0001 | 0.3 |
| 1 | 0.9999 | 0.3 |
| 1 | 1 | 0.3001 |
| 1 | 1 | 0.2999 |

- Si volem fer la gràfica del valor de t en funció de n , necessitem guardar en un fitxer els valors que obtenim per pantalla, per això redireccionem la sortida: `./nom.exe > nomfitxer.res`

Torna a executar el programa redireccionant la sortida als fitxers que apareixen a la taula.

| a | b | x_0 | nom fitxer |
|---|--------|--------|------------|
| 1 | 1 | 0.3 | f1103.res |
| 1 | 1.0001 | 0.3 | f11p03.res |
| 1 | 0.9999 | 0.3 | f11m03.res |
| 1 | 1 | 0.3001 | f1103p.res |
| 1 | 1 | 0.2999 | f1103m.res |

Feu la gràfica dels diferents casos, mitjançant el programa `gnuplot`.

En primer lloc dibuixeu les gràfiques pels rangs de t següents: $[0.5, 2.5]$ i $[0.99, 1.01]$. Comenteu els resultats. Ara feu el dibuix usant escala logarítmica: `plot 'f1103.res' u 1:(log10($2)) w l, ...`

- Hem calculat la successió de termes usant precisió simple (les variables eren de tipus `float`). Què passa si usem precisió doble? (les variables han de ser de tipus `double`) Compara les gràfiques obtingudes en precisió simple i doble.

3 Modifiqueu el programa anterior per treballar en doble precisió i calculant 60 termes de la successió. Executeu-lo ara pels valors de la taula, redireccionant la sortida. Feu la gràfica mitjançant el programa `gnuplot`.

- Exercici d'autoavaluació:

4 Definim l'èpsilon de la màquina com el nombre positiu ϵ tal que:

$$\forall x \in [0, \epsilon) \quad fl(1+x) = 1 \quad \text{i} \quad \forall x \geq \epsilon \quad fl(1+x) > 1,$$

on $fl(y)$ és la representació en punt flotant de y .

Feu un programa que calculi l'èpsilon de la màquina pels tipus `float` i `double`.

Quina conclusió en treieu?